



## CONTROLE ADAPTATIVO

2022.1

## MODELO DE TANQUES ACOPLADOS

**Aluno:** Douglas Lima Militão Pinheiro

**Matrícula:** 476854

**Professor:** Wilkley Bezerra



## TRABALHO – MODELO DE TANQUES ACOPLADOS

### 1. OBJETIVOS

- Projetar um controlador adaptativo para o sistema trabalhado;
- Verificar via MATLAB e SIMULINK os resultados do controlador.

### 2. INTRODUÇÃO

Uma planta de controle de nível é muito utilizada em sistemas industriais, possuindo diversas aplicações práticas. A não linearidade de um tanque é devido a sua vazão de saída, que pela equação de Bernoulli, varia de acordo com a raiz quadrada da altura e, portanto, apesar de ser estável, não é um sistema linear e não é possível aplicar a transformada de Laplace.

Para a solução deste problema é possível duas abordagens, linearizar em torno de um ponto de operação para realizar a identificação do modelo e projetar um controlador linear ou projetar um controlador adaptativo capaz de operar em todos os pontos de operação do modelo, sendo este segundo método o adotado para este projeto.

#### 2.1 MODELAGEM FENOMENOLÓGICA DE UM TANQUE

A equação que rege os fenômenos físicos envolvendo o problema de um tanque é dada por:

$$A \frac{dh}{dt} = Q_e - Q_s$$

- $A$  é a área da base do tanque em  $m^2$ ;
- $h$  é o nível do tanque  $m$ ;
- $Q_e$  é a vazão de entrada em  $m^3/s$ ;
- $Q_s$  é a vazão de saída do tanque em  $m^3/s$

A vazão de saída  $Q_s$  pode ser modelada pela equação de Bernoulli, sendo definida por:

$$Q_s = a_s \sqrt{2gh}$$

- $a_s$  é a seção de saída em  $m^2$ ;
- $h$  é o nível do tanque em  $m$ ;
- $Q_s$  é a vazão de saída do tanque em  $m^3/s$ .

Portanto a relação de entrada  $Q_e$  e nível  $h$  é não linear.



$$A \frac{dh}{dt} + a_s \sqrt{2gh} = Q_e$$

O sistema proposto consiste de dois tanques acoplados, o que o torna consequentemente não linear também, não podendo ser aplicada, portanto, a transformada de Laplace.

### 3. DESENVOLVIMENTO

#### 3.1 SISTEMA PROPOSTO

O sistema consiste em dois tanques acoplados, com a vazão do tanque superior sendo a vazão de entrada do tanque inferior. A entrada o sistema será a vazão de entrada da bomba e a saída do sistema será o nível do tanque inferior, como mostra a *Figura 1*.

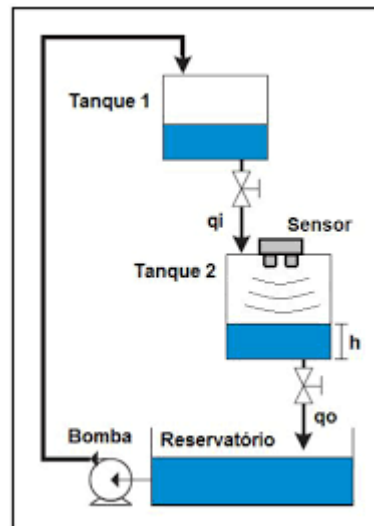


Figura 1. Modelo dos tanques a serem controlados. Fonte: ALPI, Lucas B (UFRS).

