Robótica
3. Modelado dinámico de robots

F. Hugo Ramírez Leyva

Cubículo 3

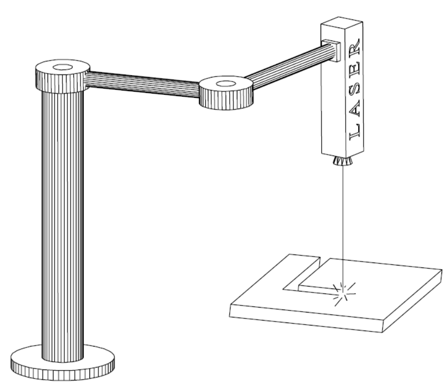
Instituto de Electrónica y Mecatrónica

hugo@mixteco.utm.mx

Marzo 2012

Robot Manipulador

- Robot manipulador:
  - Bazo mecánico articulado
  - Formado de eslabones conectados a través de uniones o articulaciones
  - Permiten un movimiento relativo de los eslabones consecutivos.
- La posición y velocidad de las articulaciones se miden con sensores colocados en la articulación.
- En cada articulación del robot se tienen actuadores que generan la fuerza o par para moveral robot como un todo.

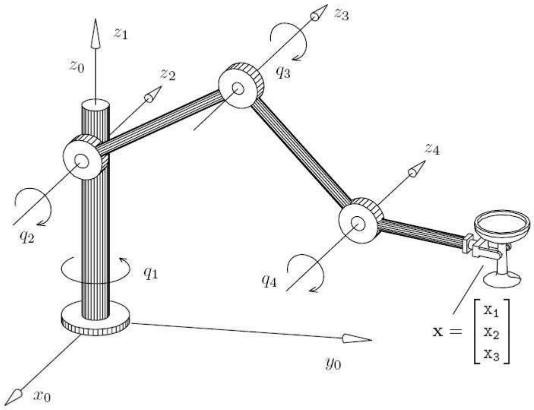


Robot Manipulador

- La posición $\mathbf{q}$, velocida $\boldsymbol{\tau}$ y torque en cada articulación forma un vector.
- X es la posición final del robot

$\dot{\mathbf{q}}$

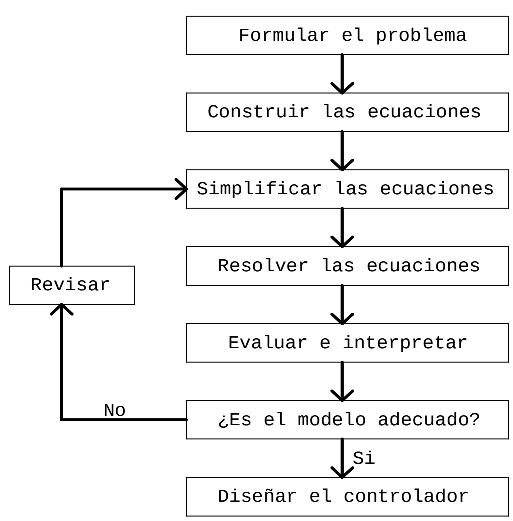
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \qquad \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$



$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix} \qquad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

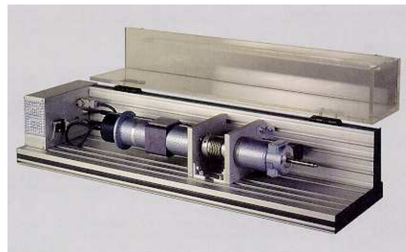
Diseño del Sistema de Control

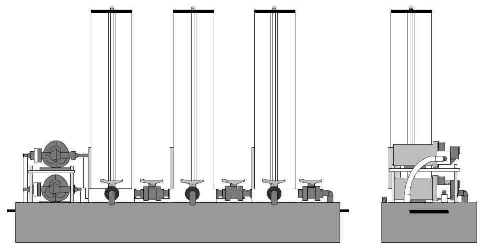
- La metodología para el diseño de los sistemas de control es:
  - Familiarización con el sistema físico.
  - Modelado
  - Especificaciones de control



Diseño del Sistema de Control

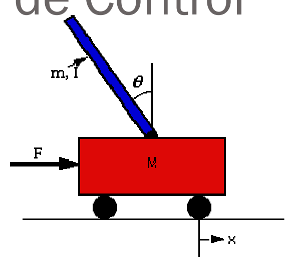
- Familiarización con el sistema físico
  - Determinar las variables físicas que se quieren controlar (salidas).
  - Determinar las variables físicas que influyen en la evolución del movimiento (entradas)
  - Determinar si el robot interactúa con el medio ambiente
  - Si el robot no interactúa con el medio ambiente





Diseño del Sistema de Control

- Modelado dinámico
  - Determinar la regla matemática que vincula las variables de entrada y salida del sistema
    - Analítica
    - Experimental
- El modelo dinámico son ecuaciones diferenciales NO LINEALES (y no autónomas)
  - Los sistemas de control tradicionales no se pueden aplicar
- Esquemas de control
  - Control adaptable
  - Lógica difusa
  - Controles no lineales



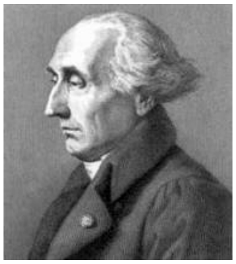
$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \ddot{x}\\ \dot{\Phi}\\ \ddot{\Phi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M+m)+Mml^2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & \frac{-mlb}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{mgl(M+m)}{I(M+m)+Mml^2} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \dot{x}\\ \Phi\\ \dot{\Phi}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \frac{I+ml^2}{I(M+m)+Mml^2}\\ 0\\ \frac{ml}{I(M+m)+Mml^2}\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \dot{x}\\ \Phi\\ \dot{\Phi}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}u$$

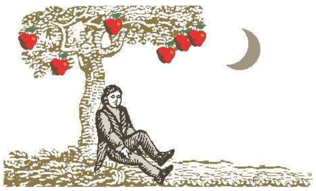
Diseño del Sistema de Control

- Características deseables de sistema de control
  - Estabilidad (Lyapunov)
  - Regulación (control de posición)
  - Seguimiento de trayectoria (control de trayectoria)
    - Trayectoria punto a punto
    - Trayectoria continua (Curva paramétrica)
- Navegación de robots
  - Planeación de itinerarios Determinar la curva en el espacio de trabajo sin tocar ningún obstáculo
  - Generación de trayectoria
  - Diseño del controlador

Modelado Dinámico

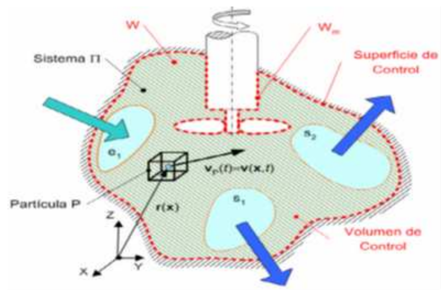


- Los robots manipuladores son sistemas mecánicos articulados formados por eslabones y conectados entres sí por articulaciones.
- La unión *i* conecta los eslabones *i* e *(i-1)*
- Cada unión se conecta independientemente a través de un accionador que se coloca generalmente en dicha unión y el movimiento de las uniones produce el movimiento relativo de los eslabones.
- *Zi* es el eje de movimiento de la unión *i*.
- *qi* es el desplazamiento angular (rotacional) alrededor de *zi*.
- *qi* es el desplazamiento lineal (traslacional) alrededor de *zi*.



