

I. Gain en décibel

1. Propriétés de la fonction logarithme décimal

- La fonction $f(x) = \log(x)$ s'appelle la fonction logarithme décimal. On remarque que :
Si $x > 1$ alors $\log(x) > 0$

Si $x < 1$ alors $\log(x) < 0$ $x \in]0 ; \infty[$

Si $x = 1$ alors $\log(x) = 0$

- Pour tout réel strictement positif x et tout réel a :

$\log(x) = a \Leftrightarrow x = 10^a$ exemple $\log(10^5) = 5 \Rightarrow x = 10^5$

- Pour tout entier relatif n , $\log(10^n) = n$

exemple $\log(10^{3,5}) = 3,5$

- Pour tout réel strictement positif x et y :

$\log(x \times y) = \log(x) + \log(y)$

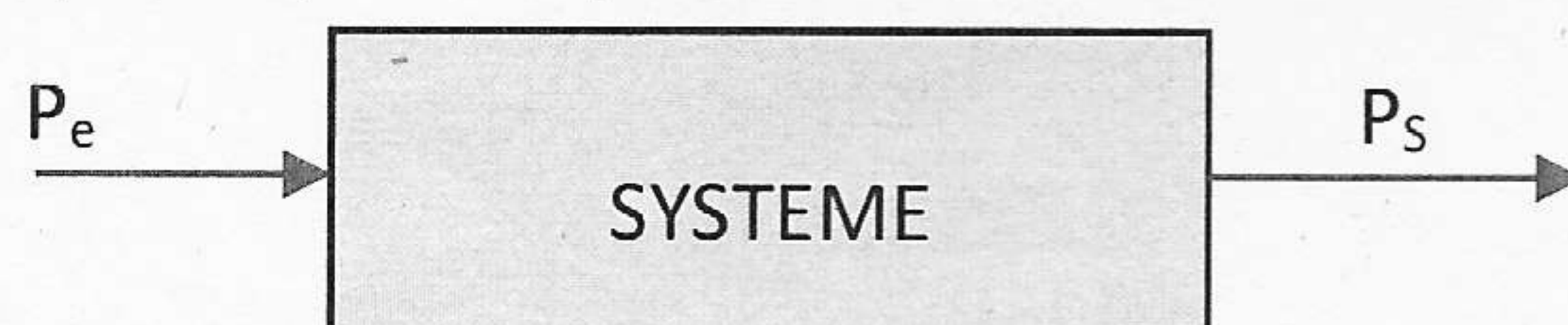
$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$

$\log(x^n) = n \log(x)$

exemple $\log(10^{3,5}) = 3,5$ $\log(10) = 1$

2. Gain en puissance :

Soit un système (quadripôle) soumis à une puissance P_e en entrée et délivrant une puissance P_s en sortie.



On définit le gain en puissance d'un système (quadripôle), noté G_{dB} , dont l'unité est le décibel, de symbole dB :

$$G_{dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_e}$$

Si $G_{dB} > 0$, alors le quadripôle se comporte comme un amplificateur de puissance.

Si $G_{dB} < 0$, alors le quadripôle se comporte comme un atténuateur de puissance.

Le gain en dB quantifie la variation de la puissance d'un signal

Exemple : Supposons que le rapport entre les deux puissances est de $10^2 = 100$

On dit qu'il y a un gain en puissance de $G_{dB} = 10 \log 10^2 = 20 \text{ dB}$

\times Si $P_e = P_s$ alors il n'y a pas de gain de puissance et : $G_{dB} = 0 \text{ dB}$

\times Si $P_s = \frac{1}{2} P_e$ alors $G_{dB} = -3 \text{ dB}$: on dit qu'il y a une atténuation de 3 dB entre la sortie et l'entrée (pour une perte de puissance de la moitié !!)

3. Gain en tension :

La puissance n'est pas la grandeur la plus facilement mesurable dans un circuit. On s'intéresse ici, aux tensions d'entrée et de sortie d'un système (grandeurs mesurables directement avec un oscilloscope).