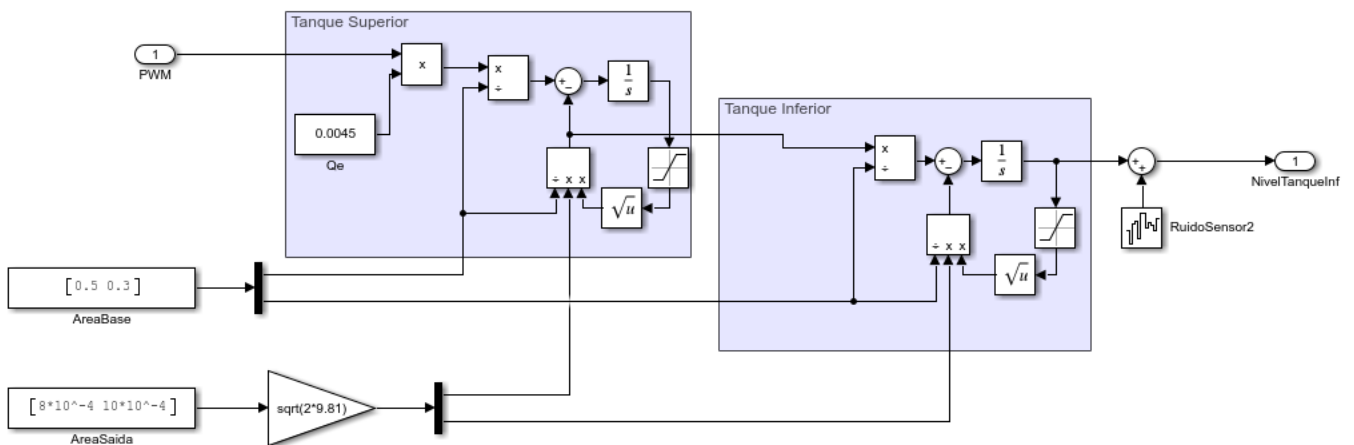


Figura 2. Modelo dos tanques no SIMULINK. Fonte: Autor.



Para o modelo montado no SIMULINK (*Figura 2*) serão feitas algumas considerações para o sistema, que serão utilizados tanto para facilitar a simulação, como o método de controle, sendo elas:

- As válvulas  $q_i$  e  $q_o$  serão mantidas em aberto, com vazão máxima, e o controle será feito apenas pela vazão de entrada a partir da bomba.
- A relação Vazão/ $DC_{PWM}$  será linear, com  $DC_{PWM}$  variando de 0 a 1.

$$Q_e = Q_{enom} \cdot DC_{PWM}$$

- Serão desconsiderados atrasos de transporte tanto da bomba como do tanque 1.

### 3.2 RESPOSTA AO DEGRAU

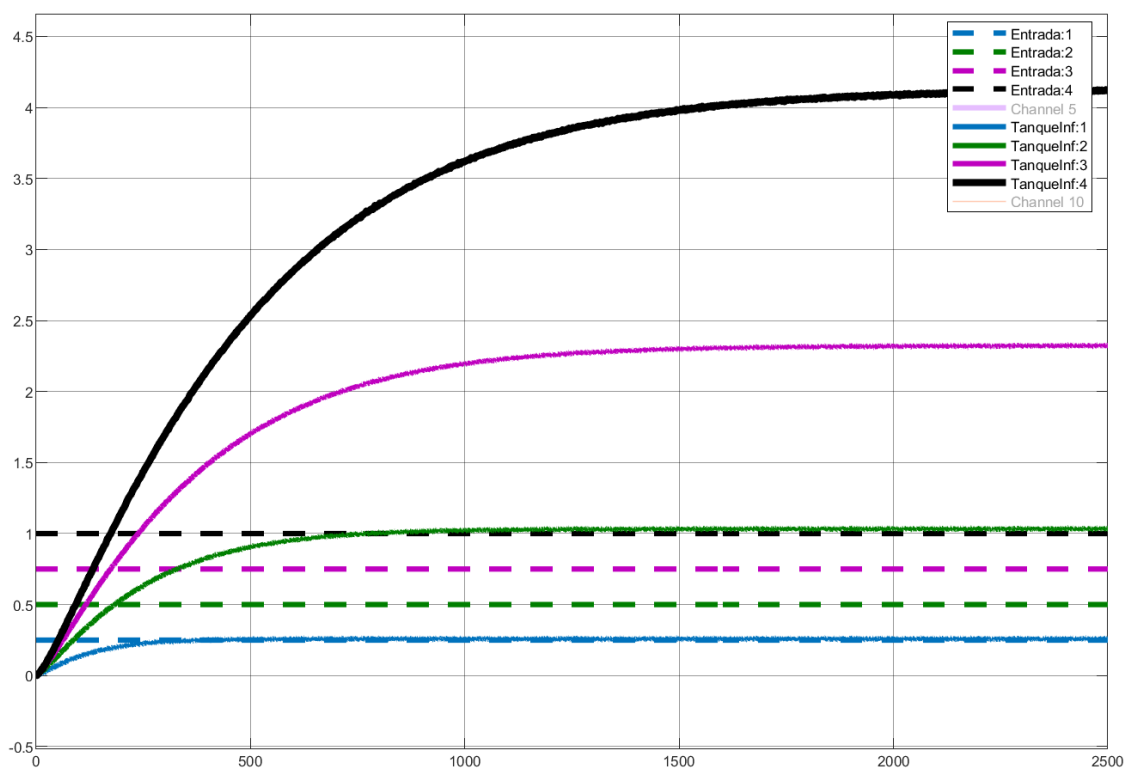


Figura 3. Resposta ao degrau para diferentes valores de PWM. Fonte: Autor.

