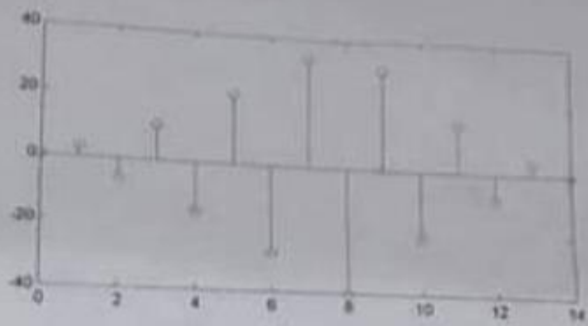
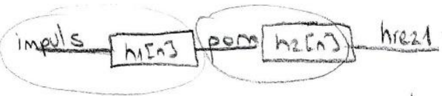
Odrediti impulsni odziv nelinearnog vremenski invarijantnog sistema koji je definisan jednačinom $y(n)=3\cdot x(n)^3+2x(n-1)^2-1$. Odrediti odziv sistema na pobudu prikazanu na slici 1.



(Slika 1)

```
z=[0 3 -3 2 -2 1 -1 0]
y=[1 -1 2 -2 3 -3 4 -4]
x1=conv(z,y)
nx1=0:length(x1)-1;

n=0:10;
x=zeros(size(n));
x(1)=1;
y(1,1)=x(1);
 y1(1,1)=x1(1);

for br=2:length(x)
    y(br,1)=3*x(br)^3+ 2*x(br-1)^2 -1;
end


for br=2:length(x1)
    y1(br,1)=3*x1(br)^3+ 2*x1(br-1)^2 -1;
end



subplot(221)
stem(n,x)
subplot(222)
stem(nx1,x1)
subplot(223)
stem(n,y)
subplot(224)
stem(nx1,y1)
```

SERIJSKA VEZA



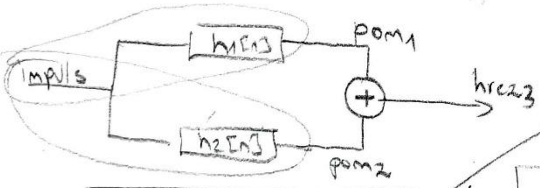
pom = conv(impuls,h1)

hrez1 = conv(pom, h2)

hrez2 – će biti konačna konvolucija

hrez2 = conv(h1,h2) – KORISTEĆI METODU FILTER

PARALELNA VEZA



U ovom slučaju h1 i h2 MORAJU BITI ISTIH DUŽINA PA SAM KOD h1 DODALA 0

pom1 = conv(impuls,h1)

pom2 = conv(impuls,h2)

hrez3 = pom1+pom2

ili

h3=h1+h2;

hrez3 = conv(impuls,h3)

hrez4 = konačna konvolucija koristeći FOR PETLJU.

Izračunati konvoluciju signala $h_1[n]=\{3/2, 3/4, 3/8\}$ i $h_2[n]=\{1, 1/3, 1/8, 1/15\}$, koristeći:

a) serijsku vezu dobijenih signala,
b) paralelnu vezu dobjenih signala.

Za oba slučaja veze prikazati u raditi postupno vezivanjem blokova-analitički, te prikazati rezultate u Matlabu i nacrtati dobijene dijagrame. Konačne konvolucije uraditi:

a. koristeći metodu `filter`
b. koristeći `for` petlju

```
 h1=[3/2 3/4 3/8 0];
h2=[1 1/3 1/8 1/15];
impuls=[1 zeros(1,10)];

h=conv(h1,h2)
nh=0:length(h)-1;

pom=conv(impuls,h1);
hrez1=conv(pom,h2)

a1=[1];
b1=hrez1;
hrez2=filter(b1,a1,impuls);


for i=1:length(impuls)
    if(i==1)
        hrez3(i)=1.5*impuls(i);
    end
    if(i==2)
        hrez3(i)=1.5*impuls(i)+1.25*impuls(i-1);
    end
    if(i==3)
        hrez3(i)=1.5*impuls(i)+1.25*impuls(i-1)+0.8125*impuls(i-2);
    end
    if(i==4)
        hrez3(i)=1.5*impuls(i)+1.25*impuls(i-1)+0.8125*impuls(i-
2)+0.3187*impuls(i-3);
    end
    if(i==5)
        hrez3(i)=1.5*impuls(i)+1.25*impuls(i-1)+0.8125*impuls(i-
2)+0.3187*impuls(i-3)+0.0969*impuls(i-4);
    end
    if(i>5)
        hrez3(i)=1.5*impuls(i)+1.25*impuls(i-1)+0.8125*impuls(i-
2)+0.3187*impuls(i-3)+0.0969*impuls(i-4)+0.0250*impuls(i-5);
    end
end


pom1=conv(impuls,h1);
```

```
pom2=conv(impuls,h2);
hrez4=pom1+pom2
a1=[1];
b1=hrez4;
hrez5=filter(b1,a1,impuls);

for i=1:length(impuls)
    if(i==1)
        hrez6(i)=2.5*impuls(i);
    end
    if(i==2)
        hrez6(i)=2.5*impuls(i)+1.0833*impuls(i-1);
    end
    if(i==3)
        hrez6(i)=2.5*impuls(i)+1.0833*impuls(i-1)+0.5*impuls(i-2);
    end
    if(i>3)
        hrez6(i)=2.5*impuls(i)+1.0833*impuls(i-1)+0.5*impuls(i-
2)+0.0667*impuls(i-3);
    end
end


nhrez1=0:length(hrez1)-1;
nhrez2=0:length(hrez2)-1;
nhrez3=0:length(hrez3)-1;
nhrez4=0:length(hrez4)-1;
nhrez5=0:length(hrez5)-1;
nhrez6=0:length(hrez6)-1;



subplot(321)
stem(nhrez1,hrez1)
title('Serijska veza')
subplot(322)
stem(nhrez2,hrez2)
title('Metoda filter-serijska')
axis([0 20 0 1.5])
subplot(323)
stem(nhrez3,hrez3)
title('for petlja-serijska')
subplot(324)
stem(nhrez4,hrez4)
title('Paralelna veza')
subplot(325)
stem(nhrez5,hrez5)
title('Metoda filter-paralelna')
subplot(326)
stem(nhrez6,hrez6)
title('for petlja-paralelna')
```

Za M=30 prikazati pravougaoni i trougaoni impuls, kao i amplitudne i fazne spektre trugaonog i pravougaonog impulsa.

```
clear all
close all
M=30;
u=[zeros(1,M) ones(1,M)];
nu=0:length(u)-1;
subplot(411)
stem(nu,u)
title('Pravougaoni impuls')


k=conv(u,u);
n=0:length(k)-1;
subplot(412);
stem(n,k);
title('Trougaoni impuls');


omega=-pi:0.01:pi;
xp=sin(omega*M/2)./sin(omega/2).*(exp(-j*omega*(M-1)/2));
xt=xp.*xp;

Xpamp=abs(xp);
Xtamp=abs(xt);
subplot(413);
plot(omega,Xpamp,'k','linewidth',3);
hold on
plot(omega,Xtamp,'r:','linewidth',3);
title('Amplitudni spektar trougaonog i pravougaonog impulsa');
legend('Pravougaoni impuls','Trougaoni impuls');

Xpfaz=angle(xp);
Xtfaz=angle(xt)
Xpamp=abs(xp);
Xtamp=abs(xt);
subplot(414);
plot(omega,Xpfaz,'k','linewidth',3);
hold on
plot(omega,Xtfaz,'r:','linewidth',3);
title('Fazni spektar trougaonog i pravougaonog impulsa');
legend('Pravougaoni impuls','Trougaoni impuls');
```

U programskom paketu Matlab nacrtati jednu ispod druge jediničnu odskočnu funkciju $u[n]$ i pomjerenu jediničnu funkciju $u[n-9]$ na intervalu $n=-25:25$.

```
n=-25:25
u=n>=0;
u1=n>=9;
subplot(211)
stem(n,u)
subplot(212)
stem(n,u1)
```

Izračunati konvoluciju signala $h[n] = 4\delta(n) + 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + \delta(n-3)$. Sistem je pobuđen sa $u(n) = \delta(n) + \delta(n-1)$, koristeći:

a) serijsku vezu dobijenih signala.
b) paralelnu vezu dobjenih signala.

