

NOLLE

Damien

L3 – Informatique

ADO – Devoir 1 :

<u>Note :</u>	<u>Observation :</u>
<u>/20</u>	

Exercice 1)

```
unsigned foo0(unsigned f,unsigned m,unsigned w){
    // f in [0,1]
    // m est considéré comme un masque
    // Expliquez pour f=0 et pour f=1 ce que contiendront les variables s et x et le résultat
    // Ceci n'est pas évalué ici, mais sera utile pour la suite...
    unsigned s = (~f)+1;
    printf("s = 0x%x\n",s);
    unsigned x = s ^ w;
    printf("x = 0x%x\n",x);
    return w ^ (x & m) ;
}
```

Tous les paramètres de la fonction sont des unsigned. On est donc sur des nombres entiers non signés.

$s = (\sim f) + 1 \rightarrow$ On fait ici le complément à 2 : NOT(F) + 1, il s'agit donc de la représentation binaire négatif de f.

`printf("s = 0x%x\n",s);` \rightarrow On affiche le résultat de l'opération précédente en hexadécimal.

`unsigned x = s ^ w;` \rightarrow Nous déclarons une variable unsigned (non signé, soit strictement positif) et nous lui affectons le résultat d'un XOR (ou exclusif) entre s et w.

`printf("x = 0x%x\n",x);` \rightarrow Nous affichons le contenu de la variable x, soit le résultat de l'opération précédente.

`return w ^ (x & m) ;` \rightarrow Nous retournons le résultat d'un XOR entre w et le résultat d'un AND (et logique) entre x et m.

$$w = 222 = 0b1101\ 1110$$

$$222 = 111 * 2 + 0$$

$$111 = 55 * 2 + 1$$

$$55 = 27 * 2 + 1$$

$$27 = 13 * 2 + 1$$

$$13 = 6 * 2 + 1$$

$$6 = 3 * 2 + 0$$

$$3 = 1 * 2 + 1$$

$$1 = 0 * 2 + 1$$

$$m = 111 = 0b0110\ 1111$$

$$111 = 55 * 2 + 1$$

$$55 = 27 * 2 + 1$$

$$27 = 13 * 2 + 1$$

$$13 = 6 * 2 + 1$$

$$6 = 3 * 2 + 0$$

$$3 = 1 * 2 + 1$$

$$1 = 0 * 2 + 1$$

- Pour $f = 0$:

$$s = \text{NOT}(0) + 1 = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111 + 1 = 0$$

$$x = s \text{ XOR } w = 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \text{ XOR } 1101\ 1110 = 1101\ 1110 = 222$$

$$w \text{ XOR } (x \text{ AND } m)$$

$$1101\ 1110$$

$$\text{AND } 0110\ 1111$$

$$0100\ 1110 = 64 + 8 + 4 + 2 = 72 + 6 = 78$$

$$1101\ 1110$$

$$\text{XOR } 0100\ 1110$$

$$1001\ 0000 = 128 + 16 = 144$$

- Pour $f = 1$:

$s = \text{NOT}(1) + 1 = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110 + 1 = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111$
 $1111\ 1111 \rightarrow$ C'est la représentation binaire de -1.

$x = s \text{ XOR } w = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111 \text{ XOR } 1101\ 1110 = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 0010\ 0001 \rightarrow$ C'est la représentation binaire de -222 ($-255 + 33 = -222$)

$w \text{ XOR } (x \text{ AND } m)$

1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0001

AND 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0110 1111

0000 0000 0000 0000 0000 0000 0010 0001 = $1 + 32 = 33$

1101 1110

XOR 0010 0001

1111 1111 = 255

Les opérations pour s et x permettent d'obtenir la représentation binaire négative d'un nombre si $f = 1$, positive si $f = 0$.

```
unsigned foo1(unsigned f,unsigned m,unsigned w){  
    // Complétez cette fonction afin d'obtenir le même résultat que foo0  
    // Utilisez uniquement les opérateurs bits à bits et les 3 variables  
    // La fonction ne fait pas d'affichage  
    unsigned mb = ~m;  
    if (f==1)  
        return ( w|m );  
    else  
        return ( w&mb );  
}
```