As curvas da *Figura 3* demonstram a não linearidade do sistema através da resposta ao degrau. As curvas em azul correspondem a um degrau de entrada de 0,25, as curvas em verde a um degrau de entrada de 0,5, enquanto as curvas em violeta e preto, correspondem a um degrau de entrada de 0,75 e 1, respectivamente. Observando apenas as curvas para o degrau de 0,5 e 1, já torna possível perceber que a relação de ganho estático não é correspondente, pois um aumento de 2 vezes no sinal de entrada, resultou em um aumento de cerca de 4 vezes no sinal de saída.

### 3.3 MÉTODO DE CONTROLE ADAPTATIVO - MRAC INDIRETO

#### 3.3.1 IDENTIFICAÇÃO - MQR

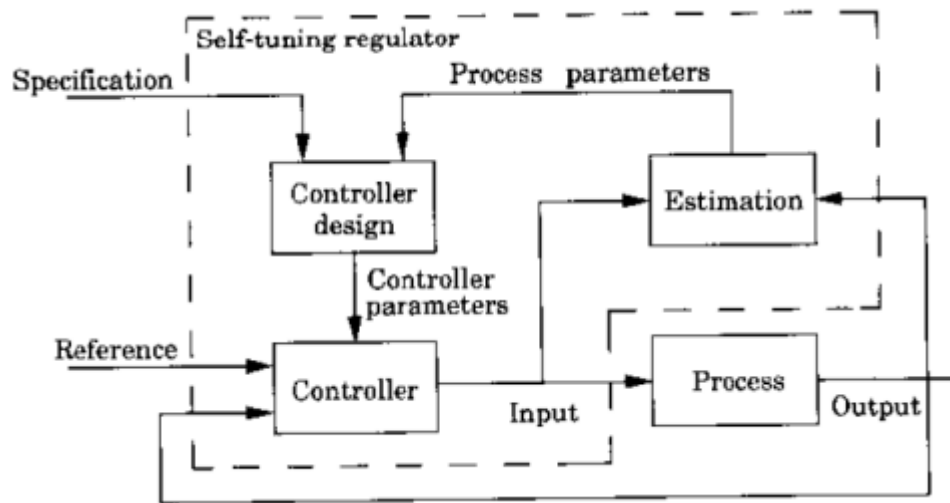


Figura 4. Arquitetura utilizada para o controle adaptativo. Fonte: (ASTRÖM; WITTENMARK, 1995).

Pela complexidade da modelagem fenomenológica, o controlador adaptativo utilizado será o MRAC Indireto, cuja estrutura possui um estimador para os parâmetros da planta, um algoritmo de adaptação que utilizando dos parâmetros estimados e dos critérios do projetista para a resposta em malha fechada, atualiza os parâmetros do controlador do sistema.

Para a identificação, com base na observação da resposta ao degrau, será adotado um modelo do tipo:

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Estes parâmetros necessitam ser atualizados a cada iteração, portanto o estimador será o método dos Mínimos Quadrados Recursivo, que terá como entrada o sinal de controle e o nível do tanque para estimar os parâmetros.

