

1. NFA 到 DFA 的等价变换（子集法）

(1) 基本运算：

- 状态集合 I 的 ϵ 闭包：表示为 $\epsilon\text{-closure}(I)$

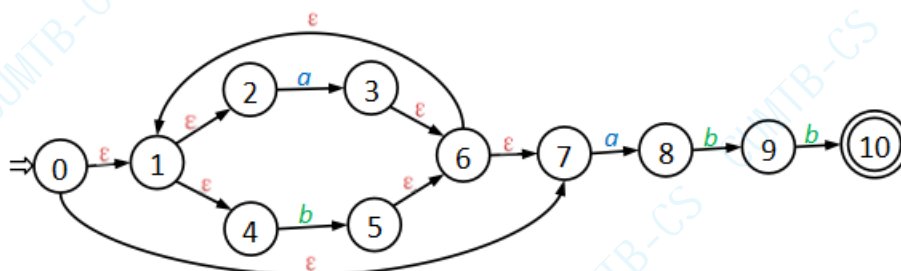
状态集 I 中的任何状态 S 经任意条 ϵ 弧而能到达的状态的集合。

注：状态集 I 的任何状态 S 都属于 $\epsilon\text{-closure}(I)$

- 状态集合 I 的 a 弧转换：表示为 $\text{move}(I, a)$

定义为状态集合 J ，其中 J 是所有那些可从 I 的某一状态经过一条 a 弧而到达的状态的全体。

【举例】



则

$$\epsilon\text{-closure}(0) = \{0, 1, 2, 4, 7\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(1) = \{1, 2, 4\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(3) = \{3, 6, 7, 1, 2, 4\}$$

$$\epsilon\text{-closure}(\{1, 3\}) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$\text{move}(0, a) = \Phi$$

$$\text{move}(0, b) = \Phi$$

$$\text{move}(1, a) = \Phi$$

$$\text{move}(1, b) = \Phi$$

$$\text{move}(\{1, 2, 4\}, a) = \{3\}$$

$$\text{move}(\{1, 2, 4\}, b) = \{5\}$$

(2) 转换的主要思想

DFA 的一个状态可能对应 NFA 的一个或一组状态

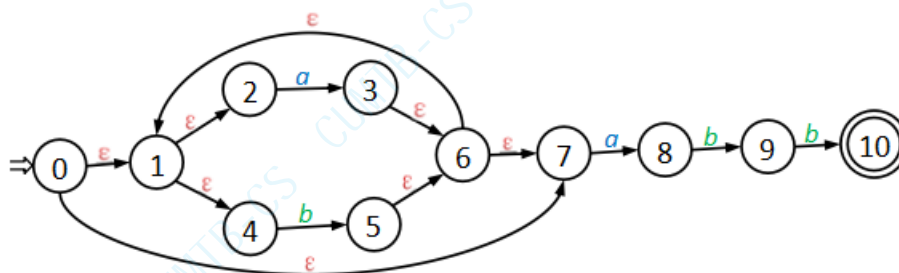
DFA 同样记录 在 NFA 上读入某个终结符后可能到达的所有状态

(3) 子集法构造方法

构造方法	对应算法
<p>NFA $M' = (K', \Sigma', f', S', Z')$ 构造</p> <p>DFA $M = (K, \Sigma, f, S, Z)$，使得 $L(M') = L(M)$：</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. M 的状态集 K 由 K' 的一些子集组成 2. M 的输入字母表 $\Sigma = \Sigma'$ 3. M 的转换函数 f 定义为： $f([K_1, \dots, K_i], a) = \epsilon\text{-closure}(\text{move}([K_1, \dots, K_i], a))$ 4. M 的初态 $S = \epsilon\text{-closure}(S')$ 5. M 的终态集 $Z = \{[K_1, K_k, \dots, K_e], \text{其中 } [K_1, K_k, \dots, K_e] \in K \text{ 且 } \{K_1, K_k, \dots, K_e\} \cap Z' \neq \Phi\}$ 	<p>假定所构造的子集族 $C = (T_0, T_1, \dots, T_i)$，其中 T_0, T_1, \dots, T_i 为状态 K 的子集。</p> <p>令 $\epsilon\text{-closure}(K_0)$ 为 C 中唯一成员，并且它是未被标记的。</p> <pre> While (C 中存在尚未被标记的子集 T) do { 标记 T; for (每个输入字母 a) do { U := $\epsilon\text{-closure}(\text{move}(T, a))$; if (U 不在 C 中) then { 将 U 作为未被标记的子集加入 C } } } </pre>

