

1. Вероятность безотказной работы в течении гарантийного срока для телевизоров первого типа равна 0,9, второго типа – 0,7, третьего типа – 0,8. Составьте закон распределения СВ  $X$  – числа телевизоров, проработавших гарантийный срок, среди трех телевизоров разных типов. Постройте полигон распределения. Найдите функцию распределения и постройте ее график. Вычислите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ  $X$ . (Отв.  $M(X) = 2,4$ ;  $D(X) = 0,46$ )

2. Дискретная СВ  $X$  задана законом распределения:

$X$	1	3	5	7	9
$p$	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

Найдите математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, функцию распределения СВ  $X$  и постройте ее график. Найдите вероятности событий  $\{X < 5\}$ ,  $\{2 \leq X < 8\}$ .

3. НСВ  $X$  задана функцией плотности распределения: 
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]; \\ \sin x, & x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]. \end{cases}$$

Найдите математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение СВ  $X$ .

4. НСВ  $X$  задана функцией плотности распределения: 
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0; 2]; \\ a(2x+3), & x \in [0; 2]. \end{cases}$$

Найдите а) неизвестный параметр  $a$ ; б) интегральную функцию распределения в) вероятность попадания СВ  $X$  в интервал  $(0; 1)$ ; г) постройте графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

5. НСВ  $X$  задана функцией распределения: 
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ C(x^2 + x), & 0 \leq x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найдите а) неизвестный параметр  $C$ ; б) дифференциальную функцию распределения; в) вероятность попадания СВ  $X$  в интервал  $(0; 1)$ ; г) постройте графики функций  $f(x)$  и  $F(x)$ .

6. СВ  $X$  подчинена закону Пуассона с математическим ожиданием  $MX = 3$ . Найдите вероятность того, что СВ  $X$  примет значение, меньшее, чем ее математическое ожидание.

7. Рост взрослых мужчин является СВ  $X$ , распределенной по нормальному закону с математическим ожиданием  $a = 175$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma = 10$ . Найти плотность вероятности этой СВ; вероятность того, что только один из трех наудачу выбранных мужчин будет иметь рост менее 180 см.

1. Что называют случайной величиной? Что называют дискретной случайной величиной; непрерывной случайной величиной?
2. Что называют законом (рядом) распределения ДСВ? Что называют полигоном (многоугольником) распределения ДСВ?
3. Что называют функцией распределения СВ? Перечислите ее основные свойства.
4. Что называют плотностью распределения вероятностей НСВ? Перечислите ее основные свойства.
5. Запишите формулы для нахождения математического ожидания дискретной и непрерывной СВ.
6. Перечислите основные свойства математического ожидания.
7. Что называют дисперсией СВ? Запишите формулы для нахождения дисперсии дискретной и непрерывной СВ.
8. Перечислите основные свойства дисперсии.
9. В каком случае ДСВ имеет биномиальное распределение? Приведите примеры таких случайных величин.
10. В каком случае ДСВ имеет распределение Пуассона? Приведите примеры таких случайных величин.
11. В каком случае ДСВ имеет геометрическое распределение? Приведите примеры таких случайных величин.
12. В каком случае НСВ имеет равномерное распределение? Постройте график функции  $f(x)$ . Приведите примеры таких случайных величин.
13. В каком случае НСВ распределена по показательному закону? Постройте график функции  $f(x)$ . Приведите примеры таких случайных величин.
14. Что называют функцией надежности? Что называют показательным законом надежности?
15. В каком случае НСВ имеет нормальный закон распределения? Постройте график функции  $f(x)$ . Приведите примеры таких случайных величин.
16. В чем заключается правило «трех сигм» для СВ  $X \sim N(a, \sigma)$ ?

*Доказать.*

17. Докажите, что функция распределения  $F(x)$  неубывающая.
18. Докажите, что  $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$ , где  $F(x)$  – функция распределения.
19. Докажите, что  $P(X = a) = 0$ , если  $X$  – непрерывная СВ.
20. Докажите что,  $MC = C$ ,  $C = const$ .
21. Докажите что,  $M(CX) = C \cdot MX$ ,  $C = const$ .
22. Докажите что,  $M(X - MX) = 0$ . Как называют СВ  $X - MX$ ?
23. Докажите что,  $DX = M(X^2) - (MX)^2$ .
24. Докажите что,  $DC = 0$ ,  $C = const$ .
25. Докажите что,  $D(CX) = C^2 \cdot DX$ ,  $C = const$ .

**26.** Докажите что для независимых СВ,  $D(X + Y) = DX + DY$ .

**27.** Докажите, что математическое ожидание ДСВ  $X$ , распределенной по биномиальному закону равно произведению числа испытаний на вероятность появления события в одном испытании.

**28.** Докажите, что дисперсия ДСВ  $X$ , распределенной по биномиальному закону равна произведению числа испытаний на вероятности появления и не появления события в одном испытании.

**29.** Докажите, что математическое ожидание ДСВ  $X$ , распределенной по закону Пуассона равно параметру  $\lambda$ .

**30.** Докажите, что дисперсия ДСВ  $X$ , распределенной по закону Пуассона равна параметру  $\lambda$ .

**31.** Найдите математическое ожидание ДСВ  $X$ , распределенной по геометрическому закону, если она принимает значения  $0, 1, 2, \dots$

**32.** Найдите математическое ожидание ДСВ  $X$ , распределенной по геометрическому закону, если она принимает значения  $1, 2, \dots$

**33.** Докажите, что дисперсия ДСВ  $X$ , распределенной по геометрическому закону и принимающей значения  $0, 1, 2, \dots$ , равна  $\frac{q}{p^2}$ , где  $p$  – вероятность успеха в одном испытании,  $q = 1 - p$ .

**34.** Докажите, что дисперсия ДСВ  $X$ , распределенной по геометрическому закону и принимающей значения  $1, 2, \dots$ , равна  $\frac{q}{p^2}$ , где  $p$  – вероятность успеха в одном испытании,  $q = 1 - p$ .

**35.** Докажите, что если  $X \sim R[a, b]$ , то на отрезке  $[a, b]$   $f(x) = \frac{1}{b-a}$ .  
Постройте график функции  $f(x)$ .

**36.** Найдите функцию распределения СВ  $X \sim R[a, b]$  и постройте ее график.

**37.** Найдите математическое ожидание СВ  $X \sim R[a, b]$ .

**38.** Найдите дисперсию СВ  $X \sim R[a, b]$ .

**39.** Найдите функцию распределения СВ  $X$ , имеющей показательное распределение и постройте ее график.

**40.** Найдите математическое ожидание СВ  $X$ , имеющей показательное распределение.

**41.** Найдите дисперсию СВ  $X$ , имеющей показательное распределение.

**42.** Проведите исследование и постройте график функции

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

**43.** Найдите математическое ожидание СВ  $X \sim N(a, \sigma)$ .

**44.** Найдите дисперсию СВ  $X \sim N(a, \sigma)$ .

**45.** Найдите вероятность попадания СВ  $X \sim N(a, \sigma)$  в интервал  $(\alpha, \beta)$ .