Métodos de diseño y Análisis de Experimentos

Tarea 02

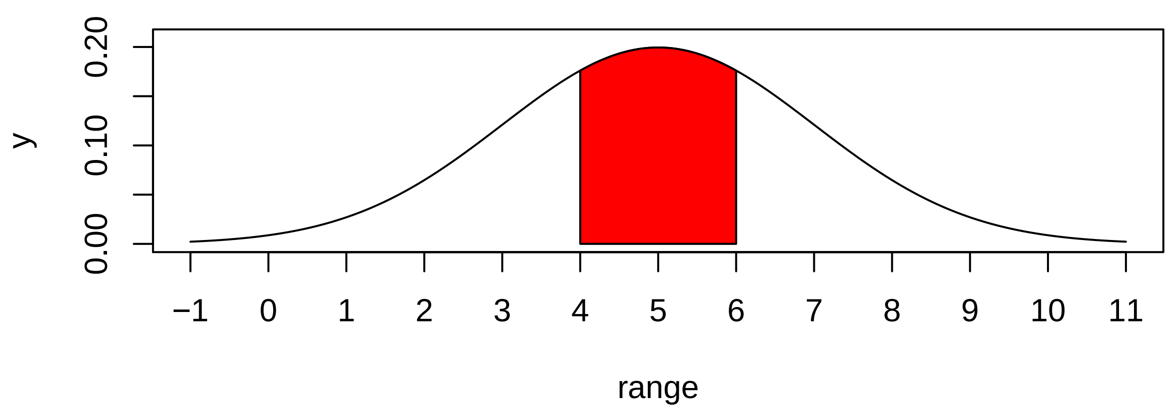
Rivera Torres Francisco de Jesús
Rodríguez Maya Jorge Daniel
Samayoa Donado Víctor Augusto
Trujillo Bariios Georgina

Marzo 05, 2019

1 Ejercicio 1

Se sabe que la pagina web de una famosa tienda departamental tiene un tiempo de carga en segundos que se distribuye Normal $(\mu = 5, \sigma^2 = 4)$

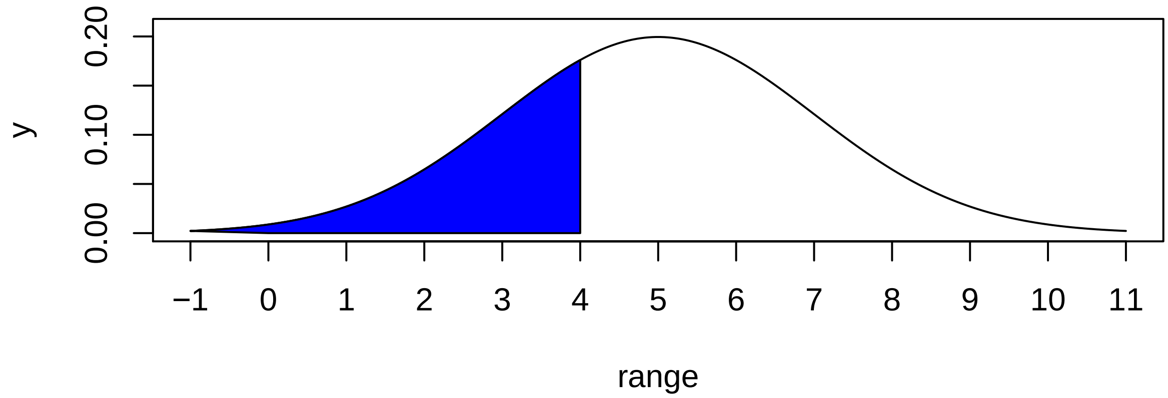
- Calcula y grafica la probabilidad de que la página tarde entre 4 y 6 segundos en cargar.




```
## [1] 0.3829249
```

De esta manera la probabilidad de que la página tarde en cargar entre 4 y 6 segundos es de $P(4 \leq x \leq 6) = 0.3829$