$mb = \text{NOT}(m) = \text{NOT}(0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0110\ 1111) = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1001\ 0000$

$f = 1$

$x = \sim f + 1 \wedge w$

Réponse : $w|m$

car :

```
1101 1110
| 0110 1111
1111 1111
```

$w = 161 = 1010\ 0001$

$m = 54 = 0011\ 0110$

$161 - 128 = 33 - 32 = 1 - 1 = 0$

$54 - 32 = 22 - 16 = 6 - 4 = 2 - 2 = 0$

$s = \text{NOT}(1) + 1 = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1110 + 1 = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111$

$x = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111 \text{ XOR } 1010\ 0001$
 $= 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 0101\ 1110$

$1010\ 0001 \text{ XOR } (1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 0101\ 1110 \text{ AND } 0011\ 0110)$
 $= 1010\ 0001 \text{ XOR } 0001\ 0110 = 1011\ 0111$

$w|m = 1010\ 0001 | 0011\ 0110 = 1011\ 0111$

$f = 0$

$x = w$

Réponse : $w \& mb$

car :

$w = 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1101\ 1110$
 $mb = 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1001\ 0000$

```

0000 0000 0000 0000 0000 0000 1101 1110
& 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1001 0000
0000 0000 0000 0000 0000 0000 1001 0000

```

$m = 189 = 1011\ 1101$

$w = 164 = 1010\ 0100$

$189 - 128 = 61 - 32 = 29 - 16 = 13 - 8 = 5 = 4 = 1 - 1 = 0$

$164 - 128 = 36 - 32 = 4 - 1 = 0$

$x = w = 1010\ 0100$

$w \text{ XOR } (x \text{ AND } m) = 1010\ 0100 \text{ XOR } (1010\ 0100 \text{ AND } 1011\ 1101)$
 $= 1010\ 0100 \text{ XOR } 1010\ 0100 = 0000\ 0000 = 0$

$mb = \text{NOT}(m) = \text{NOT}(1011\ 1101) = 0100\ 0010$

$w \ \& \ mb = 1010\ 0100 \ \& \ 0100\ 0010 = 0000\ 0000 = 0$

```

unsigned count(unsigned n){
// Complétez la fonction de comptage des bits à 1 optimisée afin de faire le moins d'itérations
possible.
// Pour cela utilisez une technique permettant de supprimer le bit de poids fort s'il est le seul à
1. Indication utiliser nm=n-1
// Par exemple si n=0x80, une seule itération est nécessaire
// Vous utilisez un opérateur bit à bit et les variables.
    unsigned res = 0,nm;
    while (n!=0){
        res = res + 1;
        nm = n-1;
        n =  ;
    }
    return res;
}

```

Réponse : $n = n \& nm$

$n = 128 = 1000\ 0000$

1^{ère} itération :

$nm = 127 = 0111\ 1111$

$n = 1000\ 0000 \& 0111\ 1111 = 0000\ 0000 = 0$

$n = 135 = 1000\ 0111$

1^{ère} itération :

$nm = 134 = 1000\ 0110$

$n = 1000\ 0111 \& 1000\ 0110 = 1000\ 0110$

2^{ème} itération :

$nm = 133 = 1000\ 0101$

$n = 1000\ 0110 \& 1000\ 0101 = 1000\ 0100 = 128 + 4 = 132$

3^{ème} itération :

$nm = 131 = 1000\ 0011$

$n = 1000\ 0100 \& 1000\ 0011 = 1000\ 0000 = 128$

4^{ème} itération :

$nm = 127 = 0111\ 1111$

$n = 1000\ 0000 \& 0111\ 1111 = 0000\ 0000$

Nous constatons qu'avec cette méthode, nous prenons moins d'itération que la version de base de la fonction permettant de compter les bits à 1, qui consiste en un SRL 1 avec la valeur n à chaque itération et $res = n \& 1$, ce qui fait passer en revue tous les bits de n .