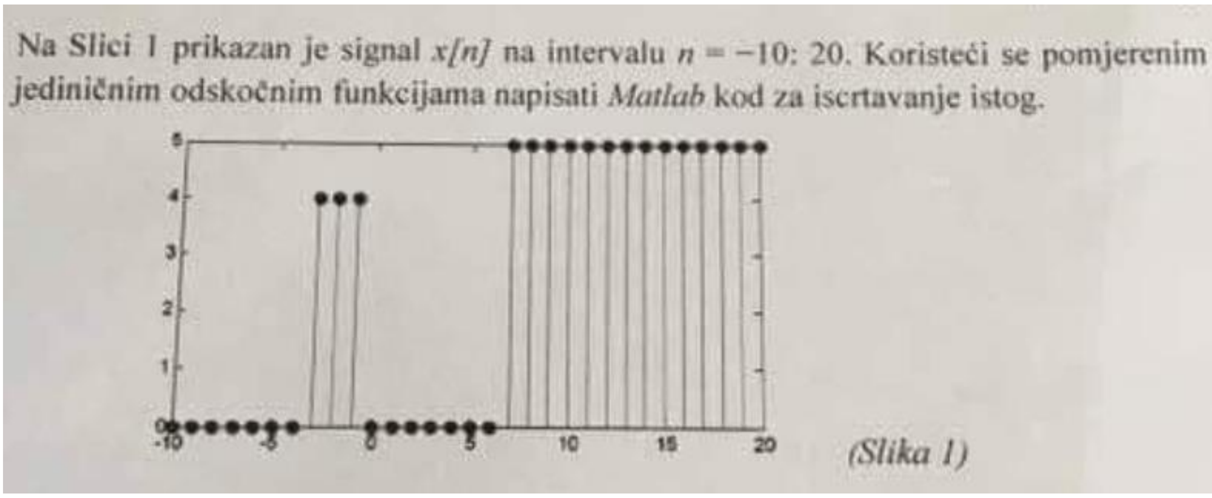
Za oba slučaja veze prikazati u raditi postupno vezivanjem blokova-analitički (crtajući blokove i predstavljajući elemente i oznake veze), te prikazati rezultate u Matlabu i nacrtati dobijene dijagrame.
Konačne konvolucije uraditi:

a. koristeći metodu `filter`
b. koristeći `fft` metodu

```
h=[4 3 2 1 zeros(1,10)];
u=[1 1 zeros(1,10)];


%SERIJSKA VEZA
pom=conv(u,h);
serijska=conv(pom,h)
%konv1 bi trebala biti konacna konvolucija koristeci metodu filter pa onda
%jos konv3 for petljom AL TO NISMO RADILI

%PARALELNA VEZA
pom1=conv(u,h);
pom2=conv(u,h);
paralelna=pom1+pom2
%konv2 bi treebala biti konacna konvolucija koristeci metodu filter i konv4
%koristeci for petlju AL TO NISMO RADILI

%metoda filter serijskaa veza
a1=[1];
b1=serijska;
konv1=filter(b1,a1,u);



%metoda filter paralelna veza
a2=[1];
b2=paralelna;
konv2=filter(b2,a2,u);

% vidimo u workspaceu da je serijska =[16 40 49 45 30 14 5 1], a paralelna
=
% [8 14 10 6 2]

%serijska sa for petljom
% y = 16*(x)+40*(x-1)+49*(x-2)+45*(x-3)+30*(x-4)+14*(x-5)+5*(x-6)+1*(x-7);
for i=1:length(u)
    if(i==1)
        konv3(i)=16*u(i);
    end
    if(i==2)
        konv3(i)=16*u(i)+40*u(i-1);
```

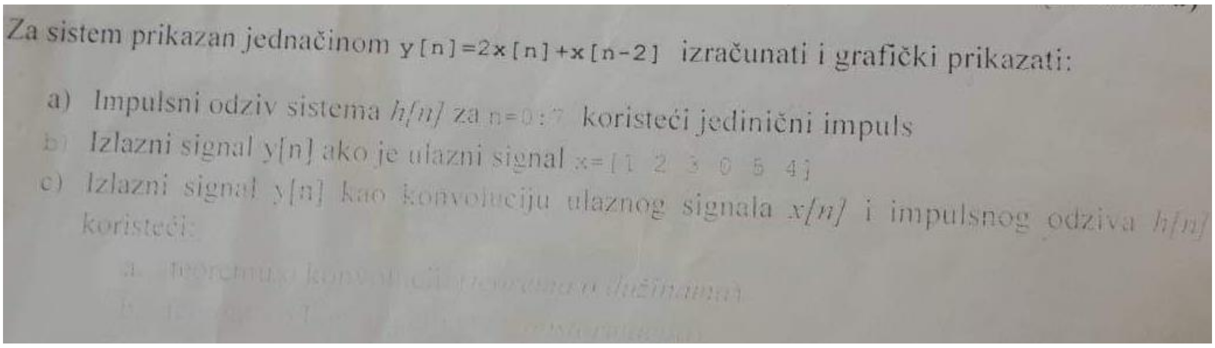
```
    end
    if(i==3)
        konv3(i)=16*u(i)+40*u(i-1)+49*u(i-2);
    end
    if(i==4)
        konv3(i)=16*u(i)+40*u(i-1)+49*u(i-2)+45*u(i-3);
    end
    if(i==5)
        konv3(i)=16*u(i)+40*u(i-1)+49*u(i-2)+45*u(i-3)+30*u(i-4);
    end
    if(i==6)
        konv3(i)=16*u(i)+40*u(i-1)+49*u(i-2)+45*u(i-3)+30*u(i-4)+14*u(i-5);
    end
    if(i==7)
         konv3(i)=16*u(i)+40*u(i-1)+49*u(i-2)+45*u(i-3)+30*u(i-4)+14*u(i-
5)+5*u(i-6);
    end
    if(i>7)
         konv3(i)=16*u(i)+40*u(i-1)+49*u(i-2)+45*u(i-3)+30*u(i-4)+14*u(i-
5)+5*u(i-6)+1*u(i-7);
    end
end

%paralelna = [8 14 10 6 2]
% y = 8(x)+14(x-1)+10(x-2)+6(x-3)+2(x-4)
for i=1:length(u)
    if(i ==1)
        konv4(i)=8*u(i)
    end
    if(i==2)
        konv4(i)=8*u(i)+14*u(i-1)
    end
    if(i==3)
        konv4(i)=8*u(i)+14*u(i-1)+10*u(i-2);
    end
    if(i==4)
        konv4(i)=8*u(i)+14*u(i-1)+10*u(i-2)+6*u(i-3);
    end
     if(i>4)
        konv4(i)=8*u(i)+14*u(i-1)+10*u(i-2)+6*u(i-3)+2*u(i-4);
    end
end





%vremenske ose
nserijska=0:length(serijska)-1;
nparalelna=0:length(paralelna)-1;
nkonv1=0:length(konv1)-1;
nkonv2=0:length(konv2)-1;
nkonv3=0:length(konv3)-1;
nkonv4=0:length(konv4)-1;


%iscrtavanje
subplot(321)
stem(nserijska,serijska);
title('Serijska veza')
subplot(322)
```

```
stem(nparalelna,paralelna);
title('Paralelna veza')
subplot(323);
stem(nkonv1,konv1);
title('Konvolucija serijske filterom');
subplot(324);
stem(nkonv2,konv2);
title('Konvolucija paralelne filterom');
subplot(325);
stem(nkonv3,konv3);
title('Konvolucija serijske petljom');
subplot(326);
stem(nkonv4,konv4);
title('Konvolucija paralelne petljom');
```


Na Slici 1 prikazan je signal *x[n]* na intervalu *n* = −10: 20. Koristeći se pomjerenim jediničnim odskočnim funkcijama napisati *Matlab* kod za iscrtavanje istog.

