

1、一般思路

当我们在求预测值的时候，往往输入部分含有多个特征值，比如 $x_0 x_1 x_2 x \dots$ ，而参数值也有多个 $\theta_0 \theta_1 \theta_2 \theta \dots$ ，我们利用 $h_{\theta}(x) = \theta_0 x_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \dots$ 可能会选择利用 for 获知 while 循环，然而 Octave 提供了向量化的运算思想，可以利用 $X^T * \theta$ 快速得到结果，这比我使用 for 循环不仅省时，而且由于科学计算器件对矩阵运算的强大支持，使得其运算速度比单纯的 for 循环快上好几倍！以下两种计算过程展现出了它们的区别。

Unvectorized implementation

```
→ prediction = 0.0;  
→ for j = 1:n+1,  
    prediction = prediction +  
                  theta(j) * x(j)  
end;
```

for 运算

Vectorized implementation

```
→ prediction = theta' * x;
```

向量化运算

2、梯度下降算法中矩阵运算的应用

A、计算代价差

代价差计算简化公式， $\text{cost} = \frac{1}{2m} \text{sum}((X \cdot \theta - y).^2)$

B、参数值的更新

以往我们同步更新参数值，可能得像这样

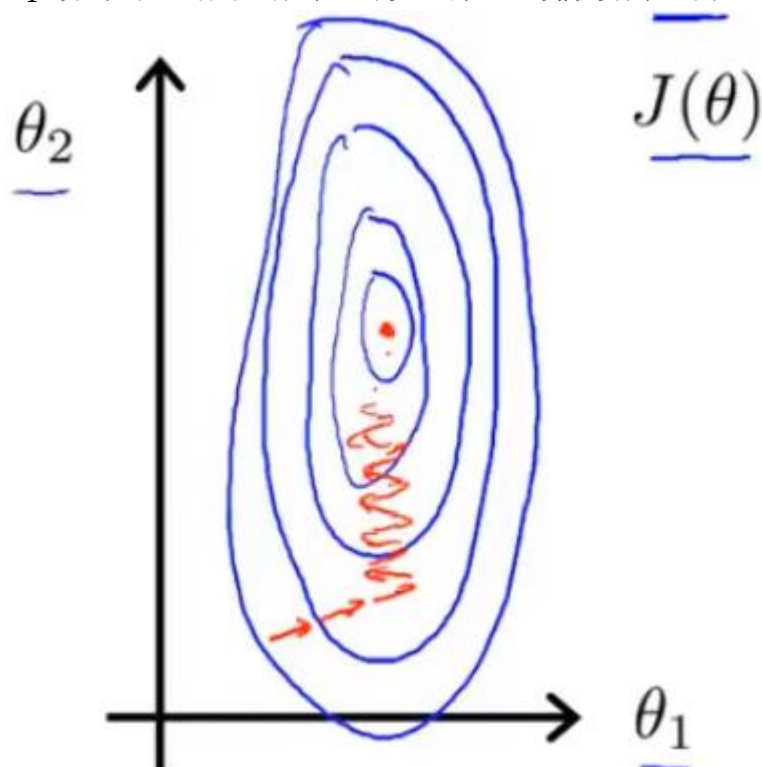
$$\begin{aligned}\theta_0 &:= \theta_0 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_0^{(i)} \\ \theta_1 &:= \theta_1 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_1^{(i)} \\ \theta_2 &:= \theta_2 - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_2^{(i)}\end{aligned}$$

运用向量化方法，我们可以使得上述过程简化为如下式子 $\theta = \theta - \alpha \delta$,

$\delta = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x^{(i)}$ ，这样一来，我们便可使用这样一个简单的式子迅速更新所有的参数值了。观察式子， $\theta = \theta - \alpha \frac{1}{m} X' * (y_{pred} - y)$ 成为了我们最终想要的式子，与原来相比，新的式子更加整洁，但过于抽象，会使第一次看到它的人思考半天。

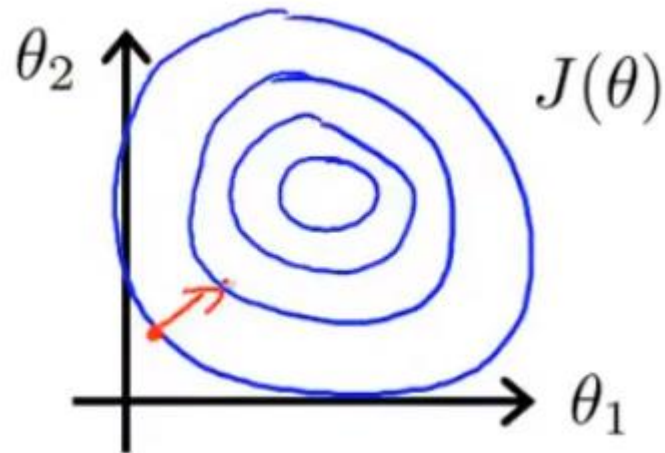
3、特征值缩放

举个例子，来看有两个参数值的预测函数，根据房屋面积、卧室数量预测房价，假如房屋面积为 1~2000 m²，房屋数量为 1~5，那么此时画出来的代价等值线可能是这样的，图像随 θ_1 变化而剧烈变化，它的一点改动，就可以使 J 值变化巨大，因此在梯度下降算法中， θ_1 的值变化也将最剧烈，因为它有更大的偏导数，所以整个图像收敛过



程看起来就像图上这样，十分缓慢。

因此，引入了特征值缩放这一概念，上例中，房屋面积为 $1\sim 2000\text{ m}^2$ ，房屋数量为 $1\sim 5$ ，我们将它分别除以 2000 和 5，这样一来，图像可能会变成这样，不过，不用担



心我们对特征值的改变，它不会影响将来对待测数据的预测，只是将整个拟合过程变得快速合理许多。

4、均值归一化

对一特征值，若 $\bar{x} = 1000$ ， $\max(x) - \min(x) = 500$ ，则令 $X_i = \frac{x_i - 1000}{500}$ ($i = 1:m$)，分母部分可以换成标准差或是方差，不一定是极大值与极小值的差。