

## I- LES GRANDEURS VARIABLES

### 1- Introduction

La plupart des grandeurs physiques sont variables au cours du temps.

Donnons quelques exemples :

- la pression atmosphérique (P en mbar) mesurée sur plusieurs jours,
- l'éclairement (E en lux) dû au soleil sur une journée,
- la tension électrique fournie par EDF en quelques millisecondes,

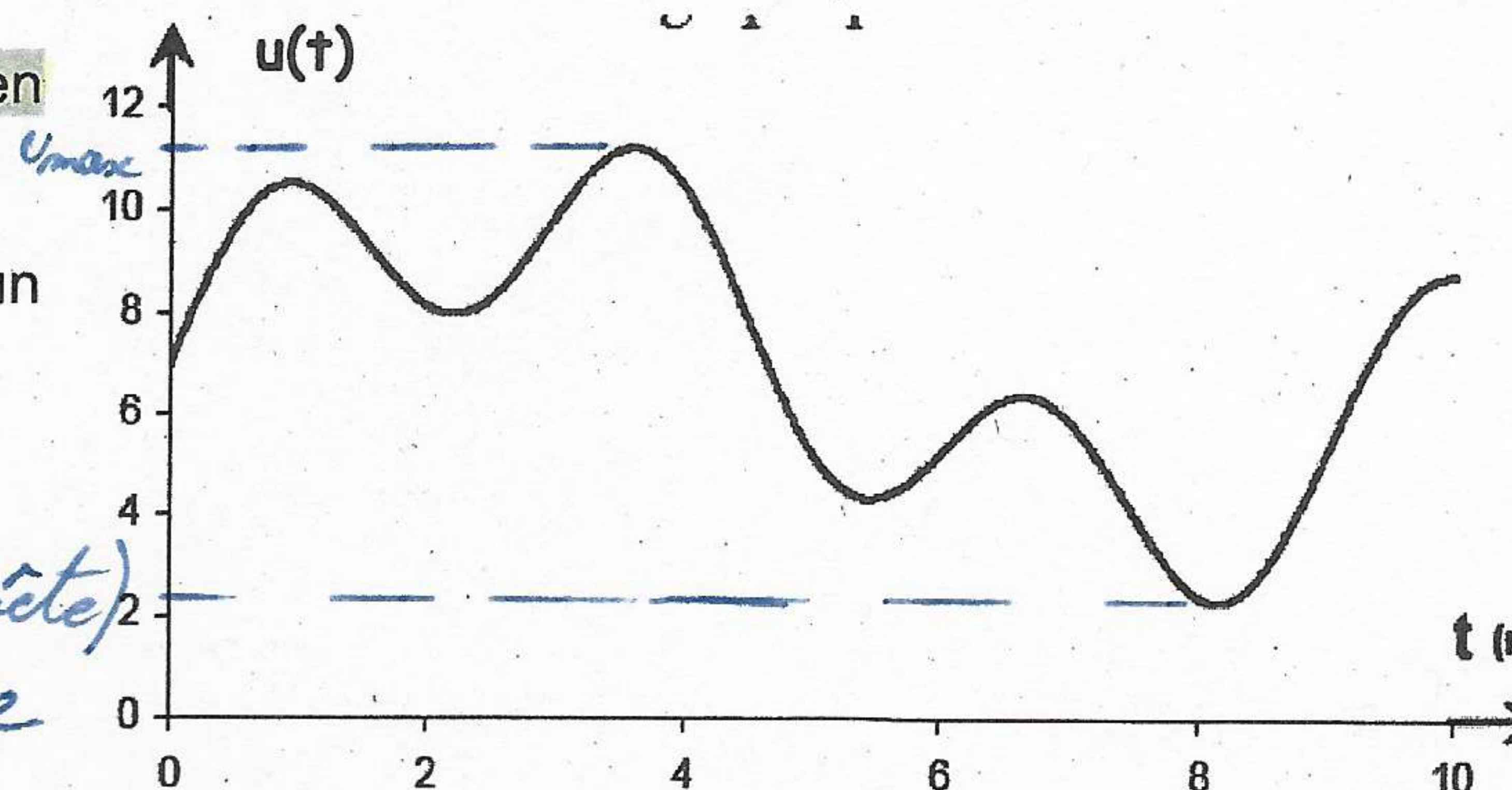
### 2- Représentation

Les grandeurs variables dépendent du temps, on les notera en lettres minuscules.

La grandeur variable sera représentée sur l'ordonnée d'un graphique dont l'abscisse est le temps.

Notations :

$u(t)$  : valeur instantanée  
 $\hat{u}$  -  $u_{max}$  : valeur max (Amplitude - valeur crête)  
 $\check{u}$  -  $u_{min}$  : valeur minimal - valeur creuse



Remarque :

Les lois des nœuds et des mailles sont valables quelque soit le régime, si on les applique aux valeurs instantanées.

## II- LES GRANDEURS PÉRIODIQUES

### 1- La période

Beaucoup de grandeurs ont des variations qui se reproduisent identiquement entre deux instants consécutifs.

**Définition :** Un signal est dit périodique lorsqu'il se répète à l'identique avec un motif de durée constante qu'on appelle période  $T$ .

Remarque : L'étude d'un signal périodique pourra donc se faire sur une seule période.

### 2- La fréquence :

**Définition :** La fréquence  $f$ , exprimée en Hertz (Hz), d'une grandeur périodique est le nombre de périodes contenues dans une durée égale à une seconde.