(Slika 1)

```
n=-10:20;
x=4*(n>=(-3) & n<=-1);
y=5*(n>6 & n<=20);
z=x+y;
stem(n,z);
axis([-10 20 0 6]);
```

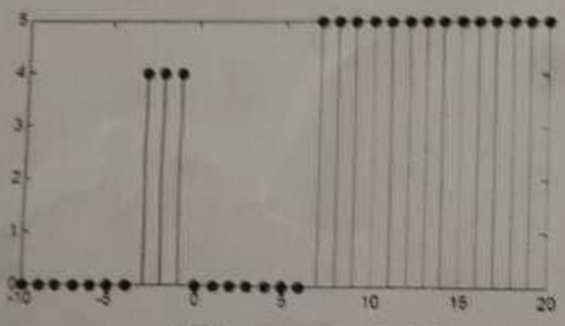

Za sistem prikazan jednačinom `y[n]=2x[n]+x[n-2]` izračunati i grafički prikazati:

a) Impulsni odziv sistema *h[n]* za `n=0:7` koristeći jedinični impuls
b) Izlazni signal y[n] ako je ulazni signal `x=[1 2 3 0 5 4]`
c) Izlazni signal y[n] kao konvoluciju ulaznog signala *x[n]* i impulsnog odziva *h[n]* koristeći:

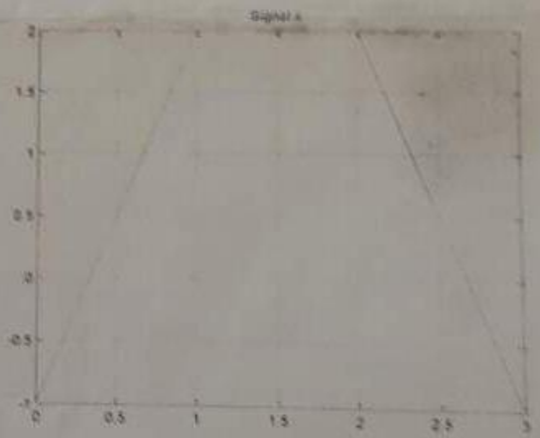
```
 n=0:7;
%jedinicni impuls
impuls=zeros(size(n))
impuls(1)=1;

%a)
```

```
a=[1];
b=[2 0 1];
h=filter(b,a,impuls); %h impulsni odziv
Nh=length(h);
nh=0:Nh-1;


%b)
x=[1 2 3 0 5 4];
Nx=length(x); %ulazni signal
y=filter(b,a,x);  %izlazni signal
ny=0:length(y)-1;


%c)
%konvoluciju na osnovu duzina
y1=conv(h,x);
Ny1=Nx+Nh-1
nK=0:Ny1-1;


%konvoluciju na osnovu furijera
h2=[h zeros(1, Ny1-Nh)];
x2=[x zeros(1, Ny1-Nx)];
X=fft(x2);
H=fft(h2);
Z=X.*H;
z=ifft(Z);
z1=real(z);


subplot(411)
stem(nh,h)
title('Impulsni odziv');
subplot(412)
stem(ny,y);
title('Izlaz iz sistema nakon ulaznog signala x')
subplot(413)
stem(nK,y1)
title('Konvolucija na osnovu duzina')
subplot(414)
stem(nK,z1)
title('Konvolucija na osnovu Furijerove transformacije')
```

Na Slici 1 prikazan je signal *x[n]* na intervalu $n = -10: 20$. Koristeći se pomjerenim jediničnim odskočnim funkcijama napisati *Matlab* kod za iscrtavanje istog.



Slika 1: *Signal x[n]*



Slika 2: *Signal x*

```
n=-10:20;
x=4*(n>=(-3) & n<=-1);
y=5*(n>=6 & n<=20);
z=x+y;
stem(n,z);
axis([-10 20 0 6]);
```

Sistem je opisan diferencijalnom jednačinom:

$$y(n) + y(n-2) = f(n+a)$$

Odrediti za koje a je sistem kauzalan, te na osnovu kauzalnosti a odrediti impuslni odziv sistema $h(n)$, kao i imupulsni odziv u opštem slučaju.

a) $y(n) + y(n-2) = f(n+a)$

$h(n) + h(n-2) = \delta(n+a)$

$h(n) = \delta(n+a) - h(n-2)$

$h(0) = \delta(0+a) - h(0-2) = \delta(a)$

$h(1) = \delta(1+a) - h(1-2) = \delta(1+a)$

$h(2) = \delta(2+a) - h(2-2) = \delta(2+a) - h(0)$

$h(3) = \delta(3+a) - h(3-2) = \delta(3+a) - h(1)$

$h(4) = \delta(4+a) - h(4-2) = \delta(4+a) - h(2)$

za $a=2$:	za $a=1$:	za $a=0$:
$h(0) = \delta(2) = 0$	$h(0) = \delta(1) = 0$	$h(0) = \delta(0) = 1$
$h(1) = \delta(1+a) = 0$	$h(1) = \delta(1+1) = 0$	$h(1) = \delta(1+0) = 0$
	$\vdots$	$h(2) = \delta(2+0) - h(0) = -1$
$h(n) = 0$	$h(n) = 0$	$h(3) = 0$; $h(4) = 1$
		$h(n) = \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \cdot U[n]$

za $a=-1$:

$h(0) = \delta(-1) = 0$

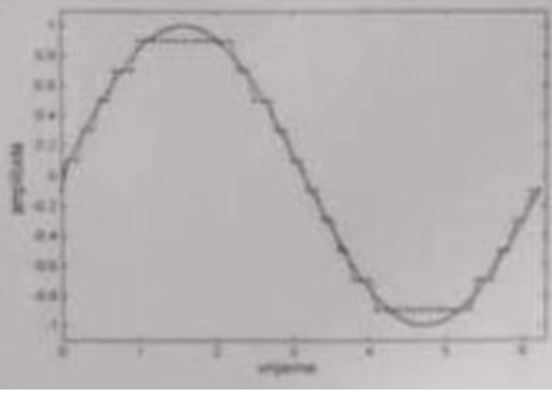
$h(1) = \delta(1-1) = 1$

$h(2) = \delta(2-1) - h(0) = 0$

$h(3) = -1$; $h(n) = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cdot U[n]$

$$h(n) = \begin{cases} a>0 ; & 0 \\ a=0 ; & \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \cdot U[n] \\ a=-1 ; & \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \cdot U[n] \\ a<-1 ; & \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{2}\right) \cdot U[n+a] \end{cases}$$

Na *Sl. 1* prikazan je signal *x[n]*. Koristeći se pomjerenim jediničnim impulsnim funkcijama napisati izraz kojim je opisan ovaj signal, kao i *Matlab* kod za njegovo iscrtavanje.



