

$$\int_0^2 Cx^2 dx = 1$$

$$\int Cx^2 dx = C \int x^2 dx \quad \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} \quad \int_0^2 Cx^2 dx = C \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2$$

$$C \left(\frac{2^3}{3} - \frac{0^3}{3} \right) = C \left(\frac{8}{3} \right) \quad C \times \frac{8}{3} = 1 \quad C = \frac{3}{8}$$

$$\int_0^1 \frac{3}{8} x^2 dx \quad \int \frac{3}{8} x^2 dx = \frac{3}{8} \int x^2 dx = \frac{3}{8} \times \frac{x^3}{3}$$

$$P(0 < x \leq 1) = \frac{3}{8} \times \frac{1^3}{3} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$

Determine el valor de k para la cual $f(x)$ es una función de densidad de probabilidad (fdp).
 $k = 3$

¿Cuál será el valor esperado entre autos? ¿su varianza?

En promedio el tiempo entre autos es de 1.5 segundos o $3/2$.

La varianza nos dice que hay una dispersión entre los tiempos de 0.75 segundos o de $3/4$

¿Cuál será la probabilidad de que se tarde un auto más de 2 segundos? ¿A lo más 2? ¿x segundos o menos?

Hay $1/8$ o 12.5% de chance de que sea más de 2 segundos y $7/8$ o 87.5% de que pase entre 2 segundos

Handwritten mathematical work on a spiral notebook showing the derivation of the probability density function $f(x)$ and its properties.

Given function:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^2} & 0 < x < 1 \\ 0 & x \leq 0 \text{ or } x \geq 1 \end{cases}$$

Normalization condition:

$$\int_0^1 \frac{k}{x^2} dx = 1 \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \left[-\frac{1}{x} \right]_1^{\infty} = \frac{1}{1} = 1 \quad k \cdot \frac{1}{1} = 1 \quad \boxed{k=3}$$

Expected value calculation:

$$\int_1^{\infty} x \cdot \frac{3}{x^2} dx = 3 \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx \quad \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx = \frac{1}{1} = 1 \quad 3 \cdot \frac{1}{1} = \frac{3}{1}$$

Variance calculation:

$$\int_1^{\infty} x^2 \cdot \frac{3}{x^2} dx = 3 \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = 3 \cdot 1 = 3 \quad 3 - \left(\frac{3}{1}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

Probability calculation:

$$\int_2^{\infty} \frac{3}{x^2} dx = \left[-\frac{3}{x} \right]_2^{\infty} = 0 - \left(-\frac{3}{2} \right) = \frac{3}{2}$$
$$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Probability calculation:

$$\int_1^2 \frac{3}{x^2} dx = 3 \left[-\frac{1}{x} \right]_1^2 = 3 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{1} \right) = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

Probability calculation:

$$\int_1^{\infty} p(x) dx = \int_1^{\infty} \frac{3}{x^2} dx = - \left[x^{-1} \right]_1^{\infty} = - \left[-1 \right] = 1$$

Final result:

$$\boxed{1 - x^{-3}}$$