On définit le gain en tension du quadripôle/système, noté G_{vdB}

$$G_{vdB} = 20 \log \frac{U_s}{U_e}$$

U_s : tension efficace en sortie du système étudié, en volt. :

U_e : tension efficace en entrée du système étudié, en volt.

II. NIVEAU DE PUISSANCE :

- Niveaux de puissance exprimés en **dBm (décibel par rapport au milliwatt)**

Le dBm ou « décibel par rapport au milliwatt » permet d'exprimer un niveau par rapport à un niveau de puissance de référence d'entrée P_0 qui est le milliwatt.

$$P_{dBm} = 10 \cdot \log \frac{P}{P_0} = 10 \log \frac{P}{1mW}$$

De même on peut déduire P en Watt à partir de P en dBm par :

$$P = 10^{-3} \cdot 10^{\frac{P_{dBm}}{10}}$$

Exemple : Calculer la valeur de P dans le cas où $P_{dBm} = 14$ dBm

$$P = 10^{-3} \times 10^{\frac{P_{dBm}}{10}} = 10^{-3} \times 10^{\frac{14}{10}} \approx 25 mW$$

- On peut aussi utiliser le **dBW** (décibel par rapport au watt). La puissance de référence est de 1 W.

$$P_{dBW} = 10 \log \frac{P}{1W} \quad P = \frac{P_{dBW}}{10}$$

III. NIVEAUX DE TENSION :

- Relation entre puissance et tension

Dans le domaine des radiofréquences, les impédances d'entrée et de sortie des dispositifs (amplificateur, mélangeur, antennes, filtres...) ont une valeur normalisée connue Z (souvent 50 Ω , 75 Ω ou 600 Ω)

La puissance P (en W) d'un système est reliée à la valeur efficace de la tension par la relation :

$$P = \frac{U^2}{Z} \quad U = \sqrt{P \times Z}$$

- Niveaux de tension en **dBV, dBmV, et dB μ V**

Contrairement au gain en décibel, un niveau de tension en **dBX** (X correspond à V, mV ou μ V selon le cas) est une **mesure d'une tension absolue** (et non plus d'un rapport de tension de la sortie par rapport à l'entrée). Le V de dBV fait référence à volt.

Le niveau de tension, noté V , est défini par :

$$V_{dBX} = 20 \cdot \log \frac{U_s}{U_{e,réf}}$$

Si la valeur de référence est $U_{e,réf} = 1V$, alors le niveau de tension N a pour unité le **dBV (décibel-volt)**.

Si la valeur de référence est $U_{e,réf} = 1mV$, alors le niveau de tension N a pour unité le **dBmV (décibel-millivolt)**.

Si la valeur de référence est $U_{e,réf} = 1\mu V$, alors le niveau de tension N a pour unité le **dB μ V**.

Remarques :

- Pour que votre calcul soit juste, il faut que $U_{e,réf}$ et U_s soient exprimés dans la même unité.
- 3dBV signifie que l'on a 3dB au-dessus de 1V
- 3dBmV signifie que l'on a 3dB au-dessus de 1mV etc

$$V_{dBmV} = 2 \quad U = 10^{-3} \times 10^{\frac{2}{20}}$$

$$U = 0,012V$$

APPLICATION :

Exercice 1 : autour des gains

1. Sachant que $G_{dB} = 10 \times \log(P_s/P_e)$, exprimer P_s en fonction de P_e et de G_{dB} .

$G_{dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_e} \Rightarrow P_s = P_e \times 10^{\frac{G_{dB}}{10}}$

