

Análisis de un mecanismo de mano protética y optimización de su estructura mediante algoritmos genéticos

Arroyo, Nicolás
Ingeniería Mecatrónica

Lima, Perú
nicolas.arroyo@utec.edu.pe

Flores, Del Piero
Ingeniería Mecatrónica

Lima, Perú
delpiero.flores@utec.edu.pe

Palma, Diego
Ingeniería Mecatrónica

Lima, Perú
diego.palma@utec.edu.pe

Solórzano, Renzo
Ingeniería Mecatrónica

Lima, Perú
renzo.solorzano@utec.edu.pe

Abstract—En el presente trabajo se realizó el análisis cinemático del mecanismo de una mano protética. A partir de ello, se obtuvo la posición, velocidad y aceleración del punto de interés del trabajo, el cual es el extremo del dedo. Asimismo, se realizó el análisis cinético del mecanismo, el cual permitió determinar el torque necesario para accionarlo. Además de ello, se realizó el modelo en 3D del mecanismo con el fin de determinar las propiedades físicas de este. A modo de comprobación, se realizaron las gráficas de la cinemáticas en el software Simscape. Finalmente, se utilizaron algoritmos genéticos para determinar las variables principales que influyen en la trayectoria del mecanismo.

Index Terms—Mano protética, Mecanismo, Algoritmos genéticos

I. INTRODUCCIÓN

Las prótesis biónicas son bastante utilizadas en la actualidad debido a que no solo permite cubrir una parte del cuerpo de forma estética, sino que también permiten imitar procesos biomecánicos [1]. Esto ha conllevado a una amplia investigación con la finalidad de obtener un sistema que pueda realizar estos tipos de procesos de la forma más natural posible. Por ejemplo, en [2] se contruyó una mano protética experimental llamada *Toronto/BloorviewMacMillan Hand (TBM Hand)*. Esta prótesis utiliza un mecanismo que caracteriza estéticamente los dedos de la mano humana. Asimismo, son capaces de simular el movimiento de flexión de un dedo. Sin embargo, para poder realizar movimientos que generen agarres adaptativos es necesario utilizar componentes mecánicos como resortes y engranajes. Otro ejemplo de este tipo de prótesis se realiza en [3]. En este caso se diseña y construye una mano protética de 3 dedos, por lo que su función está destinada a realizar solo movimientos como la apertura y cierre de una mano. Dichas investigaciones se centraron en el diseño y construcción de la mano protética; sin embargo, no se realizó un análisis mecánico del mecanismo. Tanto en [2] como en [3] se utilizó el mismo mecanismo para los dedos de la mano protética. En dichas proyectos se menciona que este mecanismo fue diseñado y elaborado en la universidad de Toronto, Canadá. Por este motivo, en diversas aplicaciones se le suele conocer como

mecanismo de Toronto, como en [4] y en este proyecto.

En el presente informe se realizará el análisis de dicho mecanismo, debido a que es uno de los modelos más utilizados en aplicaciones de manos protéticas, pues brinda la posibilidad de implementar tres falanges articuladas de forma sencilla y estética. Además de ello, este mecanismo requiere un solo motor para realizar su trayectoria, el cual puede ser conectado a distintas configuraciones que generen un movimiento lineal. Es decir, que para accionarlo es necesario utilizar un mecanismo que pueda transmitirle un movimiento horizontal. Por ello, en este trabajo se propuso utilizar un mecanismo tipo *slider-crank* para generar dicho movimiento.

El objetivo principal de este proyecto es analizar cuáles son las principales variables que determinan el movimiento del mecanismo, de esta forma hacer que estas variables sean manipulables para modificar la trayectoria a gusto del usuario. Para ello, solo es necesario enfocarnos en el mecanismo de uno de los dedos de la mano. Para ello, se dividió el proyecto en cuatro fases principales.

En la primera fase se realizó el marco teórico del presente informe. Este nos permitirá conocer los principales conceptos utilizados a lo largo del trabajo.

En la segunda fase se realizó el análisis cinemático y cinético del mecanismo de Toronto. Para el análisis cinemático, se utilizó el método numérico de Newton Raphson y sistemas matriciales. A partir de esto, se determinó la posición, velocidad y aceleración del extremo del dedo (punto de interés), lo que finalizó en la simulación de los mismos. Para el análisis cinético, se realizó el diseño en 3D del mecanismo con el fin de obtener las masas y momentos de inercia requeridos. En base a ello, se pudo calcular la distribución de fuerzas en el mecanismo cuando se aplica una fuerza externa. Estos cálculos se realizaron con la finalidad de poder visualizar la capacidad del mecanismo al realizar algunos movimientos de la mano humana y, además,

calcular el torque necesario para operarlo.

En una tercera fase se realizó la comprobación de los cálculos obtenidos en la primera fase. Para ello, se realizó la simulación del mecanismo en el software Simscape de MATLAB. Mediante esta simulación se pudo comprobar la posición, velocidad y aceleración de nuestro pin de interés.

En una cuarta fase, ya centrada en determinar los parámetros principales del mecanismo, se realizó la optimización por algoritmos genéticos, de tal manera que este siga distintas trayectorias. Esto se realizó con la finalidad de observar cuales fueron los parámetros que más influenciaban en el comportamiento del mecanismo y, por lo tanto, cuáles deberían ser las variables modificadas.

II. MARCO TEÓRICO

A. Mecanismo de Toronto

Este mecanismo está conformado por un total de 7 eslabones (incluyendo la tierra), 8 pines y un half slider, el cual es el encargado de generar el movimiento. En la Fig 1 se pueden observar 3 eslabones triangulares. Estos representan las falanges proximales, mediales y distales, y son los encargados de darle forma de dedo humano al mecanismo. Asimismo, se observa que el resto de eslabones son los encargados de generar el movimiento en el mecanismo. Estos se pueden descomponer en: un *slider-crank* y dos *fourbar linkage*.

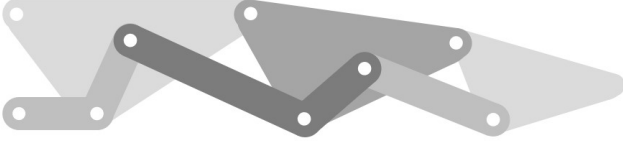


Fig. 1: Esquema del mecanismo de Toronto

Como se mencionó previamente, el mecanismo posee un grado de libertad, por lo que la posición de cada uno de los pines se puede determinar conociendo su ángulo de orientación. Sin embargo, el mecanismo de Toronto genera su movimiento mediante el movimiento de un *slider*, como se puede observar en Fig. 2. Este realiza un movimiento horizontal, por lo que la posición del mecanismo se define en base a la posición del *slider* y no por el ángulo de un motor.

Para facilitar el análisis del mecanismo se hará uso de un *slider-crank* adicional. Este se encargará de generar el movimiento lineal necesario para mover el mecanismo en función del ángulo de un motor.

B. Ecuación de Gruebler

El número de grados de libertad (DOF) en un mecanismo está determinado por el número de eslabones, el número y el tipo de uniones. De acuerdo con [5], el número de DOF se puede calcular en base (1).

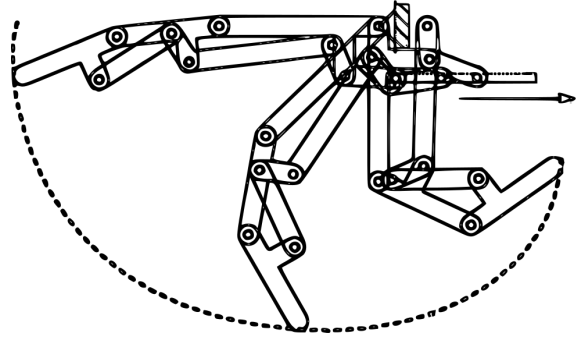


Fig. 2: Movimiento del mecanismo de Toronto generado por un *slider-crank* [4]

$$DOF = 3(L - 1) - 2(J_p + J_{fs}) - 1J_{hs} \quad (1)$$

Donde el número de eslabones (L) está conformado por los eslabones físicos y la tierra del mecanismo. Las uniones tipo pin (J_p) solo permiten rotar a los eslabones sobre uno de sus ejes. Las uniones tipo full slider (J_{fs}) solo permiten el desplazamiento en un solo eje, mientras que las uniones tipo half slider (J_{hs}) permiten la rotación y el desplazamiento en un solo eje.

C. Algoritmo de Newton-Raphson

El algoritmo de Newton-Raphson (NR) es un método numérico que nos permite solucionar ecuaciones de sistemas no lineales [6]. Para lograr esto parte de un valor inicial de las variables que varía, de forma iterativa, hasta que la ecuación de como resultado 0. El funcionamiento de este algoritmo se puede observar en el ejemplo práctico de la Fig. 3 [5], en esta se puede observar que para que la ecuación sea 0 el valor de la variable debe ser q^* . Sin embargo, como se desconoce este valor se hace la prueba con el valor q_1 y para hallar el siguiente valor se utiliza la ecuación (2).