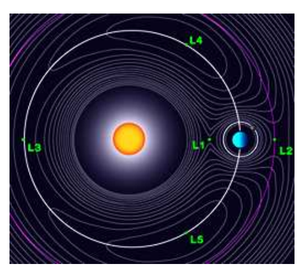
Modelado Dinámico

- Ecuaciones de movimiento de Newton
  - Permite determinar la futura posición del móvil en función de otras variables como la velocidad, aceleración, masa etc.
- Ecuación de Lagrange (1788)
  - La trayectoria de un objeto es obtenida encontrando la trayectoria que minimiza la integral de la energía cinética del objeto menos su energía potencial
- Hamiltóniano
  - Se determinan las ecuaciones de movimiento a partir de la energía del sistema



Procedimiento de Lagrange

1. Obtener la cinemática directa, $x = f\left(q_1, q_2, \ldots q_n\right)$
2. Modelo de energía
   - Calculo de la energía cinética k
   - Calculo de la energía potencial u
3. Calculo del Lagrangiano $\mathcal{L} = k - u$
4. Desarrollo de las ecuaciones de Euler Lagrange
   - $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = \tau$



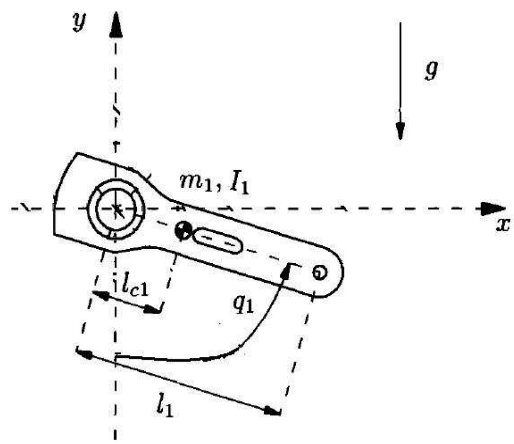
Péndulo Simple

- I= Momento de inercia
- *l*= longitud
- m=masa
- fricción: Coulomb (fc) y Viscosa (b)

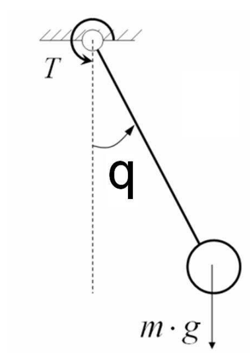
1. Cinemática Directa

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l\sin(q_1) \\ -l\cos(q_1) \end{bmatrix}$$

2. Modelo de energía



Péndulo Simple



- Energía Cinética

$$k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\dot{q}^2$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{X}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l\cos(q_1)\dot{q}_1 \\ l\sin(q_1)\dot{q}_1 \end{bmatrix}$$

$$v^2 = \mathbf{v}^T\mathbf{v} = l^2\cos^2(q_1)(\dot{q}_1)^2 + l^2\sin^2(q_1)(\dot{q}_1)^2 = l^2(\dot{q}_1)^2$$

$$k = \frac{1}{2}\left[ml^2 + I\right]\dot{q}^2$$

Péndulo Simple

- Energía Potencial

$$U = mgh = -mgl_{c1}\cos(q_1)$$

3. Lagrangiano

$$\mathcal{L} = k - u = \frac{1}{2}\left[ml^2 + I\right]\dot{q}^2 + mgl\cos(q_1)$$

4. Desarrollo de las ecuaciones de Euler Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1} = \left[ml^2 + I\right]\dot{q}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1}\right) = \left[ml^2 + I\right]\ddot{q}$$

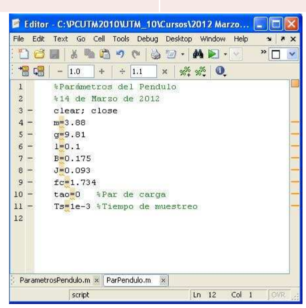
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = -mgl\sin(q_1)$$

$$\tau = \left[ml^2 + I\right]\ddot{q} + mgl_{c1}\sin(q) + f$$

Simulación en Matlab/Simulink

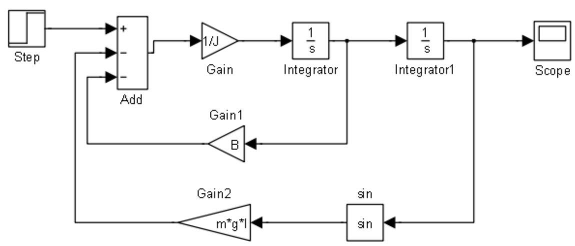
- Código de Matlab para inicializar
- %Parámetros del Péndulo
- %14 de Marzo de 2012
- clear; close
- m=3.88
- g=9.81
- l=0.1
- B=0.175
- J=0.093
- fc=1.734
- tao=0 %Par de carga
- Ts=1e-3 %Tiempo de muestreo

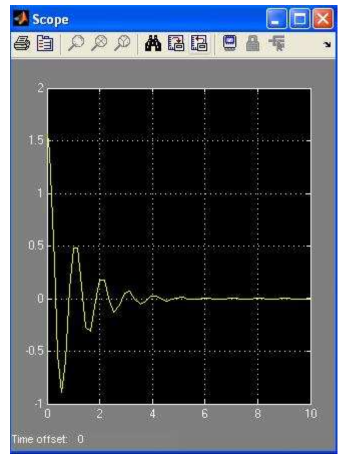
Parámetro	Valor	Unidad
Lóngitud del Eslabón	0.45	m
Masa del eslabon	24	kg
Centro de masa	0.091	m
Momento de Inercia	1.266	Kg m^2
Coeficiente de fricción viscosa	2.288	Nm-s
Coeficiente de fricción de coulomb	7.17	Nm



Simulación en Matlab/Simulink

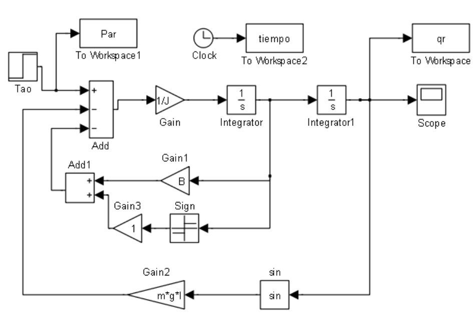
- Simulación con tao=0 y condición inicial q=90º
- Modelo con fricción viscosa

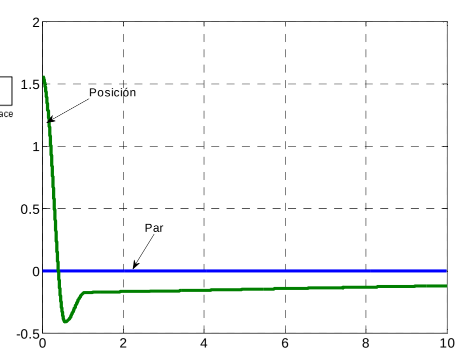




Simulación en Matlab/Simulink

- Simulación con par=0 y qinicial =90º.
- Las gráficas se hacen en Matlab
- Modelo Completo





C:\PCUTM2010\UTM_10\Cursos\2012 Marzo-Julio\Robótica\Apuntes\Presentaciones\matlab

Simulación en Simnon

Sistema Masa Resorte (Newton)

Resorte $F_r = ky$; k constante del resorte

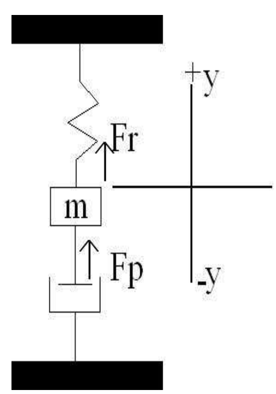
Piston $F_p = f\ \dot{y}$; f Coeficiente de fricción viscosa

Ecuaciones de Newton

$ma = \sum \vec{F}$

Aceleración=a= $\ddot{y}$; Velocidad= v = $\dot{y}$

$$m\ddot{y} = u - F_r - F_p = u - f\frac{dy}{dt} - ky$$



Sistema Masa Resorte (E-L)

Energía Potencial: Del resorte

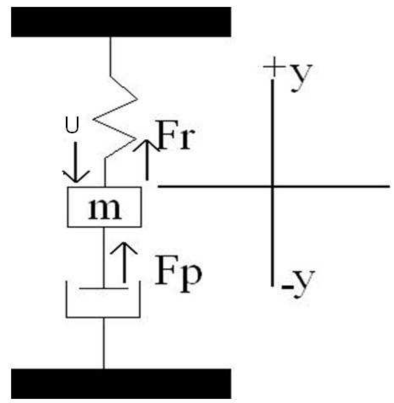
$$u = \frac{1}{2}ky^2$$

Energía cinética: De la masa

$$k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{y}^2$$

Fuerza disipativas del pistón:

$$F_p = f\frac{dy}{dt} = f\dot{y}$$



Sistema Masa Resorte

Lagrangiano

$$\mathcal{L} = k - u = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 - \frac{1}{2}ky^2$$

Ecuaciones de Euler Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}}\right) = m\ddot{y}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = -ky$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{y}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = u - F_p$$

$$m\ddot{y} = u - ky - f\dot{y}$$

Representación en Variables de Estado:

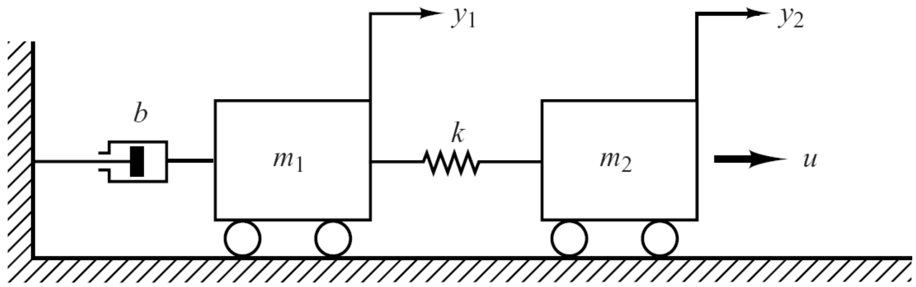
$$x_1 = y$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{y}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m}[u - fx_2 - kx_1]$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\frac{1}{m} & -\frac{f}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\frac{u}{m}$$

