LID – TL, Devoir 1

Olga Kouchnarenko

1 Calculer une grammaire sans production vide (2 points)

Calculer une grammaire sans production vide (sauf éventuellement $S' \to \epsilon$) équivalente à la grammaire suivante : $G = (\{S, A, B, C\}, \{x, y\}, S, R)$ avec R donné par

$$\{ \quad \begin{array}{l} S \to ABC \\ A \to BB \mid x \\ B \to CA \mid \epsilon \\ C \to AC \mid yB \quad \} \end{array}$$

2 Donner un automate d'états fini (3 points)

Soit L le langage sur $V = \{a, b\}$ contenant tous les mots α qui contiennent au moins une fois au moins deux lettres b consécutives.

1. Proposer une expression régulière correspondant à L.
2. Définir et dessiner un automate reconnaissant le langage L.
3. Donner un automate déterministe reconnaissant le langage L.
4. Est-ce que cet automate est complètement spécifié ? Justifier la réponse.

3 Minimiser un automate (4 points)

Soient $V = \{a, b\}$ un vocabulaire et $\mathcal{A} = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, q_0, \to, \{q_3, q_4\})$ un automate sur V avec la fonction de transition $\to$ suivante :
$\to (q_0, a) = \{q_1\}$; $\to (q_0, b) = \{q_2\}$;
$\to (q_1, a) = \{q_1\}$; $\to (q_1, b) = \{q_3\}$;
$\to (q_2, a) = \{q_2\}$; $\to (q_2, b) = \{q_4\}$;
$\to (q_3, a) = \{q_2\}$; $\to (q_3, b) = \{q_4\}$;
$\to (q_4, a) = \{q_1\}$; $\to (q_4, b) = \{q_3\}$.

1. Dessiner l'automate $\mathcal{A}$.
2. Donner un automate minimal $\mathcal{A}_{min}$ équivalent à l'automate $\mathcal{A}$.
3. Donner une grammaire G telle que $L(G) = L(\mathcal{A}_{min})$.
4. Dessiner un automate dont le langage est $L(\mathcal{A}).L(\mathcal{A})$, la concaténation de $L(\mathcal{A})$ avec lui-même sur $V = \{a, b\}$.

4 De la grammaire sous forme normale de Greibach vers un automate à pile simple (5 points)

1. Calculer une grammaire sous forme normale de Greibach (FNG) équivalente à la grammaire suivante : $G = (\{S, A, B, C, \}, \{x, y\}, S, R)$ avec R donné par

$$\left\{ \begin{array}{l} S \to ABC \mid BA \\ A \to AyC \mid xBC \\ B \to CC \mid \epsilon \\ C \to Cx \mid yB \end{array} \right\}$$

2. Définir un automate à pile simple associé à la grammaire sous forme normale de Greibach (FNG).

5 Sur l'analyse syntaxique descendante (6 points)

Soit $G = (\{X, Y, Z\}, \{a, b\}, X, R)$ une grammaire avec R donné par

$$\left\{ \begin{array}{l} X \to aYbX \mid bZaX \mid \epsilon \\ Y \to aYbY \mid \epsilon \\ Z \to bZaZ \mid \epsilon \end{array} \right\}$$

1. Construire pour cette grammaire les relations *premier*, *suivant* et la table d'analyse M.
2. En fonction des résultats précédents, peut-on dire si la grammaire proposée est analysable par la procédure de l'analyse descendante $LL(1)$ en lisant un caractère à l'avance ?
3. Si la grammaire G est $LL(1)$, dérouler l'algorithme d'analyse syntaxique descendante sur le mot $aabb$ en recopiant et complétant le tableau suivant :

Contenu de la pile	Reste du mot à lire	Règle utilisée, ou "lecture"
$\sharp X$	$aabb\sharp$	$X \to aYbX$
$\sharp XbYa$	$aabb\sharp$	lecture

   Il est à noter que la pile est écrite de la droite vers la gauche, c.-à-d. le sommet de pile est le premier symbole à droite.

4. Dessiner l'arbre de dérivation issu de cette analyse.

6 Analyse syntaxique ascendante (exercice facultatif)

Soit $G = (\{A, B\}, \{a, b, c, d\}, A, R)$ une grammaire avec l'ensemble R des règles de production suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} A \to aBb \mid adc \mid bBc \mid bdd \\ B \to d \end{array} \right\}$$

1. Pour cette grammaire G, déterminer si elle est $SLR(1)$, $LR(1)$ ou $LALR(1)$. (Ajouter un nouvel axiome à la grammaire, si nécessaire).
2. Dérouler l'algorithme d'analyse syntaxique ascendante sur le mot bdc.