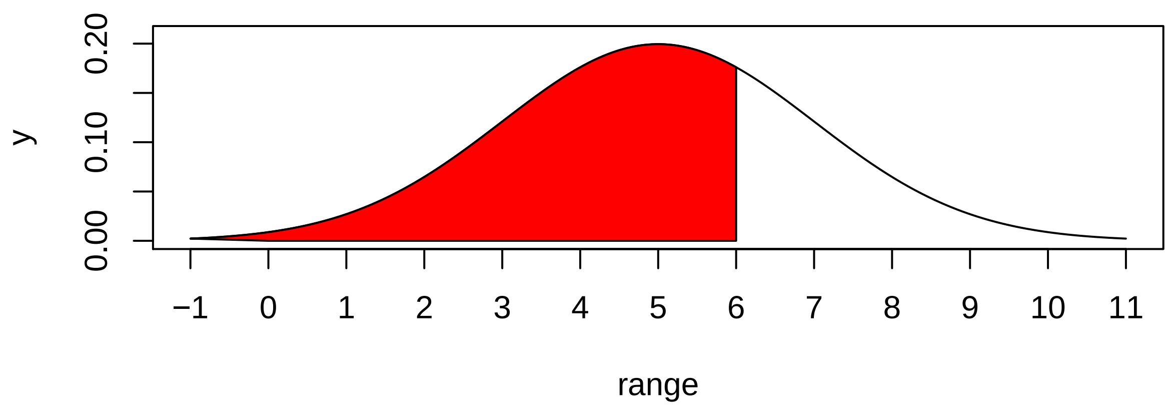
- Calcula y grafica la probabilidad de que la página cargue máximo en 4 segundos.




```
## [1] 0.3085375
```

La probabilidad de que tarde máximo 4 segundos es $P(x \leq 4) = 0.308$

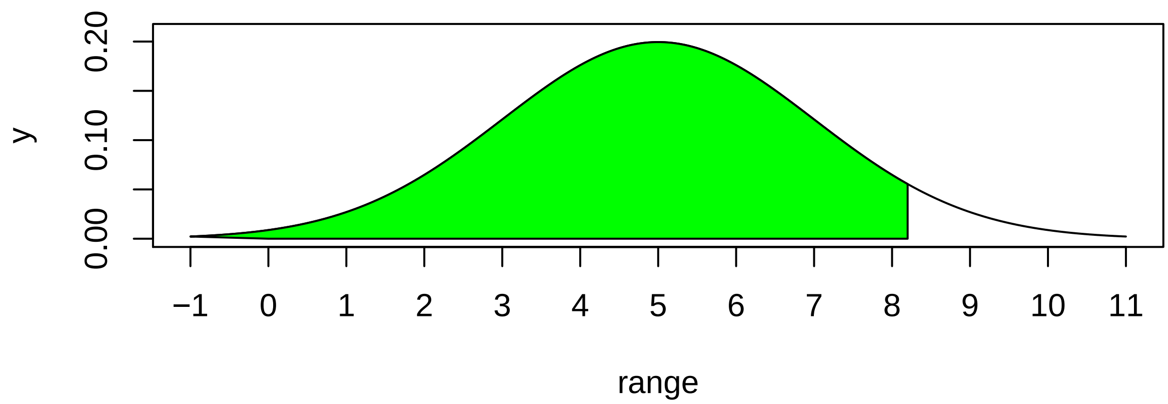
- Calcula y grafica la probabilidad de que la página tarde 6 segundos o más en cargar.




```
## [1] 0.3085375
```

- Calcula y grafica el mínimo que tarda en cargar la página el 5% de las veces que carga mas lenta.

```
## [1] 8.289707
```