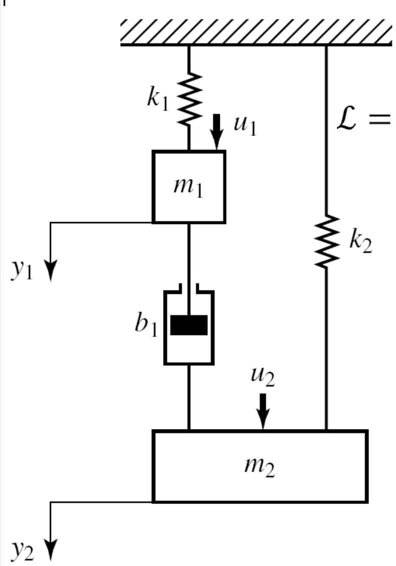
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 - \frac{1}{2}k(y_2 - y_1)^2$$



$$m_1\ddot{y}_1 + b\dot{y}_1 + k(y_1 - y_2) = 0$$

$$m_2\ddot{y}_2 + k(y_2 - y_1) = u$$

Sistema Mecánico

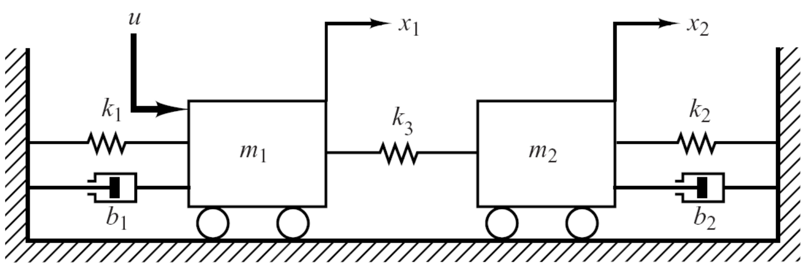


$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_2^2 - \frac{1}{2}m_1 y_1^2 - \frac{1}{2}m_2 y_2^2$$

$$ff = b_1(\dot{y}_1 + \dot{y}_2)$$

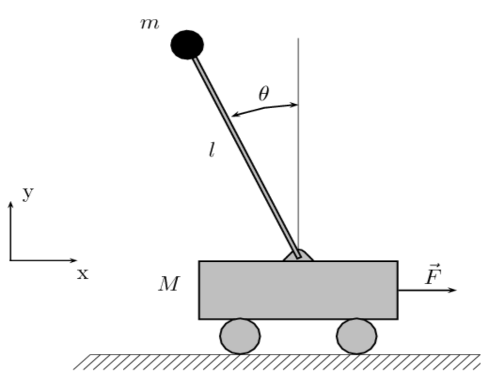
Sistema Mecánico

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 - \frac{1}{2}k_1x_1^2 - \frac{1}{2}k_2x_2^2 - \frac{1}{2}k_3(x_2 - x_1)^2$$



Péndulo Invertido

- M= Masa del Carro (0.5kg)
- M=masa del péndulo (0.5kg)
- b=Fricción del carro (0.1Nm/s)
- l=longitud del péndulo al centro de masa (0.3m)
- I = Inercia del péndulo (0.006kgm^2)
- F=Fuerza aplicada al carro
- *x*=posición del carro
- θ=Ángulo del péndulo

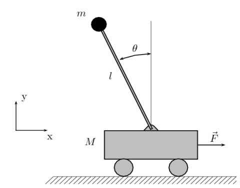


http://www.ib.cnea.gov.ar/~instyctl/Tutorial_Matlab_esp/invpen.html

Péndulo Invertido

- Energía Cinética y Potencial del carro

$$k_1 = \frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}M\dot{x}^2$$



$$u_1 = Mgh = 0$$

- Energía Cinética y Potencial del péndulo

$$|v_2|^2 = \dot{\boldsymbol{X}}_2{}^T\dot{\boldsymbol{X}}_2 = \dot{x}^2 - 2l\dot{x}\dot{\theta}cos(\theta) + l^2\,\dot{\theta}^2$$

$$\boldsymbol{X_2} = \begin{bmatrix} x - l\,sin(\theta) \\ l\,cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$k_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}_2^2$$

$$u_2 = mglcos(\theta)$$

$$\dot{\boldsymbol{X}}_2 = \begin{bmatrix} \dot{x} - l\dot{\theta}\,cos(\theta) \\ -l\,\dot{\theta}\,sin(\theta) \end{bmatrix}$$

Péndulo Invertido (Carro)

- Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(M+m)\dot{x}^2 - ml\dot{x}\dot{\theta}cos(\theta) + \frac{1}{2}ml^2\,\dot{\theta}^2 - mglcos(\theta) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}_2^2$$

- Ecuaciones de Euler Lagrange Carro

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}} = (M+m)\dot{x} - ml\dot{\theta}cos(\theta)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{x}}\right) = (M+m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta}cos(\theta) + ml\dot{\theta}^2 sin(\theta)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x} = 0$$

$$(M+m)\ddot{x} - ml\ddot{\theta}cos(\theta) + ml\dot{\theta}^2 sin(\theta) = F - ff_1$$

Péndulo Invertido (Péndulo)

- Ecuaciones de Euler Lagrange Péndulo

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = -ml\dot{x}cos(\theta) + (ml^2 + I)\dot{\theta}$$

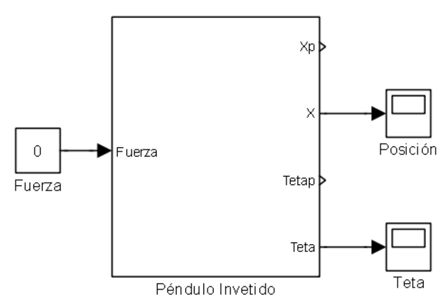
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) = -ml\ddot{x}cos(\theta) + ml\dot{x}sin(\theta) + (ml^2 + I)\ddot{\theta}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = ml\dot{x}\dot{\theta}\ sin(\theta) + mglsin(\theta)$$

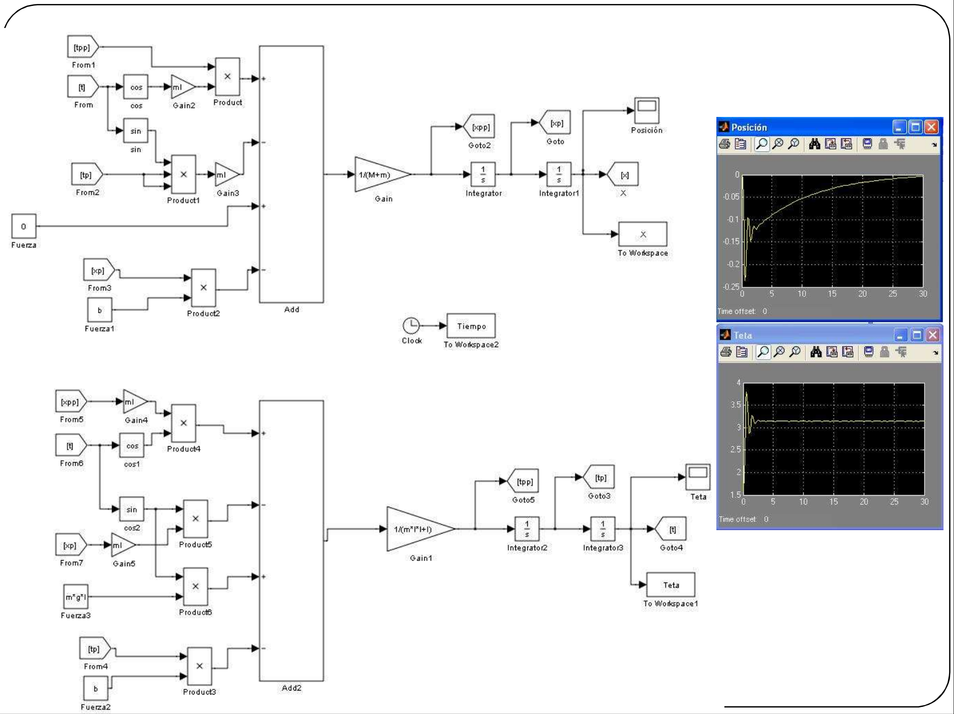
$$-ml\ddot{x}cos(\theta) + ml\dot{x}sin(\theta) + (ml^2 + I)\ddot{\theta} - mglsin(\theta) = -ff_2$$