En une seconde, on aura  $f$  périodes de durée  $T$  donc  $f \times T = 1s$  ce qui donne :

$$f = \frac{1}{T}$$

avec  $f$  en Hertz (Hz) et  $T$  en secondes (s)

Les multiples pour l'unité de fréquence sont :

le kilohertz :  $1 \text{ kHz} = 10^3 \text{ Hz}$  ( $T=1\text{ms}$ );

le gigahertz :  $1 \text{ GHz} = 10^9 \text{ Hz}$  ( $T=1\text{ns}$ );

le mégahertz :  $1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$  ( $T=1\mu\text{s}$ );

le térahertz :  $1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz}$  ( $T=1\text{ps}$ ).

On peut citer quelques fréquences utilisées en électricité et électronique :

Réseau EDF :  $f = 50 \text{ Hz}$  ( $T = 0,02 \text{ s}$  ou  $20\text{ms}$ );

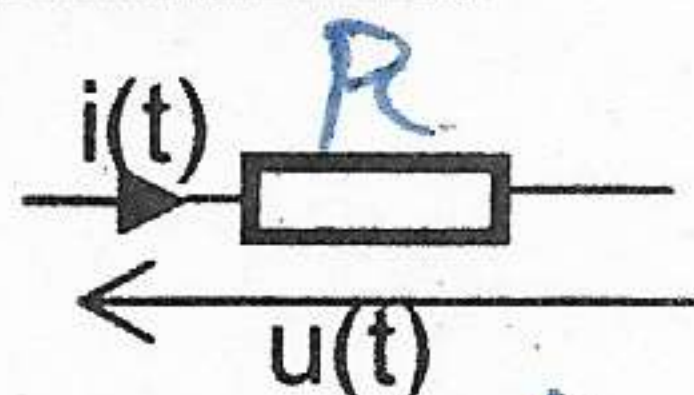
Bande radio FM : de  $88 \text{ MHz}$  à  $108 \text{ MHz}$ ;

France Inter en grandes ondes :  $f = 162 \text{ kHz}$ ;

Téléphone cellulaire :  $900 \text{ MHz}$  et  $2,6 \text{ GHz}$ .

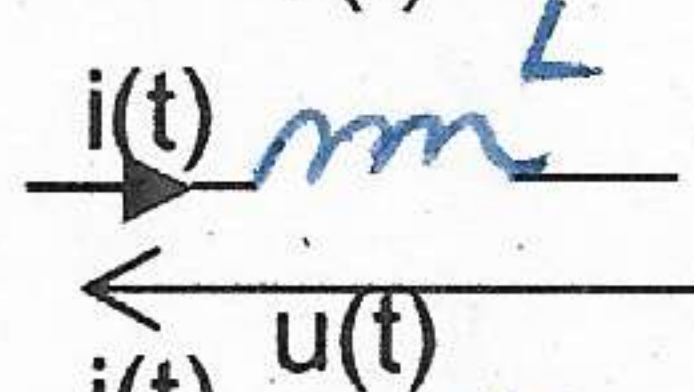
### 3- Loi d'Ohm en régime variable :

3.1 Résistance



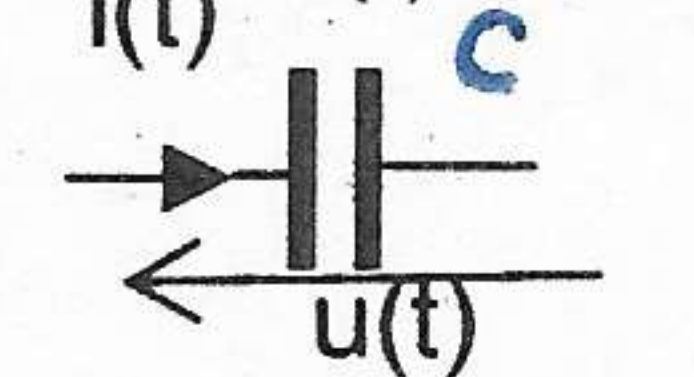
$u(t) = R \cdot i(t)$  tension proportionnelle au courant.

3.2 Bobine parfaite



$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot i'$  tension proportionnelle à la dérivée du courant.

3.3 Condensateur



$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$  courant proportionnelle à la dérivée de la tension



#### 4- La valeur moyenne

Définition : La valeur moyenne d'un signal périodique  $s(t)$ , notée  $S_{moy}$  ou  $\langle s(t) \rangle$  ou  $\bar{s}$ , est définie par la relation :

$$\langle s(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt$$

Pour les signaux « simples », l'intégrale se ramène à un calcul d'aire, on obtient la relation :

$$\langle s(t) \rangle = \frac{\text{aire}}{T}$$

avec  $A$  surface entre la courbe  $s(t)$  et l'axe des abscisses.

#### Méthode de calcul :

- Repérer une période du signal (motif)
- Calculer la surface  $A$  en faisant la somme algébrique de toutes les surfaces pour une période  $T$  (si la courbe est en dessous de l'axe, la surface sera négative) ;
- Finir par le calcul  $S_{moy} = \frac{A}{T}$