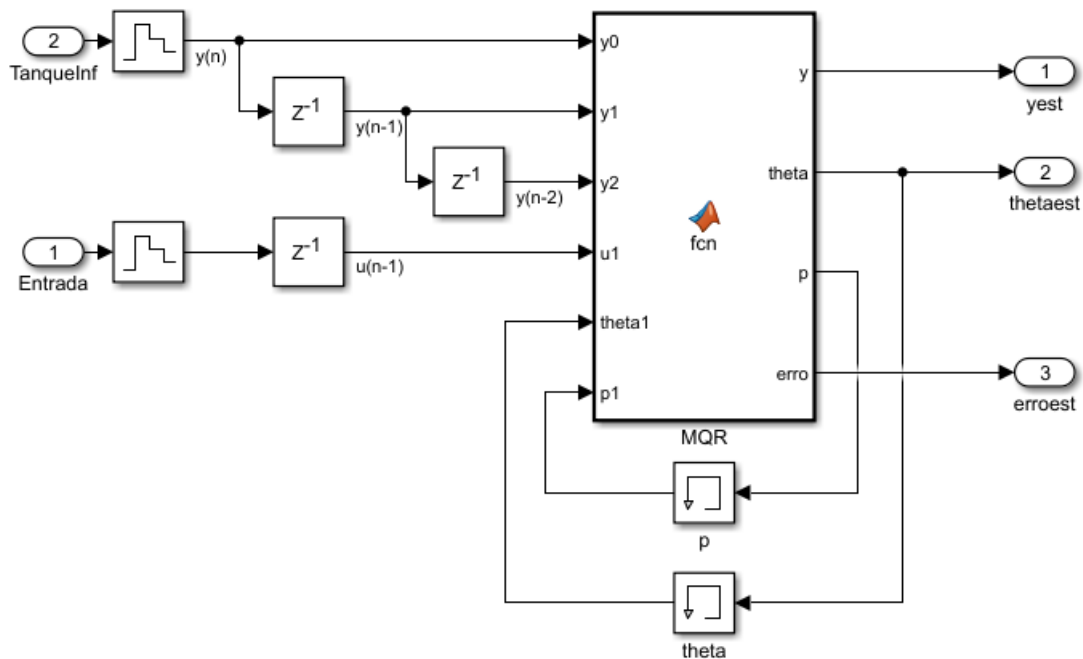


Figura 5. Diagrama de blocos do MQR para identificação da planta. Fonte: Autor.

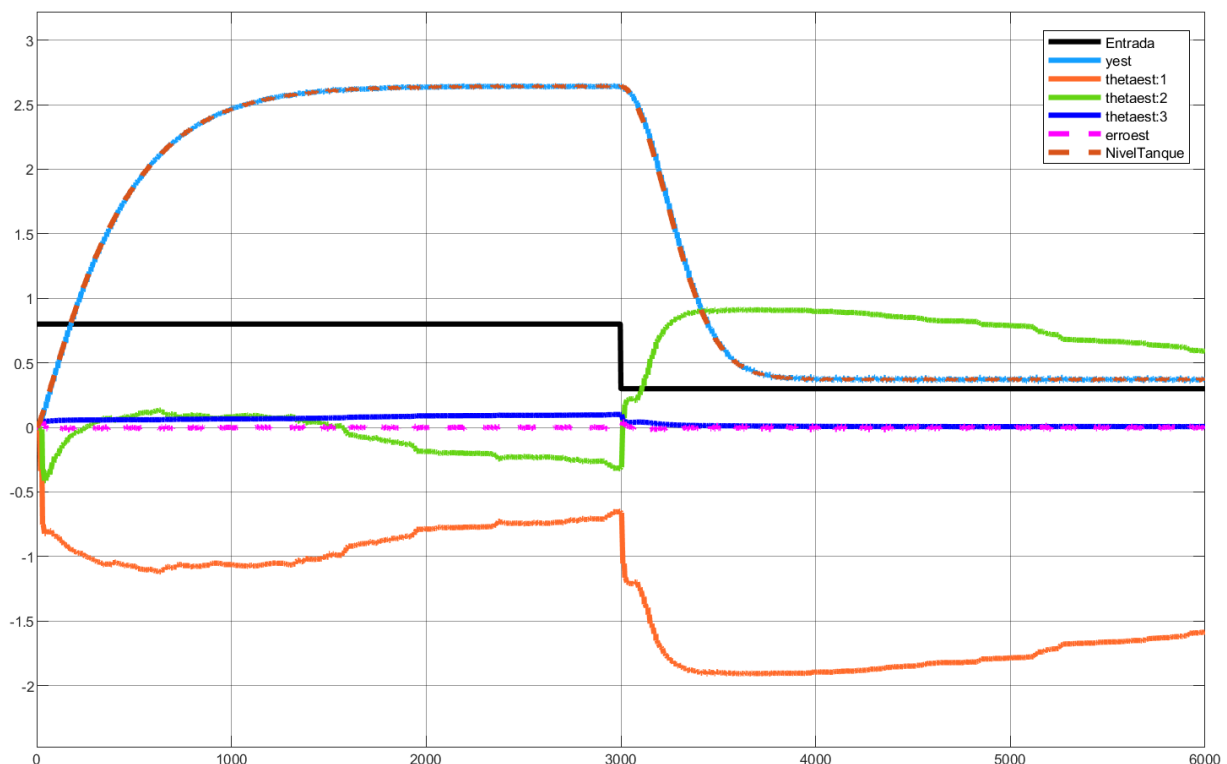


Figura 6. Resposta em malha aberta e identificação usando o MQR. Fonte: Autor.

### 3.3.2 PI DIGITAL – ALOCAÇÃO DE POLOS – ARQUITETURA RST

A arquitetura RST é muito utilizada para o projeto de controladores digitais pela sua facilidade de implementação e versatilidade. O grau dos polinômios R, S e T dependem do grau dos polinômios da planta



que está sendo controlada. Para o polinômio S será adotado  $[1 \ -1]$ , sendo fixado nesses valores, pois é utilizado para reduzir os erros de regime permanente. Para o polinômio R será adotado  $[r_0 \ r_1 \ r_2]$  e para o polinômio T, é considerado a soma dos coeficientes de R, para que em regime permanente seja um ganho unitário e não interfira na relação entrada e saída. As variáveis de ajuste do controlador, portanto, serão os coeficientes do polinômio R.