Simulación del Péndulo Invertido

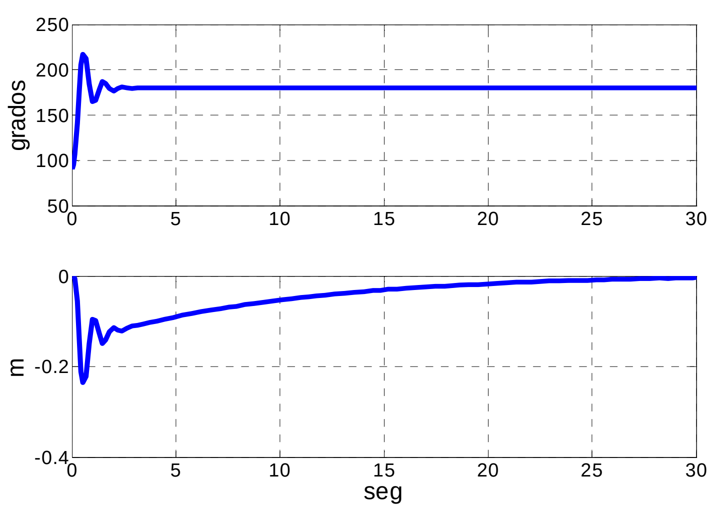
- M masa del carro 0.5 kg
- m masa del péndulo 0.5 kg
- b fricción del carro 0.1 N/m/seg
- l longitud al centro de masa del péndulo 0.3 m
- I inercia del péndulo 0.006 kg*m^2
- F fuerza aplicada al carro
- x coordenadas de posición del carro
- θ ángulo del péndulo respecto de la vertical



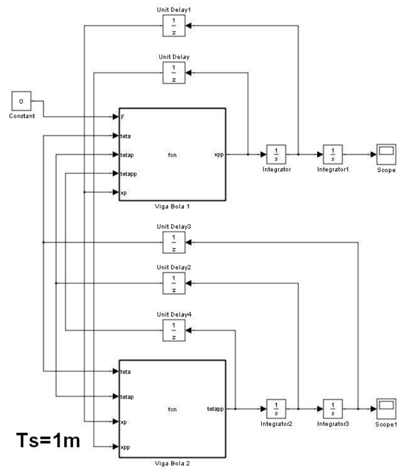
C:\PCUTM2010\UTM_10\Cursos\2012 Marzo-Julio\Robótica\Matlab\simulink\modelos\VigaBola



Simulación del Péndulo Invertido



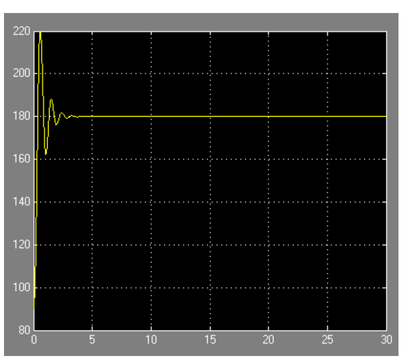
Simulación del Péndulo Invertido

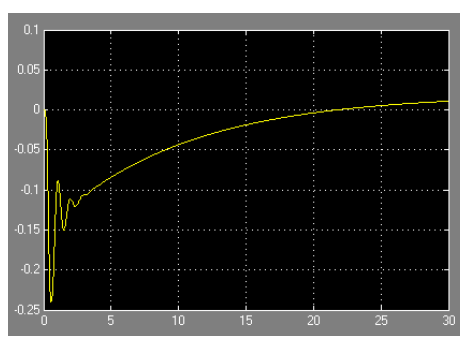



```
function xpp = fcn(F,teta, tetap, tetapp, xp)
%#eml
M=0.5;
m=0.5;
b=0.1;%Nm/s
l=0.3; %m)
I = 0.006; %kgm^2
g=9.81;
 xpp =(F-b*xp + m*l*tetapp*cos(teta)-m*l*(tetap^2)*sin(teta))/(M+m);
```

```
function tetapp = fcn(teta, tetap, xp, xpp)
%#eml
M=0.5;
m=0.5;
b=0.1;%Nm/s
l=0.3; %m)
I = 0.006; %kgm^2
g=9.81;

tetapp =(-b*tetap + m*l*xpp*cos(teta)-m*l*xp*sin(teta) +
m*g*l*sin(teta))/(m*l^2+I);
```

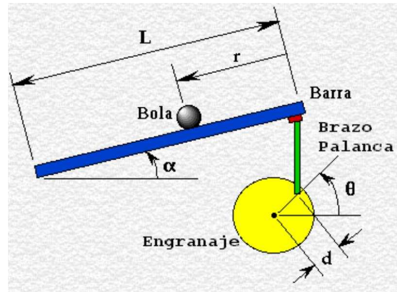
Simulación del Péndulo Invertido

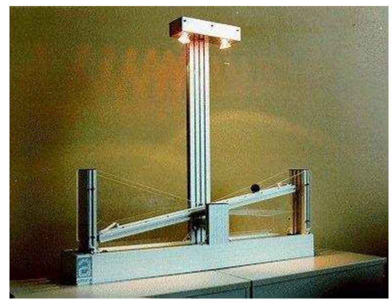




Viga Bola

- m = masa de la bola
- θ= ángulo de la viga
- L= Largo de la viga
- *r*=radio de la bola
- φ=ángulo de rotación de la bola
- *x*0 =distancia de el extremo de la viga a la bola
- ω= Velocidad angular de la bola por rotación
- $\dot{\theta}$ =Velocidad angular por la posición sobre la viga
- Ib=Momento de inercia por rotación
- Ia=Momento de inercia por traslación





Viga Bola

- Se pone el sistema de referencia sobre la viga
- Energía cinética y potencial

$$k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I_a\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_b\omega^2$$

- Cinemática directa $I_b = \frac{2}{5}mr^2$

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} x_0 cos(\theta) \\ x_0 sin(\theta) \end{bmatrix}$$

- Vector de Velocidad

$$\dot{\boldsymbol{X}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_0 cos(\theta) - x_0\dot{\theta}sin(\theta) \\ \dot{x}_0 sin(\theta) + x_0\dot{\theta}cos(\theta) \end{bmatrix}$$

- Velocidad

$$|v|^2 = \dot{\boldsymbol{X}}^{\boldsymbol{T}}\dot{\boldsymbol{X}} = \dot{x}_0{}^2 + x_0{}^2\dot{\theta}^2$$

$$x_0 = r\varphi$$

$$\dot{x}_0 = r\dot{\varphi}$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\dot{x}_0}{r}$$

$$\omega = \dot{\varphi} + \dot{\theta} = \frac{\dot{x}_0}{r} + \dot{\theta}$$

Viga Bola

- Energía cinética

$$k = \frac{1}{2} m\dot{x}_0{}^2 + \frac{1}{2} m{x_0}^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_a\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{x}_0}{r} + \dot{\theta}\right)^2 I_b$$

- Energía potencial

$$u = 0 \qquad \mathcal{L} = k$$

- Ecuación diferencial

- Ecuaciones de Euler Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_0} = m\dot{x}_0 + \left(\frac{\dot{x}_0}{r} + \dot{\theta}\right) I_b \frac{1}{r}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_0}\right) = m\ddot{x}_0 + \left(\frac{\ddot{x}_0}{r} + \ddot{\theta}\right) I_b \frac{1}{r}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_0} = m x_0\dot{\theta}^2$$

$$m\ddot{x}_0 + \left(\frac{\ddot{x}_0}{r} + \ddot{\theta}\right) I_b \frac{1}{r} - m x_0\dot{\theta}^2 = mgsin(\theta) - ff_1$$

$$\ddot{x}_0\left[m + \frac{I_b}{r^2}\right] + \ddot{\theta}\frac{I_b}{r} - m x_0\dot{\theta}^2 = mgsin(\theta) - ff_1$$

Viga Bola

- Ecuación de Euler lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = m{x_0}^2\dot{\theta} + I_a\dot{\theta} + \left(\frac{\dot{x}_0}{r} + \dot{\theta}\right) I_b$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}\right) = 2m x_0\dot{\theta}\dot{x}_0 + m{x_0}^2\ddot{\theta} + I_a\ddot{\theta} + \left(\frac{\ddot{x}_0}{r} + \ddot{\theta}\right) I_b$$