#### Exemple :

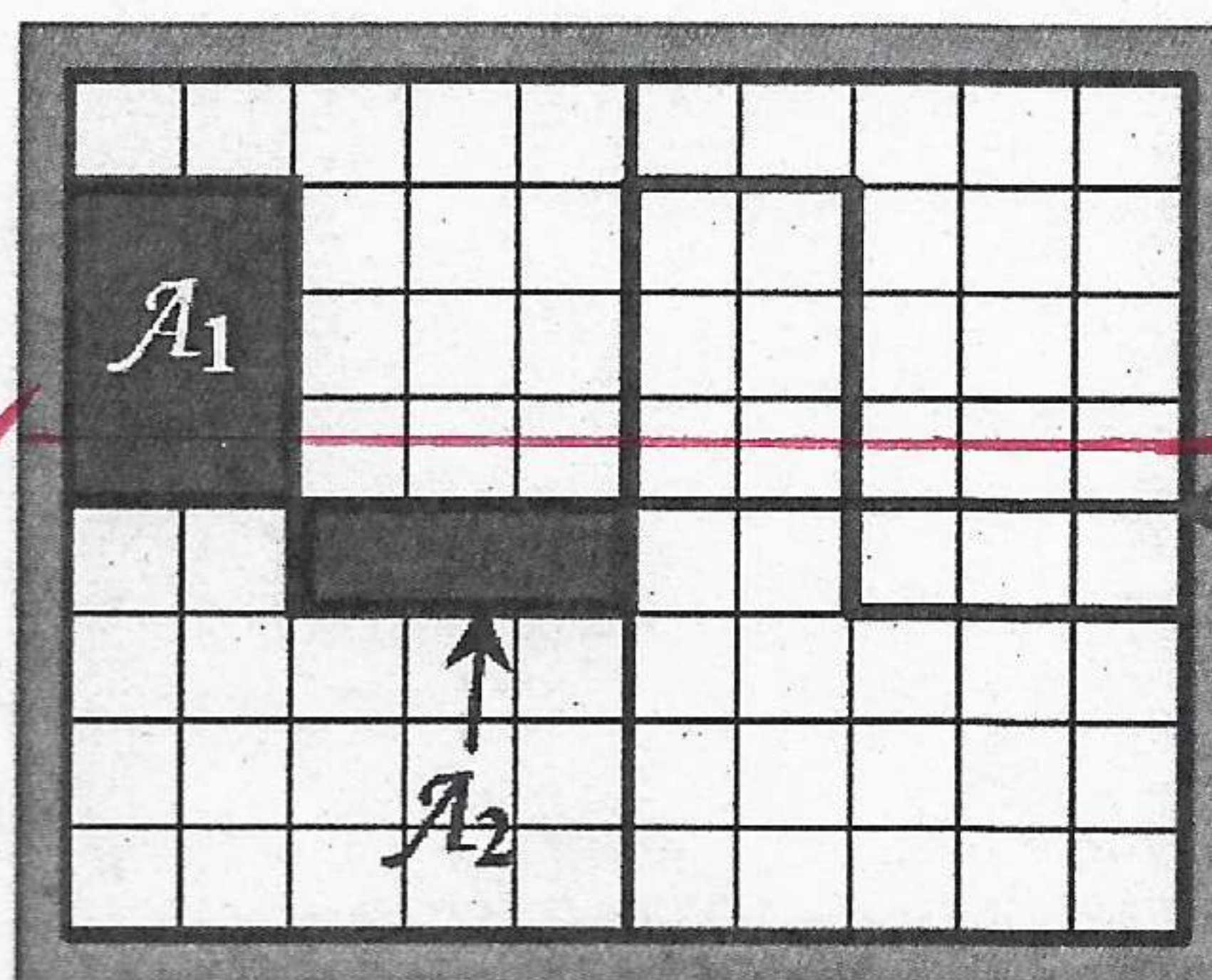
Calculer la valeur moyenne de la tension  $u(t)$  représentée sur l'oscillogramme ci-contre :

$$T = 5 \times 1 = 5 \text{ ms}$$

$$A_1 = 6 \times 2 \cdot 10^{-3} = 12 \cdot 10^{-3} \quad A_2 = (-2) \times 3 \cdot 10^{-3} = -6 \cdot 10^{-3}$$

$$A = A_1 + A_2 = 12 \cdot 10^{-3} + (-6) \cdot 10^{-3} = 6 \cdot 10^{-3}$$

$$\langle u(t) \rangle = \frac{A}{T} = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \text{ V}$$



Temps :  
1ms / div

Voie 1 :  
2V / div  
DC

Voie 2 :  
Inactive  
DC

#### Remarques importantes :

- La valeur moyenne est toujours indépendante de la période.
- Un signal ayant une **valeur moyenne nulle** est appelé un signal *alternatif*.
- La valeur moyenne est aussi appelée "composante continue".
- Si  $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$  alors  $\langle s(t) \rangle = \langle s_1(t) \rangle + \langle s_2(t) \rangle$
- Si  $s(t) = s_1(t) \times s_2(t)$  alors  $\langle s(t) \rangle \neq \langle s_1(t) \rangle \times \langle s_2(t) \rangle$

#### Mesure de la valeur moyenne

- La valeur moyenne d'une grandeur se mesure avec un appareil numérique en position "DC".