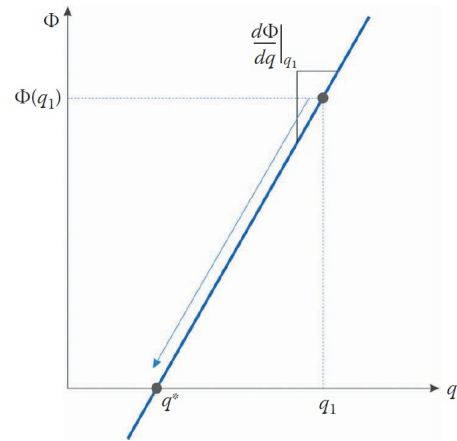


Fig. 3: Ejemplo de cómo se determina q^* (valor aproximado) mediante el método de NR

$$q_{i+1} = q_i - \frac{\Phi(q_i)}{\frac{d\Phi}{dq}|_{q_i}} \quad (2)$$

Este procedimiento se puede realizar de forma simultánea para un conjunto de ecuaciones no lineales, y para ello solo se debe modificar la variable por un arreglo de variables. Para poder establecer la ecuación (2) en un sistema matricial, la despejamos de tal manera que se obtiene la ecuación (3).

$$\frac{d\Phi}{dq}|_{q_i} \cdot \Delta q_i = -\Phi(q_i) \quad (3)$$

En (3) definimos J_i , tal que $J_i = \frac{d\Phi}{dq}|_{q_i}$, por lo que para hallar la variación de q_i ahora se utilizaría la ecuación mostrada en (4).

$$\Delta q_i = -J^{-1} \cdot \Phi(q_i) \quad (4)$$

Cabe mencionar que para representar el mecanismo se utilizaron vectores unitarios y normales. La definición de estos vectores se puede observar en (5).

$$\mathbf{e}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix}, \mathbf{n}(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (5)$$

De acuerdo con [5], un vector se puede representar en base a su módulo (r) y su orientación (θ), tal y como se muestra en (6).

$$\mathbf{r} = r\mathbf{e}(\theta) \quad (6)$$

D. Método de análisis de velocidad

De acuerdo con [5], se debe derivar (6) (vector de posición) con respecto al tiempo para hallar el vector velocidad. Al realizar ello se obtiene la ecuación (7), de la cual se puede observar que se requiere la variación del módulo del vector r (\dot{r}) y la velocidad angular (ω).

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}(\theta) + r\omega\mathbf{n}(\theta) \quad (7)$$

E. Método de análisis de aceleración

De manera análoga a la sección previa, y basándonos en [5], es posible realizar el análisis de aceleración derivando (7) (vector de velocidad) con respecto al tiempo. Al realizar ello, se obtiene la ecuación (8), de la cual se puede observar que se requiere la segunda derivada del módulo del vector r (\ddot{r}) y la aceleración angular (α).

$$\mathbf{a} = \ddot{r}\mathbf{e}(\theta) + 2r\omega\mathbf{n}(\theta) + r\alpha\mathbf{n}(\theta) - r\omega^2\mathbf{e}(\theta) \quad (8)$$

F. Diagrama de cuerpo libre

El Diagrama de Cuerpo Libre (DCL) es una representación gráfica en un sistema de coordenadas de las fuerzas y momentos que actúan en un cuerpo a través de vectores [5]. Se puede realizar un DCL tanto de un cuerpo como de un conjunto de cuerpos unidos entre sí. Un ejemplo de un DCL se muestra en la Fig. 4 .

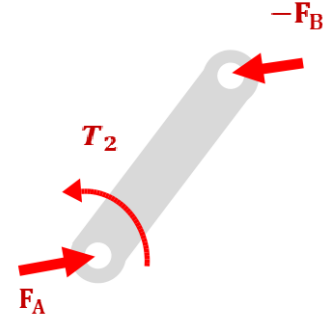


Fig. 4: Ejemplo del DCL de un eslabón

G. Segunda ley de Newton

La segunda ley de Newton relaciona la fuerza resultante en un cuerpo con la aceleración de este [5]. Esta se puede aplicar tanto a sistemas en traslación como sistemas en rotación, cuyo principio es el mismo. Las ecuaciones de la 2da Ley de Newton para traslación y rotación se muestran en (9) y (10), respectivamente.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \cdot \vec{a} \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{T}_i = I \cdot \vec{\alpha} \quad (10)$$

Donde se relacionan fuerza y torque con aceleración lineal y angular de forma respectiva. Estas ecuaciones serán de gran utilidad para realizar el análisis cinético.

H. Método de energía para análisis de fuerzas

Con el fin de comprobar que los cálculos realizados en el análisis cinético son correctos, se puede utilizar la ley de la conservación de la energía para este propósito. En [5] se explica que el trabajo realizado por los torques y las cargas externas debe coincidir con la variación total de energía cinética de los eslabones. No se considera energía potencial, ya que los mecanismos suelen trabajar en el plano horizontal. Este enunciado se representa en la ecuación (11).

$$W_{ext} = \Delta E_k \quad (11)$$

De esta afirmación se realiza un procedimiento (detallado en [5]) para obtener una relación entre la potencia de entrada y salida del mecanismo. Esta relación se define en (12).

$$P_{ext} = P_{kin} \quad (12)$$

donde:

$$P_{ext} = T_2\omega_2 + \mathbf{F}_p \cdot \mathbf{v}_p \quad (13)$$

$$P_{kin} = \sum_i (m_i \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{v}_i + I_i \alpha_i \omega_i) \quad (14)$$

En (13), T_2 representa el torque aplicado en un eslabon, que usualmente se aplica al crank del mecanismo; ω_2 es la velocidad angular del eslabon donde se aplica el torque, \mathbf{F}_p es un vector de fuerza que se aplica en el mecanismo y \mathbf{v}_p es la velocidad del punto donde se aplica la fuerza.

En (14), i es el i -ésimo eslabón del mecanismo; m es la masa del eslabón, \mathbf{a} y \mathbf{v} son los vectores de aceleración y velocidad del eslabón, respectivamente; I es la inercia con respecto al centro de masa del eslabón; y α y ω son la aceleración angular y velocidad angular del eslabón, respectivamente.

I. Algoritmos genéticos de optimización

El proceso de optimización consiste en determinar los valores de las variables que intervienen en un proceso o sistema para que el resultado sea el mejor posible [7]. Por lo general, en mecanismos se busca optimizar las posiciones de los pines y la trayectoria que siga alguno de los elementos del mecanismo. De esta forma, cuando se habla de *optimizar* se hace referencia a la modificación las variables que definen al mecanismo, con el objetivo de que se siga una trayectoria deseada, obteniendo un valor óptimo definida por la función de costo [7]. Algunas definiciones importantes a tener en cuenta, según [7], son las siguientes:

Función de costo: Representa el valor cuantitativo de la optimización del sistema, determina si las variables optimas disminuyen el problema. Es representada por (15).

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{i=0}^n [(P_{xi} - P_{xdi})^2 + (P_{yi} - P_{ydi})^2] \quad (15)$$

Variables: Es el conjunto de parámetros que definen el valor de la función de costo. Está representado por el vector \mathbf{X} y se muestra en (16).

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n] \quad (16)$$

Restricciones: Determinan las limitaciones que deben satisfacer cada una de las variables para acotar la cantidad de soluciones. Las restricciones pueden ser de cuatro tipos: Límites inferiores y superiores, ecuaciones de igualdad, ecuaciones de desigualdad y ecuaciones no lineales. Este conjunto de ecuaciones e inecuaciones se muestran a continuación:

$$\begin{aligned} LI &= \min[\mathbf{X}] \\ LS &= \max[\mathbf{X}] \\ A_{eq}\mathbf{X} &= b_{eq} \\ A_{ieq}\mathbf{X} &\leq b_{ieq} \\ NLC &= [h(\mathbf{X})] \end{aligned}$$

El algoritmo genético es una de las muchas estrategias de optimización existente cuyo funcionamiento está inspirado en la teoría evolutiva de selección natural. El diagrama de flujo del algoritmo utilizado se muestra en la Fig. 5:

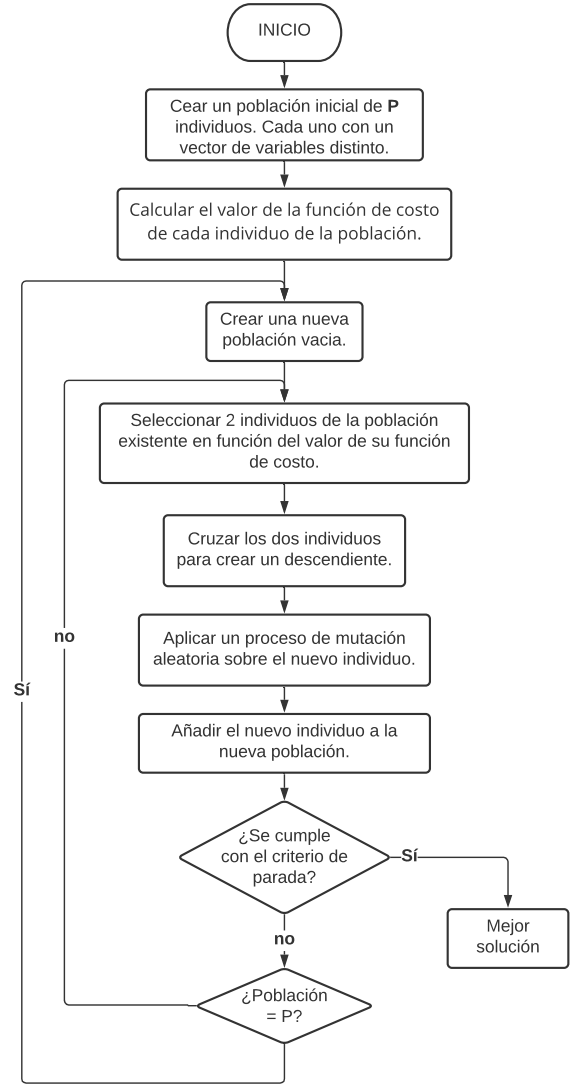


Fig. 5: Diagrama de flujo del algoritmo genético utilizado para la optimización del mecanismo

III. ANÁLISIS CINEMÁTICO

En esta sección se realizará el análisis cinemático del mecanismo. Esto incluye el análisis de posición, aceleración y velocidad de cada uno de los pines, para lo cual se utilizó el algoritmo de Newton-Raphson. Mediante esto se halló la trayectoria de cada uno de los pines y la velocidad y aceleración angular de cada uno de los eslabones. Además, a través de los parámetros hallados, se pudo calcular las velocidades y aceleraciones lineales de los pines, así como en el centro de masa de los eslabones que se calculará más adelante. En primer lugar, se hallarán los parámetros y las variables necesarias para realizar el análisis así como los vectores que representan el mecanismo. En segundo lugar, se mostrarán los cálculos iterativos de Newton-Raphson para hallar la posición. Finalmente, se mostrarán los cálculos nece-

sarios para determinar la velocidad y aceleración de nuestro punto de interés.