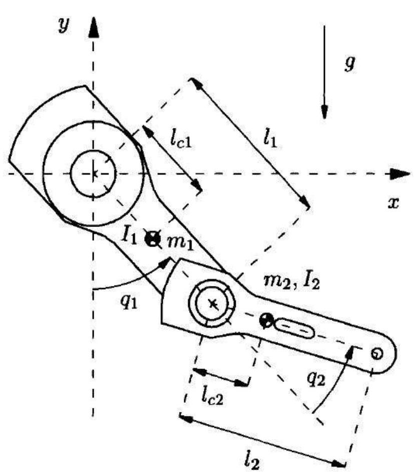
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = 0$$

$$2m x_0\dot{\theta}\dot{x}_0 + m{x_0}^2\ddot{\theta} + I_a\ddot{\theta} + \left(\frac{\ddot{x}_0}{r} + \ddot{\theta}\right) I_b = \tau - ff_2$$

Simulación de Viga Bola

- M masa de la bola 0.11 kg
- R radio de la bola 0.015 m
- d offset de brazo de palanca 0.03 m
- g aceleración gravitacional 9.8 m/s^2
- L longitud de la barra 1.0 m
- J momento de inercia de la bola 9.99e-6 kgm^2
- r coordenada de posición de la bola
- α coordenada angular de la barra
- θ ángulo del servo engranaje

Robot de 2 grados de Libertad



1. Cinemática directa de 1 y 2

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} l_{c1}\sin(q_1) \\ -l_{c1}\cos(q_1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} l_1\sin(q_1) + l_{c2}\sin(q_1+q_2) \\ -l_1\cos(q_1) - l_{c2}\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

2. Energía Cinética y potencial del 1er eslabón

Parámetro	Notación	Valor	Unidad
Longitud de eslabón 1	l_1	0.45	m
Longitud de eslabón 2	l_2	0.45	m
Masa del eslabón 1	m_1	23.902	Kg
Masa del eslabón 2	m_2	3.880	Kg
Centro de masa del eslabón 1	lc_1	0.091	m
Centro de masa del eslabón 2	lc_2	0.048	m
Momento de Inercia 1	I_1	1.266	Kg m^2
Momento de Inercia 2	I_2	0.093	Kg m^2
Coeficiente de viscosidad 1	b_1	2.288	Nm-seg
Coeficiente de viscosidad 2	b_2	0.175	Nm-seg
Coeficiente de Coulomb 1	fc_1	7.17 si $\dot{q}_1 > 0$ y 8.049 si $\dot{q}_1 < 0$	Nm
Coeficiente de Coulomb 2	fc_2	1.734	Nm
Aceleración de la gravedad	g	9.81	m/s^2
Torque de la articulación 1	τ_1	150	Nm
Torque de la articulación 2	τ_2	15	Nm

Robot de 2 grados de Libertad

- Energía Cinética k1:

$$v_1^2 = \mathbf{v}_1^T \mathbf{v}_1 = l_{c1}^2 \dot{q}_1^2$$

$$k_1 = \tfrac{1}{2} m_1 l_{c1}^2 \dot{q}_1^2 + \tfrac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 = \tfrac{1}{2}\left(m_1 l_{c1}^2 + I_1\right)\dot{q}_1^2$$

- Energía Potencial u1

$$u_1 = -m_1 l_{c1} g \cos(q_1)$$

- Energía Cinética y potencial del 2° eslabón

$$\mathbf{v}_2 = \frac{d\mathbf{r}_2}{dt} = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1)\dot{q}_1 + l_{c2}\cos(q_1+q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2) \\ l_1 \sin(q_1)\dot{q}_1 + l_{c2}\sin(q_1+q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2) \end{bmatrix}$$

$$v_2^2 = l_1^2\dot{q}_1^2 + l_{c2}^2\left[\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right]^2 + 2 l_1 l_{c2}\left[\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1\dot{q}_2\right]\cos(q_2)$$

Robot de 2 grados de Libertad

- Energía Cinética k2:

$$k_2 = {}^{m_2}\!/_{2}\, l_1^2 \dot{q}_1^2 + {}^{m_2}\!/_{2}\, l_{c2}^2 \left[\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right]^2$$

$$+ m_2 l_1 l_{c2} \left[\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2\right] \cos(q_2) + {}^{1}\!/_{2}\, I_2 \left[\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right]^2$$

- Energía Potencial:

$$u = u_1 + u_2 = -m_1 l_{c1} g \cos(q_1) - m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) - m_2 l_1 g \cos(q_1)$$

Robot de 2 grados de Libertad

3. Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}[m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2]\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 l_{c2}^2 [\dot{q}_1 + \dot{q}_2]^2 + m_2 l_1 l_{c2} cos(q_2)[\dot{q}_1^2 + \dot{q}_1 \dot{q}_2]$$

$$+ [m_1 l_{c1} + m_2 l_1]\, g\, cos(q_1) + m_2 g l_{c2} cos(q_1 + q_2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 [\dot{q}_1 \dot{+} q_2]^2$$

4. Ecuaciones de Euler Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} = \tau$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = \tau_1$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_2}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = \tau_2$$

Robot de 2 grados de Libertad

$$\tau_1 = \left(m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2 m_2 l_1 l_{c2}\cos(q_2) + I_1 + I_2\right)\ddot{q}_1 + \left(m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2}\cos(q_2) + I_2\right)\ddot{q}_2$$
$$-2 m_2 l_1 l_{c2}\sin(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 - m_2 l_1 l_{c2}\sin(q_2)\dot{q}_2^2 + \left(m_1 l_{c1} + m_2 l_1\right) g \sin(q_1) + m_2 g l_{c2}\sin(q_1 + q_2)$$
$$+ f_{1f}\left(\dot{q}_1\right)$$

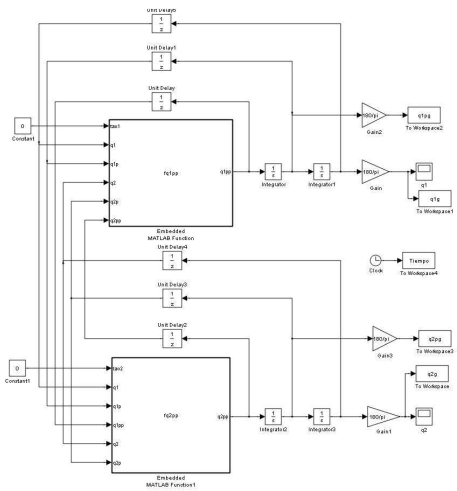
$$\tau_2 = \left(m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2}\cos(q_2) + I_2\right)\ddot{q}_1 + \left(m_2 l_{c2}^2 + I_2\right)\ddot{q}_2 + m_2 l_1 l_{c2}\sin(q_2)\dot{q}_1^2$$
$$+ m_2 g l_{c2}\sin(q_1 + q_2) + f_{2f}\left(\dot{q}_2\right)$$

$$\tau_1 = temp_1\ddot{q}_1 + temp_2\ddot{q}_2 - temp_3 - temp_4 + temp_5 + temp_6 + f_{1f}\left(\dot{q}_1\right)$$
$$\tau_2 = temp_7\ddot{q}_1 + temp_8\ddot{q}_2 + temp_9 + temp_{10} + f_{2f}\left(\dot{q}_2\right)$$

Robot de 2 grados de Libertad

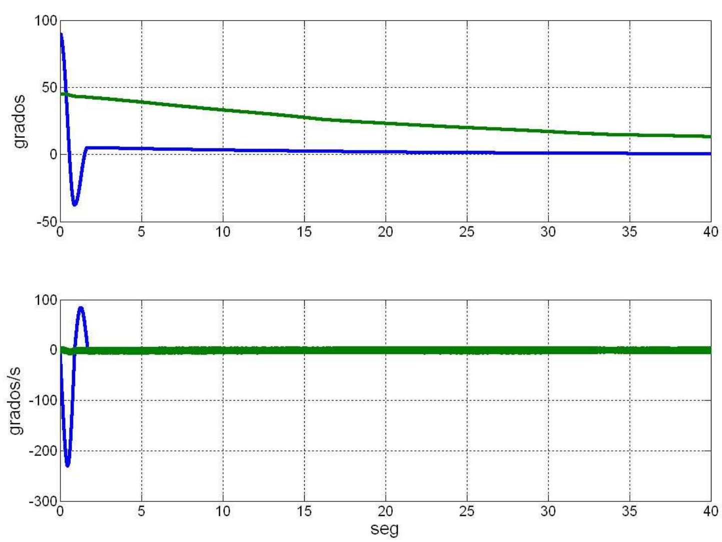
$$temp_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2 m_2 l_1 l_{c2}\cos(q_2) + I_1 + I_2$$
$$temp_2 = m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2}\cos(q_2) + I_2$$
$$temp_3 = 2 m_2 l_1 l_{c2}\sin(q_2) q_1 q_2$$
$$temp_4 = m_2 l_1 l_{c2}\sin(q_2)\dot{q}_2^2$$
$$temp_5 = \left(m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1\right) g \sin(q_1)$$
$$temp_6 = m_2 g l_{c2}\sin(q_1 + q_2)$$
$$temp_7 = m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2}\cos(q_2) + I_2$$
$$temp_8 = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$
$$temp_9 = m_2 l_1 l_{c2}\sin(q_2)\dot{q}_1^2$$
$$temp_{10} = m_2 g l_{c2}\sin(q_1 + q_2)$$