【举例】

对如下 NFA 构造其等价的 DFA

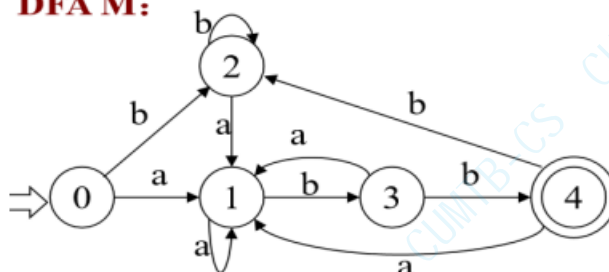


解：子集法求等价 DFA

C(T0, T1, T2, T3, T4)

初态 $T0 = \epsilon\text{-closure}(0) = \{0, 1, 2, 4, 7\}$
 $T1 = \epsilon\text{-closure}(\text{move}(T0, a))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{3, 8\}) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
 $T2 = \epsilon\text{-closure}(\text{move}(T0, b))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{5\}) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
 $\epsilon\text{-closure}(\text{move}(T1, a))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{3, 8\}) = T1$
 $T3 = \epsilon\text{-closure}(\text{move}(T1, b))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{5, 9\}) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9\}$
 $\epsilon\text{-closure}(\text{move}(T2, a))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{3, 8\}) = T1$
 $\epsilon\text{-closure}(\text{move}(T2, b))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{5\}) = T2$
 $\epsilon\text{-closure}(\text{move}(T3, a))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{3, 8\}) = T1$
 终态 $T4 = \epsilon\text{-closure}(\text{move}(T3, b))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{5, 10\}) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 10\}$
 $\epsilon\text{-closure}(\text{move}(T4, a))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{3, 8\}) = T1$
 $\epsilon\text{-closure}(\text{move}(T4, b))$
 $= \epsilon\text{-closure}(\{5\}) = T2$

DFA M:



【练习】课后习题 2, 4(a) (其中最小化部分等最小化讲完再做)

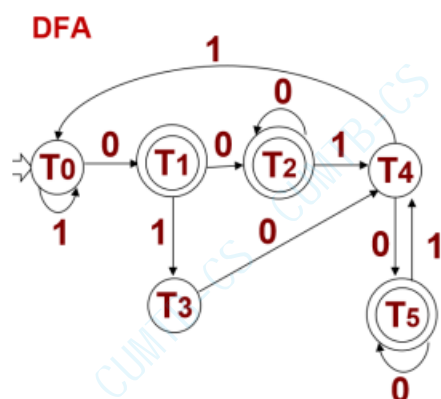
2. 已知 $NFA = (\{x, y, z\}, \{0, 1\}, M, \{x\}, \{z\})$, 其中:

$M(x, 0) = \{z\}$ $M(y, 0) = \{x, y\}$ $M(z, 0) = \{x, z\}$

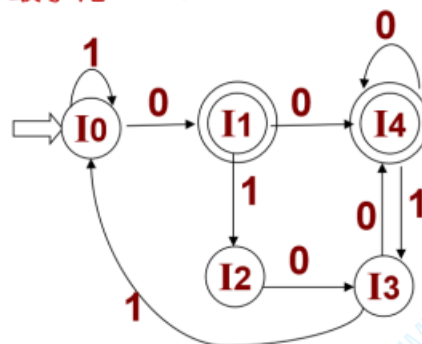
$M(x, 1) = \{x\}$ $M(y, 1) = \Phi$ $M(z, 1) = \{y\}$

构造相应的 DFA。

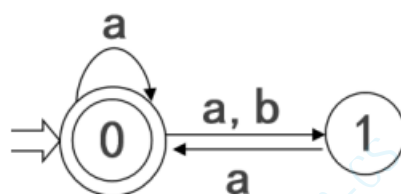
解:



最小化DFA:

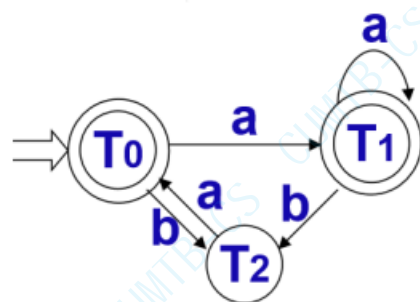


4. 图(a)确定化和最小化

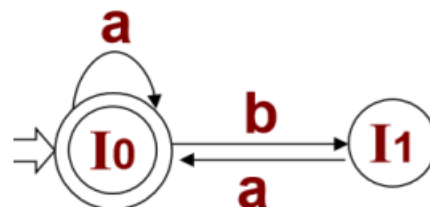


解:

DFA:



最小化 DFA:



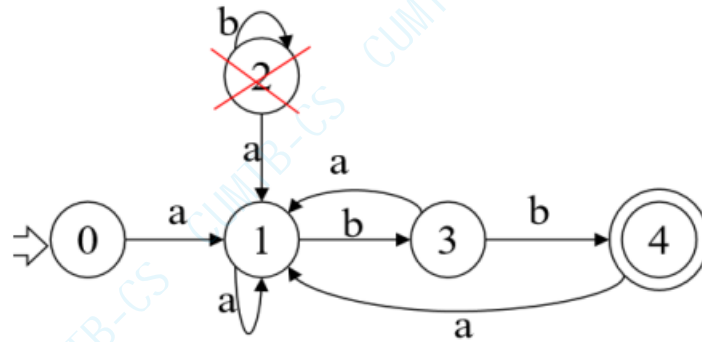
2. DFA 的化简 (最小化 DFA)

(1) 最小化 DFA

- 没有多余状态
- 没有等价状态

(2) 多余状态: 从开始状态出发, 任何输入串也不能到达的状态
处理: 消除多余状态, 并删除与多余状态相连的边

【举例】删除下图 DFA 中的多余状态

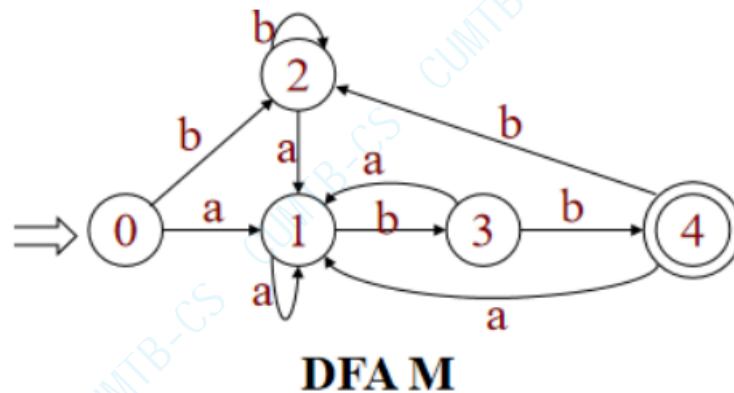


(3) 等价状态：若两个状态 s 和 t 等价，则同时满足

- 一致性——同是终态 或 同是非终态
- 蔓延性——从 s 出发读入某个 a 和从 t 出发读入某个 a 到达的状态等价。

处理：合并等价状态（使用“分割法”）

【举例】将下图 DFA 最小化



解：

步骤一：消除多余状态（无多余状态，不需消除）

步骤二：使用分割法，合并等价状态。

	非终态集				终态集
	{0, 1, 2, 3}				{4}
la	1	1	1	1	过a弧，下一个状态在同一集合里，无需分割
lb	2	3	2	4	过b弧，下一个状态在不同集合里，需分割
分割后：{0, 1, 2} {3} {4}					
la	1	1	1		过a弧，下一个状态在同一集合里，无需分割
lb	2	3	2		过b弧，下一个状态在不同集合里，需分割
分割后：{0, 2} {1} {3} {4}					
la	1	1			过a弧，下一个状态在同一集合里，无需分割
lb	2	2			过b弧，下一个状态在同一集合里，无需分割