A. Parámetros del mecanismo

Los eslabones se pueden dividir en 2 secciones: los falanges y *linkers*. La primera está conformada por 3 eslabones triangulares que representan las falanges proximal, medial y distal. La segunda está conformada por los siguientes 3 eslabones que se encargan del movimiento del dedo. Como se puede observar en la Fig. 6 los 3 eslabones triangulares poseen 3 parámetros: longitud, altura y la distancia perpendicular con respecto al eje. También se puede observar los parámetros de longitud y ángulo de intersección del resto de los eslabones. Cabe mencionar que para el análisis se utilizó un slider crank adicional, que será el encargado de generar el movimiento lineal necesario para mover el dedo. Esto se hizo así para poder controlar el movimiento a través de un motor de revolución.

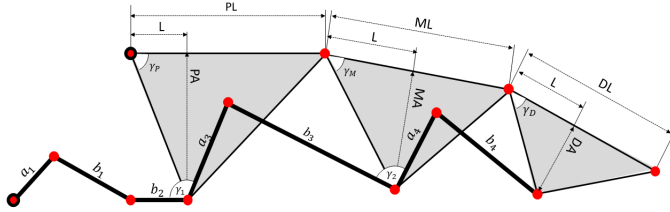


Fig. 6: Parámetros del mecanismo de Toronto

Los valores de los parámetros mostrados se encuentran en la Tabla I y fueron obtenidos de [4].

TABLE I: Parámetros del mecanismo

Parámetros	Medida	Unidades	Parámetros	Medida	Unidades
Longitud proximal (PL)	45	mm	Longitud b4	21	mm
Altura proximal (PA)	11	mm	Posición en x de J1 (x1)	-30	mm
Longitud medial (ML)	25	mm	Posición en y de J1 (y1)	0	mm
Altura medial (MA)	8	mm	Posición en x de J9 (x9)	0	mm
Longitud distal (DL)	21	mm	Posición en y de J9 (y9)	11	mm
Altura distal (DA)	6	mm	Ángulo en J4 (γ_1)	110	°
Distancia (L)	10	mm	Ángulo en J6 (γ_2)	110	°
Longitud a1	10	mm	Ángulo en J9 (γ_P)	47.73	°
Longitud b1	20	mm	Ángulo en J10 (γ_M)	38.66	°
Longitud b2	10	mm	Ángulo en J11 (γ_D)	30.96	°
Longitud a3	10	mm	Posición angular del crank	θ_2	rad
Longitud b3	41	mm	Velocidad angular del crank	ω_2	$\frac{rad}{s}$
Longitud a4	7	mm	Aceleración angular del crank	α_2	$\frac{rad}{s^2}$

Seguido de esto se establecieron los ángulos de cada uno de los eslabones con respecto al eje horizontal. Para ello, se inició con los ángulos de los eslabones que se encargan del movimiento del dedo y se culminó con los

que representan las falanges, tal y como se observa en la Fig 7.

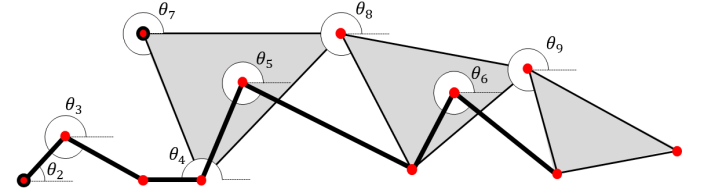


Fig. 7: Ángulos de referencia (con respecto al eje x) de cada uno de los eslabones

B. Análisis de posición

En primer lugar, se debe de establecer las ecuaciones que representan al mecanismo. Para esto se utilizaran vectores que siguen las orientaciones de cada uno de los eslabones, tal y como se observa en la Fig 8.

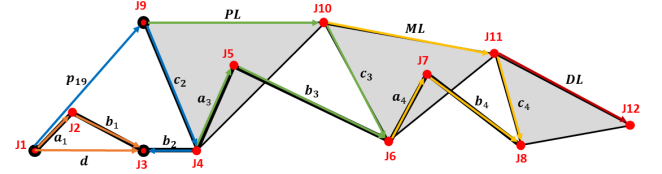


Fig. 8: Esquema vectorial del mecanismo para el análisis de posición

En base a la Fig 8, se definen las siguientes ecuaciones utilizando la representación de los vectores unitario y normales en (5):

$$a_1 \mathbf{e}_2 + b_1 \mathbf{e}_3 - d_1 \mathbf{e}_0 = \mathbf{0} \quad (17)$$

$$a_1 \mathbf{e}_2 + b_1 \mathbf{e}_3 - b_2 \mathbf{e}_4 - a_2 \mathbf{e}_7 - p_{19} \mathbf{e}_{19} = \mathbf{0} \quad (18)$$

$$a_1 \mathbf{e}_2 + b_1 \mathbf{e}_3 - b_2 \mathbf{e}_4 + a_3 \mathbf{e}_{45} + b_3 \mathbf{e}_5 - c_3 \mathbf{e}_8 - PL \mathbf{e}_{7\gamma_P} - p_{19} \mathbf{e}_{19} = \mathbf{0} \quad (19)$$

$$a_1 \mathbf{e}_2 + b_1 \mathbf{e}_3 - b_2 \mathbf{e}_4 + a_3 \mathbf{e}_{45} + b_3 \mathbf{e}_5 + a_4 \mathbf{e}_{5\gamma} + b_4 \mathbf{e}_6 - c_4 \mathbf{e}_9 - ML \mathbf{e}_{8\gamma} - PL \mathbf{e}_{7\gamma} - p_{19} \mathbf{e}_{19} = \mathbf{0} \quad (20)$$

Donde:

$$\mathbf{0} = [0 \ 0]^T \quad (21)$$

Además, se definió el siguiente vector de incógnitas:

$$\mathbf{q} = [\theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6 \ \theta_7 \ \theta_8 \ \theta_9 \ d_1] \quad (22)$$

A partir de las ecuaciones (17), (18), (19), (20) y (22), se define la matriz (23) que contiene dichas ecuaciones no lineales:

$$\Phi_{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} a_1 \mathbf{e}_2 + b_1 \mathbf{e}_3 - d_1 \mathbf{e}_0 \\ a_1 \mathbf{e}_2 + b_1 \mathbf{e}_3 - b_2 \mathbf{e}_4 - a_2 \mathbf{e}_7 - p_{19} \\ (19) \\ (20) \end{bmatrix} \quad (23)$$

El jacobiano de (23) se puede calcular derivando dicha matriz con respecto a (22). En base a ello, el jacobiano queda expresado como se muestra en (24).

$$\mathbf{J}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{e}_0 \\ \mathbf{J}_{21} & \mathbf{J}_{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{25} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{31} & \mathbf{J}_{32} & \mathbf{J}_{33} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{35} & \mathbf{J}_{36} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{41} & \mathbf{J}_{42} & \mathbf{J}_{43} & \mathbf{J}_{44} & \mathbf{J}_{45} & \mathbf{J}_{46} & \mathbf{J}_{47} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Donde:

$$\mathbf{J}_{11} = \mathbf{J}_{21} = \mathbf{J}_{31} = \mathbf{J}_{41} = b_1 \mathbf{n}_3$$

$$\mathbf{J}_{22} = -b_2 \mathbf{n}_4$$

$$\mathbf{J}_{25} = -a_2 \mathbf{n}_7$$

$$\mathbf{J}_{32} = \mathbf{J}_{42} = -b_2 \mathbf{n}_4 + a_3 \mathbf{n}_{\theta_4 - \gamma_1}$$

$$\mathbf{J}_{33} = b_3 \mathbf{n}_5$$

$$\mathbf{J}_{35} = -PL \mathbf{n}_{\theta_7 - \gamma_P}$$

$$\mathbf{J}_{36} = -c_3 \mathbf{n}_8$$

$$\mathbf{J}_{43} = b_3 \mathbf{n}_5 + a_4 \mathbf{n}_{(\theta_5 - \pi - \gamma_2)}$$

$$\mathbf{J}_{44} = b_4 \mathbf{n}_6$$

$$\mathbf{J}_{45} = -PL \mathbf{n}_{(\theta_7 + \gamma_P)}$$

$$\mathbf{J}_{46} = -ML \mathbf{n}_{(\theta_8 + \gamma_M)}$$

$$\mathbf{J}_{47} = -c_4 \mathbf{n}_9$$

$$\mathbf{0} = [0 \ 0]^T$$

Una vez que se calcularon los ángulos de orientación de cada eslabón en función del ángulo del slider crank externo se puede calcular la posición de cada uno de los pines en cada instante de tiempo. Pero nuestro punto de interés es J_{12} , debido a que puede considerarse como el efector final del dedo. La ecuación vectorial para calcular su posición se muestra en (25).

$$\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 + \mathbf{a}_3 + \mathbf{b}_3 + \mathbf{a}_4 + \mathbf{b}_4 - \mathbf{c}_4 + \mathbf{DL} = \mathbf{0} \quad (25)$$

Donde $\mathbf{0}$ se define como en (21).

Como se mencionó, el pin de interés es el extremo del dedo, por lo que en la Fig. 9 se muestra una gráfica de la simulación de su trayectoria. Como se puede observar, el extremo del dedo sigue una trayectoria fija, debido a las dimensiones que se escogieron. Esta trayectoria es tanto para cuando el dedo se encoge y se expande, es decir, cuando el crank (a1) da una revolución.