(*Slika 1*)

```
clear all
close all
x=[0.1 0.3 0.5 0.7 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.9 0.7 0.5 0.3 0.1 -0.1 -0.3 -0.5 -0.7 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.9 -0.7 -0.5 -0.3 -0.1 0.1];
n=[0 0.2 0.4 0.6 0.8 1 1.2 1.4 1.6 1.8 2 2.2 2.4 2.6 2.8 3 3.2 3.4 3.6 3.8 4 4.2 4.4 4.6 4.8 5 5.2 5.4 5.6 5.8 6];
stairs(n,x);
hold on
plot(n, sin(n));
hold on
axis tight
```

Za sistem prikazan jednačinom y[n]=2x[n]+x[n+2] izračunati i grafički prikazati:

a) Impulsni odziv sistema *h[n]* za n=0:7 koristeći jedinični impuls
b) Izlazni signal y[n] ako je ulazni signal x=[1 2 3 0 5 4]
c) Izlazni signal y[n] kao konvoluciju ulaznog signala *x[n]* i impulsnog odziva *h[n]* koristeći:
   a. teoremu o konvoluciji (*fft transformacija*)
   b. teoremu o konvoluciji (*for petlja*)

```
n=0:7;
%jedinicni impuls
impuls=zeros(size(n))
impuls(1)=1;

%a)
a=[1];
b=[2 0 1];
h=filter(b,a,impuls); %h impulsni odziv
Nh=length(h);
nh=0:Nh-1;



%b)
x=[1 2 3 0 5 4];
Nx=length(x); %ulazni signal
y=filter(b,a,x);  %izlazni signal
ny=0:length(y)-1;
```

```
%c)
%konvoluciju na osnovu duzina
y1=conv(h,x)
Ny1=Nx+Nh-1;  %duzina signala koji nastaje konvolucijom je duzina jednog
plus duzina drugog minus 1

%vremenska osa na osnovu koje cemo iscrtati i y1 i z1 jer su oboje nastali
%konvolucijom i imaju istu duyinu vremenske ose
nK=0:Ny1-1;  %isto sto i nK=0:length(y1)-1;

%konvoluciju na osnovu furijera
h2=[h zeros(1, Ny1-Nh)];
x2=[x zeros(1, Ny1-Nx)];
X=fft(x2);
H=fft(h2);
Z=X.*H;
z=ifft(Z);
z1=real(z);  %ovo se iscrtava samo real



%konvoluciju sa for petljom
%u command windowu vidimo da je y1=[2 4 7 2 13 8 5 4 0 0 0 0 0]
%posto x i y1 moraju biti iste duzine y1 ima 13 brojeva a x ima 6 brojeva
ja
%cu napraviti novu varijablu x1 koja ce biti ko x samo cu dodati jos 7 nula
%da i to x1 ima 13 brojeva i onda cu raditi for petlju
x1=[1 2 3 0 5 4 0 0 0 0 0 0 0];
for i=1:length(x1)
    if(i==1)
        konv(i)=2*x1(i);
    end
       if(i==2)
        konv(i)=2*x1(i)+4*x1(i-1);
       end
       if(i==3)
        konv(i)=2*x1(i)+4*x1(i-1)+7*x1(i-2);
       end
       if(i==4)
        konv(i)=2*x1(i)+4*x1(i-1)+7*x1(i-2)+2*x1(i-3);
       end
       if(i==5)
       konv(i)=2*x1(i)+4*x1(i-1)+7*x1(i-2)+2*x1(i-3)+13*x1(i-4);
       end
       if(i==6)
         konv(i)=2*x1(i)+4*x1(i-1)+7*x1(i-2)+2*x1(i-3)+13*x1(i-4)+8*x1(i-
5);
       end
       if(i==7)
          konv(i)=2*x1(i)+4*x1(i-1)+7*x1(i-2)+2*x1(i-3)+13*x1(i-4)+8*x1(i-
5)+5*x1(i-6);
       end
       if(i>7)
         konv(i)=2*x1(i)+4*x1(i-1)+7*x1(i-2)+2*x1(i-3)+13*x1(i-4)+8*x1(i-
5)+5*x1(i-6)+4*x1(i-7);
       end
end


%iscrtati ovo sve
```

```
%iscrtacu u 2 reda i 2 kolone
subplot(511)
stem(nh,h)
title('Impulsni odziv');
subplot(512)
stem(ny,y);
title('Izlaz iz sistema nakon ulaznog signala x')
subplot(513)
stem(nK,y1)
title('Konvolucija na osnovu duzina')
subplot(514)
stem(nK,z1)
title('Konvolucija na osnovu Furijerove transformacije')
subplot(515)
stem(nK,konv)
title('Konvolucija sa for petljom')
```

Izvršiti spektralnu analizu diskretnog signala primjenom *Kajzerove prozorske funkcije* dužine $N=32$ ako je $Asl=33\ dB$:

$$x(n) = cos(\frac{2\pi}{14}n) + 0.75cos(\frac{4\pi}{15}n), \quad -\infty < n > \infty$$

```
 N=32;
%beta se racuna na osnovu izraza
beta=0.76609*(33-13.65).^0.4+0.09834*(33-13.26);
n=0:N-1;
x=cos((2*pi*n)/14)+0.75*cos((4*pi*n)/15)
w=kaiser(N,beta)';
y=x.*w;
Y=2*abs(fft(y))/N;
stem(n,Y);
title('Kajzerova prozorska funkcija N=32');
```

Jedan digitalni filter je opisan sljedećom funkcijom prijenosa:

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.1421z^{-1} + 0.41421z^{-2}}$$

a) Izračunati i nacrtati u Matlab-u impulsni odziv ovog filtra u 50 tačaka

b) Na ulaz filtra se dovodi 128 odbiraka signala.

$x(t) = cos(2\pi F_1 t) + cos(2\pi F_2 t) + cos(2\pi F_3 t)$, $F_1 = 500\ Hz, F_2 = 750\ Hz, F_3 = 3000\ Hz$

Signal je diskretizovan sa učestanošću odabiranja $F_s = 10\ kHz$. Predstaviti signal na izlazu.

c) Nacrtati spektre signala na ulazu i izlazu filtra.

(30 bodova)

```
 % tacka a)
b=0.067569*[1 2 1];
a=[1 -1.1421 0.4142];
impuls=[1 zeros(1,49)];
h=filter(b,a,impuls);
subplot(3,2,[1:2]);
stem(h), title('Impulsni odziv filtra');
```

```
% tacka b)
N=128;
b=0.067569*[1 2 1];
a=[1 -1.1421 0.4142];
F1=500; F2=750; F3=3000; Fs=5000;
n=(0:N-1);
f1=F1/Fs; f2=F2/Fs; f3=F3/Fs;
x=cos(2*pi*f1*n)+cos(2*pi*f2*n)+cos(2*pi*f3*n);
subplot(323);
plot(n,x),title('Signal na ulazu u filter'),axis([0 N -2.1 2.1]);
subplot(324);
y=filter(b,a,x);
plot(n,y),title('Signal na izlazu filtra'),axis([0 N -2.1 2.1]);
% tacka c)
X=abs(fft(x,256));
Y=abs(fft(y,256));
subplot(325); stem(X(1:length(X)/2)),title('Spektar signala x');
subplot(326); stem(Y(1:length(Y)/2)),title('Spektar signala y');
```

Za signal predstavljen na Slici 2 odrediti i nacrtati u Matlab-u odziv na izlazu sistema opisanog diferencijalnom jednačinom:

a) koristeći metodu `filter`

b) koristeći `for` petlju

$$y[n]+0.9y[n-2]=0.3x[n]+0.6x[n-1]+0.3x[n-2]$$

```
 n=0:0.5:3;
x=[0 1.5 3 3 3 1.5 0];

b=[0.3 0.6 0.3];
a=[1 0 0.9];

%metoda filter
y=filter(b,a,x);
ny=0:length(y)-1;


%koristeci for petlju
y1(1,1)=x(1);
for br=3:length(x)
    y1(br,1)=0.3*x(br)+0.6*x(br-1)+0.3*x(br-2)-0.9*y1(br-2);
end


%iscrtavanje
subplot(311)
plot(n,x)
axis([0 3 0 3])
grid on
title('Signal x');
subplot(312)
stem(ny,y)
title('Metoda filter');
subplot(313)
stem(n,y1)
```

```
title('For petlja');
```

Jedan digitalni filter je opisan sljedećom funkcijom prenosa:

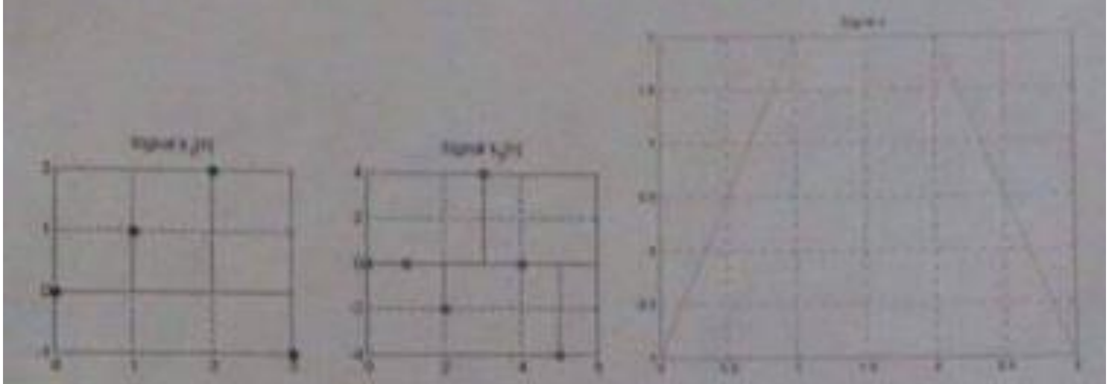
$$H(z) = \frac{1 - z^3}{1 - z^4}$$

Izračunati i nacrtati u Matlab-u odziv ovog sistema na pobudu u vidu jedinične funkcije.

```
 n=-30:30;
x=n>=0;
b=0.067569*[-1 0 0 1];
a=[-1 0 0 0 1];

y=filter(b,a,x)

subplot(211)
stem(n,x)
subplot(212)
plot(n,y)
```

Za signale prikazane na Slici 1 u Matlab-u odrediti i nacrtati njihovu konvoluciju:

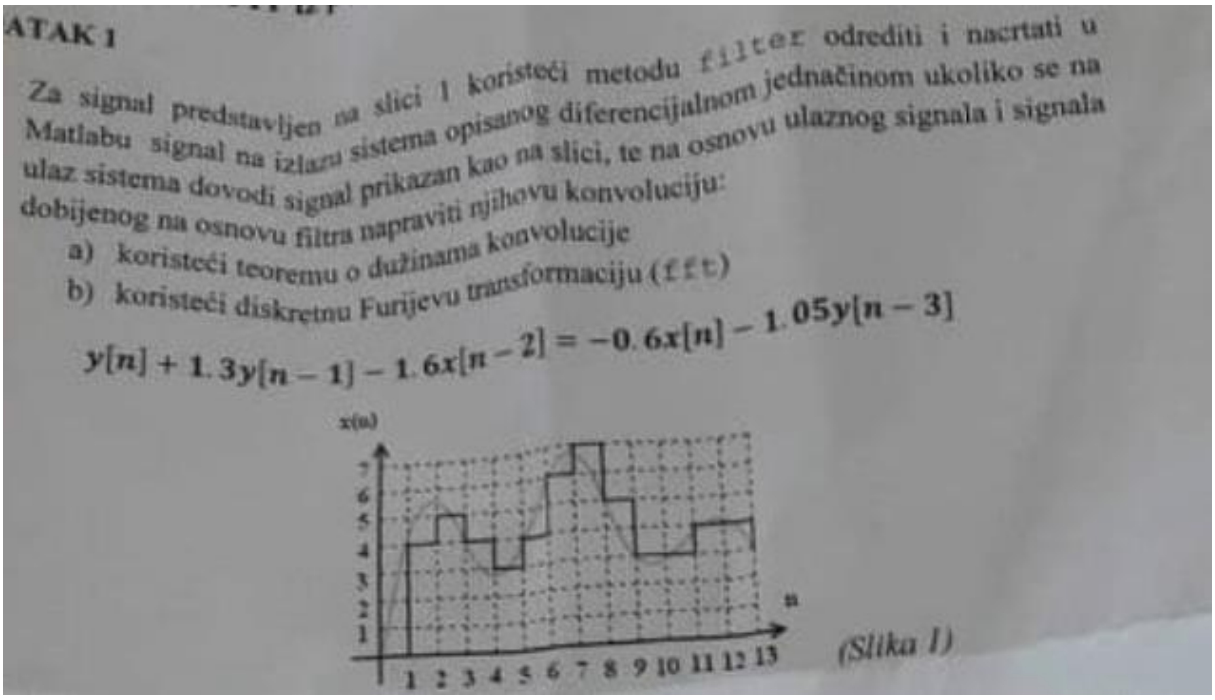
a) koristeći teoremu o dužinama konvolucije
b) koristeći diskretnu Furijevu transformaciju (fft)



(Slika 1) (Slika 2)

```
x1=[0 1 2 -1];
x2=[0 0 -2 4 0 -4];
Nx1=length(x1);
Nx2=length(x2);

%konvolucija na osnovu duzina
y=conv(x1,x2);
Ny=Nx1+Nx2-1;

%konvolucija na osnovvu furijera

x3=[x1 zeros(1,Ny-Nx1)];
x4=[x2 zeros(1,Ny-Nx2)];
X=fft(x3);
Y=fft(x4);
Z=X.*Y;
```

```
z=ifft(Z);
z1=real(z);


%vremenske ose
nx1=0:Nx1-1;
nx2=0:Nx2-1;
nK=0:Ny-1;  %vremenska osa konvolucije

%iscrtavanje
subplot(221)
stem(nx1,x1)
title('Signal x1')
subplot(222)
stem(nx2,x2)
title('Signal x2')
subplot(223)
stem(nK,y)
title('Konvolucija naosnovu duzina')
subplot(224)
stem(nK,z1)
title('Konvolucija na osnovu Furijerove transformacije')
```



ATAK 1

Za signal predstavljen na slici 1 koristeći metodu `filter` odrediti i nacrtati u Matlabu signal na izlazu sistema opisanog diferencijalnom jednačinom ukoliko se na ulaz sistema dovodi signal prikazan kao na slici, te na osnovu ulaznog signala i signala dobijenog na osnovu filtra napraviti njihovu konvoluciju:

a) koristeći teoremu o dužinama konvolucije

b) koristeći diskretnu Furijevu transformaciju (`fft`)

$$y[n] + 1.3y[n-1] - 1.6x[n-2] = -0.6x[n] - 1.05y[n-3]$$

(Slika 1)

```
 n=0:13;
x=[0 4 5 4 3 4 6 7 5 3 3 4 4];
b=[-0.6 0 1.6];
a=[1 1.3 0 1.05];
y=filter(b,a,x);

%koristeci teoremu o duzinama
Nx=length(x);
Ny=length(y);
z=conv(x,y);
Nz=Nx+Ny-1;
```

```
%koristeci fft
x2=[x zeros(1,Nz-Nx)];
y2=[y zeros(1,Nz-Ny)];
X=fft(x2);
Y=fft(y2);
H=X.*Y;
h=ifft(H);
h1=real(h);


%vremenske ose
nx=0:length(x)-1;
ny=0:Ny-1;
nz=0:Nz-1;
nh1=0:length(h1)-1;

%iscrtavanje
subplot(221)
stairs(nx,x)
grid on
title('Signal x')
subplot(222)
stem(ny,y)
title('Filter')
subplot(223)
stem(nz,z)
title('Konvolucija na osnovu duzina')
subplot(224)
stem(nh1,h1)
title('Konvolucija na osnovu fft-a')
```

ATAK 2

Izvršiti odabiranje kontinualnog signala $x(t) = cos(2\pi 100t) + sin(2\pi 105t)$ sa frekvencijom odabiranja $f_s = 500\ Hz$. Prikazati amplitudski spektar datog signala za 20, 50 i 100 tačaka.

```
clear all
close all
fo = 500;
To = 1/fo;

%20 tačaka
t=0:To:20.*To;
x=cos(2*pi*100*t)+sin(2*pi*105*t);
subplot(3,1,1);
stem(t,x);
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
title('Funkcija u 20 tačaka');

%50 tačaka
t=0:To:50.*To;
x=cos(2*pi*100*t)+sin(2*pi*105*t);
subplot(3,1,2);
stem(t,x);
```