Dans la version optimiser, le nombre d'itération correspond au nombre de bits à 1.

```

unsigned reverse(unsigned n){
// Complétez la fonction qui inverse l'ordre des bits
// Inversion de bit 0 <=> bit 31, bit 1 <=> bit 30.
// Vous utiliserez les opérateurs bits à bits, les variables et une constante décimale
    int cpt;
    unsigned res=0;
    for(cpt=0; cpt<32; cpt++){
        res= (res << cpt) ✖ + (n & 1) ✔
        n = n >> 1;
    }
    return res;
}

```

Réponse : $(res \ll cpt) + (n \& 1)$

car $cpt = 0$, donc res ne fera aucun décalage et on y ajoutera le bit tout à droite.

On fait ensuite un décalage à droite de 1 à n .

Puis lorsque $cpt = 1$, alors on fait un décalage à gauche de 1 à res et on y placera le bit le plus à droite.

Et ainsi de suite...

```

int main(){
    unsigned N1=222,N2=111;
    int N3=-22;
    // %x affichage hexadécimal, %d affichage décimal
    printf("N1 = 0x%x\n",N1); // Valeur hexadécimale affichée 0x DE ✓
    printf("N2 = 0x%x\n",N2); // Valeur hexadécimale affichée 0x 6F ✓
    printf("N1 & N2 = 0x%x\n",N1&N2); // Valeur hexadécimale affichée 0x 4E ✓
    printf("N1 | N2 = 0x%x\n",N1|N2); // Valeur hexadécimale affichée 0x FF ✓
    printf("N1 ^ N2 = 0x%x\n",N1^N2); // Valeur hexadécimale affichée 0x B1 ✓
    printf("N1 >> 1 = 0x%x\n",N1>>1); // Valeur hexadécimale affichée 0x 6F ✓
    printf("N3 = 0x%x\n",N3); // Valeur hexadécimale 32 affichée 0x FFFFFFFEA ✓
    printf("N3>>1 = 0x%x\n",N3>>1); // Valeur hexadécimale 32 affichée 0x FFFFFFF5 ✓
    printf("foo0(1,N2,N1) = 0x%x\n",foo0(1,N2,N1)); // Valeur hexadécimale affichée 0x FF ✓
    Dans ce cas le fonction foo0 affiche deux valeurs => s = 0x FFFFFFFF ✓ x = 0x FFFFFFF21 ✓
    printf("foo0(0,N2,N1) = 0x%x\n",foo0(0,N2,N1)); // Valeur hexadécimale affichée 0x 90 ✓
    Dans ce cas le fonction foo0 affiche deux valeurs => s = 0x 0 ✓ x = 0x DE ✓
    printf("foo1(1,N2,N1) = 0x%x\n",foo1(1,N2,N1)); // Même résultat que foo0
    printf("foo1(0,N2,N1) = 0x%x\n",foo1(0,N2,N1)); // Même résultat que foo0
    printf("foo2(1,N3,N1) = %d\n",foo2(1,N3,N1)); // Valeur décimale affichée -2 ✓
    printf("foo2(0,N3,N1) = %d\n",foo2(0,N3,N1)); // Valeur décimale affichée 20 ✓
    printf("count(0xC0000000)=%d\n",count(0xC0000000)); // Affiche 3
    printf("reverse(0xC0000001)=0x%x\n",reverse(0xC0000001)); // Valeur hexadécimale affichée 0x 80000003 ✓
    printf("reverse(0x80000003)=0x%x\n",reverse(0x80000003)); // Valeur hexadécimale affichée 0x C0000001 ✓
    return 0;
}

```

N1 = 222 = 1101 1110

N2 = 111 = 0110 1111

N3 = -22

N1 en hexadécimal :