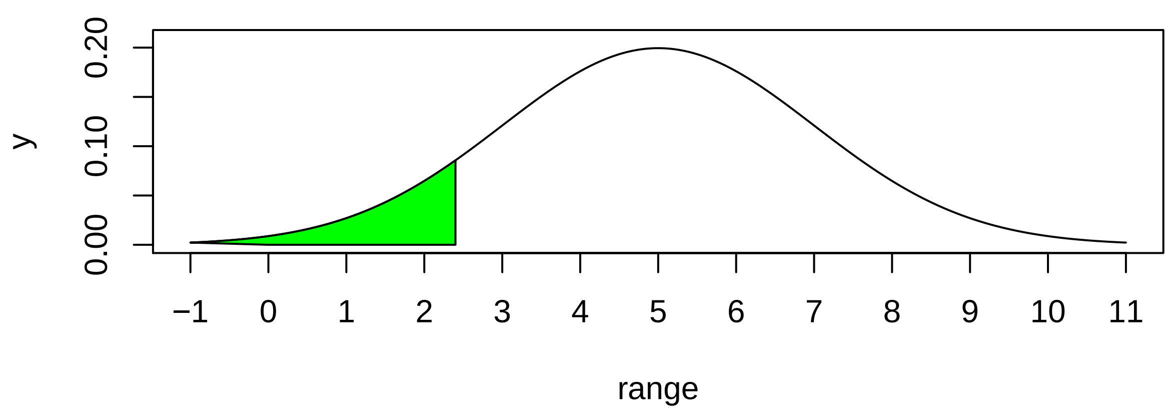



```
## [1] 0.05479929
```

Por lo que la probabilidad es $P(x = 8.2) = 0.0547993$.

- Calcula y grafica cuál es el máximo que tarda en cargar la página el 10% de las veces que lo hace más rápido.

```
## [1] 2.436897
```

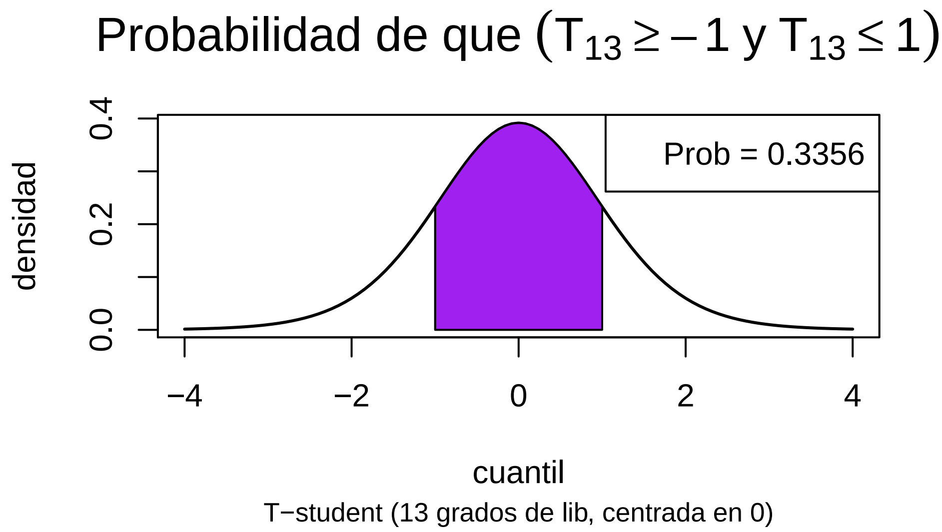



```
## [1] 0.09680048
```

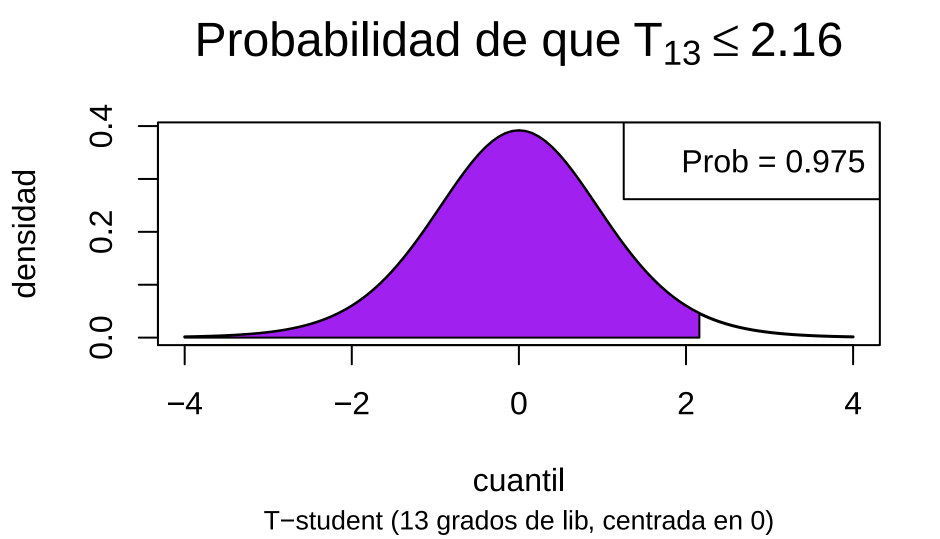
2 Ejercicio 2

Teniendo T una variable aleatoria t-student centrada en 0 y con 13gl.