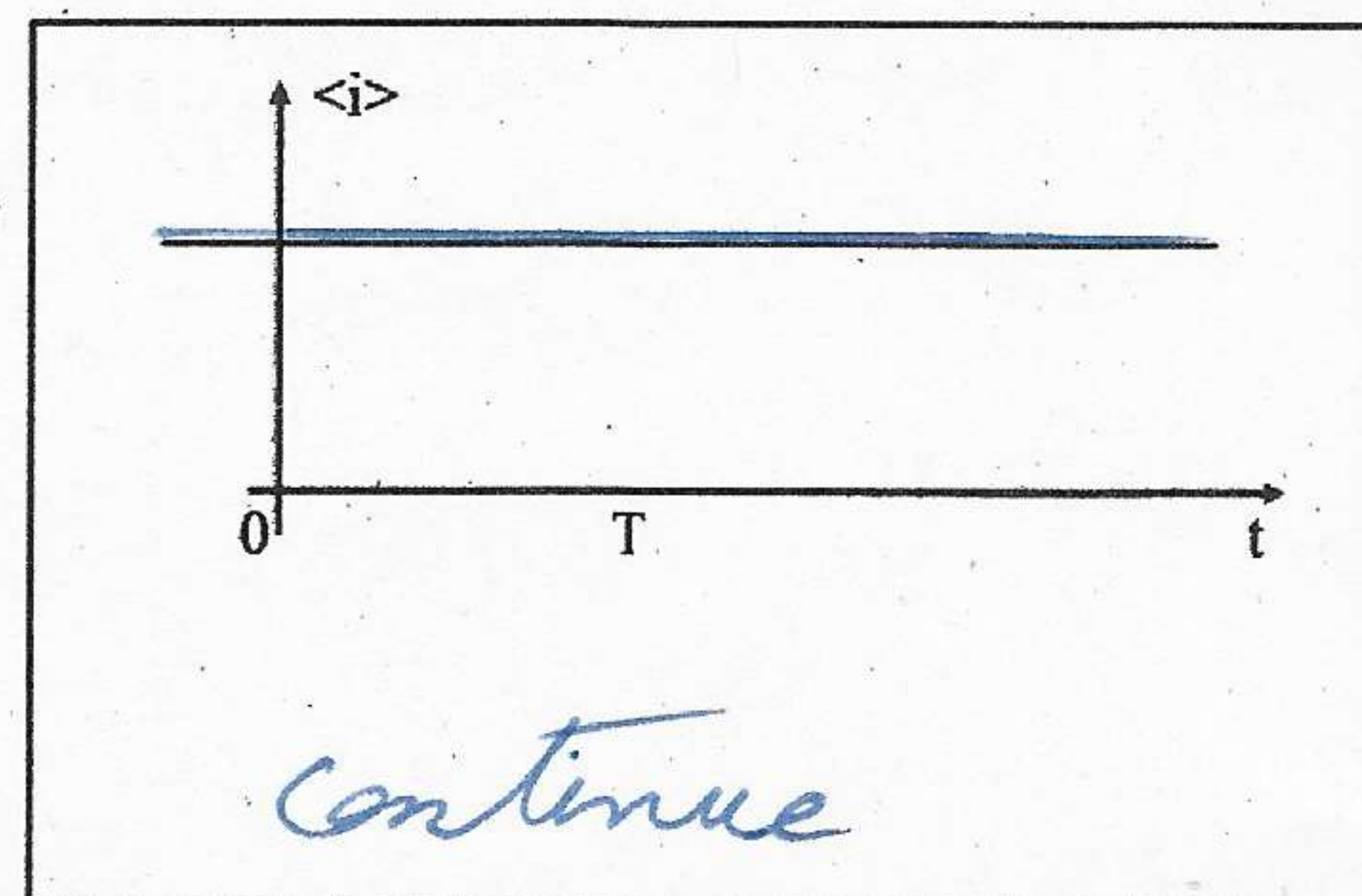
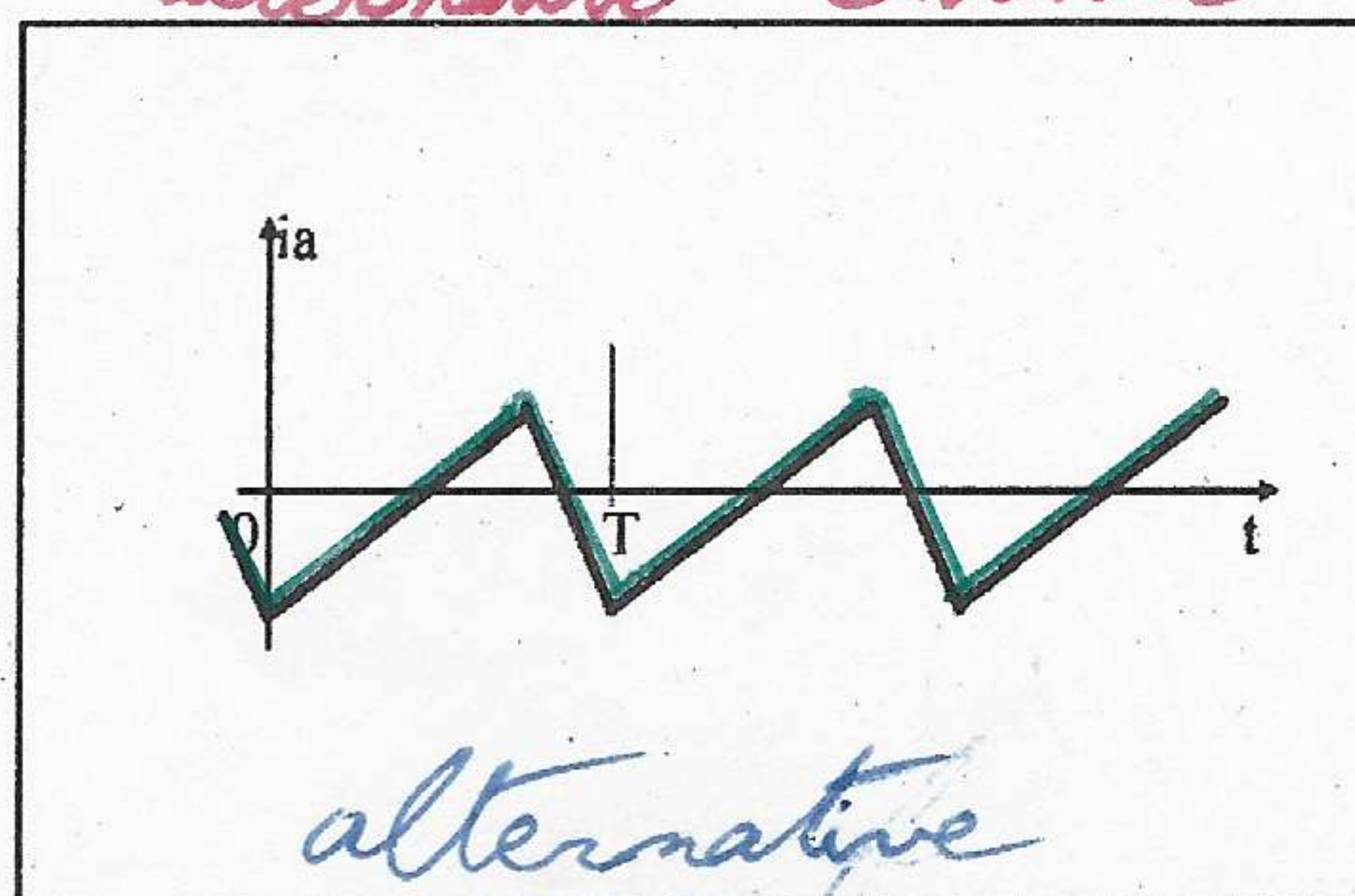