Asimismo, en la Fig. 10 se muestra las gráficas de la posición en x e y del pin J_{12} con respecto al ángulo del crank (θ_2). En dicha figura se puede observar que el pin inicia y termina su trayectoria en la coordenada (80, -2) mm. Con respecto a la posición en x , se observa que esta llega a su punto más bajo luego de que el motor del crank ha girado 180° y luego regresa a su posición inicial. Con respecto a la posición en y , se observa que esta llega a su posición más baja en 80° y 280° . Asimismo, es posible notar la simetría que poseen las gráficas con respecto a la recta vertical en $\theta_2 = 180^\circ$, es decir, las gráficas son funciones pares. Finalmente, es

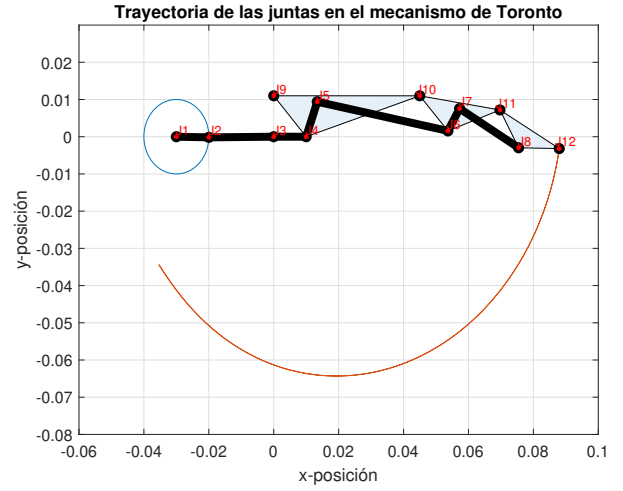


Fig. 9: Simulación de la trayectoria del punto de interés, el extremo del mecanismo (pin J12)

importante mencionar que las posiciones del punto de interés varía de forma suave, debido a que simulan la trayectoria de la prótesis de un dedo humano.

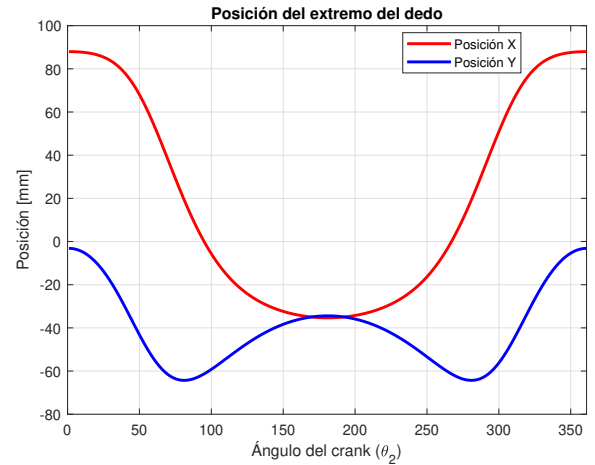


Fig. 10: Gráfica de la posición de P vs la posición angular del crank

C. Análisis de velocidad

Para obtener las ecuaciones que relacionan las velocidades angulares y lineales de cada pin se derivaron las ecuaciones (17), (18), (19), (20) de posición. En base a ello, se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$a_1 \omega_2 \mathbf{n}_2 + b_1 \omega_3 \mathbf{n}_3 - \dot{d}_1 \mathbf{e}_0 = \mathbf{0} \quad (26)$$

$$a_1 \omega_2 \mathbf{n}_2 + b_1 \omega_3 \mathbf{n}_3 - b_2 \omega_4 \mathbf{n}_4 - a_2 \omega_7 \mathbf{n}_7 = \mathbf{0} \quad (27)$$

$$a_1 \omega_2 \mathbf{n}_2 + b_1 \omega_3 \mathbf{n}_3 - b_2 \omega_4 \mathbf{n}_4 + a_3 \omega_4 \mathbf{n}_{45} + b_3 \omega_5 \mathbf{n}_5 - c_3 \omega_8 \mathbf{n}_8 - PL \omega_7 \mathbf{n}_{7\gamma} = \mathbf{0} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
& a_1\omega_2\mathbf{n}_2 + b_1\omega_3\mathbf{n}_3 - b_2\omega_4\mathbf{n}_4 + \\
& a_3\omega_4\mathbf{n}_{45} + b_3\omega_5\mathbf{n}_5 - c_4\mathbf{n}_{(\theta_9)} + a_4\omega_5\mathbf{n}_{5\gamma} + \\
& b_4\omega_6\mathbf{n}_6 - ML\omega_8\mathbf{n}_{8\gamma} - PL\omega_7\mathbf{n}_{7\gamma} = \mathbf{0}
\end{aligned} \quad (29)$$

Donde $\mathbf{0}$ se define como en (21) .

A partir de (26), (27), (28) y (29), se define el siguiente sistema matricial:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{B} \quad (30)$$

Donde x , nuestro vector de incógnitas, se define en (31):

$$\mathbf{x}^T = [\omega_3 \quad \omega_4 \quad \omega_5 \quad \omega_6 \quad \omega_7 \quad \omega_8 \quad \omega_9 \quad \dot{d}_1] \quad (31)$$

Asimismo, la matriz A es el jacobiano calculado anteriormente en (24), y la matriz B es la que se muestra en (32):

$$\mathbf{B} = [-a_1\omega_2\mathbf{n}_2 \quad -a_1\omega_2\mathbf{n}_2 \quad -a_1\omega_2\mathbf{n}_2 \quad -a_1\omega_2\mathbf{n}_2]^T \quad (32)$$

A partir de (30), despejamos x para encontrar los valores de nuestras incógnitas:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$$

Dado que las incógnitas fueron calculadas, es posible calcular las velocidades lineales de cada uno de los pines. Sin embargo, como se mencionó en las secciones previas, el extremo J_{12} es la posición de interés y la ecuación vectorial para calcular ello se define en (33):

$$\mathbf{v}_{J_{12}} = PL\omega_7\mathbf{n}_{7\gamma_P} + ML\omega_8\mathbf{n}_{8\gamma} + DL\omega_9\mathbf{n}_{12} \quad (33)$$

En la Fig.11 se puede observar las velocidades en los ejes x e y del pin extremo del dedo (J_{12}). En dicha imagen se puede observar que ambas funciones son impares (con respecto a la recta vertical en θ_2). Asimismo, se observa que en 0° , 180° y 360° la velocidad es 0. Además de ello, se indentifican algunos mínimos y máximos locales. En el eje x , la velocidad mínima ocurre en 70° y la velocidad máxima en 290° . En el eje y , por otro lado, el mínimo absoluto ocurre en 45° , el mínimo local en 250° , el máximo absoluto en 318° y el máximo local en 111° .

D. Análisis de aceleración

Análogamente, al igual que en la sección previa, al derivar las ecuaciones de velocidad se puede calcular las aceleraciones angulares de cada uno de los eslabones como. Las ecuaciones obtenidas se representan en un sistema matricial, cuya forma es:

$$\mathbf{Ax}_1 = \mathbf{D} \quad (34)$$

Donde x_1 , nuestro vector de incógnitas, se define como sigue:

$$\mathbf{x}_1^T = [\alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6 \quad \alpha_7 \quad \alpha_8 \quad \alpha_9 \quad \ddot{d}_1] \quad (35)$$

Asimismo, la matriz A es el jacobiano calculado anteriormente en (24), y la matriz D se muestra en (36):

$$\mathbf{D} = [D_{11} \quad D_{21} \quad D_{31} \quad D_{41}]^T \quad (36)$$

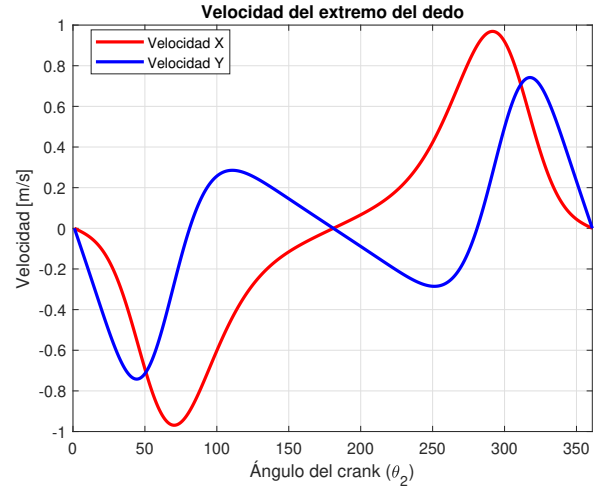


Fig. 11: Gráfica de velocidad del pin J_{12} vs la posición angular del crank

Donde:

$$D_{11} = a_1\alpha_2\mathbf{n}_2 + a_1\omega_2^2\mathbf{e}_{12} + b_1\omega_3^2\mathbf{e}_{23}$$

$$D_{21} = a_1\alpha_2\mathbf{n}_2 + a_1\omega_2^2\mathbf{e}_{12} + b_1\omega_3^2\mathbf{e}_{23} - b_2\omega_4^2\mathbf{e}_{43} - a_2\omega_7^2\mathbf{e}_{94}$$

$$\begin{aligned}
D_{31} = & a_1\alpha_2\mathbf{n}_2 + a_1\omega_2^2\mathbf{e}_{12} + b_1\omega_3^2\mathbf{e}_{23} - b_2\omega_4^2\mathbf{e}_{94} - a_3\omega_4^2\mathbf{e}_{45} \\
& - b_3\omega_5^2\mathbf{e}_{56} + c_3\omega_8^2\mathbf{e}_{106} + PL\omega_7^2\mathbf{e}_{910}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{41} = & a_1\alpha_2\mathbf{n}_2 + a_1\omega_2^2\mathbf{e}_{12} + b_1\omega_3^2\mathbf{e}_{23} - b_2\omega_4^2\mathbf{e}_{94} - a_3\omega_4^2\mathbf{e}_{45} \\
& - b_3\omega_5^2\mathbf{e}_{56} - a_4\omega_5^2\mathbf{e}_{67} - b_4\omega_6^2\mathbf{e}_{78} + ML\omega_8^2\mathbf{e}_{1011} \\
& + PL\omega_7^2\mathbf{e}_{910}
\end{aligned}$$

A partir de (34), despejamos x_1 para encontrar los valores de las aceleraciones:

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}$$

Dado que las incógnitas fueron calculadas, es posible calcular las aceleraciones lineales de cada uno de los pines. Sin embargo, como se mencionó en las secciones previas, el extremo J_{12} es el de interés y la ecuación vectorial para calcular su aceleración se muestra en (37):

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_{J_{12}} = & PL\alpha_7\mathbf{n}_{910} - PL\omega_7^2\mathbf{e}_{910} + ML\alpha_8\mathbf{n}_{11} - \\
& ML\omega_8^2\mathbf{e}_{11} + DL\alpha_9\mathbf{n}_{12} - DL\omega_9^2\mathbf{e}_{12};
\end{aligned} \quad (37)$$

En la Fig. 12 se puede observar la aceleración del extremo del dedo. En dicha figura se puede observar que ambas funciones son pares, es decir, presentan una simetría con respecto al eje vertical en $\theta_2 = 180^\circ$. Asimismo, se pueden observar algunos picos de aceleración en ambos ejes. Esto se da instantes antes de que el dedo empiece a detenerse y cuando el dedo trata de llegar nuevamente a su posición inicial.