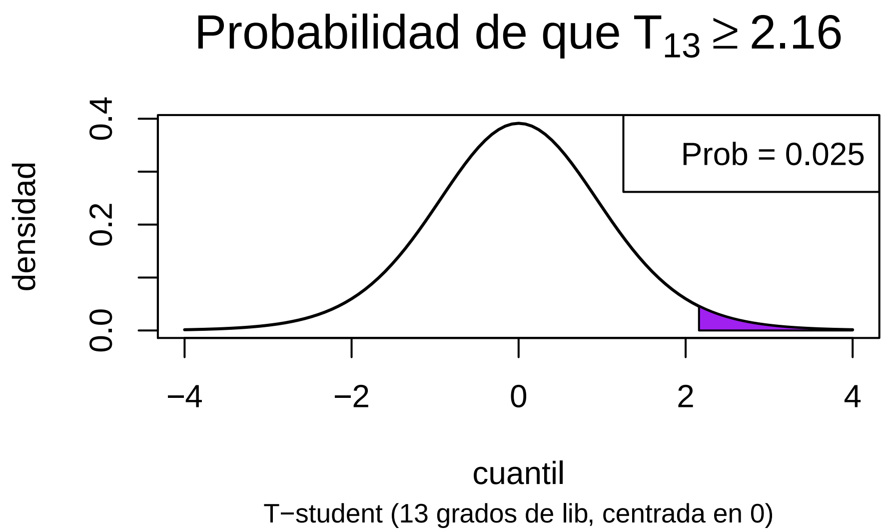
- Calcula y grafica la probabilidad de que T este en el intervalo $[-1, 1]$



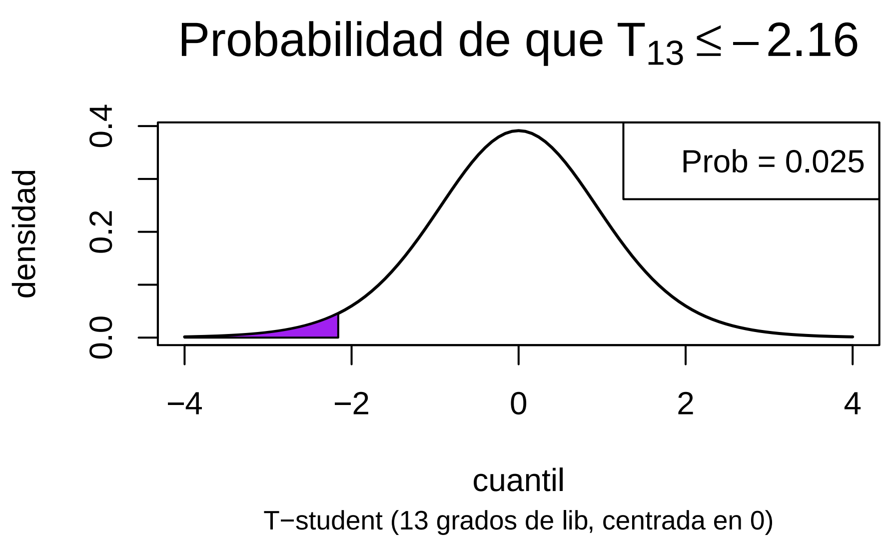
- Calcula y grafica la probabilidad de que T sea menor o igual a 2.16