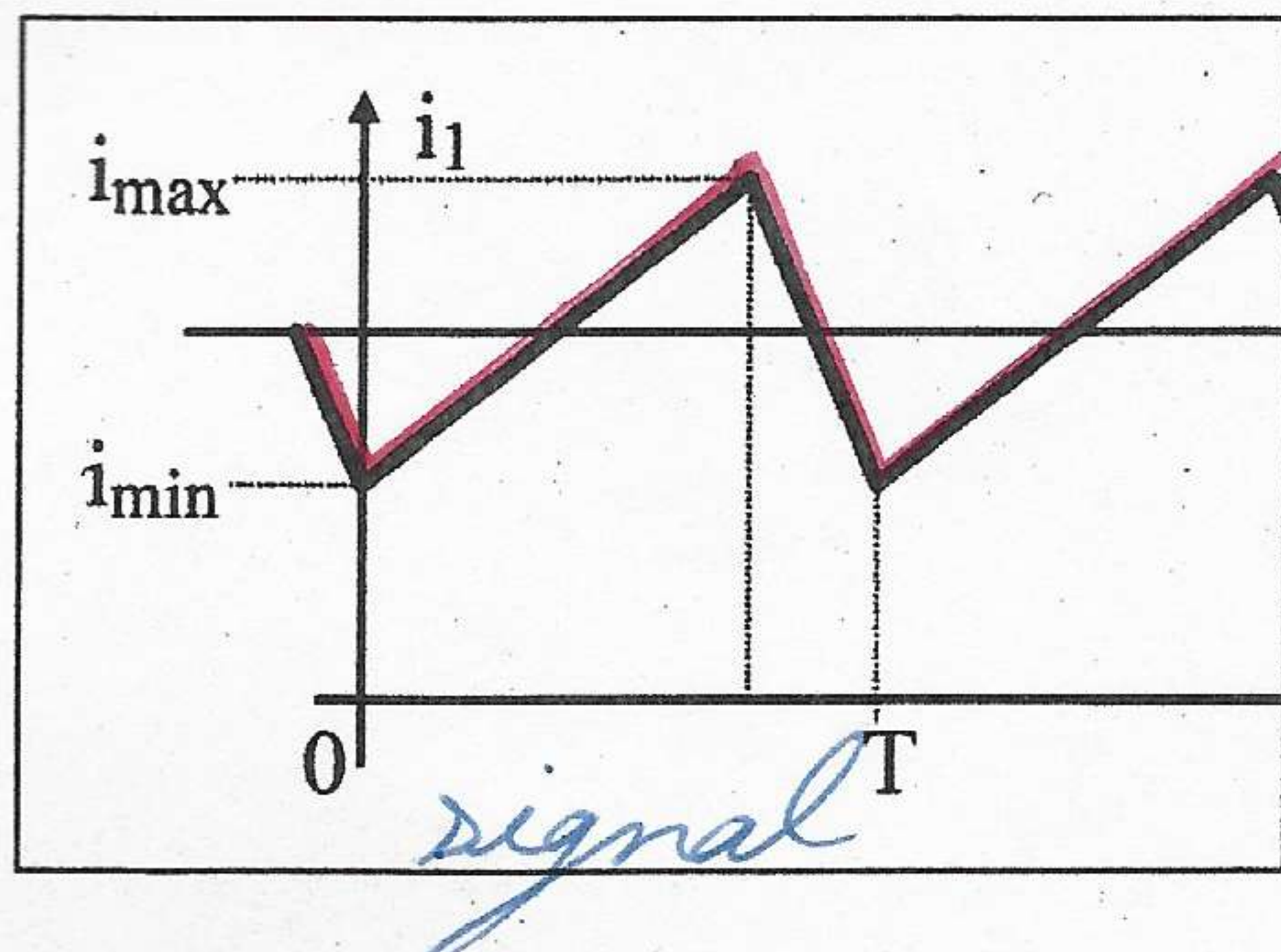
#### Composition d'un signal périodique