2. Sachant que $G_{vdB} = 20 \times \log (U_s/U_e)$, exprimer U_s en fonction de U_e , et de G_{vdB} .

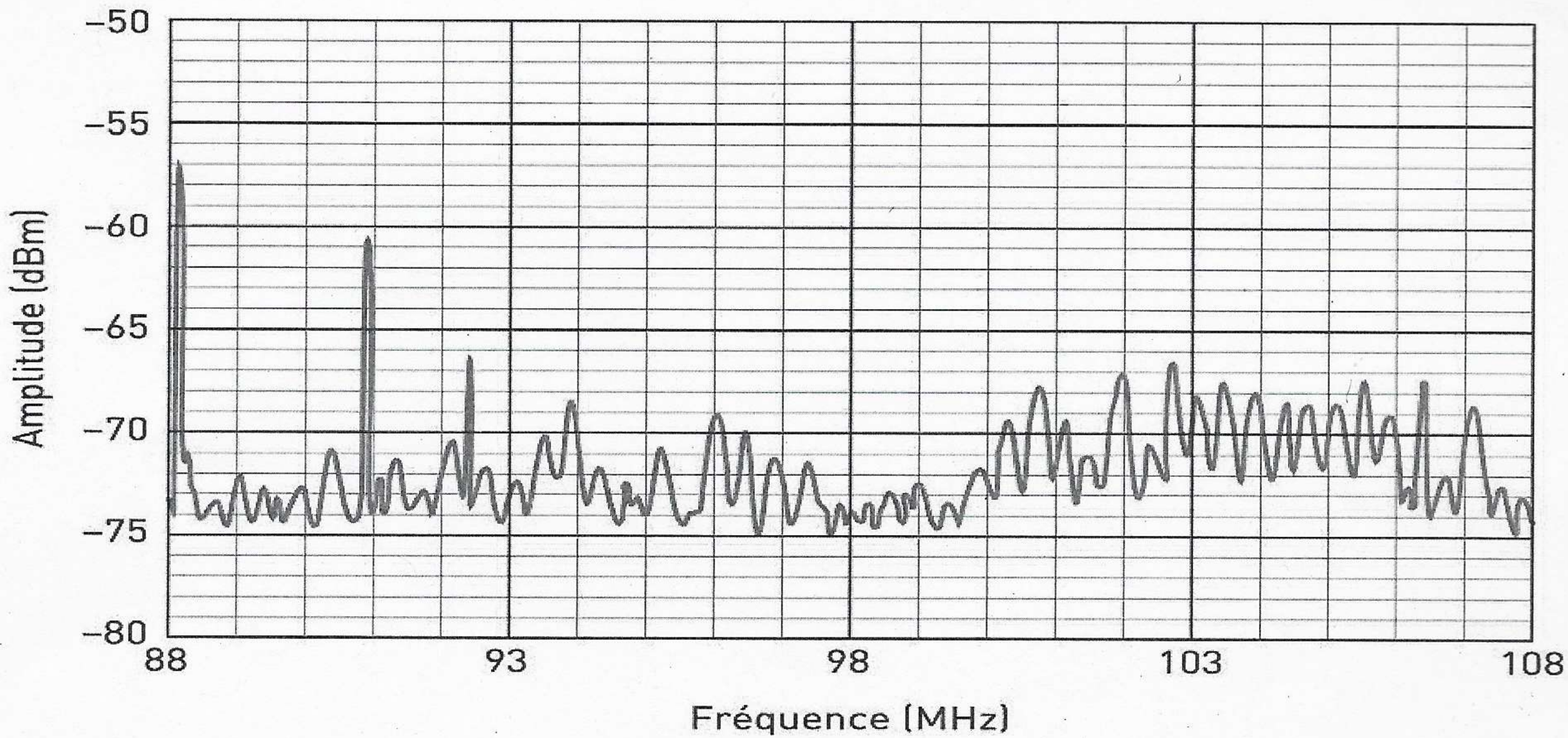
$G_{vdB} = 20 \log \frac{U_s}{U_e} \Rightarrow U_s = U_e \times 10^{\frac{G_{vdB}}{20}}$

3. Compléter les tableaux suivants :

Puissance moyenne du signal d'entrée	Puissance moyenne du signal de sortie	Gain en puissance G_{dB}
$P_e = 3\text{ W}$	$P_s = 5\text{ W}$	2,22 dB
$P_e = 3\text{ W}$	$P_s = 0,3\text{ mW}$	-40 dB
$P_e = 10\text{ W}$	$P_s = 1.10^{11}\text{ W}$	100 dB
$P_e = 10\text{ W}$	$P_s = 5,01\text{ W}$	-3 dB
$P_e = 10\text{ W}$	$P_s = 2,51\text{ W}$	-6 dB