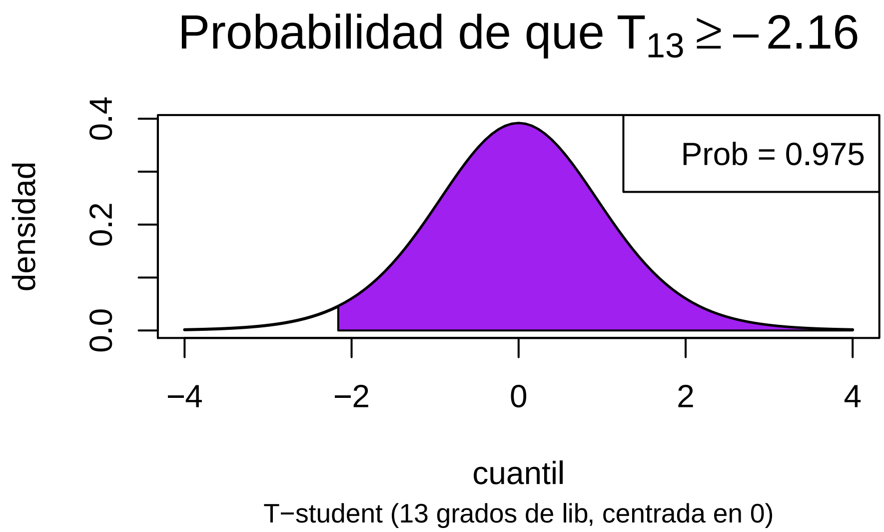
- Calcula y grafica la probabilidad de que T sea igual o mayor a 2.16



- Calcula y grafica la probabilidad de que T sea menor o igual a -2.16



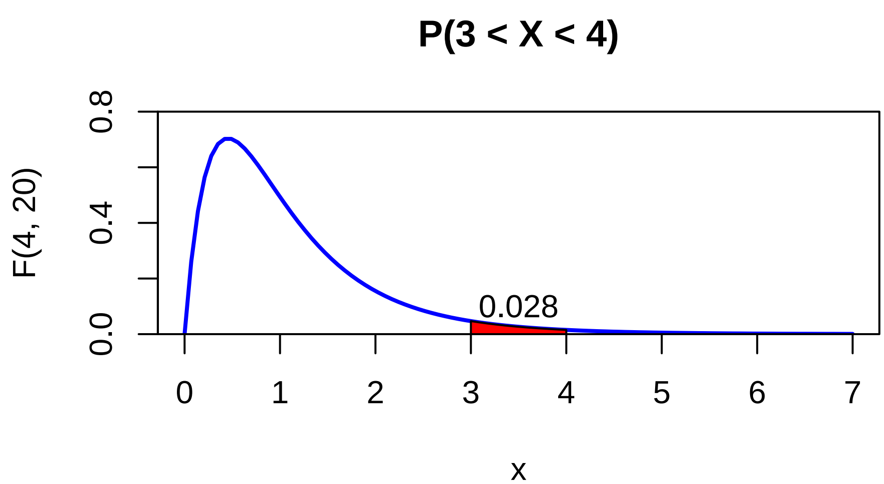
- Calcula y grafica la probabilidad de que T sea igual o mayor a -2.16