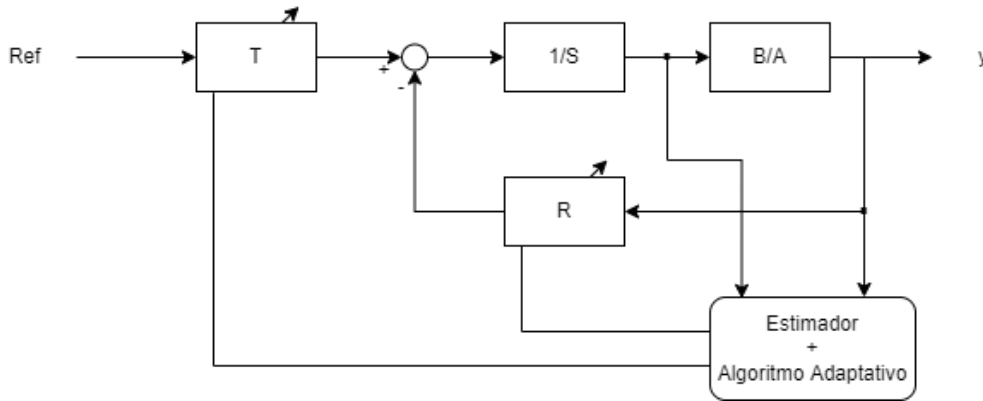


Figura 7. Arquitetura RST com Estimador e Algoritmo Adaptativo. Fonte: Autor.

Em malha fechada, a função de transferência da arquitetura RST com uma planta de ordem qualquer, é definida como:

$$H_{cl} = \frac{z^{-d}T(z^{-1})B(z^{-1})}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} = \frac{z^{-d}T(z^{-1})B(z^{-1})}{P(z^{-1})}$$

Onde  $d$  é um atraso da planta, R, S e T são os polinômios do controlador, B e A são os polinômios da planta em malha aberta e  $P(z^{-1})$  são os polos em malha fechada. A resposta em malha fechada é determinada pelo polinômio  $P(z^{-1})$  com base na resposta desejada em malha fechada pelo projetista.

Substituindo os parâmetros em A, S, B e R, temos que  $P(z^{-1})$  será definido por:

$$P(z^{-1}) = 1 + (a_1 - 1 + b_0 r_0)z^{-1} + (a_2 - a_1 + b_0 r_1)z^{-2} + (b_0 r_2 - a_2)z^{-3}$$

Em malha fechada será adotado um sistema de segunda ordem com tempo de assentamento igual a 400 s, sem overshoot. Os polos desse sistema no domínio z, são:

$$P_{des}(z^{-1}) = 1 - 1,8097z^{-1} + 0,8187z^{-2}$$

O terceiro polo será alocado na origem do plano-z, para que tenha um tempo de resposta muito rápido, a ponto de não interferir na resposta desejada.

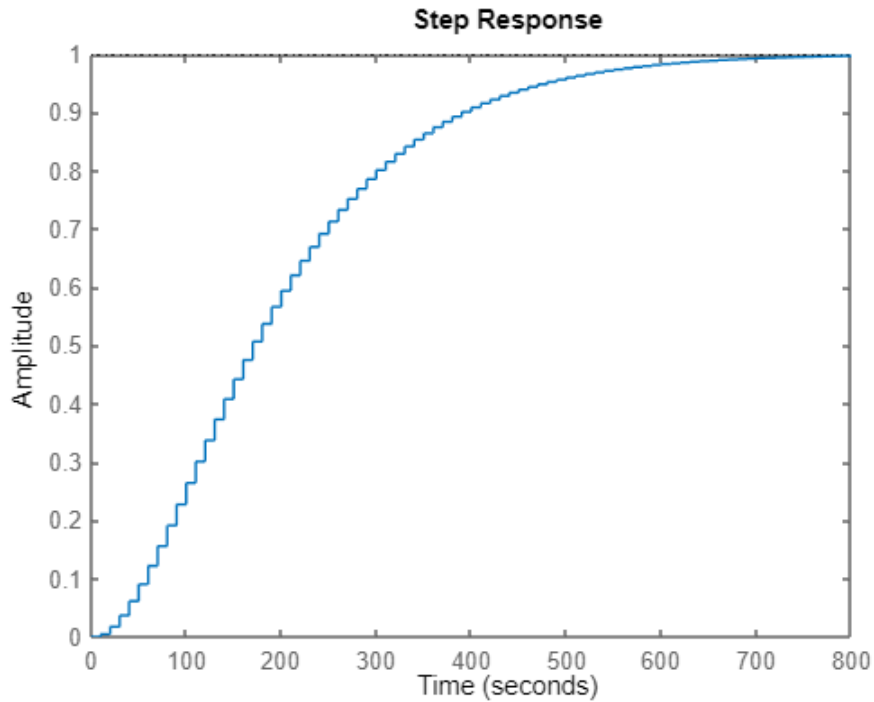


Figura 8. Resposta desejada para o sistema em malha fechada. Fonte: Autor.