Tout signal périodique  $s(t)$  peut se décomposer en la somme d'un signal alternatif  $s_a(t)$  et d'un signal continu égal à sa valeur moyenne  $\langle s(t) \rangle$ .

$$s(t) = s_a + \langle s(t) \rangle$$

*signal* *composante* *composante*  
*alternatif* *alternative* *continue*

#### exemple





5

## 4- La valeur efficace

### Expérience

Alimentons une ampoule d'éclairage supposée "résistive" avec la tension  $u$  sinusoïdale alternative.

Nous constatons que l'ampoule brille; elle reçoit donc de l'énergie bien que  $U_{\text{moy}} = 0V$ .

Alimentons cette même ampoule avec une tension continue  $U$  que l'on règlera jusqu'à avoir le même éclairement qu'avec la tension alternative. On remarque alors que la tension continue a été réglée à  $U = 2.5...V$ .

On va donc définir une grandeur appelée "valeur efficace" qui sera utile pour caractériser les notions de puissances et énergies.

**Définition :** La valeur efficace d'une tension périodique  $u$  est la tension constante  $U$  qui fournirait la même puissance à une résistance.

Cette définition est aussi valable pour un courant  $i$ .

### Relation générale :

La valeur efficace  $S$  (lettre majuscule) d'une grandeur périodique  $s(t)$  est définie par la relation :

$$S = \sqrt{s^2(t)}$$

### Méthode de calcul :

- On repère une période du signal
- On élève le signal au carré  $\rightarrow s(t)^2$
- On calcule la valeur moyenne de ce "carré".  $\rightarrow \langle s(t)^2 \rangle$
- On calcule la racine carrée de la moyenne du "carré"  $\rightarrow S = \sqrt{\langle s(t)^2 \rangle}$

### Exemple :

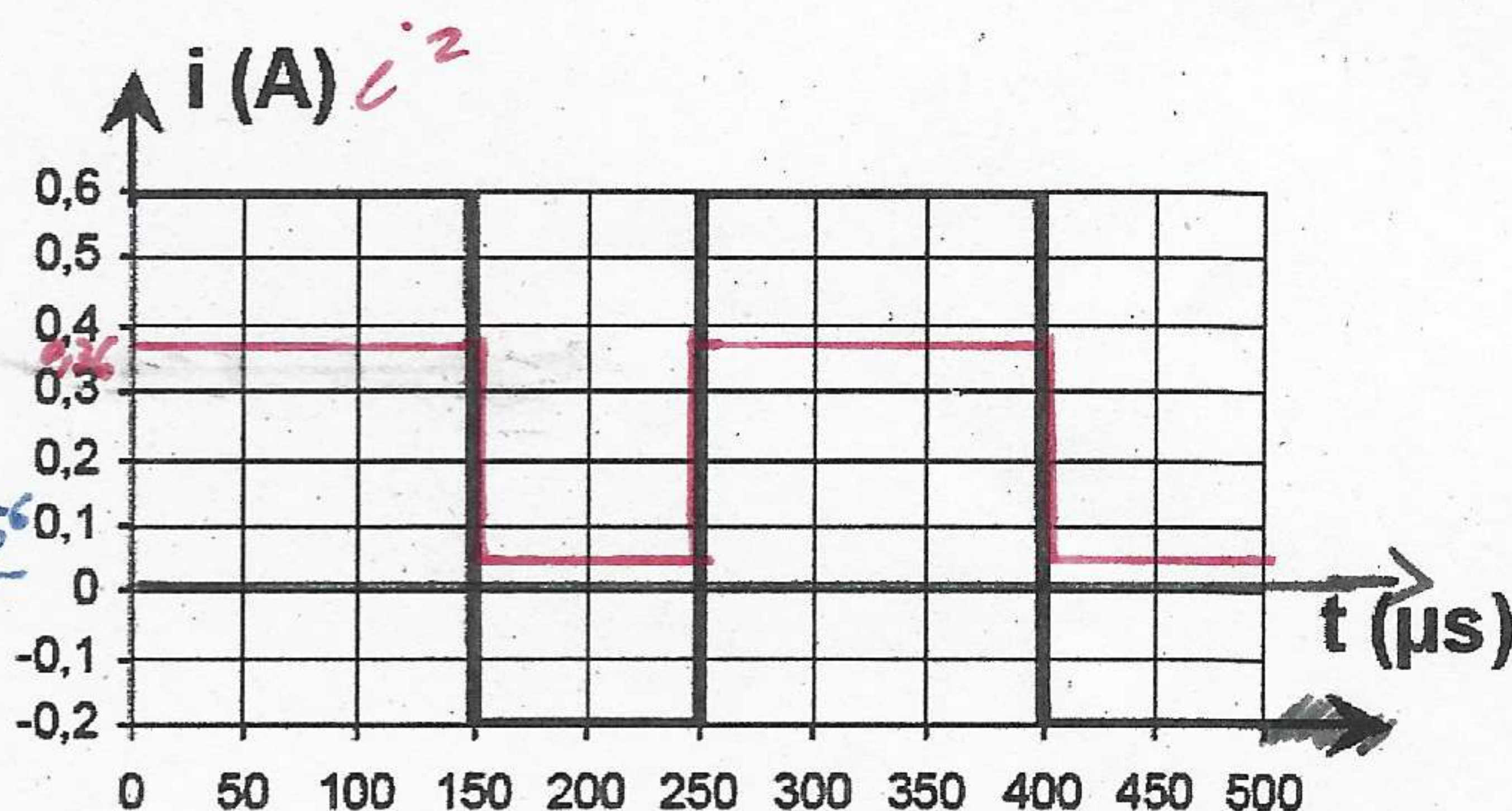
Calculer la valeur efficace  $I$  du courant  $i(t)$  représenté ci-contre :

$$\dots T = 250 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$\dots i(t)^2 : \text{schéma}$$

$$\dots \langle i(t)^2 \rangle = \frac{A}{T} = \frac{0,36 \times 150 \cdot 10^{-6} + 0,04 \times 100 \cdot 10^{-6}}{250 \cdot 10^{-6}} = 54$$

$$I = \sqrt{\langle i(t)^2 \rangle} = \sqrt{54} = 7,35 \text{ A}$$



### Remarque

Si on note  $\langle u \rangle$  la valeur moyenne (composante continue);  $u_{ac}$  la valeur efficace de la composante variable (sans la composante continue) et  $U_{\text{eff}}$  la valeur efficace du signal complet alors on a la relation :

$$U_{\text{eff}}^2 = \langle u \rangle^2 + U_{ac}^2$$

### Mesure de la valeur efficace $U$

L'appareil de mesure à utiliser pour obtenir la valeur efficace d'un signal dépend de la nature de ce signal :