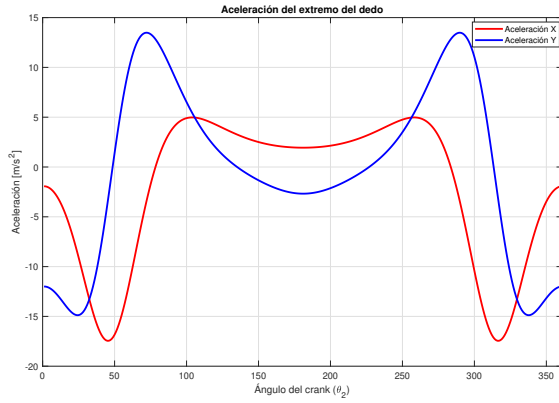


Fig. 12: Gráfica de la aceleración de P vs la posición angular del crank

IV. ANÁLISIS CINÉTICO

A. Modelado en Inventor

Para realizar un análisis cinético del mecanismo, es importante haber determinado ciertas propiedades físicas como la masa y momento de inercia de las uniones. La determinación de estos valores fue simplificada representando el mecanismo en el software Inventor. De esta forma, se llegó a la representación en la figura 13.

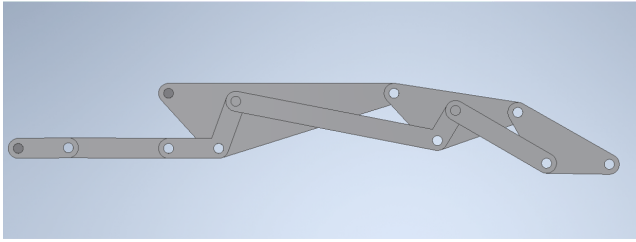


Fig. 13: Modelo 3D del mecanismo de Toronto representado en Inventor.

Para la obtención de esta representación, fue necesario construir cada pieza de forma individual. El material utilizado para la determinación de los valores fue plástico ABS, por ser un material muy utilizado para prótesis [4]. Esto es importante para el análisis cinético puesto que se pudo determinar las propiedades de cada elemento mostrados en la figura 8. Estos valores se muestran en la tabla II.

En cuanto al momento de inercia, el movimiento del mecanismo se da únicamente en un plano. Por ello, todos los miembros giran con respecto al eje saliente del plano de movimiento, el cual corresponde al eje x en el ensamble de Inventor, por lo que se ha determinado los momentos de inercia con respecto a este eje para cada pieza.

B. Diagramas de Cuerpo Libre

Para empezar el análisis cinético es importante; primero, realizar los diagramas de cuerpo libre de cada eslabón del

TABLE II: Propiedades físicas de los elementos

Nº de Eslabón	masa (g)	$I_{xx} (g \cdot mm^2)$
2	0.123	1.782
3	0.229	9.638
4	0.219	7.386
5	0.516	99.181
6	0.239	10.965
7	1.176	177.783
8	0.564	30.204
9	0.415	16.704

mecanismo a estudiar, de esta forma se identifican las fuerzas y torques que se presentan en cada uno de estos miembros. Estos diagramas se visualizan en la Fig. 14.

Cabe recalcar que se ha añadido la fuerza externa en el eslabón 9, cuya importancia se explica a continuación.

C. Selección de la fuerza externa

En el análisis cinético por realizar, se incorporó una fuerza externa en el punto J_{12} . Esta fuerza es importante puesto que pretende representar la reacción en el dedo cuando una persona sujeta algún objeto con la prótesis. Es necesario mencionar que se ha considerado la dirección de esta fuerza externa de forma perpendicular al falange distal; es decir, al vector que une los pines J_8 y J_{12} . Esto se debe a que al momento de sujetar un objeto con la mano, la fuerza se concentra principalmente en las yemas de los dedos. Por ello, la inclusión de esta fuerza externa permite simular de una forma más realista el comportamiento de un dedo así como se muestra en la Fig. 15).

Este análisis es relevante dado que una reacción externa no solo se presenta al momento de mantener un objeto con los dedos, sino que también actúa en otras acciones cotidianas como escribir en un teclado, hacer click a un mouse, tocar un piano, tocar un timbre, etc. Entonces, elegir una fuerza perpendicular supone una buena alternativa para probar el funcionamiento del mecanismo. Por último, el módulo elegido para esta fuerza es de 1 N para asegurar una correcta sujeción de un objeto ligero.

D. Análisis de Fuerzas

De los DCL se obtuvieron 25 incógnitas, de las cuales 24 eran los componentes de las fuerzas internas del mecanismo y 1 era el torque que debe aplicar el actuador para que todo el mecanismo pueda moverse. A partir de estos se debían hallar 25 ecuaciones para encontrar los valores numéricos de dichas incógnitas en una configuración específica del mecanismo. Se formaron las ecuaciones de sumatoria de fuerzas de (38) a (45), sumatoria de momentos de (46) a (53), y una ecuación extra debido a las propiedades del mecanismo en (54).

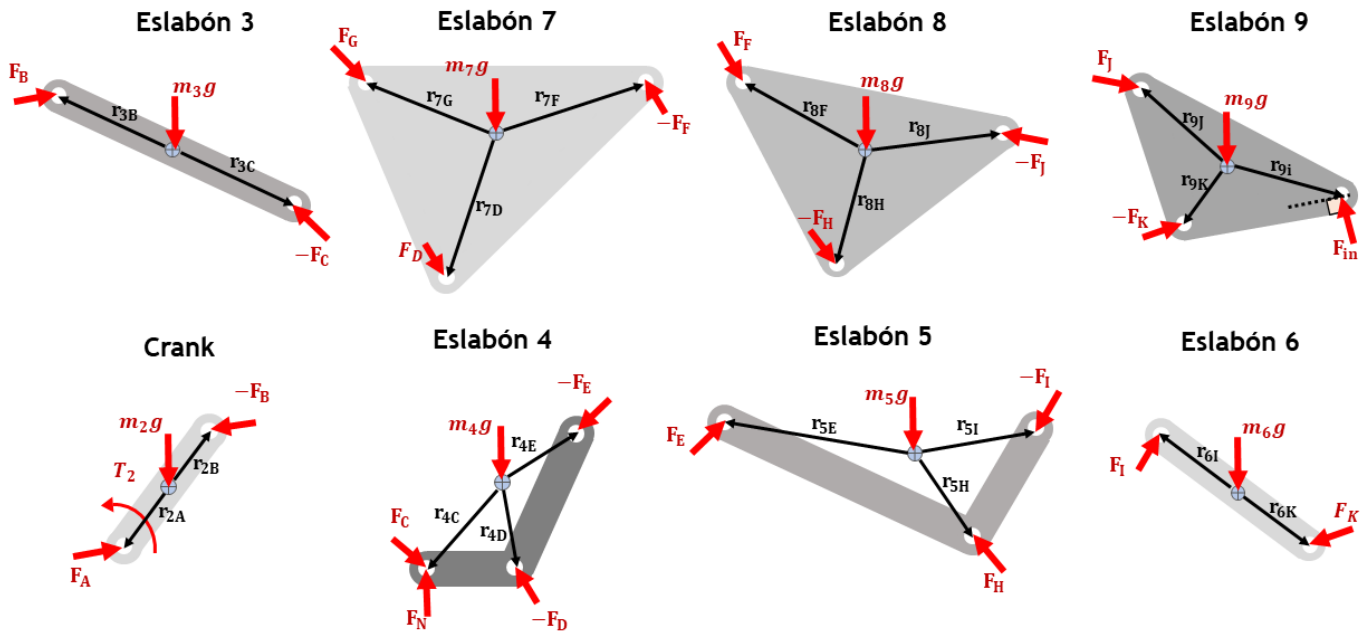


Fig. 14: Diagramas de cuerpo libre de cada eslabón del mecanismo



Fig. 15: Fuerza externa en un dedo índice real

- Sumatoria de fuerzas

$$\mathbf{F}_A - \mathbf{F}_B = m_2(\mathbf{a}_2 - \mathbf{g}) \quad (38)$$

$$\mathbf{F}_B - \mathbf{F}_C = m_3(\mathbf{a}_3 - \mathbf{g}) \quad (39)$$

$$\mathbf{F}_C + \mathbf{F}_N - \mathbf{F}_D - \mathbf{F}_E = m_4(\mathbf{a}_4 - \mathbf{g}) \quad (40)$$

$$\mathbf{F}_E - \mathbf{F}_H - \mathbf{F}_I = m_5(\mathbf{a}_5 - \mathbf{g}) \quad (41)$$

$$\mathbf{F}_I + \mathbf{F}_K = m_6(\mathbf{a}_6 - \mathbf{g}) \quad (42)$$

$$\mathbf{F}_D + \mathbf{F}_G - \mathbf{F}_F = m_7(\mathbf{a}_7 - \mathbf{g}) \quad (43)$$

$$\mathbf{F}_F + \mathbf{F}_H - \mathbf{F}_J = m_8(\mathbf{a}_8 - \mathbf{g}) \quad (44)$$

$$\mathbf{F}_J - \mathbf{F}_K = m_9(\mathbf{a}_9 - \mathbf{g}) - \mathbf{F}_{in} \quad (45)$$