### 3.3.3 ALGORITMO DE ADAPTAÇÃO

Utilizando as equações anteriores, é possível relacionar os valores dos polinômios R e P igualando os polos da resposta em malha fechada e os polos da resposta desejada em malha fechada.

$$P_{mf} = [1 \quad a_1 - 1 + b_0 r_0 \quad a_2 - a_1 + b_0 r_1 \quad b_0 r_2 - a_2]$$

$$P_{des} = [1 \quad p1 \quad p2 \quad 0]$$

Com isso, o algoritmo de adaptação utilizará as seguintes equações para calcular os valores do polinômio R, a cada iteração:

$$r_0 = \frac{p1 + 1 - a_1}{b_0}; r_1 = \frac{p2 + a_1 - a_2}{b_0} \text{ e } r_2 = \frac{a_2}{b_0}$$



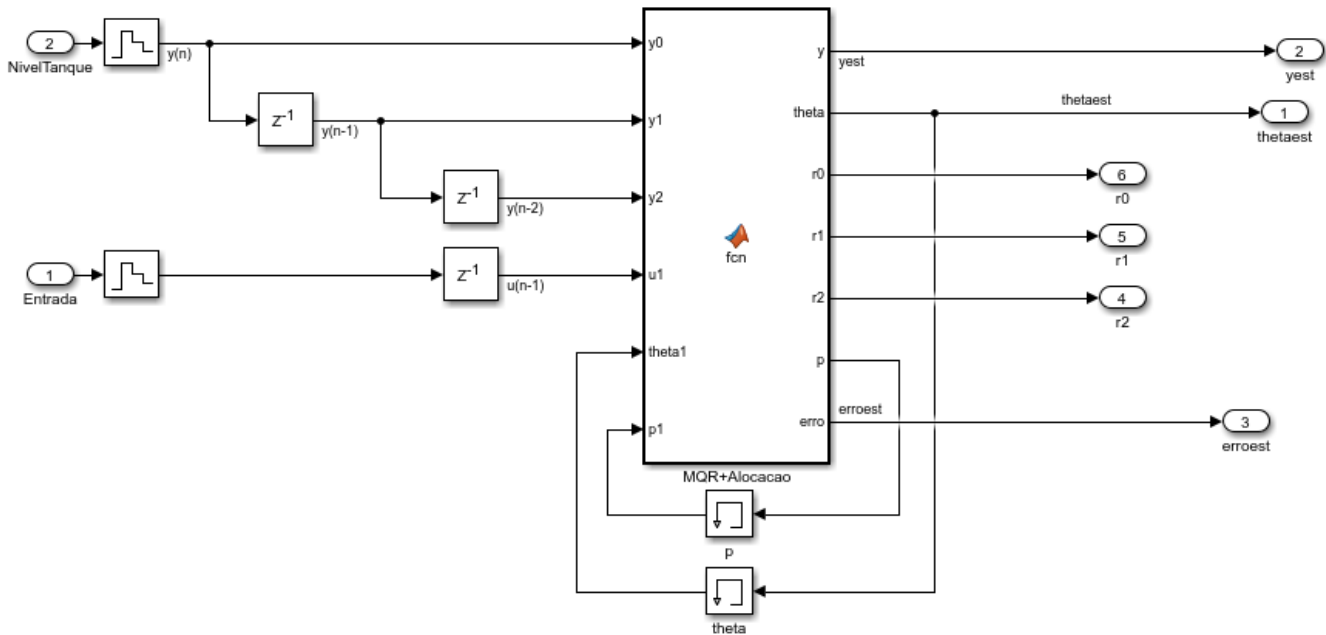


Figura 9. Diagrama de blocos do MQR e Alocação de Polos. Fonte: Autor.