13 → D

14 → E

222 = 13 * 16 + 14

13 = 0 * 16 + 13

Réponse : 0xDE

N2 en hexadécimal :

6

15 → F

$$111 = 6 * 16 + 15$$

$$6 = 0 * 16 + 6$$

Réponse : 0x6F

N1 & N2 :

1101 1110

& 0110 1111

0100 1110

4

14 → E

Réponse : 0x4E

N1 | N2 :

1101 1110

| 0110 1111

1111 1111

15 → F

Réponse : 0xFF

N1 ^ (XOR) N2

1101 1110
^ 0110 1111
1011 0001

11 → B

1

Réponse : 0xB1

N1 >> (SRL) 1

1101 1110 >> 1 = 0110 1111

Réponse : 0x6F

N3 en hexadécimal :

22 = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 0110

-22 = ~(22) + 1 (Complément à 2) =

1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1001 + 1 = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1010

Réponse : 0xFFFFFEA

14 → E

10 → A

N3 >> 1 :

Attention :

int → SRA

unsigned → SLL

1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1010 >> 1 = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 0101

Réponse : 0xFFFFFFFF5

f = 0

w = 222 = 1101 1110

s = NOT(0) + 1 = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 + 1 = 0

x = s XOR w = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 XOR 1101 1110 = 1101 1110 = 222

m = 111 = 0110 1111

w XOR (x AND m) = 1101 1110 XOR (1101 1110 AND 0110 1111) = 1101 1110 XOR 0100 1110 = 1001 0000 = 90

f = 1

w = 222 = 1101 1110

s = NOT(1) + 1 = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 + 1 = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 → C'est la représentation binaire de -1.

x = s XOR w = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 XOR 1101 1110 = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0001 → C'est la représentation binaire de -222 (-255 + 33 = -222) = FFFFFFF21

m = 111 = 0110 1111

w XOR (x AND m) = 1101 1110 XOR (1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0001 AND 0110 1111) = 1101 1110 XOR 0010 0001 = 1111 1111

```
int foo2(int f,int m,int w){
```

```
// Même fonction que foo0 sur les nombres entiers signés
```

```
    int x = (-f) ^ w;
```

```
    return w ^ (x & m) ;
```

```
}
```

f = 1

x = -1 XOR 222

x = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 XOR 1101 1110

x = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0001

1101 1110 XOR (1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0001 AND 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1010)

= 1101 1110 XOR 1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0000

= 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110

1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0001

AND 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1010

1111 1111 1111 1111 1111 1111 0010 0000

Réponse : $-1 - 1 = -2$

f = 0

x = -0 XOR 222

x = 0000 0000 XOR 1101 1110

x = 1101 1110

1101 1110 XOR (1101 1110 AND 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1010)

= 1101 1110 XOR 1100 1010

= 0001 0100

0000 0000 0000 0000 0000 0000 1101 1110

AND 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1010

0000 0000 0000 0000 0000 0000 1100 1010

Réponse : $16 + 4 = 20$

reverse(0xC0000001)

C → 12 = 1100

1 = 0001

1100 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001

Bit 0 → bit 31 et bit 31 → bit 0

Etc...

Réponse : 1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0011 = 0x80000003

Reverse(80000003)

1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0011

Bit 0 → bit 31 et bit 31 → bit 0

Etc...

Réponse : 1100 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 = C0000001

12 → C

Exercice 2)

Exercice 2 : Complétez le circuit ci-dessous réalisant l'opération effectuée par la fonction foo0

?1 NON

?2 +

?3 XOR

?4 ET

?5 XOR

\$v0 0 (valeur décimale)

\$v1 1 (valeur décimale)

Il suffisait de lire le code de la fonction foo0 :

$s = (\sim f) + 1 ; \rightarrow \text{NOT}(f) + 1$

$\text{unsigned } x = s \wedge w ; \rightarrow s \text{ XOR } w$

$\text{return } w \wedge (x \& m) ; \rightarrow w \text{ XOR } (x \text{ AND } m)$