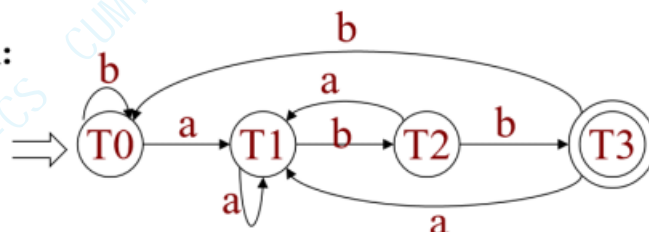
最终合并结果是 $\{0, 2\}$ $\{1\}$ $\{3\}$ $\{4\}$

重命名为: T0 T1 T2 T3

la: T1 T1 T1 T1

lb: T0 T2 T3 T0

最小化DFA:



3. 正规式和有穷自动机的等价转换

- 对于 Σ 上的 NFA M, 可以构造一个 Σ 上的正规式 R, 使得 $L(R)=L(M)$ 。
- 对于 Σ 上的正规式 R, 可以构造一个 Σ 上的 NFA M, 使得 $L(M)=L(R)$ 。

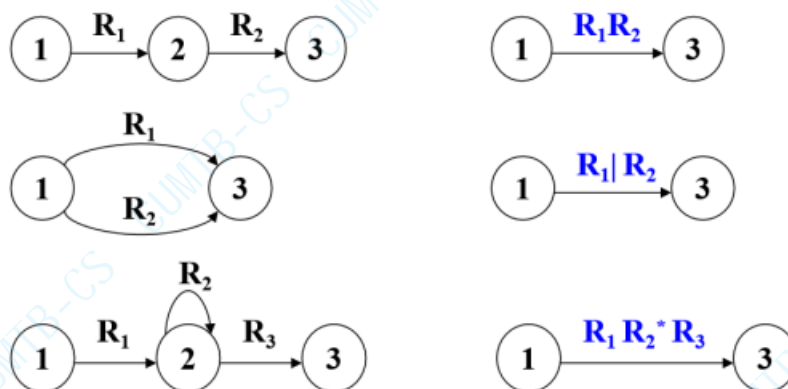
4. 有穷自动机转换为等价的正规式

(1) 转换方法

① 在 FA M 的状态图上加两个状态结点 x 和 y。

- 从 x 结点出发, 用 ϵ 弧连接 x 结点 到 所有初态结点
 - 从 M 的 所有终态结点 用 ϵ 弧连接到 y 结点
- 此时, x 为初态和 y 为终态。