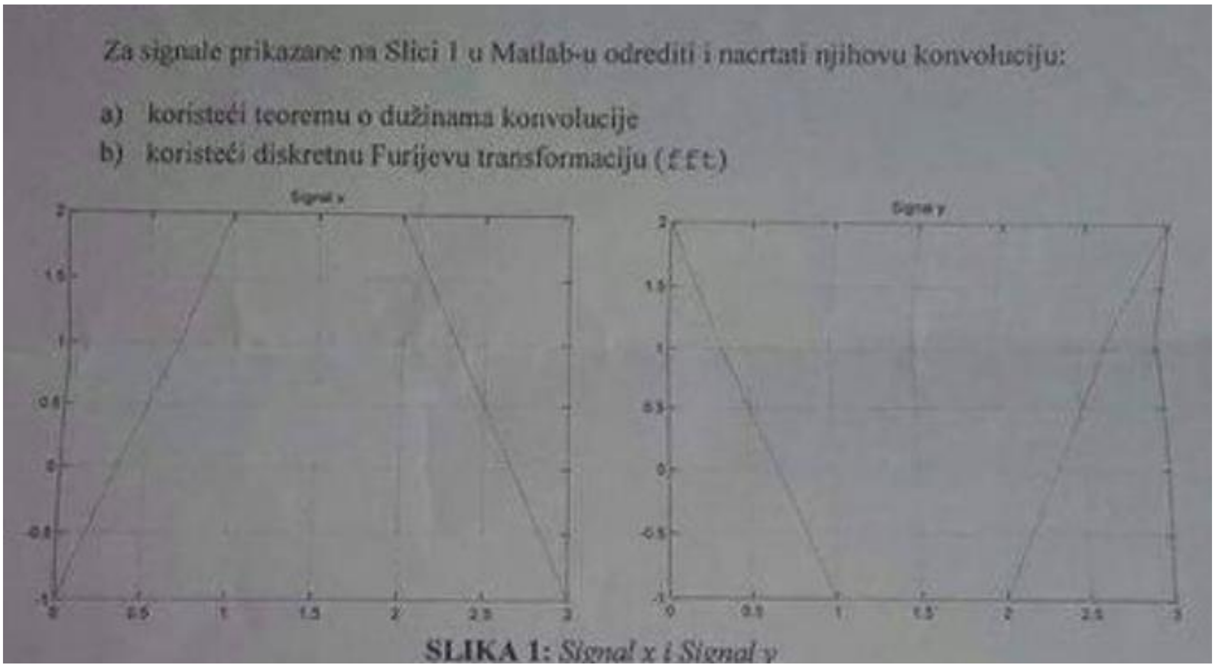
```
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
title('Funkcija u 50 tačaka');

%100 tačaka
t=0:To:100.*To;
x=cos(2*pi*100*t)+sin(2*pi*105*t);
subplot(3,1,3);
stem(t,x);
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
title('Funkcija u 100 tačaka');
```

Dat je diskretni signal koji je definisan jednačinom:
$x[n] = A_0 e^{(2\pi f_0 n+\varphi)} + A_1 e^{(2\pi f_1 n-\varphi)}$, $-\infty < n > \infty$, gdje su $f_0 = F_0/F_S$ i $f_1 = F_1/F_S$.
Ako je učestanost odabiranja Fs=10 kHz, A_0=1, A_1=0.75, $\varphi = 2\pi/3$ predstaviti preuređeni amplitudski spektar datog signala dužine N=64 a vrijednost n se kreće u granicama n=(0:N-1), te izvršiti odsjecanje ovog signala primjenom pravougaone prozorske funkcije (*čisti signal*), i nacrtati njegov amplitudski spektar ako je:

a) $F_0 = \frac{1}{12} \times 10^4$ Hz i $F_1 = \frac{1}{3} \times 10^4$ Hz
b) $F_0 = \frac{2}{14} \times 10^4$ Hz i $F_1 = \frac{1}{5} \times 10^4$ Hz
c) $F_0 = \frac{3}{14} \times 10^4$ Hz i $F_1 = \frac{1}{12} \times 10^4$ Hz

```
clear all
close all
A0=1;
A1=0.75;
fi=(2*pi)/3;
Fs=10000;
N=64;
n=(0:N-1);

%a)
aF0=(1/12)*10000;
aF1=(1/3)*10000;

af0=aF0/Fs;
af1=aF1/Fs;

ax=A0*exp(2*pi*af0*n+fi)+A1*exp(2*pi*af1*n-fi);
aX=fftshift(abs(fft(ax)));
AX=abs(fft(ax));

%slucaj b)
bF0=(2/14)*10000;
bF1=(1/5)*10000;

bf0=bF0/Fs;
bf1=bF1/Fs;

bx=A0*exp(2*pi*bf0*n+fi)+A1*exp(2*pi*bf1*n-fi);
bX=fftshift(abs(fft(bx)));
BX=abs(fft(bx));

%slucaj c)
```

```
cF0=(3/14)*10000;
cF1=(1/12)*10000;

cf0=cF0/Fs;
cf1=cF1/Fs;

cx=A0*exp(2*pi*cf0*n+fi)+A1*exp(2*pi*cf1*n-fi);
cX=fftshift(abs(fft(cx)));
CX=abs(fft(cx));

subplot(3,2,1);
stem(n,aX);
title('Preuređeni spektar a)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;

subplot(3,2,2);
stem(AX(1:N/2));
title('Amplitudni spektar a)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;

subplot(3,2,3);
stem(n,bX);
title('Preuređeni spektar b)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;

subplot(3,2,4);
stem(BX(1:N/2));
title('Amplitudni spektar b)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;

subplot(3,2,5);
stem(n,cX);
title('Preuređeni spektar c)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;

subplot(3,2,6);
stem(CX(1:N/2));
title('Amplitudni spektar c)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;
```



Za signale prikazane na Slici 1 u Matlab-u odrediti i nacrtati njihovu konvoluciju:

a) koristeći teoremu o dužinama konvolucije

b) koristeći diskretnu Furijevu transformaciju (`fft`)

SLIKA 1: *Signal x i Signal y*

```
n=0:0.5:3;
x=[-1 0.5 2 2 2 0.5 -1]
y=[2 0.5 -1 -1 -1 0.5 2]

%koristeci teoremu o duzinama
Nx=length(x);
Ny=length(y);
z=conv(x,y);
Nz=Nx+Ny-1;

%koristeci fft
x2=[x zeros(1,Nz-Nx)];
y2=[y zeros(1,Nz-Ny)];
X=fft(x2);
Y=fft(y2);
H=X.*Y;
h=ifft(H);
h1=real(h);


%vremenske ose
nz=0:Nz-1;
nh1=0:length(h1)-1;

%iscrtavanje
subplot(221)
plot(n,x)
grid on
title('Signal x')
subplot(222)
plot(n,y)
grid on
title('Signal y')
subplot(223)
stem(nz,z)
title('Konvolucija na osnovu duzina')
```

```
subplot(224)
stem(nh1,h1)
title('Konvolucija na osnovu fft-a')
```

Dat je diskretan signal: $x[n] = sin\left(\frac{2\pi}{14}n\right) + 1.1cos\left(\frac{4\pi}{15}n\right) - e^{\frac{5\pi}{6}n}$

Izvršiti spektralnu analizu ovog signala primjenom *Kajzerove* prozorske funkcije koja ima bočne lukove oslabljene za 20 dB u odnosu na centralni luk, ako je dužina prozorske funkcije: a) $N=128$ i b) $N=32$

```
%PRVI I DRUGI ZADATAK SA OVOG ROKA IMA URADJEN U rok7


clear all
close all
%a)
N=128;
%beta se racuna na osnovu izraza
beta=0.76609*(20-13.65).^0.4+0.09834*(20-13.26);
n=0:N-1;
x=sin((2*pi*n)/14)+1.1*cos((4*pi*n)/15)-exp((5*pi*n)/6);
w=kaiser(N,beta)';
y=x.*w;
Y=2*abs(fft(y))/N;
subplot(2,1,1);
stem(n,Y);
title('Kajzerova prozorska funkcija N=128');

%b)
N=32;
%beta se racuna na osnovu izraza
beta=0.76609*(20-13.65).^0.4+0.09834*(20-13.26);
n=0:N-1;
x=sin((2*pi*n)/14)+1.1*cos((4*pi*n)/15)-exp((5*pi*n)/6);
w=kaiser(N,beta)';
y=x.*w;
Y=2*abs(fft(y))/N;
subplot(2,1,2);
stem(n,Y);
title('Kajzerova prozorska funkcija N=32');
```