Simulación del Robot de 2 gdl



- Simulación del robot de 2 grados de libertad con condiciones iníciales
- q1(0)=pi/2
- q2(0)=pi/4

Simulación del Robot de 2 gdl

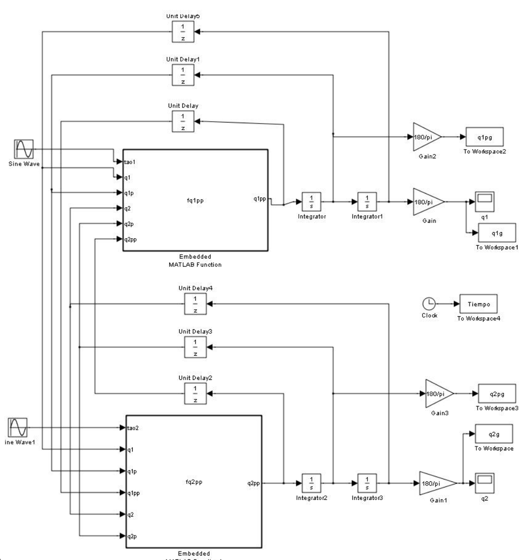


Simulación del Robot de 2 gdl

```
function q1pp = fq1pp(tao1, q1, q1p, q2, q2p, q2pp)
%#eml
l1=0.45;    l2=0.45;
m1=23.902;  m2=3.88;
lc1=0.091;  lc2=0.048;
I1=1.266;   I2=0.093;
b1=2.288;   b2=0.175;

if q1p>=0
   fc1=7.17;
else
   fc1=-8.049;
end
g=9.81;

temp1= m1*lc1*lc1 + m2*l1*l1 + m2*lc2*lc2 + 2*m2*l1*lc2*cos(q2)+I1+I2;
temp2= m2*lc2*lc2 + m2*l1*lc2*cos(q2) + I2;
temp3= 2*m2*l1*lc2*sin(q2)*q1p*q2p;
temp4= (m2*l1*lc2*sin(q2))*q2p*q2p;
temp5= (m1*lc1 + m2*l1)*g*sin(q1);
temp6= m2*g*lc2*sin(q1+q2);
fric1=fc1 + b1*q1p;

var1=temp2*q2pp - temp3 - temp4 + temp5 + temp6;
q1pp=(tao1 - var1 - fric1)/temp1;
```

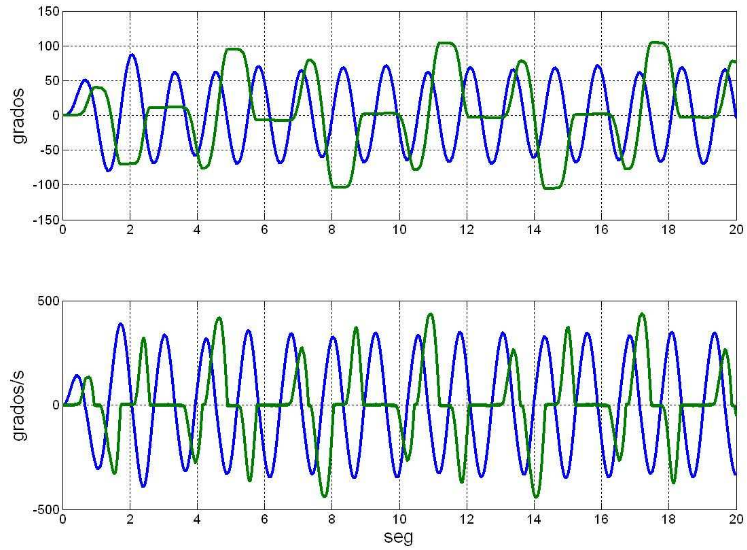
```
function q2pp = fq2pp(tao2, q1, q1p, q1pp, q2, q2p)
%#eml
l1=0.45;    l2=0.45;
m1=23.902;  m2=3.88;
lc1=0.091;  lc2=0.048;
I1=1.266;   I2=0.093;
b1=2.288;   b2=0.175;

if q2p>=0
   fc2=1.734;
else
   fc2=-1.734;
end
g=9.81;

temp7= m2*lc2*lc2 + m2*l1*lc2*cos(q2) + I2;
temp8= m2*lc2*lc2 + I2;
temp9= m2*l1*lc2*sin(q2)*q1p*q1p;
temp10=m2*g*lc2*sin(q1+q2);
fric2=fc2 + b2*q2p;

var2= temp7*q1pp + temp9 + temp10 + fric2;
q2pp= (tao2-var2-fric2)/temp8;
```

Simulación del Robot de 2 gdl par variable



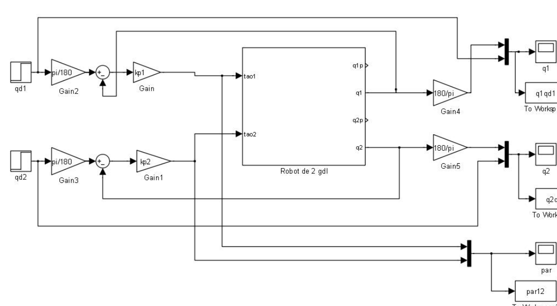
- Simulación con el par de carga variable
- tao1= 40 sin(5t)
- tao2 = 4 sin(3t)

Simulación del Robot de 2 gdl par variable



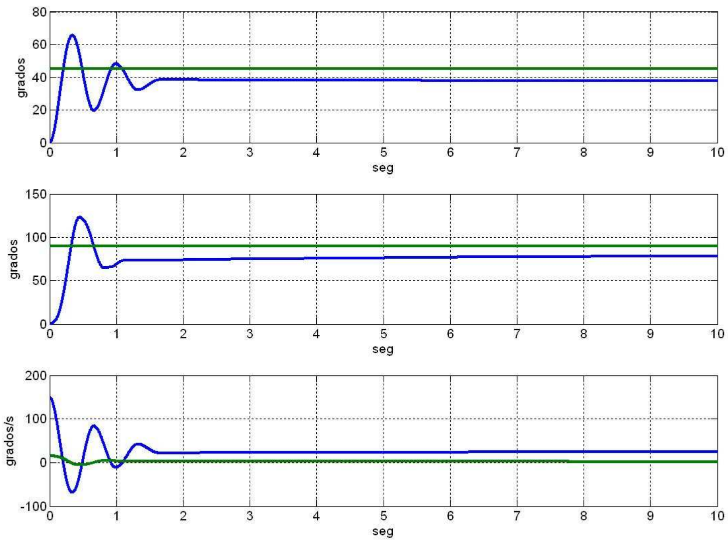
Controlador PI 2gdl

- Se implementó el controlador P con el robot de 2gdl
- El valor de las constantes es
- qd1=45*pi/2;
- qd2=90*pi/2;
- kp1=150/qd1;
- kp2=15/qd2;



C:\PCUTM2010\UTM_10\Cursos\2012 Marzo-Julio\Robótica\Matlab\simulink\modelos\Robot2gModelocompleto

Controlador PI 2gdl



Controlador PI 2gdl

- %Inicia parámetros Péndulo sin entrada Modelo con EL
- %29 Mayo 2012
- l1=0.45;   l2=0.45;
- m1=23.902; m2=3.88;
- lc1=0.091; lc2=0.048;
- I1=1.266;   I2=0.093;
- b1=2.288;   b2=0.175;
- qd1=45*pi/180;
- qd2=90*pi/180;
- kp1=150/qd1;
- kp2=15/qd2;
- subplot(3,1,1),plot(Tiempo,q1qd1(:,1),Tiempo, q1qd1(:,2))
- ylabel 'grados'
- xlabel 'seg'
- grid
- subplot(3,1,2),plot(Tiempo,q2qd2(:,1),Tiempo, q2qd2(:,2))
- ylabel 'grados'
- xlabel 'seg'
- grid
- subplot(3,1,3),plot(Tiempo,par12(:,1),Tiempo, par12(:,2))
- ylabel ‘Nm'
- xlabel 'seg'
- grid

Modelo de un Robot de n-grados

- Existe un modelo generalizado para un robot de n grados de Libertad
- Esta metodología normalmente es usada en lo libros de robótica
- Sea la energía cinética asociada con cada articulación $\mathcal{K}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})$
- Esta puede ser expresada como

$$\mathcal{K}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$$

- Donde **M**(**q**) es la matriz de inercia de **nxn**, y es simétrica definida positiva
- $\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de posiciones de las articulaciones
- $\mathcal{U}(\boldsymbol{q})$ es la energía potencial
- El lagrangiano se define como