② 利用消结规则, 逐步消去 M' 中的所有结点, 直至只剩下 x 和 y。



③ 最后 x 和 y 结点间的弧上的标记则为所求的正规式 R。

【举例】将图 1 的 FA 转换成等价的正规式

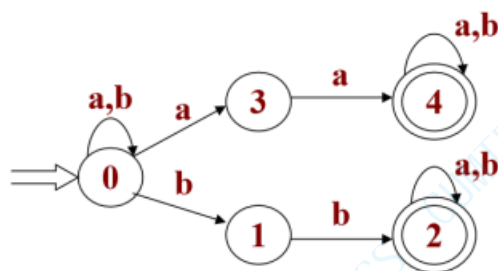


图1

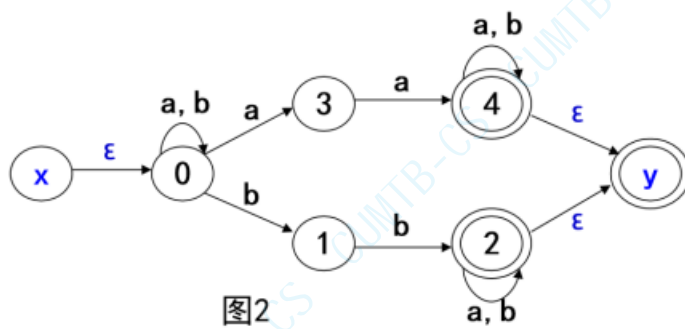


图2

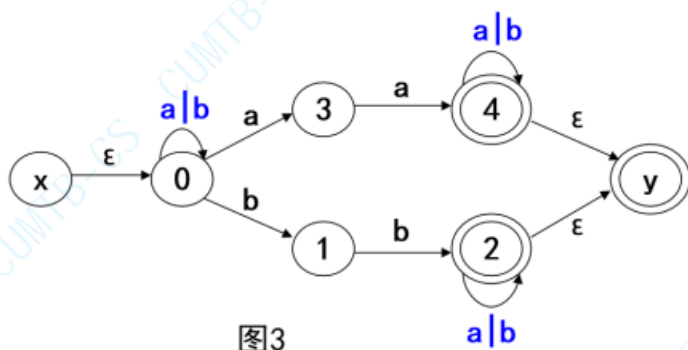


图3

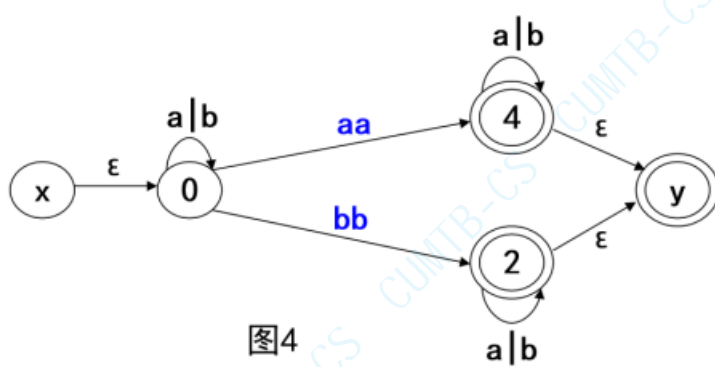


图4

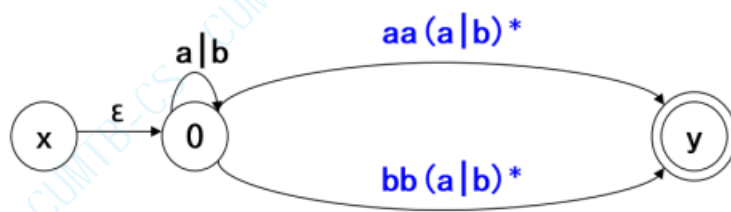


图5

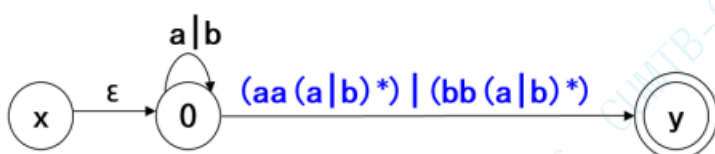


图6

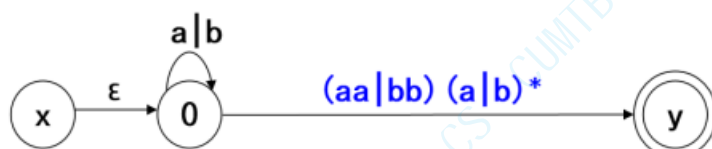


图7

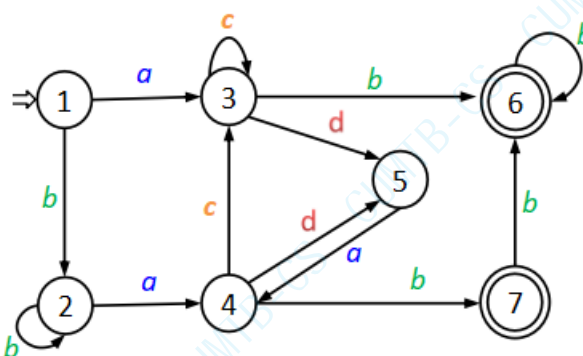


图8

所求正规式 R 为 $(a|b)^*(aa|bb)(a|b)^*$

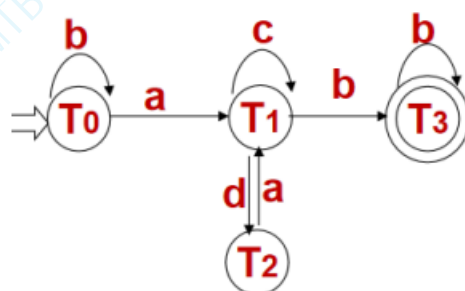
【练习】课后习题 9

9. 将 DFA 最小化，并用正规式描述它所识别的语言。



解：

最小化 DFA:



正规式: $b^*a(da|c)^*bb^*$