Tension efficace du signal d'entrée	Tension efficace du signal de sortie	Gain en tension G_{dB}
$U_E = 2,15\text{ mV}$	$U_s = 15\text{ mV}$	-3 dB
$U_E = 0,15\text{ V}$	$U_s = 15\text{ mV}$	-20 dB
$U_E = 15\text{ mV}$	$U_s = 15\text{ V}$	60 dB
$U_E = 15\text{ mV}$	$U_s = 3\text{ }\mu\text{V}$	-74 dB

Exercice 2 : L'analyse en sortie d'une antenne 50 Ω a donné le spectre suivant pour la bande radio FM :



1. Quelle est la fréquence de la raie du spectre radio FM la plus puissante détectée par l'analyseur de spectre ?
2. Quelle est la puissance, exprimée en dBm puis en watts, de cette raie ?
3. Quelle est la valeur efficace de la tension, exprimée en volts, de cette raie présente en entrée de l'analyseur de spectre ?
4. Les différentes raies représentées sur ce spectre correspondent-elles à la décomposition en série de Fourier d'un signal périodique ?

Exercices supplémentaires

✓ Exercice 3 : détermination du gain d'un amplificateur

Calculer le gain (en dB) d'un amplificateur sachant que la puissance à l'entrée est $P_e = 100 \text{ mW}$ et que la puissance à sa sortie est $P_s = 3,2 \text{ W}$.

✓ Exercice 4 : puissance en sortie d'un atténuateur •

Une puissance de 1 W est envoyée dans un atténuateur 12 dB . Quelle est la puissance en sortie ?

✓ Exercice 5 : conversion en watt d'une puissance exprimée en dBm

On a mesuré une puissance de 13 dBm . Quelle est la puissance correspondante en W ?

✓ Exercice 6 : puissance en sortie d'un câble coaxial

L'atténuation du câble RG213U est de $19 \text{ dB}/100 \text{ m}$ à $1,5 \text{ GHz}$. Sachant que la puissance à l'entrée est $P_e = 1 \text{ W}$, calculer la puissance à la sortie P_s pour un câble de longueur égale à 10 m .

✓ Exercice 7 : conversion en dBm d'une puissance exprimée en mW

Si la puissance mesurée sur une ligne de transmission est de $0,05 \text{ mW}$, quelle est la puissance exprimée en dBm ?

✓ Exercice 8 : détermination du gain d'une chaîne d'amplificateurs

• Soit un circuit amplificateur comportant 3 étages. Chaque étage multiplie la puissance par 4. Quel est le gain total du circuit en dB ?

✓ Exercice 9 : gain en tension d'un amplificateur

La tension d'entrée d'un amplificateur est de 25 mV et celle de sortie est de 150 mV . Quel est le gain de cet amplificateur en dB ?

? Exercice 10 : conversion en dBmV d'une tension exprimée en Volt

• Quelle est la valeur de la tension en dBmV lorsque la tension a pour valeur $2,5 \text{ V}$?

? Exercice 11 : calcul de puissance en dBm et en watt

• La puissance fournie à l'entrée d'un amplificateur de gain 22 dB est $P_e = -5 \text{ dBm}$. Calculer la puissance en dBm à la sortie de l'amplificateur et les puissances en watt à l'entrée et à la sortie de l'amplificateur.

Réponses :

- 3) $G = 15,05 \text{ dB}$; 4) $P_s = 63,1 \text{ mW}$; 5) $P(\text{mW}) = 20 \text{ mW}$; 6) $P_s = 0,65 \text{ W}$; 7) $P(\text{dBm}) = -13,0 \text{ dBm}$;
8) $G = 18,1 \text{ dB}$; 9) $G = 15,6 \text{ dB}$; 10) $V(\text{dBmV}) = 68 \text{ dBmV}$; 11) 17 dBm .