线代

scalars 标量
高斯消元 Gaussian elimination
Row-echelon form of A 梯形矩阵 最一开始的非 0 位是 1（全 0 矩阵放在底下。（从上到下非 0 第一位以此递增）
reduced row-echelon form. 简化行阶梯形式 有前1的列其余都是0（约旦）
$\mathbb{R}^n$ 行向量集合：$1 \times n$
$\mathbb{R}_n$ 列向量集合：$n \times 1$
main diagonal：左上到右下（
Upper Triangular Matrix：上三角矩阵（对角线上面有数
Lower Triangular Matrix:
Diagonal Matrix： 对角矩阵（只有对角线上有值
Identity Matrix 单位矩阵
Scalar Multiplication 标量乘法
symmetric 对称
nonsingular matrix 非奇异矩阵 = 满秩 det != 0
determinant 行列式
dof （degree of freedom）= un - eq
未知量 < 等式 无数个解
$[A|b]$
System of Homogeneous Equations：右边都是 0
Gauss-Jordan Method：约旦消元法
Use Gauss-Jordon Method to Find Inverse

逆的性质

为啥来着
$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
和幂和转置可以替换
可以替换、
Minor of entry **余子式**：删掉这行这列剩下的行列式
cofactor of the entry 代数余子式：再乘一个系数（+-+-矩阵）
交换两列 * -1, 可以乘每行每列常数
行列式也可以拆开乘
Linear Dependence 线性有关
一个向量现行有关 可以互相表示（非全 0 点积）/
linear combination 线性组合 拼起来
Eigenvalue and Eigenvector

特征值特征向量

$Av-\lambda Iv=0$ 特征方程

$(B=A-\lambda I)v=0$ （齐次系统）

$Bv=0$

相当于给对角线减一个 λ

Characteristic Polynomial 特征多项式 $f(\lambda)=|B|$

是一个 n 阶多项式，最高项 $(-1)^n$

所以复数域总有解，找到特征值以后反解特征向量（无数个，但是有限制）

最多 n 个特征值

找到线性无关的特征向量就可以的了。（就高斯消元的一般解）（同一个特征值的向量才能合并）

对角化 Diagonalization 左右搞一个 P，变成对角化

one

$$P^{-1}AP=D;PDP^{-1}=A$$

$AP=PD$

$Av=\lambda v$

当且仅当有 n 个线性无关的特征向量 （对应 λ_i）

$$AP=[\lambda_1 v_1||\lambda_n v_n]=[v_1,\ldots,v_n,[\text{对角线是}\lambda_i\text{的矩阵}]]$$

不用找矩阵的逆

实对称矩阵一定能对角化？并且是正交矩阵

对角化完了以后还能对回来，反向构造

向量正交：内积 = 0

正交集合向量

正交矩阵：逆 = 转置，每列看成向量，还是正交向量

（转置 * 自己是 单位矩阵

Gram-Schmidt Process 正交化

找到电击三角形减掉勾股定理的东西就可以正交了，所以可以应用正交化中
$A^m = PD^mP^{-1}$
quadratic form

实对称矩阵

二次型：这个多元函数一直是正/负的

Positive Definite:

- 等价于所有特征值都是正的
- 每个左上角矩阵行列式都是正的
  必须是对称矩阵才行。。。

Negative Definite:

- 等价于所有特征值都是负的
- 每个左上角矩阵行列式是+-+-
  必须是对称矩阵才行。。。

题型：
找特征值和特征向量：

- 减 λ 单位矩阵行列式 = 0 然后消元

矩阵对角化

- D 对角线是特征向量
- P 每列是特征多项式-

对角矩阵的逆直接凑就可以

微积分

偏导 Partial Derivative ∂
物质导数 Material Derivative：就是四个追踪顺序都算的链式法则 要用大的 D
$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + v[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}]$

C^k class k 阶阶导在，k 阶导可以换顺序，是对的。
Taylor's Formula 泰勒展开：

一维：$f(x) = \sum f^{(n)}(x_0)\frac{(x-x_0)^n}{n!}$
2D：$f(x) = \sum \binom{n}{k} f_{x(k)y(n-k)}(x_0)\frac{(x-x_0)^k(y-y_0)^{n-k}}{n!}$
2nd Order Derivative Test

泰勒级数：每个导 n 次，n 个 () 乘起来再除掉 n 的阶乘求和（写成 Δ 的形式也挺好
positive definite 极小值
negative definite 极大值
行列式 < 0 saddle point. 没结论
stationary point：xy 都是 0
2nd Order Derivative Test：
3D 三阶行列式 pos 极小值，indefinite：saddle point

Multiple Integrals

自然叠起来即可
先解决最里面的，把外面的看成常数积分
要么扫描线 x，看 y 区间最好是一条线（否则反过来比较好
quadrant 象限

极坐标系

注意到用圆盘且蛋糕划分圆环，每个圆环是 $dr * (d\theta * r)$，所以要再乘一个这个东西，意思是等比例圆环扩散放大（r：Jacobian）
Triple Integrals:
找到上下平面。
也可以认为是扫描线
Cylindrical And Spherical Coordinates
圆柱和球
Spherical Coordinates 球体坐标系
(ρ, ϕ, θ)
旋转扫描球体半径，z轴坐标系，x, y 平面扩展
投影 xy 平面是 $\rho \sin \phi$
z 是 $\rho \cos \phi$
系数 $\rho^2 \sin \phi$
$x = r \cos \theta$
$y = r \sin \theta$
$r = z \sin \phi$
$\rho = z \cos \phi$
重心：x 积分 / 体积（寄平均值
Moment of inertia

L6 Vector Calculas

Scalar Field：输出是值
Vector Field：输出是个列表，或者写成 ijk
梯度 ∇ del operator
球体正交三角形
Normal Vector 法线
Divergence 散度。每一维的值偏导那一位置
Curl = 叉姬 $\nabla \times v$（v是函数
$div(Curl()) = 0 = Curl(\nabla))$
Curve 参数方程: length 一样的用 $1d\Gamma$
曲线长度
Line Integral of A Scalar Field
τ, n 切 / 法二维参数方程
$d\Gamma = dt\sqrt{\sum 多维一阶导}$（类似线
切记，$d\Gamma$ 是以每个单位线长度
dr事实上是 $[导数向量]dt$

从小到大很对（

§3 Line Integral of A Vector Field

$v\dot{\tau}d\Gamma = v \cdot dr = v \cdot [x', y', z']dt$ 相当于每一维加起来拆开
= 力做的功

沿着做工更多方向

Simply-connected Region 单联通（柔和凸

格林公式：类似叉姬 & 旋度

积分 向量函数点击 dr （逆时针）（逆时针做的功），= 封闭区域的 二维矩阵，填偏导和每个函数
$v \cdot dr = \nabla \times v dx dy$ 然后转成区域
v 是 vector field

∮ 闭曲线 ***

Surface Integral

$dS = 叉姬长度/根号(平方和的乘积 - 点击平方)dudv$
$dS = r^2 sin\phi$

$dS = \sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2}$

$ndS = \nabla dudv$

Gauss Divergence Theorem

z注意必去outward（不然取-
注意方向！！！
闭合面等于三维积分的偏导
二维 $v \cdot ndS = \nabla \cdot vdxdydz$
相当于闭合面的穿透对应到三维的传统

Stokes' Theorem 斯托克斯公式

哦哦所以所有斯托克都可以变成div curl()=0-一个平面的积分
$v \cdot dr = \nabla \times v \cdot ndS$
相当于对于一个面的旋转量对称到包围线的点击
右手定则