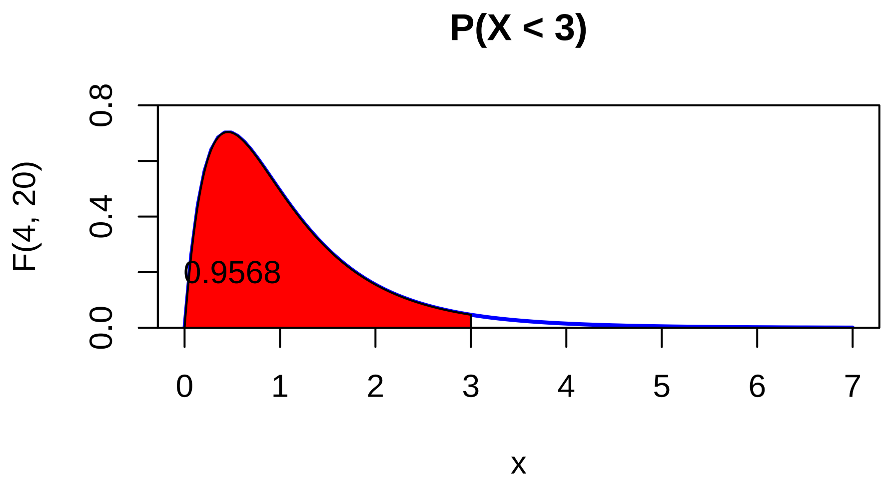
3 Ejercicio 3

Teniendo una variable aleatoria Q que se distribuye F con parámetros $(4, 20)$

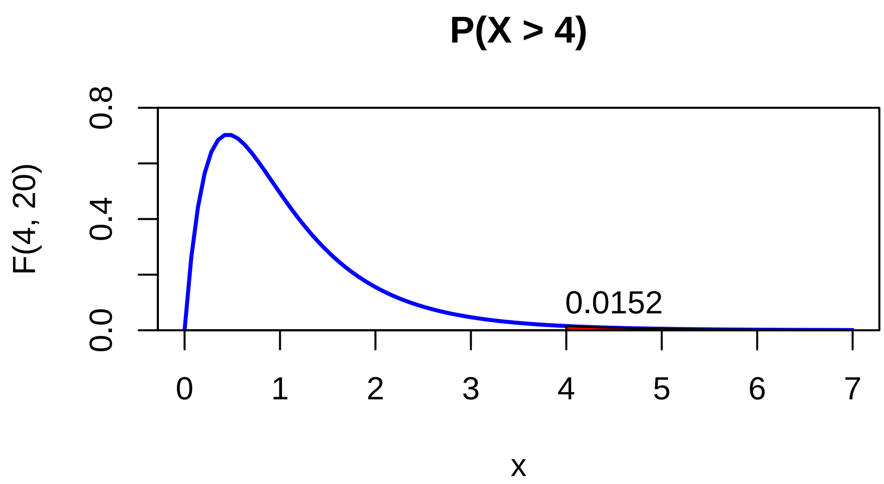
- Calcula y grafica la probabilidad de que Q este en el intervalo $[3, 4]$



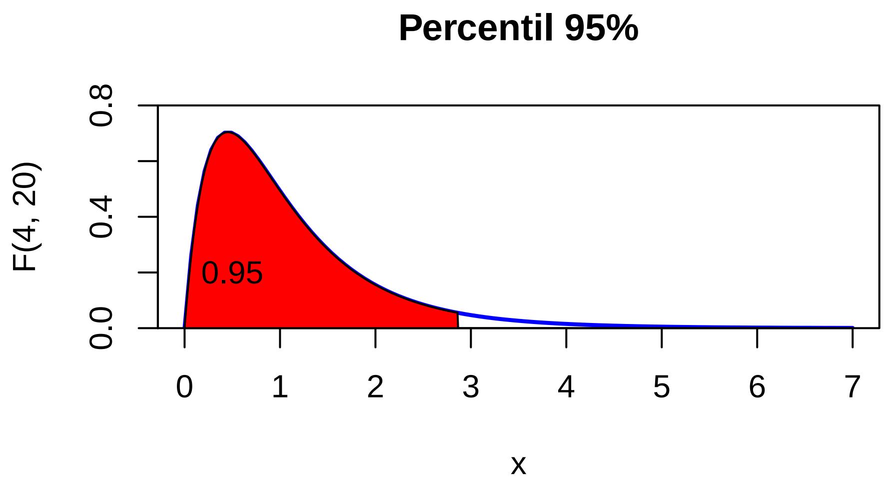
- Calcula y grafica la probabilidad de que Q sea 3 o menor