#### 4. RESULTADOS

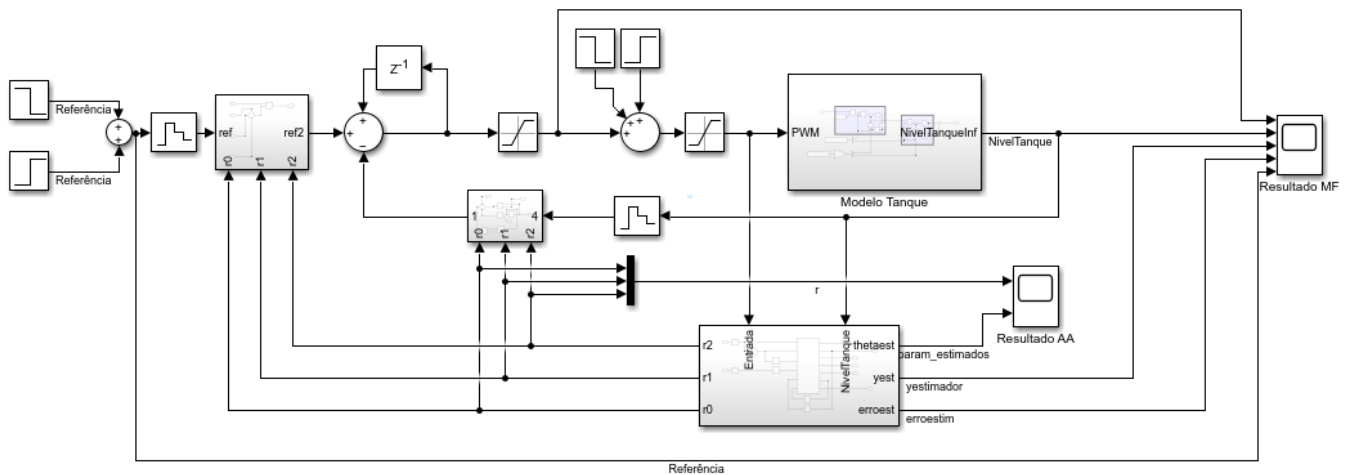


Figura 10. Diagrama de blocos do ensaio de simulação. Fonte: Autor.

Para a simulação foi inserido três pontos de referência e duas perturbações:

- Referência em 2 para  $t < 1500$  s;
- Referência em 0,5 para  $1500s < t < 2500$  s;
- Referência em 1 para  $t > 2500$  s;
- Perturbação 1 em  $t = 3200$  s;



- Perturbação 2 em  $t = 3700$  s.

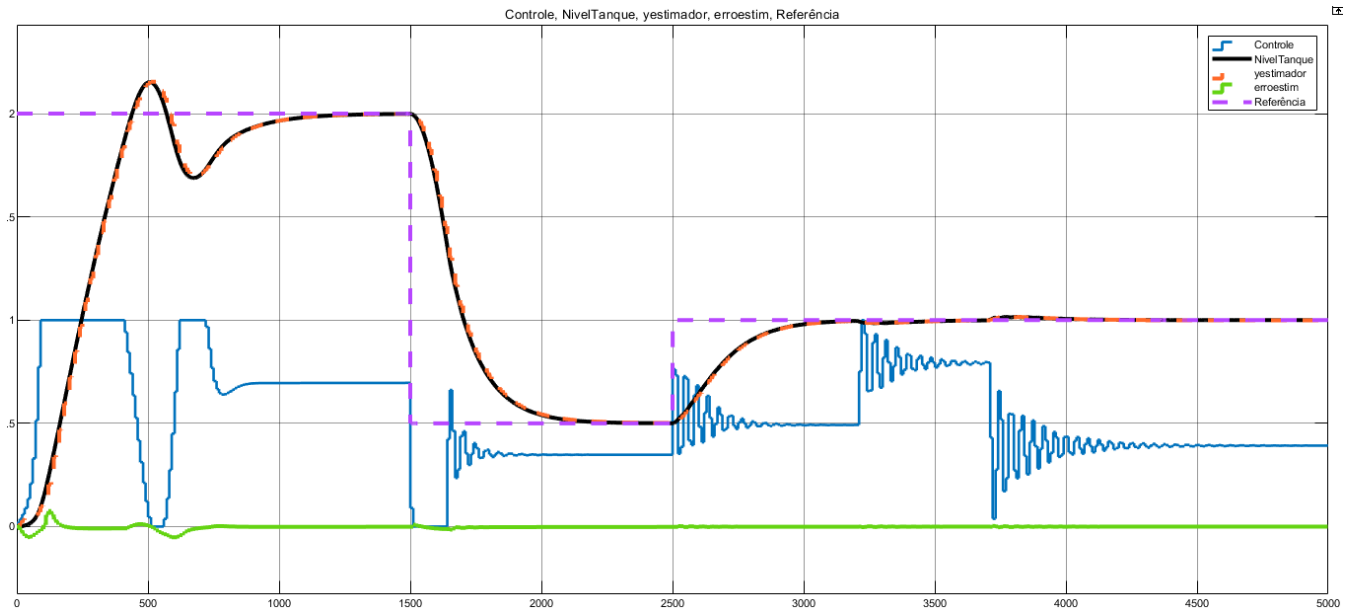


Figura 11. Curvas do sinal de referência, nível, estimação e sinal de controle. Fonte: Autor.

