

Discrete Mathematics: quiz01

nju-ics-谭宇豪 (TA)

2024-4-14

[15 pts] Problem1

用自然演绎证明 $p \vee q, \neg p \vdash q$

[15 pts] Problem2

用自然演绎证明 $\vdash \forall x(\neg P(x) \vee A) \rightarrow \exists xP(x) \rightarrow A$

[30 pts] Problem3

对于可以写成两个互素的正整数 a, b 之积的数 n , n 能整除另一个数 m 等价于 a, b 都能整除 m , 回答下列问题。

1. [10 pts] 将这句话写成一个谓词逻辑表达的命题。

(a, b 互素写成 $\gcd(a, b) = 1$, n 整除 m 写成 $n|m$)

2. [10 pts] 证明引理: 如果 p, q, r 都是正整数, 使得 $\gcd(p, q) = 1$ 且 $p|qr$, 则 $p|r$ 。

(hint: 贝祖 (裴蜀) 定理)

3. [10 pts] 证明这个命题。

[40 pts] Problem4

对于有限集合 A, B , 设 $|A| = n, |B| = m$, 回答下列问题。

1. [5 pts] A, B 之间存在多少个关系?
2. [5 pts] A 到 B 存在多少个函数?
3. [10 pts] $n \leq m$, A 到 B 存在多少个单射?
4. [10 pts] $n = 5, m = 3$, A 到 B 存在多少个满射?
5. [10 pts] $n \geq m$, A 到 B 存在多少个满射?