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} - \mathcal{U}(\boldsymbol{q})$$

Modelo de un Robot de n-grados

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial}{\partial\dot{\boldsymbol{q}}}\left[\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\right]\right] - \frac{\partial}{\partial\boldsymbol{q}}\left[\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\right] + \frac{\partial\mathcal{U}(\boldsymbol{q})}{\partial\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{\tau}$$

$$\frac{\partial}{\partial\dot{\boldsymbol{q}}}\left[\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\right] = M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$$

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial}{\partial\dot{\boldsymbol{q}}}\left[\frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\right]\right] = M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}$$

- Ecuación de movimiento

$$M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{q}}\left[\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\right] + \frac{\partial\mathcal{U}(\boldsymbol{q})}{\partial\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{\tau}$$

Modelo de un Robot de n-grados

- El modelo completo para un robot de n grados de libertad es

$$M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + C(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{q}}) = \boldsymbol{\tau}$$

- Donde

$$C(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} = \dot{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{q}}\left[\dot{\boldsymbol{q}}^T M(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{q}}\right]$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \frac{\partial \mathcal{U}(\boldsymbol{q})}{\partial \boldsymbol{q}}$$

- $C(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ es la matriz de fuerza centrifuga y de Coriolis. No es único pero cuando se multiplica por la velocidad si
- $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas externas
- $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$ par gravitacional

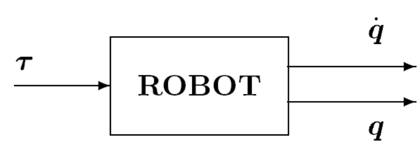
Modelo de un Robot de n-grados

- Una forma de calcular la matriz de Coriolis es con los símbolos de Chistoffel

$$c_{ijk}(\boldsymbol{q}) = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial M_{kj}(\boldsymbol{q})}{\partial q_i} + \frac{\partial M_{ki}(\boldsymbol{q})}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{ij}(\boldsymbol{q})}{\partial q_k}\right]$$

$$C_{kj}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix} c_{1jk}(\boldsymbol{q}) \\ c_{2jk}(\boldsymbol{q}) \\ \vdots \\ c_{njk}(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix}^T \dot{\boldsymbol{q}}$$

- El modelo del robot puede ser considerado como de una entrada y 2 salidas



Modelo de un Robot de 2-grados

- Para un robot de 2 grado el modelo es

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{11}(\boldsymbol{q}) & M_{12}(\boldsymbol{q}) \\ M_{21}(\boldsymbol{q}) & M_{22}(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix}}_{M(\boldsymbol{q})} \ddot{\boldsymbol{q}} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{11}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) & C_{12}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) \\ C_{21}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) & C_{22}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) \end{bmatrix}}_{C(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})} \dot{\boldsymbol{q}} + \underbrace{\begin{bmatrix} g_1(\boldsymbol{q}) \\ g_2(\boldsymbol{q}) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})} = \boldsymbol{\tau}$$

- Donde

$$\begin{aligned}
M_{11}(\boldsymbol{q}) &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 \left[l_1^2 + l_{c2}^2 + 2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) \right] + I_1 + I_2 \\
M_{12}(\boldsymbol{q}) &= m_2 \left[l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2) \right] + I_2 \\
M_{21}(\boldsymbol{q}) &= m_2 \left[l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2) \right] + I_2 \\
M_{22}(\boldsymbol{q}) &= m_2 l_{c2}^2 + I_2
\end{aligned}$$

Modelo de un Robot de 2-grados

$$\begin{aligned}
C_{11}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 \\
C_{12}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \left[\dot{q}_1 + \dot{q}_2 \right] \\
C_{21}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &= m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 \\
C_{22}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}}) &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_1(\boldsymbol{q}) &= \left[m_1 l_{c1} + m_2 l_1 \right] g \sin(q_1) + m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2) \\
g_2(\boldsymbol{q}) &= m_2 l_{c2} g \sin(q_1 + q_2) \,.
\end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ M(\boldsymbol{q})^{-1} \left[\boldsymbol{\tau}(t) - C(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) \right] - \boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{q}}) \end{bmatrix}$$

Modelo de un Robot de 2-grados

- Modelo Completo

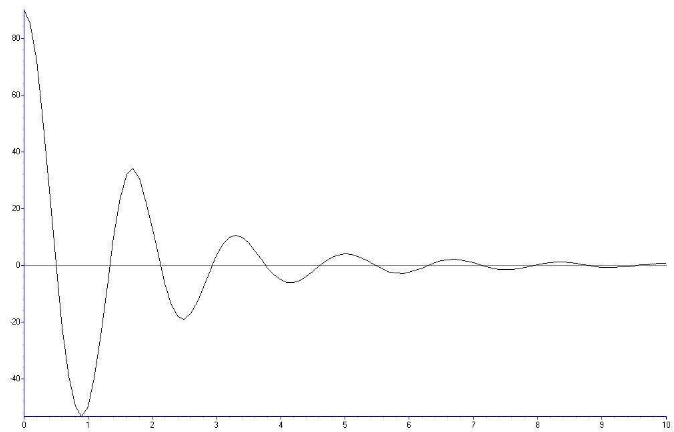
$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{M_{11}M_{22} - M_{21}M_{12}} \begin{pmatrix} M_{22} & -M_{12} \\ -M_{21} & M_{11} \end{pmatrix} \left(\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \right)$$

Simulación en Simnon

- CONTINUOUS SYSTEM ROBOT1
- "INPUT qd1plk qd1pplk qd2plk qd2pplk
- "OUTPUT qd1lk qd2lk
- " States, derivates and time:
- STATE q1 q1d q2 q2d
- DER q1p q1pp q2p q2pp
- TIME t
- "Asignación de variables entre sistemas
- q1:1.57
- q2:0.78
- "Matriz de Inercias
- M11= m1*lc1*lc1 + m2*l1*l1+m2*lc2*lc2 +2*m2*l1*lc2*cos(q2)+I1+I2
- M12=m2*lc2*lc2+m2*l1*lc2*cos(q2)+I2
- M21=m2*lc2*lc2+m2*l1*lc2*cos(q2)+I2
- M22=m2*lc2*lc2+I2
- "Matriz de Coriolis y fuerza centripeta
- C11=-m2*l1*lc2*sin(q2)*q2p
- C12=-m2*l1*lc2*sin(q2)*(q1p+q2p)
- C21=m2*l1*lc2*sin(q2)*q1p
- C22=0
- "Par gravitacional
- g1=(m1*lc1+m2*l1)*g*sin(q1) + m2*g*lc2*sin(q1+q2)
- g2=m2*g*lc2*sin(q1+q2)
- "Par de fricción
- fric1=b1*q1p
- fric2=b2*q2p
- "Ecuaciones diferenciales lazo cerrado
- detM=M11*M22-M21*M12
- va1=tao1-C11*q1p-C12*q2p-g1-fric1
- vb1=tao2-C21*q1p-C22*q2p-g2-fric2
- vc1=(M22*va1 - M12*vb1)/detM
- vd1=(-M21*va1 + M11*vb1)/detM
- q1p=q1d
- q2p=q2d
- q1pp=vc1
- q2pp=vd1
- "Torque
- tao1=0
- tao2=0
- "Comtrolador
- kp1=130
- kv1=kp1
- kp2=13
- kv2=kp2
- "Conversión a Grados____________________
- q1g=q1*57.296
- q2g=q2*57.296
- "Parametros el Robot
- l1:0.45
- l2:0.45
- m1:23.902
- m2:3.88
- lc1:0.091
- lc2:0.048
- I1:1.266
- I2:0.093
- b1:2.288
- b2:0.175
- fc1=if q1p>0 then 7.17 else 8.049
- fc2:1.734
- g:9.81
- END