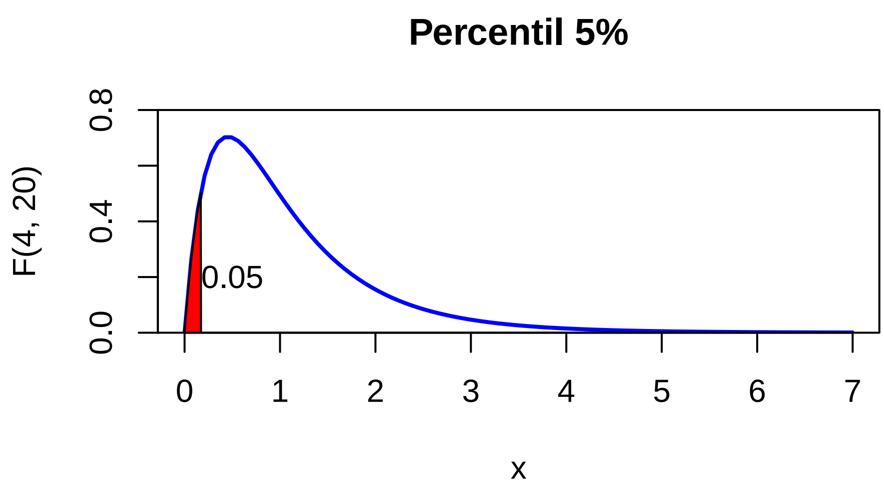
- Calcula y grafica la probabilidad de que Q sea 4 o mayor



- Calcula y grafica el percentil 0.95 de Q



- Calcula y grafica el percentil 0.5 de Q



4 Ejercicio 4

Una franquicia quiere determinar si existe diferencia entre la satisfacción de los clientes en los establecimientos de dos de sus franquiciatarios y para ello recolecta datos en 15 establecimientos de cada uno:

Tabla 1: Promedio de satisfacción de los clientes por establecimiento.

Franquiciatario 1	Franquiciatario 2
6.721351	8.3162646

Tabla 1: Promedio de satisfacción de los clientes por establecimiento. *(continued)*

Franquiciatario 1	Franquiciatario 2
6.323979	2.8591867
4.128115	12.9495849
9.593806	5.5420510
11.176376	3.8361638
5.460104	1.1963828
2.517744	4.8126178
9.186292	1.8920791
4.235253	6.1332265
8.824826	10.1599013
5.568107	5.9033151
6.794284	0.5051285
5.670497	0.4907579
8.418545	4.6517146
5.995717	7.0236920

Nota:
Donde 0 es completamente insatisfecho y 15 completamente satisfecho

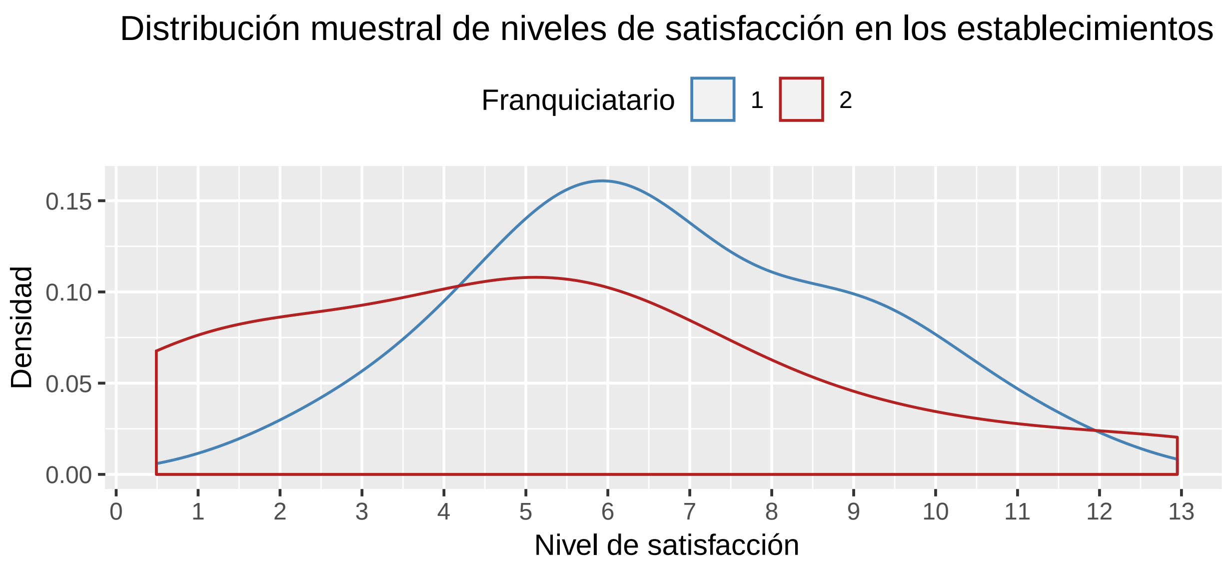
- Escribe la hipótesis nula y la hipótesis alternativa