- Sumatoria de momentos

$$s_{C4} \cdot \mathbf{F}_C + s_{N4} \cdot \mathbf{F}_N - s_{D4} \cdot \mathbf{F}_D - s_{E4} \cdot \mathbf{F}_E = I_4 \alpha_4 \quad (46)$$

$$s_{A2} \cdot \mathbf{F}_A - s_{B2} \cdot \mathbf{F}_B + T_2 = I_2 \alpha_2 \quad (47)$$

$$s_{B3} \cdot \mathbf{F}_B - s_{C3} \cdot \mathbf{F}_C = I_3 \alpha_3 \quad (48)$$

$$s_{E5} \cdot \mathbf{F}_E - s_{H5} \cdot \mathbf{F}_H - s_{I5} \cdot \mathbf{F}_I = I_5 \alpha_5 \quad (49)$$

$$s_{I6} \cdot \mathbf{F}_I + s_{K6} \cdot \mathbf{F}_K = I_6 \alpha_6 \quad (50)$$

$$s_{D7} \cdot \mathbf{F}_D + s_{G7} \cdot \mathbf{F}_G - s_{F7} \cdot \mathbf{F}_F = I_7 \alpha_7 \quad (51)$$

$$s_{F8} \cdot \mathbf{F}_F + s_{H8} \cdot \mathbf{F}_H - s_{J8} \cdot \mathbf{F}_J = I_8 \alpha_8 \quad (52)$$

$$s_{J9} \cdot \mathbf{F}_J - s_{K9} \cdot \mathbf{F}_K = I_9 \alpha_9 - s_{in9} \cdot \mathbf{F}_{in} \quad (53)$$

- Consideraciones del mecanismo

$$\mathbf{F}_N \cdot \mathbf{e}_0 = 0 \quad (54)$$

Donde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Además:

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_2 & -\mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & -\mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & -\mathbf{U}_2 & -\mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & \mathbf{U}_2 & -\mathbf{U}_2 & \mathbf{U}_2 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_{21} \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_{21} \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_{21} \\ -\mathbf{U}_2 & -\mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_{21} \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_{21} \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_{21} \\ \mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & -\mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_{21} \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{U}_2 & -\mathbf{U}_2 & \mathbf{O}_2 & \mathbf{O}_{21} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{21} &= \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{A2}^T & -\mathbf{s}_{B2}^T & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{B3}^T & -\mathbf{s}_{C3}^T & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{C4}^T & -\mathbf{s}_{D4}^T & -\mathbf{s}_{E4}^T & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{E5}^T & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{D7}^T & \mathbf{O}_{12} & -\mathbf{s}_{F7}^T & \mathbf{s}_{G7}^T \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{F8}^T & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} \end{bmatrix} \\
\mathbf{A}_{22} &= \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & 1 \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & 0 \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{N4}^T & 0 \\ -\mathbf{s}_{H5}^T & -\mathbf{s}_{I5}^T & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & 0 \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{I6}^T & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{K6}^T & \mathbf{O}_{12} & 0 \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & 0 \\ \mathbf{s}_{H8}^T & \mathbf{O}_{12} & -\mathbf{s}_{J8}^T & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & 0 \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{s}_{J9}^T & -\mathbf{s}_{K9}^T & \mathbf{O}_{12} & 0 \\ \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{O}_{12} & \mathbf{e}_0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{O}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{O}_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{O}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} m_2(\mathbf{a}_2 - \mathbf{g}) \\ m_3(\mathbf{a}_3 - \mathbf{g}) \\ m_4(\mathbf{a}_4 - \mathbf{g}) \\ m_5(\mathbf{a}_5 - \mathbf{g}) \\ m_6(\mathbf{a}_6 - \mathbf{g}) \\ m_7(\mathbf{a}_7 - \mathbf{g}) \\ m_8(\mathbf{a}_8 - \mathbf{g}) \\ m_9(\mathbf{a}_9 - \mathbf{g}) - \mathbf{F}_{in} \\ I_2\alpha_2 \\ I_3\alpha_3 \\ I_4\alpha_4 \\ I_5\alpha_5 \\ I_6\alpha_6 \\ I_7\alpha_7 \\ I_8\alpha_8 \\ I_9\alpha_9 - \mathbf{s}_{in9} \cdot \mathbf{F}_{in} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_A \\ \mathbf{F}_B \\ \mathbf{F}_C \\ \mathbf{F}_D \\ \mathbf{F}_E \\ \mathbf{F}_F \\ \mathbf{F}_G \\ \mathbf{F}_H \\ \mathbf{F}_I \\ \mathbf{F}_J \\ \mathbf{F}_K \\ \mathbf{F}_N \\ T_2 \end{bmatrix} \quad (57)$$

Todos los valores de aceleración tanto angular como lineal, inercia y distancia entre los pines y el centro de masa eran ganancias conocidas que se obtuvieron en el análisis cinemático y en el modelado en inventor de cada link. De esta manera se despejó el vector de variables y se obtuvieron todos los valores de fuerzas y torques. De todos los valores, el de interés fue el torque T_2 ya que, al momento de diseñar, es importante saber cuál es el torque máximo necesario para el movimiento deseado del mecanismo, y de este modo elegir el motor adecuado para la aplicación. En la Fig. 16 se muestra una gráfica del torque T_2 con respecto al ángulo del crank.

De la figura anterior se obtuvo un valor máximo y mínimo del torque de 0.1 N.m aproximadamente para una fuerza externa de 1N. A partir de este resultado se podría elegir un actuador que sea

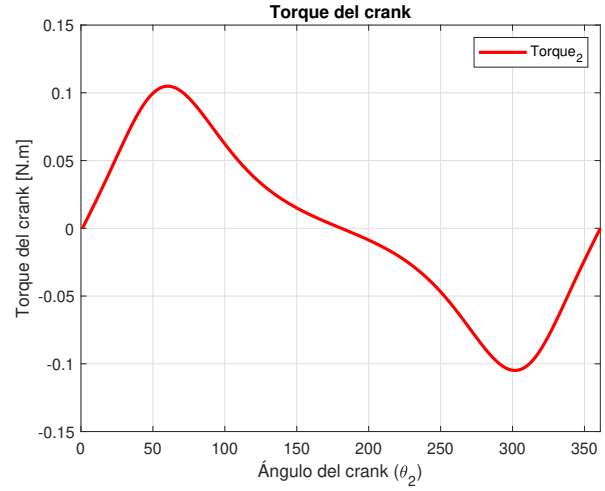


Fig. 16: Torque T_2 vs ángulo del crank (θ_2)

capaz de accionar el mecanismo del dedo para las consideraciones de simulación. Este podría ser un servomotor comercial sg90 debido a que el máximo torque que puede generar es de 0.25 N.m. [9]

E. Comprobación por el Método de energía

Con las ecuaciones (12), (13) y (14) expuestas en el marco teórico se comprobó que todos los datos obtenidos de la simulación del mecanismo. Cabe resaltar que al estar trabajando con masas e inercias muy pequeñas se tuvo que priorizar la exactitud de decimales en los cálculos, de otra manera los resultados del método de la energía hubieran sido inexactos e irrelevantes. Asimismo no se tomó en cuenta el efecto de la gravedad en esta comprobación ya que se usaron las consideraciones de [5]. En la Fig. 17 se muestra la potencia de entrada y de salida obtenidas de la simulación con respecto al ángulo del crank.

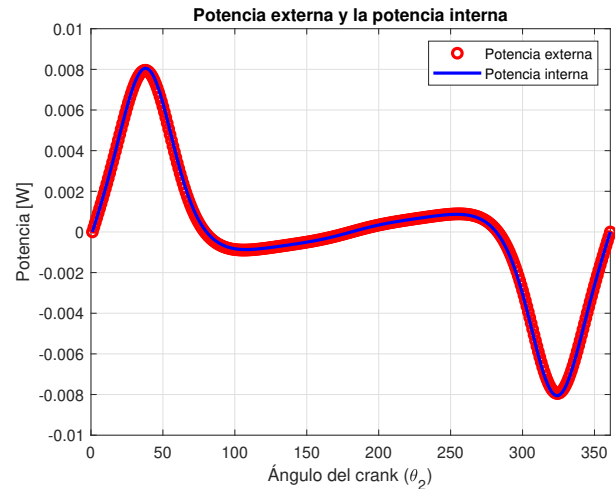


Fig. 17: Comprobación del análisis cinético por el método de la energía

De esta modo, se comprobó que todos los cálculos fueron correctamente realizados ya que la potencia de salida es igual a la de entrada en todo momento.

V. SIMSCAPE

Para corroborar los resultados obtenidos en Matlab por medio de métodos numéricos, se ha utilizado el toolbox Simscape Multibody puesto que permite medir el comportamiento del mecanismo implementado en Inventor de una forma más acercada a la realidad. En ese sentido, se han obtenido las gráficas de posición, velocidad y aceleración del punto J_{12} .

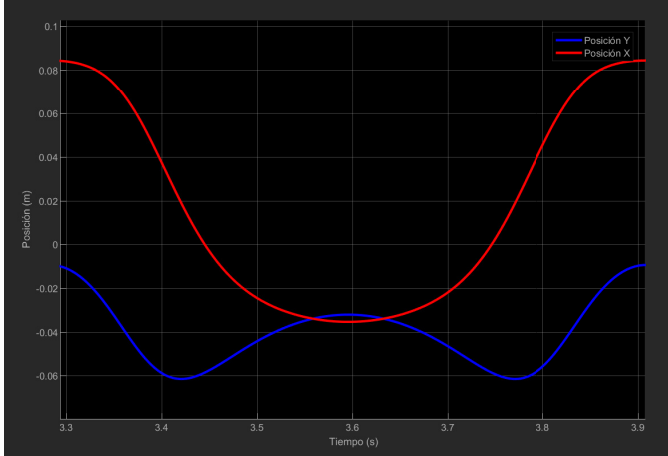


Fig. 18: Posición en x e y del punto J_{12} vs tiempo - Simscape

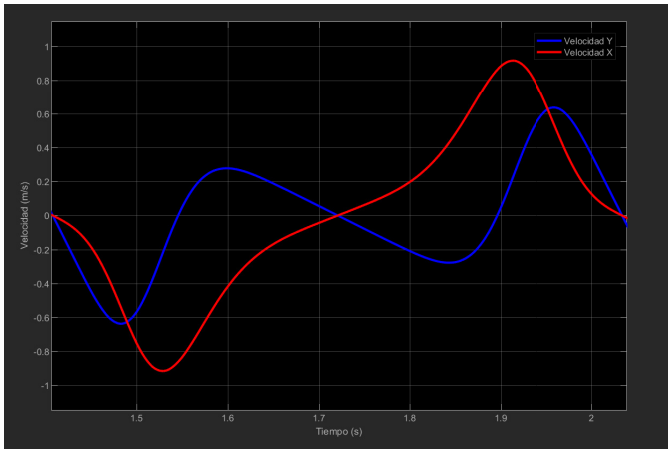


Fig. 19: Velocidad en x e y del punto J_{12} vs tiempo - Simscape

Como se puede identificar, los resultados obtenidos tienen un comportamiento similar al que se determinó mediante Matlab. En esta simulación se adicionó un ligero ruido de 60 Hz por ser una señal de interferencia bastante común en señales eléctricas, y permite acercar el comportamiento y los resultados a valores más realistas. Es importante identificar que el disturbio, a pesar de ser bastante menor, tuvo gran impacto sobretodo en las medidas de aceleración. Esto se puede deber a la característica del sensor para medir esta magnitud, pues es mucho más sensible a disturbios como en la realidad lo es un acelerómetro.