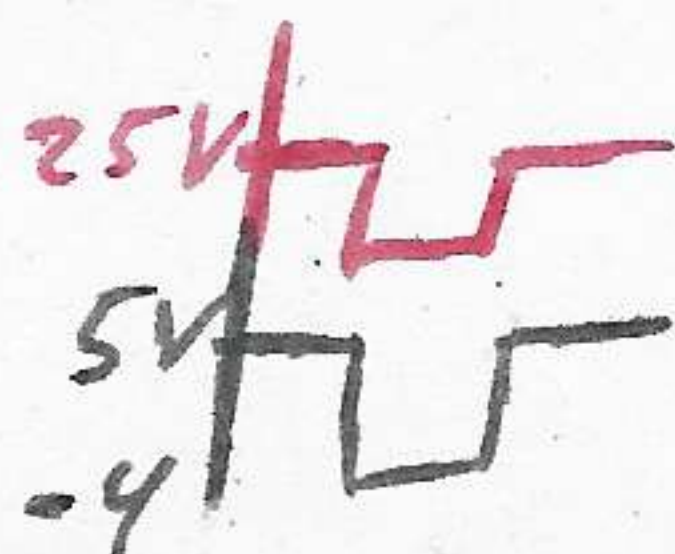
- Si le signal est sinusoïdal, n'importe quel appareil avec une position **AC** convient.
- Si le signal est quelconque, mais **alternatif**, il faut utiliser un appareil numérique de type **RMS** (Root Mean Square) en position AC.
- Si le signal est quelconque, il faut utiliser un appareil numérique de type **TRMS** (True Root Mean Square : vraie racine carrée de la valeur moyenne du carré) en position **AC+DC**.

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$$

• signal au carré (dessin)  $u^2$

$$\cdot \text{moyenne } \langle u^2 \rangle = \frac{A}{T}$$

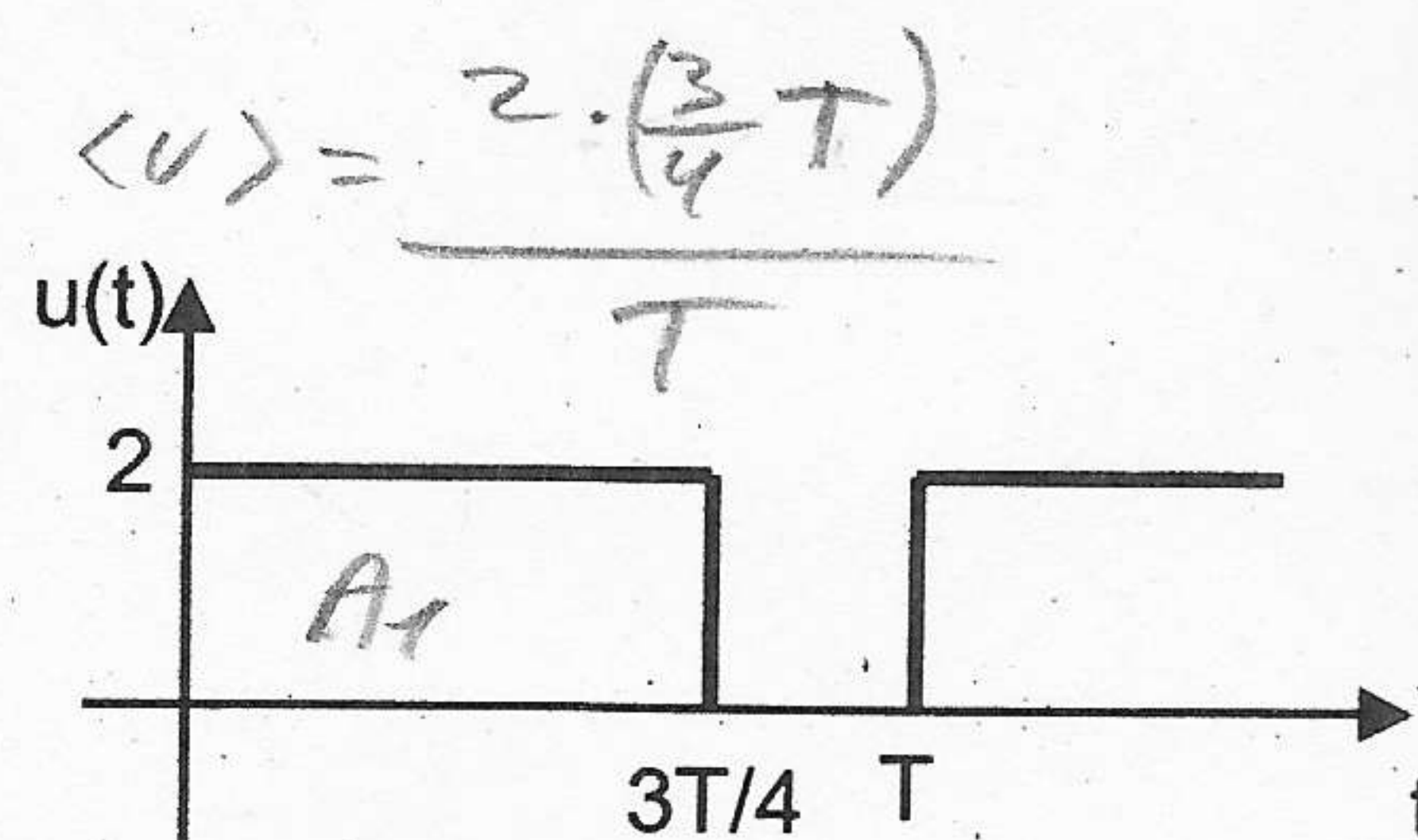
$$\cdot U_{\text{eff}} = \sqrt{\langle u^2 \rangle}$$