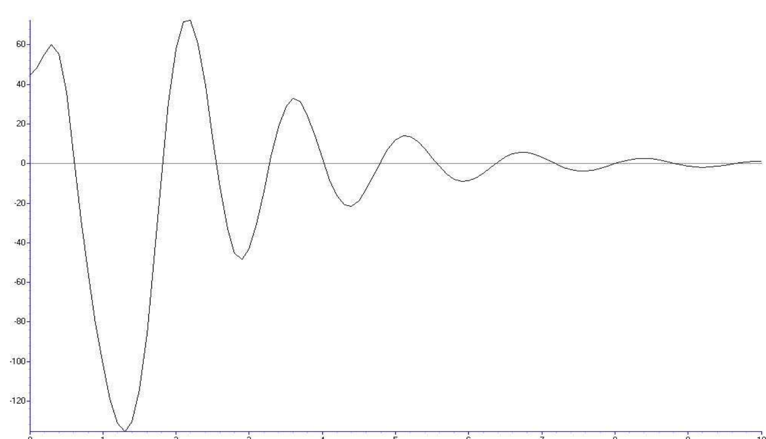
Simulación en Simnon

- Respuesta de q1 con condición inicial de 90º

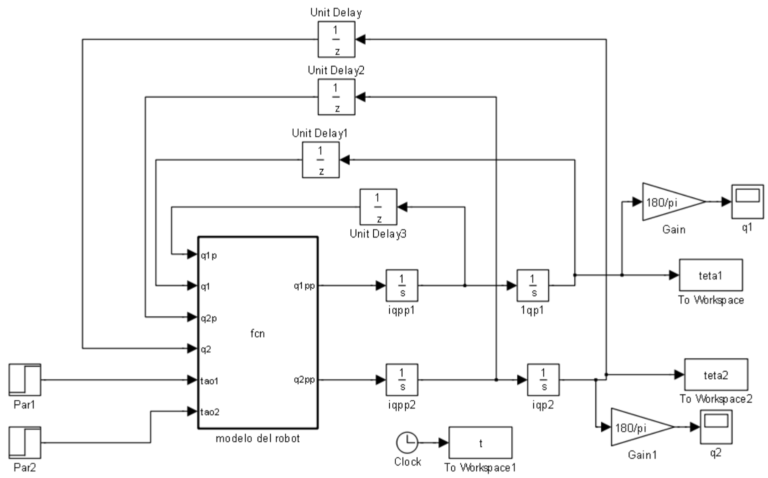


Simulación en Simnon

- Respuesta de q2 con condición inicial de 45º

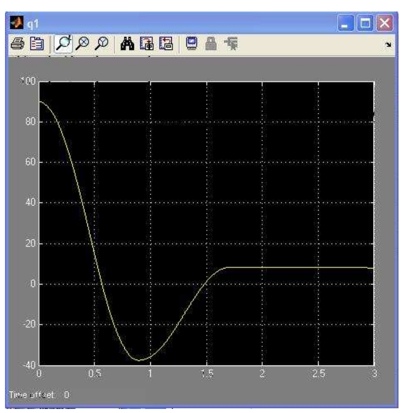


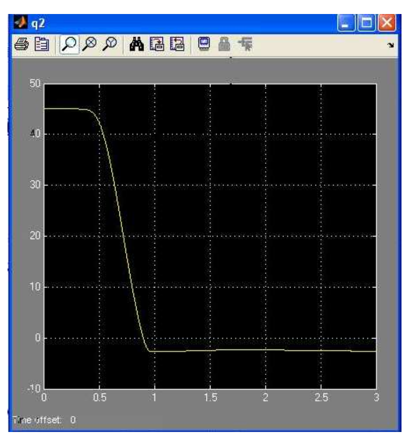
Simulación en Simulink



C:\PCUTM2010\UTM_10\Cursos\2012 Marzo-Julio\Robótica\Apuntes\Presentaciones\matlab\simulink

Simulación en Simulink





Archivo de inicialización y modelo

Inicialización. Inicia.m

```
%Parametros el Robot de 2 grados de
    libertad
clear; close
l1=0.45; lc1=0.091;
l2=0.45; lc2=0.048;
m1=23.902; m2=3.88;
 I1=1.266; I2=0.093
b1=2.288; lc2=0.048;
 fc1=7.17; fc2=1.734
g=9.81
Ts=1e-3
 tao1=0
tao2=0
```

Modelo del robot en matlab

```
function [q1pp, q2pp] = fcn(q1p, q1, q2p,
    q2, tao1, tao2)
%This block supports an embeddable
    subset of the MATLAB language.
% See the help menu for details.
l1=0.45; lc1=0.091;
l2=0.45; lc2=0.048;
m1=23.902; m2=3.88;
 I1=1.266; I2=0.093;
b1=2.288; b2=0.175;
 fc1=7.17; fc2=1.734;
g=9.81;
```

Archivo de modelo

Modelo del robot en matlab

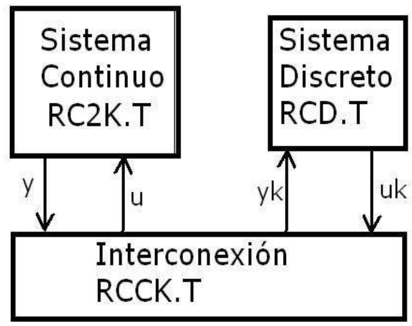
```
%Matriz de inercia
M11= m1*lc1*lc1 + m2*l1*l1+m2*lc2*lc2
    +2*m2*l1*lc2*cos(q2)+I1+I2;
M12=m2*lc2*lc2+m2*l1*lc2*cos(q2)+I2;
M21=m2*lc2*lc2+m2*l1*lc2*cos(q2)+I2;
M22=m2*lc2*lc2+I2;

%Matriz de Coriolis
C11=-m2*l1*lc2*sin(q2)*q2p;
C12=-m2*l1*lc2*sin(q2)*(q1p+q2p);
C21=m2*l1*lc2*sin(q2)*q1p;
C22=0;

%Par gravitacional
g1=(m1*lc1+m2*l1)*g*sin(q1) + m2*g*lc2*sin(q1+q2);
g2=m2*g*lc2*sin(q1+q2);
```

Modelo del robot en matlab

```
%Par de fricción
fric1=fc1*sign(q1p) + b1*q1p;
fric2=fc2*sign(q2p) + b2*q2p;

%Ecuaciones diferenciales lazo cerrado
detM=M11*M22-M21*M12;
va1=tao1-C11*q1p-C12*q2p-g1-fric1;
vb1=tao2-C21*q1p-C22*q2p-g2-fric2;

vc1=(M22*va1 - M12*vb1)/detM;
vd1=(-M21*va1 + M11*vb1)/detM;

q1pp=vc1;
q2pp=vd1;
```

Simulación de Sistema discreto y Continuos en Simnon

- El Simnon tiene la capacidad de simular sistemas continuos, discretos y una combinación de ambos.
- De tal manera que es posible simular el sistema en tiempo continuo y el controlador en tiempo discreto.
- Cada sistema se maneja en archivos diferentes de tiempo continuo, discreto y de interconexión .
- Ejemplo los archivos RCCK.T, RC2K.T y RCD.T



Simulación de Sistema discreto y Continuos en Simnon

Archivo Continuo RC2k.T

```
CONTINUOUS SYSTEM RC2k
" Inputs and outputs:
INPUT ukk
OUTPUT ykk
 STATE x1 x2  x3
DER x1p x2p  x3p
TIME t
 x1p=x2
x2p=vin -k2*x1  - k1*x2
k1:2
k2:1
x3p=e
 xdd=x1p
xd:4
e=xd-x1
 kp=20/xd
kv=0.3*kp
ki=2.4
prop=kp*e
diff=-kv*x2
integ=ki*x3
"vin=prop+diff+integ
"vin=kp*e - kv*x2  + ki*x3
vin=ukk
ykk=x1
 END
```

Archivo de Interconexión RCCK.T

```
CONNECTING SYSTEM RCCK
"Version:     1.0
" Abstract:
" Description:
" Revision:    1.0
" Author:      Hugo Ramírez Leyva
" Created:     21/05/2007

"Time, if needed:
TIME t

" Connections:

ukk[RC2K]=ukk[rcd]
ykk[rcd]=ykk[rc2k]

END
```

Simulación de Sistema discreto y Continuos en Simnon

Archivo Discreto RCD.T

```
DISCRETE SYSTEM RCD
" Inputs and outputs:
INPUT ykk
OUTPUT ukk
 " States and time variables:
STATE yka ye1ka
NEW yk    ye1k
TIME t
TSAMP tk
 yk=ykk
ukk=uk
 tk=t+h
h=0.001
 deri=(yk-yka)/h
 yd=1
ek=yd-yk
kp=20/yd
kv=0.3*kp
ki=1
 ye1k=ek*h+ye1ka
 uk=kp*ek - kv*deri + ye1k*ki

END
```

Archivo de Macro macdisk.T

```
MACRO macdisk
"Version:      1.0
" Abstract:
" Description:
" Revision:     1.0
" Author:
" Created:      21/05/2007
 " Ente
 syst rc2k rcd rcck
store x1 x2 x3 ek vin prop integ diff
simu 0 5 0.001
split 3 1
ashow x1 ek
ashow prop integ diff vin
ashow vin
END
```

Simulación de Sistema discreto y Continuos en Simnon