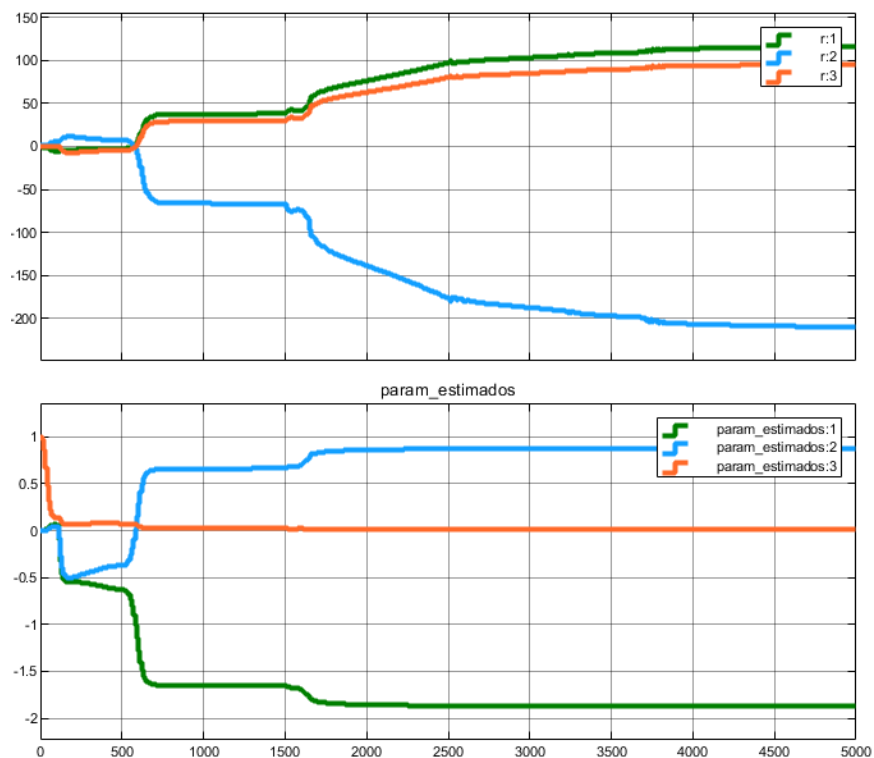


Figura 12. Curvas do algoritmo de identificação e adaptação. Fonte: Autor.

É possível perceber que inicialmente a resposta do controlador não segue a referência conforme especificado, isso se deve ao fato que o algoritmo ainda está se adaptando, por isso na mudança de referência



de 2 para 0,5 a resposta já é muito próxima ao desejado, o que significa que os parâmetros de estimação representam bem a realidade e consequentemente o controlador projetado apresenta boa resposta. Em um segundo momento o controlador rejeitou de forma satisfatória as perturbações aplicadas no sinal de controle.

## **5. CONCLUSÃO**

A simulação de sistemas não lineares é simplificada utilizando a interface do Simulink, enquanto os algoritmos de adaptação se mostraram mais simplificados via linha de código em “.m”, sendo necessário a união entre as duas interfaces essencial para a realização da simulação do projeto final.

Por meio do software MATLAB e Simulink foi possível projetar e simular o sistema e o controlador adaptativo indireto utilizando a arquitetura RST, que se mostrou eficaz para o controle do sistema não linear de tanques acoplados, gerando resultados satisfatórios quanto ao seguimento de referência e adaptação em diferentes pontos de operação. Outro ponto importante foi a aplicação dos Mínimos Quadrados Recursivos que se mostrou um bom estimador gerando parâmetros essenciais para o projeto e adaptação do controlador online.



## **6. REFERÊNCIAS**

- [1] OGATA Katsuhiko. Modern Control Engineering. 5ª ed. Prentice Hal, 2010.
- [2] ASTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. Adaptive Control. 2nd. ed. [S.l.]: Pearson Education, 1995.
- [3] LANDAU I. D. et al. Adaptive control. Algorithms, analysis and applications. 2ª ed. Springer, 2011.
- [4] BEZERRA Wilkley. Material disponibilizado pelo professor. UFC, 2022