Dat je diskretni signal koji je definisan jednačinom:

$x[n] = A_0 e^{(2\pi f_0 n+\varphi)} + A_1 e^{(2\pi f_1 n-\varphi)}$, $-\infty < n > \infty$ gdje su $f_0 = F_0/F_S$ i $f_1 = F_1/F_S$

Ako je učestanost odabiranja Fs=10 kHz, A_0=1, A_1=0.57, $\varphi = 3\pi/4$ izvršiti odsjecanje ovog signala primjenom pravougaone prozorske funkcije *(čisti signal)* dužine N=64, te nacrtati njegov amplitudski spektar ako je:

a) $F_0 = \frac{1}{16} \times 10^4$ Hz i $F_1 = \frac{2}{6} \times 10^4$ Hz

b) $F_0 = \frac{2}{14} \times 10^4$ Hz i $F_1 = \frac{1}{15} \times 10^4$ Hz

c) $F_0 = \frac{3}{14} \times 10^4$ Hz i $F_1 = \frac{3}{25} \times 10^4$ Hz

```
%PRVI I DRUGI ZADATAK IMA U rok1

clear all
close all
A0=1;
A1=0.57;
fi=(3*pi)/4;
Fs=10000;
N=64;
n=(0:N-1);

%a)
aF0=(1/16)*10000;
aF1=(2/6)*10000;

af0=aF0/Fs;
af1=aF1/Fs;

ax=A0*exp(2*pi*af0*n+fi)+A1*exp(2*pi*af1*n-fi);
AX=abs(fft(ax));

%slucaj b)
bF0=(2/14)*10000;
bF1=(1/15)*10000;

bf0=bF0/Fs;
bf1=bF1/Fs;

bx=A0*exp(2*pi*bf0*n+fi)+A1*exp(2*pi*bf1*n-fi);
BX=abs(fft(bx));

%slucaj c)
cF0=(3/14)*10000;
cF1=(3/25)*10000;

cf0=cF0/Fs;
cf1=cF1/Fs;
```

```
cx=A0*exp(2*pi*cf0*n+fi)+A1*exp(2*pi*cf1*n-fi);
CX=abs(fft(cx));


subplot(311);
stem(AX(1:N/2));
title('Amplitudni spektar a)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;


subplot(312);
stem(BX(1:N/2));
title('Amplitudni spektar b)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;


subplot(313);
stem(CX(1:N/2));
title('Amplitudni spektar c)');
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
axis tight;
```

Dat je diskretan signal: $x[n] = cos\left(\frac{2\pi}{14}n\right) - 0.75cos\left(\frac{4\pi}{15}n\right), -\infty < n > \infty$

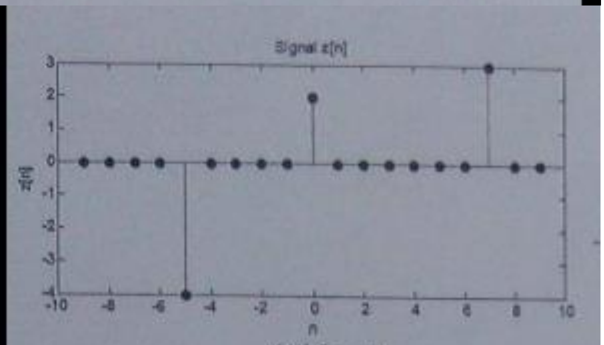
Izvršiti spektralnu analizu ovog signala primjenom *Kajzerove prozorske funkcije* koja ima bočne lukove oslabljene za 20 dB u odnosu na centralni luk, ako je dužina prozorske funkcije: *N=32, β=4.58.*

```
 clear all
close all
beta=4.58;
N=32;
n=0:N-1;
x=cos((2*pi*n)/14) - 0.75*cos((4*pi*n)/15);
K=kaiser(N,beta);
y=x'.*K;
Y=2*abs(fft(y))/N;
stem(n,Y);
title('Spektar signala, Kajzer N=32');
```

ZADATAK 1

Na Slici 1 prikazan je signal *z[n]* na intervalu *n = −9: 9*. Koristeći se pomjerenim jediničnim impulsnim funkcijama napisati izraz kojim je opisan ovaj signal, kao i *Matlab* kod za njegovo iscrtavanje.

1.



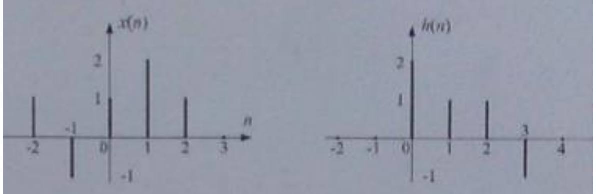
(*Slika 1*)

```
t=-9:9;
x=[zeros(1,4)  -4 zeros(1,4) 2 zeros(1,6) 3
zeros(1,2)] ;


stem(t,x,'k','MarkerFace','k');
```

2.

Za signale predstavljene na Slici 2 odrediti i nacrtati u Matlab-u odzive na izlazu sistema:

a) koristeći teoremu o konvoluciji (*teorema o dužinama*)
b) koristeći teoremu o konvoluciji (*fft transformacija*)



(Slika 2)

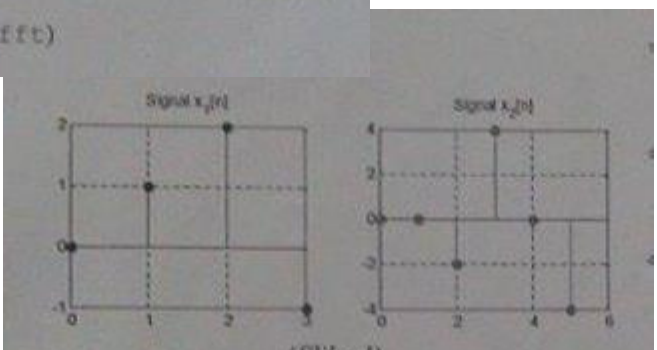
```
x=[1 -1 1 2 1 0];
h=[0 0 2 1 1 -1];
a=length(x);
b=length(h);
c=-2:a-3;
d=-2:b-3;
k=conv(x,h);
nk=-2:a+b-4;
subplot(411)
stem(c,x)
title('Signal x')
subplot(412)
stem(d,h)
title('Signal h')
subplot(413)
stem(nk,k)
title('Konvolucija')
k1=length(k);
t=-2:k1-3;
xa=[x, zeros(1,k1-a)];
ha=[h, zeros(1,k1-b)];
X = fft(xa);
Y = fft(ha);
Z = X.*Y;
Z1 = ifft(Z);
Z2 = real(Z1);
subplot(414)
stem(t,Z2)
title('FFT')
```

ZADATAK 1

Za signale prikazane na Slici 1 u Matlab-u odrediti i nacrtati njihovu konvoluciju:

a) koristeći teoremu o dužinama konvolucije
b) koristeći diskretnu Furijevu transformaciju (fft)

3.



```
x1=[0 1 2 -1];
x2=[0 0 -2 4 0 -4];
y=conv(x1,x2);
%a) teorema o duzinama konvolucija
ny=0:length(y)-1;
n1=0:length(x1)-1;
n2=0:length(x2)-1;

subplot(221)
stem(n1,x1,'k','MarkerFace','k');
grid on;

subplot(222);
stem(n2,x2,'k','MarkerFace','k');
grid on;

subplot(223);
stem(ny,y,'k','MarkerFace','k');
title('Konvolucija signala preko teoreme o
duzinama');
grid on;

%b) fft

x=[x1,zeros(1,length(y)-length(x1))];

y=[x2,zeros(1,length(y)-length(x2))];

X=fft(x);
Y=fft(y);
 Z=X.*Y;
 Z1=ifft(Z);
 Z2=real(Z1);
 subplot(224);
stem(ny,Z2,'k','MarkerFace','k');
grid on;
title('fft');
```