VI. PROPUESTA DE CONTRIBUCIÓN

El prototipo de prótesis que se basa en el mecanismo de Toronto tiene como objetivo principal replicar algunos de los movimientos

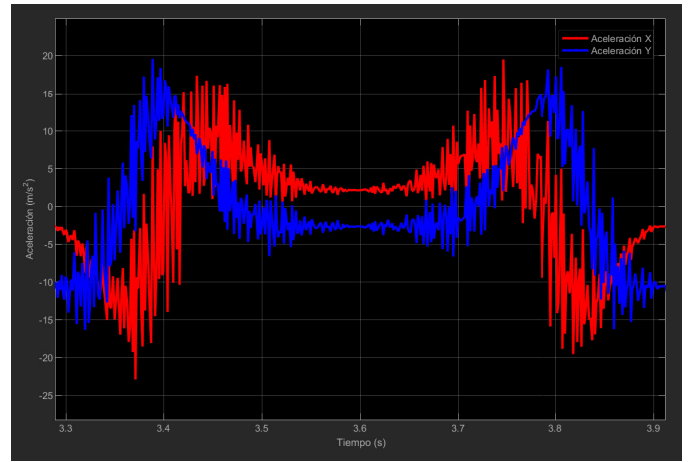


Fig. 20: Aceleración en x e y del punto J_{12} vs tiempo - Simscape

de la mano humana [4]. Por lo general, la prótesis está diseñada para realizar el movimiento de apertura y cierre de la mano al agarrar objetos. Sin embargo, al poseer un solo grado de libertad, el mecanismo está limitado a seguir una trayectoria específica [4]. Esto limita a la prótesis, debido a que los dedos de la mano humana no siguen una sola trayectoria cuando se sujetan objetos de distintos tamaños, tal y como se puede observar en las figuras 21a y 21b.

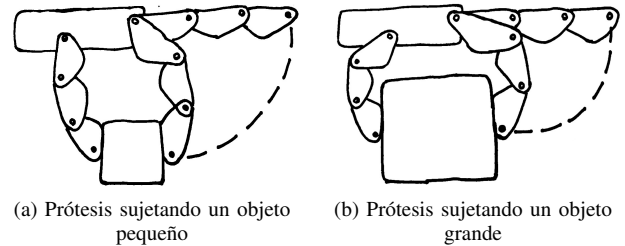


Fig. 21: Trayectoria del extremo derecho de un dedo

Con el objetivo de solucionar esta problemática se propuso modificar el mecanismo de forma tal que los eslabones sean variables. Esto quiere decir que cada uno de los eslabones podrán ser modificados manualmente para que la trayectoria que sigue el dedo pueda ser modificada manteniendo un grado de libertad.

Para poder realizar la presente propuesta se identificaron los eslabones principales. Es decir, los eslabones que tienen mayor influencia en la trayectoria del mecanismo. Para ello, se realizó la optimización del mecanismo utilizando algoritmos genéticos. Mediante la optimización, con diferentes trayectorias, se pudo visualizar cuales son los eslabones que poseen la mayor variación. Para lograr ello, se dividió la propuesta de contribución en las siguientes subsecciones:

A. Establecer trayectorias

En primer lugar, se establecieron los puntos de las trayectorias deseadas. En la Fig 22, se definieron los puntos para generar una trayectoria con mayor amplitud (asteriscos de color azul) y una con menor amplitud (asteriscos de color negro), en comparación con la trayectoria que se obtuvo en el análisis de cinemático.

Las coordenadas (en mm) de los puntos de la trayectoria más amplia (P_{d+}) y de la de menor amplitud (P_{d-}) se pueden observar a continuación:

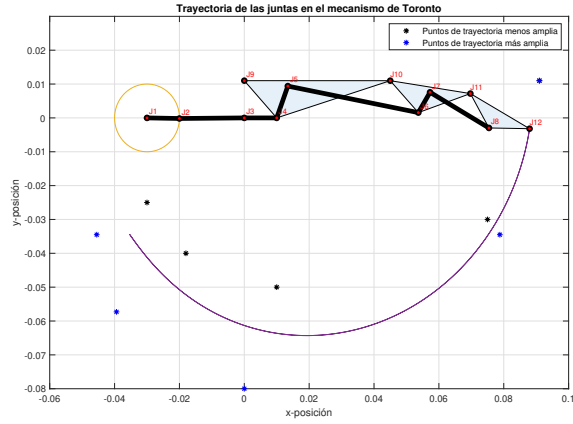


Fig. 22: Puntos de las trayectorias deseadas, tanto para la más amplia como la menos amplia

$$P_{d-} = [(91, 11), (75, -30), (10, -50), (-18, -40), (-30, -25)]$$

$$P_{d+} = [(91, 11), (78.8, -34.5), (0, -80), (-39.4, -57.3), (-45.4, -34.5)]$$

Como se puede observar, solo se consideró la trayectoria deseada desde que el crank gira de 0° hasta 180° , debido a que tanto la trayectoria de ida como de vuelta son iguales. Además de ello, los puntos se dividieron de tal forma que el ángulo del crank variará cada 45° . Esto con el fin de que sea más preciso. Los valores de dichos ángulos se muestra en (58).

$$\theta_d = [0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ] \quad (58)$$

B. Establecer función de costo

En segundo lugar, se estableció la función de costo del mecanismo de Toronto. Para conseguir esto, primero se determinaron las variables que definen el movimiento del dedo. Las variables siguen la notación de la Tabla I y fueron establecidas en el vector de variables (59), cuyos valores se muestran en (60). Los valores de las longitudes están en mm y de los ángulos en $^\circ$ o radianes. Para referirse a dichas unidades de medidas se utilizó como medida general el u .

$$\mathbf{x}_{\text{var}} = [a1, b1, c1, b2, a3, b3, \gamma1, a4, b4, \gamma2, J1x, J1y] \quad (59)$$

$$\mathbf{x}_{\text{init}} = [10, 20, 0, 10, 10, 41, 110^\circ, 7, 21, 110^\circ, -30, 0] \quad (60)$$

El resto de las variables permanecieron fijas, pues son las encargadas de darle forma de dedo al mecanismo. Seguido a esto, se programó una función que calcula la posición de la punta del dedo siguiendo los pasos del análisis cinemático. Una vez calculada la posición se calculó la función de costo utilizando la ecuación (15).

C. Establecer restricciones

La siguiente etapa consistió en establecer las restricciones de las variables que definen al mecanismo. Los límites superiores e inferiores estuvieron alrededor de \mathbf{x}_{init} (60) con un valor de $\pm 5u$ aproximadamente. Estos valores se muestran en (61) y (62), los cuales corresponden a los parámetros de menor y mayor amplitud, respectivamente. Las restricciones de desigualdad se muestran en

(63) almacenadas en matrices. Cabe mencionar que el mecanismo no cuenta con restricciones de igualdad ni restricciones no lineales.

$$l_{\text{limit}} = [5, 15, 0, 8, 5, 36, 90^\circ, 5, 18, 70^\circ, -40, 0] \quad (61)$$

$$u_{\text{limit}} = [15, 25, 0, 12, 11, 66, 130^\circ, 13, 28, 130^\circ, -30, 0] \quad (62)$$

$$A_{\text{rest}} \mathbf{x}_{\text{init}} \leq B_{\text{rest}} \quad (63)$$

Donde:

$$A_{\text{rest}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 6} & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 6} & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \mathbf{0}_{1 \times 6} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{0}_{1 \times 6} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{\text{rest}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 25 \\ 0 \\ 12.4 \end{bmatrix}$$

D. Resultados

Por último, se ingresó la función de costo y las restricciones en el comando *ga()* que proporciona MATLAB para implementar el algoritmo genético. El resultado de la implementación se puede observar en la Fig 23. En esta se puede observar que las trayectorias han aumentado y disminuido, respectivamente. Además, tratan de seguir los puntos de la trayectoria deseada.