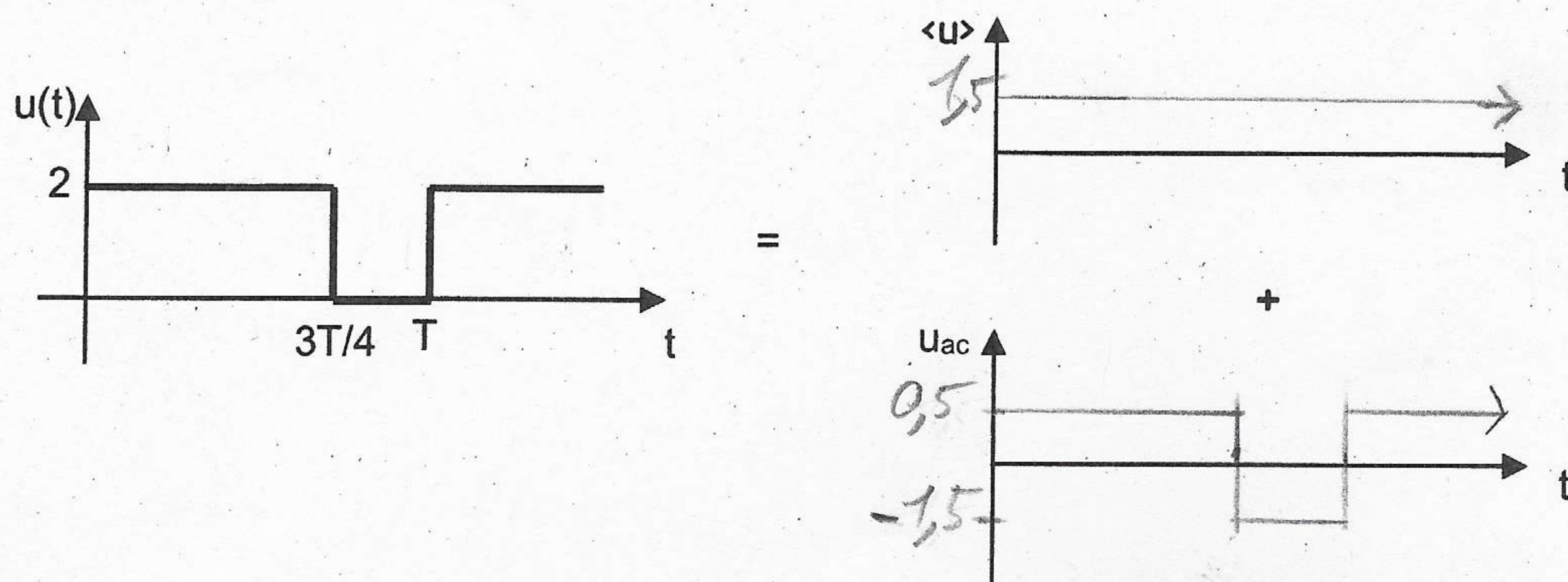


### III- APPLICATION :

- La tension  $u(t)$  est-elle alternative ? *Non moyen est pas nul*  
 → Calculer la valeur moyenne  $\langle u \rangle$  de  $u(t)$  ? *1,5* Comment mesurer cette valeur (appareil + couplage) *multimètre DC*



- Décomposer  $u(t)$  en représentant l'allure de sa composante continue  $\langle u \rangle$  et de sa composante alternative  $u_{ac}$



- Calculer la valeur moyenne  $\langle u_{ac} \rangle$  de  $u_{ac}(t)$ . Ce signal est-il alternatif ? *OUI*

$$\langle u_{ac} \rangle = 0$$

- Calculer la valeur efficace  $U_{ac}$  de  $u_{ac}(t)$ . Comment mesurer cette valeur (appareil + couplage) *Voltmètre RMS*

$$\langle u_{ac}^2 \rangle = \frac{A}{T} = \frac{0,5^2 \times \left(\frac{3}{4}T\right) + (-1,5)^2 \times \left(\frac{1}{4}T\right)}{T} = 0,75$$

$$U_{ac} = \sqrt{0,75} = 0,87V$$

- Calculer la valeur efficace  $U$  de  $u(t)$ . Comment mesurer cette valeur (appareil + couplage) : *multimètre AC+DC*

$$\langle u \rangle = \frac{2^2 \times \frac{3}{4}T + 0^2 \times \frac{1}{4}T}{T} = 3$$

$$U_{eff} = \sqrt{3} = 1,73V$$

### VI- PROPRIETE ENERGETIQUES

#### 1- Puissance instantanée $p(t)$

Un signal transporte à chaque instant une **puissance instantanée**  $p(t)$ :  $p(t) = u(t) \times i(t)$

En convention récepteur :

Si  $p(t) > 0$  : on dit que le dipôle **consomme** de la puissance

Si  $p(t) < 0$  : on dit que le dipôle **fourni** de la puissance au reste du montage

En convention générateur :

Si  $p(t) > 0$  : on dit que le dipôle **fourni** de la puissance au reste du montage

Si  $p(t) < 0$  : on dit que le dipôle **consomme** de la puissance

#### 2- Puissance active $P$

La valeur moyenne  $P$  de la puissance instantanée est appelée **puissance active** et s'exprime en watt (W)

$$P = \langle p(t) \rangle = \langle u(t) \times i(t) \rangle$$

En régime continu :

$$P = U \times I$$

(W) (V) (A)

$$P = E \times \langle i \rangle$$

Si la tension  $E$  est constante et si le courant  $i(t)$  est variable

En régime sinusoïdal

$$P = U \times I \times \cos \varphi$$

$U$  : valeur efficace de  $u(t)$

$I$  : valeur efficace de  $i(t)$

$\cos \varphi$  : facteur de puissance du dipôle considéré