Consideremos como μ_i la media de satisfacción de los clientes en los establecimeintos del franquiciatario i, $i = 1, 2$. Entonces la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_a) quedan como sigue:

$$\mathrm{H}_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \qquad \text{v.s.} \qquad \mathrm{H}_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

- Realiza la prueba de hipótesis correspondiente

Procedemos a graficar las distribuciones muestrales de los datos para tener una noción sobre que tan "diferentes" pueden llegar a ser.



Primero, se procede a realizar una prueba de hipótesis para la igualdad de varianzas (ya que necesitamos saber si la comparación de las medias se realizará con varianzas desconocidas iguales o distintas),

El planteamiento de hipótesis para igualdad de varianzas está dado por:

$$\mathrm{H}_0 : \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} = 1 \qquad \text{v.s.} \qquad \mathrm{H}_a : \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \neq 1$$

donde la región de rechazo está dada por

$$C = \left\{ x \in X \;\middle|\; \left(\frac{\frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (y_i - \mu_y)^2}{\frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (x_i - \mu_x)^2} \right) > F_{(n_1-1, n_2-1)}^{1-\alpha/2} \right\}$$

donde $\alpha = 0.1$ para una confianza del 90% y $n_1 = n_2 = 15$.

Calculando el estadístico se tiene que .

```r
alpha <- 0.1

n1 <- nrow(datos)
n2 <- nrow(datos)

est.f <- qf(1 - alpha, df1 = n1 - 1, df2 = n2 - 1)
```

obteniendo así un valor de $F_{(n_1-1,n_2-1)}^{1-\alpha/2} = 2.0224339$.

Realizando los cálculos para la región de rechazo, se obtiene que

```
library(tidyverse)

x <- datos %>%
     pull(f1)
y <- datos %>%
     pull(f2)

var_f1 <- sum((y - mean(y))^2)/n1
var_f2 <- sum((x - mean(x))^2)/n2

f <- var_f1/var_f2
```

$$\left(\frac{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(y_i-\mu_y)^2}{\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(x_i-\mu_x)^2}\right) = 2.3181465$$

En este caso observamos que:

$$2.3181465 = \left(\frac{\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(y_i-\mu_y)^2}{\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(x_i-\mu_x)^2}\right) > F_{(n_1-1,n_2-1)}^{1-\alpha/2} = 2.0224339$$

por lo tanto se rechaza la hipótesis nula de que ambas poblaciones tienen varianza igual. Es decir, consideramos que las poblaciones (establecimientos de franquiciatario 1 y establecimientos de franquiciatario 2) tienen varianza distinta.

Con lo anterior, se procede a realizar una prueba de hipótesis bilateral (de dos colas), para las medias de ambas poblaciones (establecimientos de franquiciatario 1 y establecimientos de franquiciatario 2).

```
test4 <- t.test(x, y, alternative = "two.sided", paired = FALSE,
                conf.level = 0.9, var.equal = FALSE, conf.int = TRUE)

test4

##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  x and y
## t = 1.4735, df = 24.184, p-value = 0.1535
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 90 percent confidence interval:
##  -0.2608457  3.5065696
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  6.707666  5.084804
```

En este caso observamos que $\text{p} - \text{value} > 0.1 = \alpha$

- Construye el intervalo de confianza para la diferencia de medias usando un nivel de confianza de 90%

El intervalo de confianza está dado por:

```
test4$conf.int
```

```
## [1] -0.2608457  3.5065696
## attr(,"conf.level")
## [1] 0.9
```

En este caso observamos que $0 \in (-0.26, 3.51)$

- Concluye

Lo anterior nos indica que, con una cofianza del 90%, podemos afirmar que el nivel de satisfacción, en promedio, que proporcionan los establecimientos de ambos franquiciatarios es el mismo.