Universidad Nacional de Colombia
Simulación de sistemas 30037331
Septiembre 12 2017
Primer examen parcial

Bienvenidos al primer examen parcial de Simulación de Sistemas. Esta prueba evaluará su dominio de las técnicas básicas de simulación de Montecarlo, generación de números aleatorios y de observaciones de variables aleatorias.

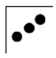
En la última hoja de este tema encontrará todas las fórmulas y tablas que se requieren para responder el examen; únicamente necesita calculadora, lápiz y borrador.

Por favor, lea con atención y responda las siguientes preguntas:

1. 10 puntos. Respecto a la siguiente fórmula:

   $n_{i+1}=(a*n_i + b) \bmod m$

   a. ¿Para qué sirve? ____
   b. ¿Qué es n_0? ____
   c. ¿Cuál es el módulo? ____
   d. ¿Qué afectan a, b, m? ____

2. 20 puntos. Un par de dados está cargado de forma que la probabilidad de que caiga una de las caras del dado es proporcional al número de puntitos en dicha cara. Por ejemplo, la probabilidad de que salga  es proporcional a 3. Escriba una función que simule el resultado de lanzar este par de dados cargados. Suponga que dispone de la función RND() que genera números aleatorios. Sugerencia: sólo tiene que programar el lanzamiento de un dado cargado.

3. 30 puntos. Considere la siguiente secuencia de números seudoaleatorios Ui

0.7442	0.3953	0.7209	0.8837	0.4651
0.2558	0.6512	0.3488	0.6977	0.3721
0.2093	0.6279	0.8372	0.4419	0.7442
0.3953	0.7209	0.8837	0.4651	0.2558

   Determine si esta secuencia cumple con las propiedades deseadas en los números seudoaleatorios. Debe realizar sólo una prueba por propiedad y definir las propiedades.

4. 40 puntos. El tiempo hasta que un componente sale de servicio se distribuye como uniforme entre 0 y 8 horas. Hay dos componentes en serie y el sistema sale de servicio cuando alguno de los componentes se daña. Si xi i=1, 2 representa los tiempos de servicio de los componentes, Y=min(x1, x2) representa el tiempo de servicio del sistema. Simule este sistema por 48 horas y encuentre el promedio del tiempo de servicio en el sistema, así como un intervalo de confianza para este. Nota: use la función RND() de su calculadora.

INFORMACIÓN

χ_0^2

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^{M} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \sim \chi_{M-1}^2,$$

Las diferencias absolutas D+, D-

D+ = MAX $\{i/N-R(i)\}$
$1<=i<=N$

D- = MAX $\{R(i) - (i-1)/N\}$
$1<=i<=N$

D = max(D+, D-) ~ kolmogorov-Smirnov

En una secuencia verdaderamente aleatoria:

a: número de corridas hacia arriba o abajo

$\mu_a = (2N-1)/3$

$\rho_a^2 = (16N-29)/90$

para N>20 a~ N

$z_0 = (a- \mu_a)/ \rho_a^2$

$z_0 = (a- (2N-1)/3)/sqr((16N-29)/90)$~ N(0,1)

n_1 observaciones por encima media

n_2 observaciones por debajo media

b corridas totales

$N=n_1+n_2$ máx. Número de corridas

1 mín. Número de corridas

La media y varianza de una secuencia verdaderamente independiente son

$u_b =$ $(2n_1 n_2)/N + 1/2$

$s_b^2 =$ $[2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - N)]/[N^2(N-1)]$

para n_1, o n_2 >20, b~N(ub, s^2_b) y $Z_0 = (b-u_b)/s_b$

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a}, \quad x \in (a,b)$$

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \ x > 0$$

$$\text{Xbar}=(1/\text{n}) \sum_{i=1,..,n} \text{xi}$$

$$s = \left\{ \left[\sum_{i=1,...,n} (Xi - Xbar)^2 \right] /(n-1) \right\}^{1/2}$$

$$t = \frac{Xbar - \mu}{s/n^{1/2}}$$

se distribuye según una t de Student con n-1 grados de libertad: