

# Discrete Mathmeatics: quiz01

nju-ics-谭宇豪 (TA)

2024-4-14

## [15 pts]Problem1

用自然演绎证明  $p \vee q, \neg p \vdash q$

## [15 pts]Problem2

用自然演绎证明  $\vdash \forall x(\neg P(x) \vee A) \rightarrow \exists x P(x) \rightarrow A$

## [30 pts]Problem3

对于可以写成两个互素的正整数  $a, b$  之积的数  $n$ ,  $n$  能整除另一个数  $m$  等价于  $a, b$  都能整除  $m$ , 回答下列问题。

1. [10 pts] 将这句话写成一个谓词逻辑表达的命题。  
( $a, b$  互素写成  $\gcd(a, b) = 1, n$  整除  $m$  写成  $n|m$ )
2. [10 pts] 证明引理: 如果  $p, q, r$  都是正整数, 使得  $\gcd(p, q) = 1$  且  $p|qr$ , 则  $p|r$ 。  
(hint: 贝祖 (裴蜀) 定理)
3. [10 pts] 证明这个命题。

## [40 pts]Problem4

对于有限集合  $A, B$ , 设  $|A| = n, |B| = m$ , 回答下列问题。

1. [5 pts]  $A, B$  之间存在多少个关系?
2. [5 pts]  $A$  到  $B$  存在多少个函数?
3. [10 pts]  $n \leq m$ ,  $A$  到  $B$  存在多少个单射?
4. [10 pts]  $n = 5, m = 3$ ,  $A$  到  $B$  存在多少个满射?
5. [10 pts]  $n \geq m$ ,  $A$  到  $B$  存在多少个满射?