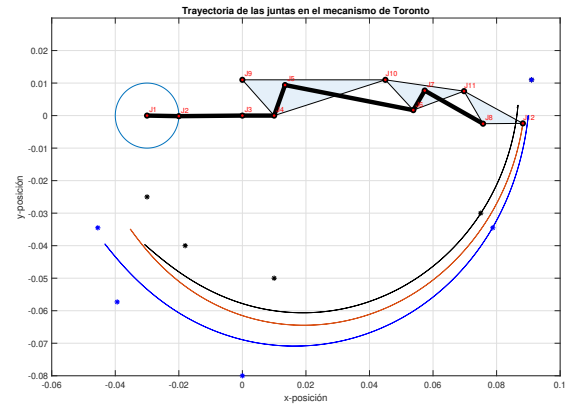


Fig. 23: Trayectorias obtenidas luego de implementar el algoritmo genético

Los valores de las variables en cada trayectoria se muestran en la tabla III

Debido a que la trayectoria real no pasa cerca de los puntos deseados, los resultados de la función de costo (CF) no fueron los mínimos. A continuación, se muestra el valor de la función de costo para cada trayectoria.

$$CF_{\text{min}} = 43.5$$

$$CF_{\text{max}} = 76.3$$

TABLE III: Parámetros que variaron en cada trayectoria

x_{var}	x_{min}	x_{init}	x_{max}
a_1	9.6	10	9.5
b_1	23.7	20	23.7
c_1	0	0	0
b_2	8.9	10	9.1
a_3	9.2	10	8.5
b_3	44.8	41	41.9
γ_1	1.8314	1.9199	2.1114
a_4	11	7	6.5
b_4	21.4	21	22.6
γ_2	1.29	1.9199	1.7998
J_{1x}	-33.1	-30	-34.6
J_{1y}	0	0	0

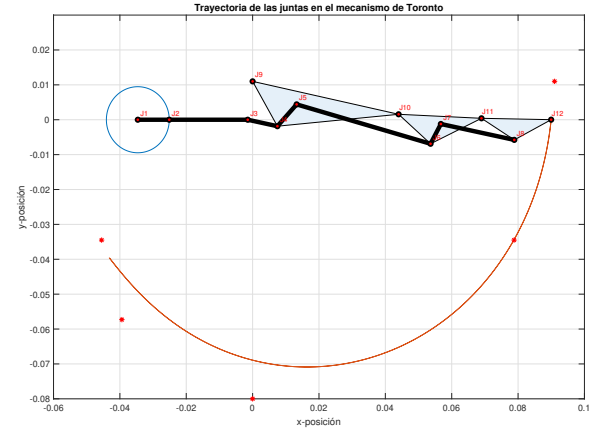
La consecuencia más notable al modificar las variables del mecanismo fue que la configuración inicial del dedo se volvía antinatural. La configuración del dedo para las trayectoria más amplia se puede observar en la Fig 24a. Y es posible notar que el dedo se encuentra muy estirado y curvado hacia afuera. Por el otro lado en la Fig 24b se muestra la configuración del dedo para la trayectoria menos amplia, en la cual se visualiza que el dedo se encuentra contraído y da la apariencia de estar roto. Estas características pueden comprometer la función principal de la prótesis, debido a que la mano debe verse lo más normal posible.

Finalmente se verificó cuales fueron las variables que más se modificaron en ambas trayectorias. En la Fig 25 se observa una grafica con la variación de cada variable con respecto a su valor inicial establecido en x_{init} . Las variables que más variaron fueron b_1 , a_4 , y γ_2 . Por esta razón estas son las variables que deben modificarse manualmente. Cabe resaltar que no necesariamente las variables que tuvieron una mayor variación son las que más interfieren en la trayectoria del extremo del dedo. Sin embargo, si se eligiera las que tienen un pequeña variación sería difícil modificarlos manualmente ya que solo varían 0.01 mm aproximadamente.

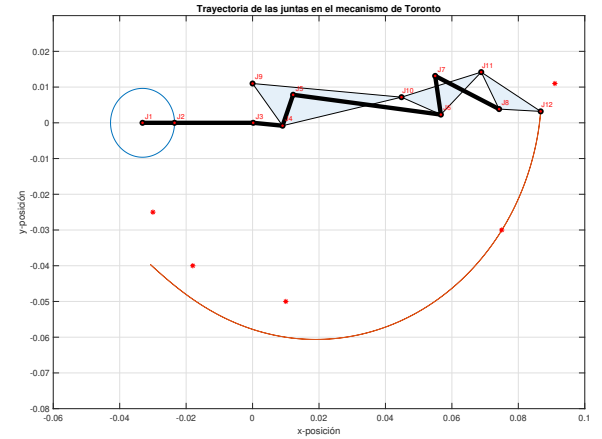
De este modo, se pudo configurar las restricciones del algoritmo genético para que solo varíen la variables seleccionadas. En consecuencia, fue posible encontrar configuraciones para el cual la trayectoria del dedo pudo pasar por puntos deseados, como se muestra en Fig 26.

VII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente proyecto se ha realizado el análisis cinemático y cinético del mecanismo de Toronto que se usa en manos protésicas, el cual simula el movimiento de la flexión de un dedo. Se propuso incluir un slider-crank que genere el movimiento lineal necesario para accionar el mecanismo a través de un movimiento de revolución. Con respecto al análisis cinemático, se logró determinar la posición de cada eslabón del mecanismo utilizando el método de Newton Raphson. Con este resultado se obtuvo la trayectoria del punto de interés del proyecto, el cual es el extremo del dedo (J12), así como la velocidad y aceleración lineal de este punto



(a) Trayectoria obtenida con los puntos deseados para una trayectoria de mayor amplitud



(b) Trayectoria obtenida con los puntos deseados para una trayectoria de menor amplitud

Fig. 24: Trayectorias del extremo del dedo

con respecto al ángulo del crank. Por otro lado a partir del análisis cinético se consiguió determinar el torque necesario que se debe aplicar en el crank con el objetivo mantener una velocidad angular constante de 10 rad/s en el mismo. En base al resultado obtenido se concluyó que con un servomotor comercial sg90 sería suficiente para realizar la implementación del mecanismo. Sin embargo, como se menciona en [4] la prótesis no ha sido diseñada para ejercer grandes fuerzas en los objetos.

Como propuesta de contribución se planteó el uso de algoritmos genéticos para conseguir una trayectoria optimizada del punto de interés que logre pasar por una serie de puntos deseados. Se logró diferenciar las variables que más influyen en la trayectoria del extremo del dedo, así como las restricciones que se debían imponer a algunas variables para que estas permanezcan constantes y mantener la forma y tamaño de un dedo promedio. Una desventaja que tiene el uso de la optimización en este mecanismo es que debido a las restricciones el mecanismo no puede variar de forma

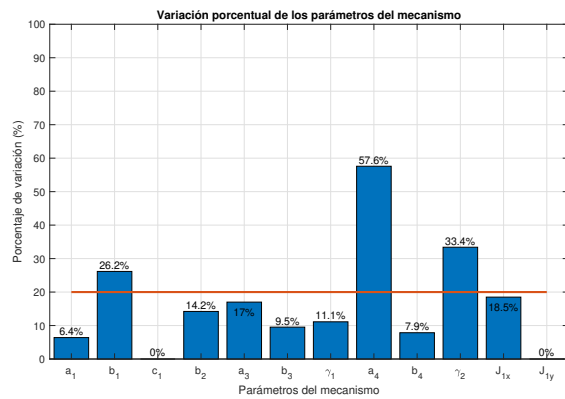


Fig. 25: Variación porcentual de cada uno de los parámetros modificados

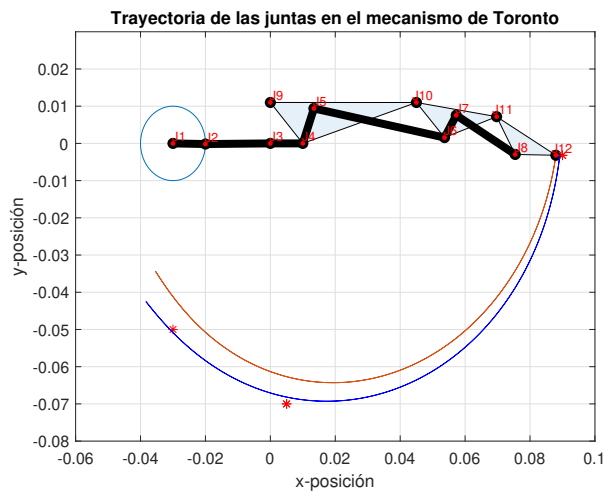


Fig. 26: Trayectoria optimizada del dedo

significativa la trayectoria recorrida por la punta del dedo. Sin embargo, dentro de las limitaciones, se obtuvo la posibilidad de modificar la trayectoria de los dedos de la prótesis para agarrar objetos de distintos tamaños.

Los resultados obtenidos demostraron que el mecanismo simulado con un slider crank es eficaz para movimientos rápidos y hábiles; sin embargo, la fuerza que soporta es pequeña. Como recomendación para mejorar estas características de desempeño se podría reemplazar el slider crank por otro mecanismo de transmisión. Por ejemplo se podría hacer uso de engranajes para este propósito y aumentar el torque transmitido en todo el mecanismo. En [4] hacen uso de un engranaje de tipo cremallera para generar el movimiento lineal que acciona el dedo. Como otra alternativa se podría hacer uso de un tornillo sinfin, como en [2]. Con esto se aumentaría la potencia en el crank y por ende se podría aplicar mayor fuerza en el extremo del dedo.

REFERENCES

- [1] Clement, R. G. E., Bugler, K. E., & Oliver, C. W. (2011). Bionic prosthetic hands: A review of present technology and future aspirations. *The Surgeon*, 9(6), 336–340. doi:10.1016/j.surge.2011.06.001. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4613-8974-3_11
- [2] N Dechev, W.L Cleghorn, S Naumann. (2001). *Multiple finger, passive adaptive grasp prosthetic hand*. *Mechanism and Machine Theory*, (36), 1157–1173. Disponible en : <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0094114X01000350>
- [3] N Dechev, W.L Cleghorn, S Naumann. (1999). *Multi-Segmented Finger Design of an Experimental Prosthetic Hand*. Disponible en : https://www.researchgate.net/figure/Conventional-VASI-7-11-Hands2_fig9_228585644
- [4] Sospegra, B. (2015). *Diseño mecánico de prótesis de mano multidedo antropomórfica infractuada* (tesis de pregrado). Universidad Jaime I, Castellón, España.
- [5] E. Constans and K. Dyer, *Introduction to Mechanism Design: With Computer Applications*. CRC Press, 2019.
- [6] J. Bravo, A. Botero and M. Botero, *EL METODO DE NEWTON-RAPHSON - LA ALTERNATIVA DEL INGENIERO PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, 2005. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/849/84911698041.pdf>
- [7] Fernández, *OPTIMIZACIÓN DE UN MECANISMO DE CUATRO BARRAS USANDO EL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN BASADO EN TORMENTA DE IDEAS*. Veracruz: LANIA, 2014.
- [8] J. Rodrigo, "Optimización con algoritmo genético y Nelder-Mead", *Cienciadedatos.net*, 2019. [Online]. Disponible en: https://www.cienciadedatos.net/documentos/48_optimizacion_con_algoritmo_genetico.
- [9] Imperial College London. *SERVO MOTOR SG90 DATASHEET*. Disponible en: <http://www.datasheet.es/PDF/791970/SG90-pdf.html>