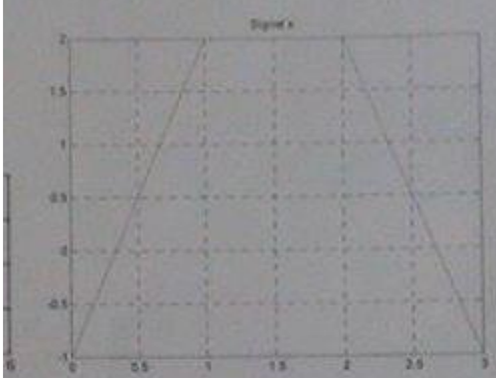
ZADATAK 2

Za signal predstavljen na Slici 2 odrediti i nacrtati u Matlab-u odziv na izlazu sistema opisanog diferencijalnom jednačinom:

a) koristeći metodu `filter`

b) koristeći `for` petlju

$$y[n] + 0.9y[n-2] = 0.3x[n] + 0.6x[n-1] + 0.3x[n-2]$$



(Slika 2)

4.

```
x=[-1 0.5 2 2 2 0.5 -1];
t=0:0.5:3;
subplot(311)
plot(t,x)
title('Ulazni signal')
grid on
a = [1 0 0.9];
b = [0.3 0.6 0.3];
y=filter(b,a,x)
ny=0:length(y)-1;
subplot(312)
stem(ny,y)
title('Signal poslije filtera')
axis([0 6 -1 3]);

y1(1,1) = x(1);
```

```
for br = 3:length(x)
    y1(br) = 0.3*x(br)+ 0.6*x(br-1)+0.3*x(br-2)-
     0.9*y1(br-2);

end;
ny1=0:length(y1)-1
subplot(313)
stem(ny1,y1)

title('Petlja')
axis([0 6 -1 3]);
```

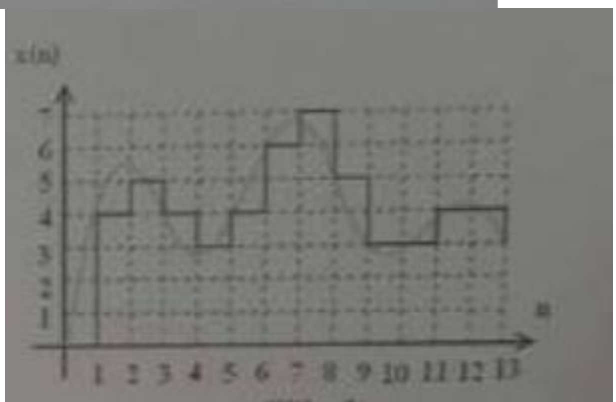
ZADATAK 2

Za signal sa slike 2 koristeći metodu `filter` nacrtati signal na izlazu sistema opisanog diferenc. jednačinom ukoliko se na ulaz sistema dovodi signal sa slike, te na osnovu ulaznog signala i signala na osnovu filtra napraviti njihovu konvoluciju:

a) koristeći teoremu o dužinama konvolucije
b) koristeći diskretnu Furijeovu transformaciju (`fft`)

$$y[n] + 1.3y[n-1] + 1.6x[n-1] = -0.6x[n-3] + 1.05y[n-3]$$

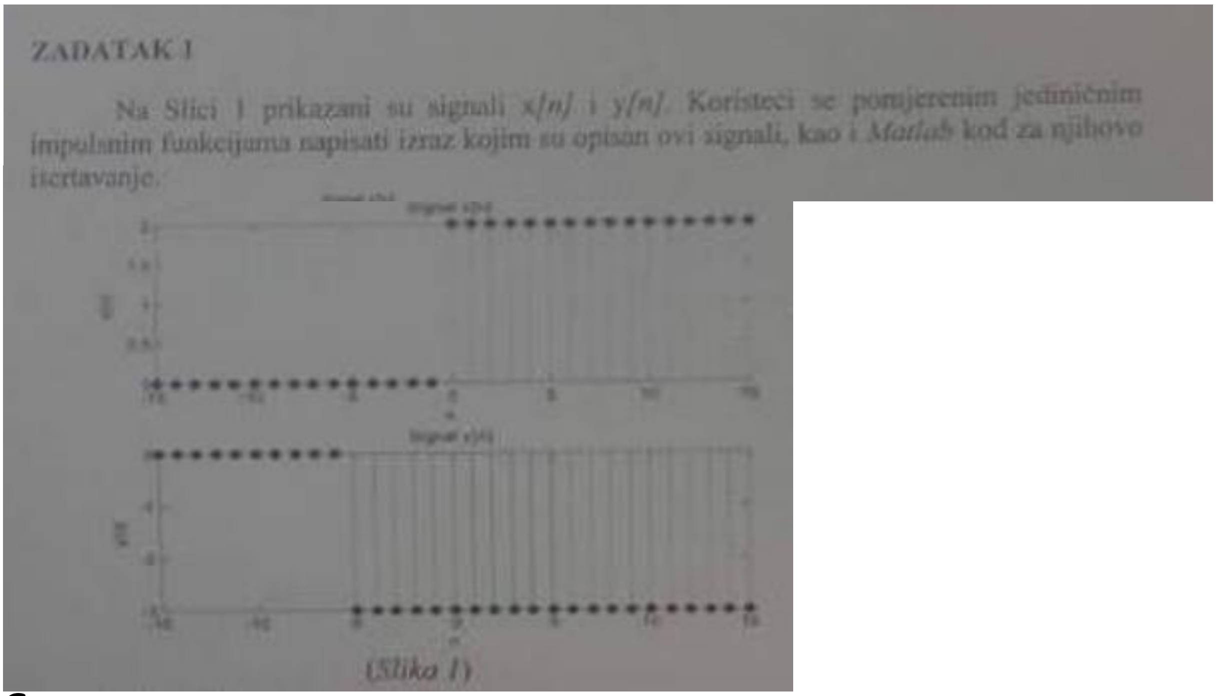
5.



(Slika 2)

```
n = 0:13;
x = [0 4 5 4 3 4 6 7 5 3 3 4 4 3];
subplot(221)
stairs(n,x,'r','linewidth',2)
xlabel('n');
ylabel('x[n]')
title('Ulazni signal')
grid on

%Signal dobijen na osnovu filtra
a = [1 1.33 0 -1.05];
b = [-0.76 0 1.6];
y = filter(b,a,x);
ny = 0:length(y)-1;
subplot(222)
stem(ny,y,'fill','g','linewidth',2)
xlabel('n');
ylabel('y[n]')
```

```
title('Signal dobijen filterom')
grid on

%Konvolucija na osnovu ulaznog signala i izlaznog
konvolucija = conv(x,y);
duzina_konv = length(konvolucija)
interval_konv = 0:duzina_konv - 1;
subplot(223)
stem(interval_konv, konvolucija,'fill','m','linewidth',2)
xlabel('n');
ylabel('conv[n]')
title('Konvolucija signala')
grid on

%FFT

nx_duzina = length(x);
ny_duzina = length(y);
konvolucija_duzina = length(konvolucija);

X1 = [x zeros(1,konvolucija_duzina - nx_duzina)];
Y1 = [y zeros(1,konvolucija_duzina - ny_duzina)];

x1 = fft(X1);
y1 = fft(Y1);

Z = x1.*y1;
z = ifft(Z);
z1 = real(z);

subplot(224)
stem(interval_konv, z1, 'fill','r','linewidth',2)
xlabel('n');
ylabel('fft[n]')
title('FFT')
grid on
```



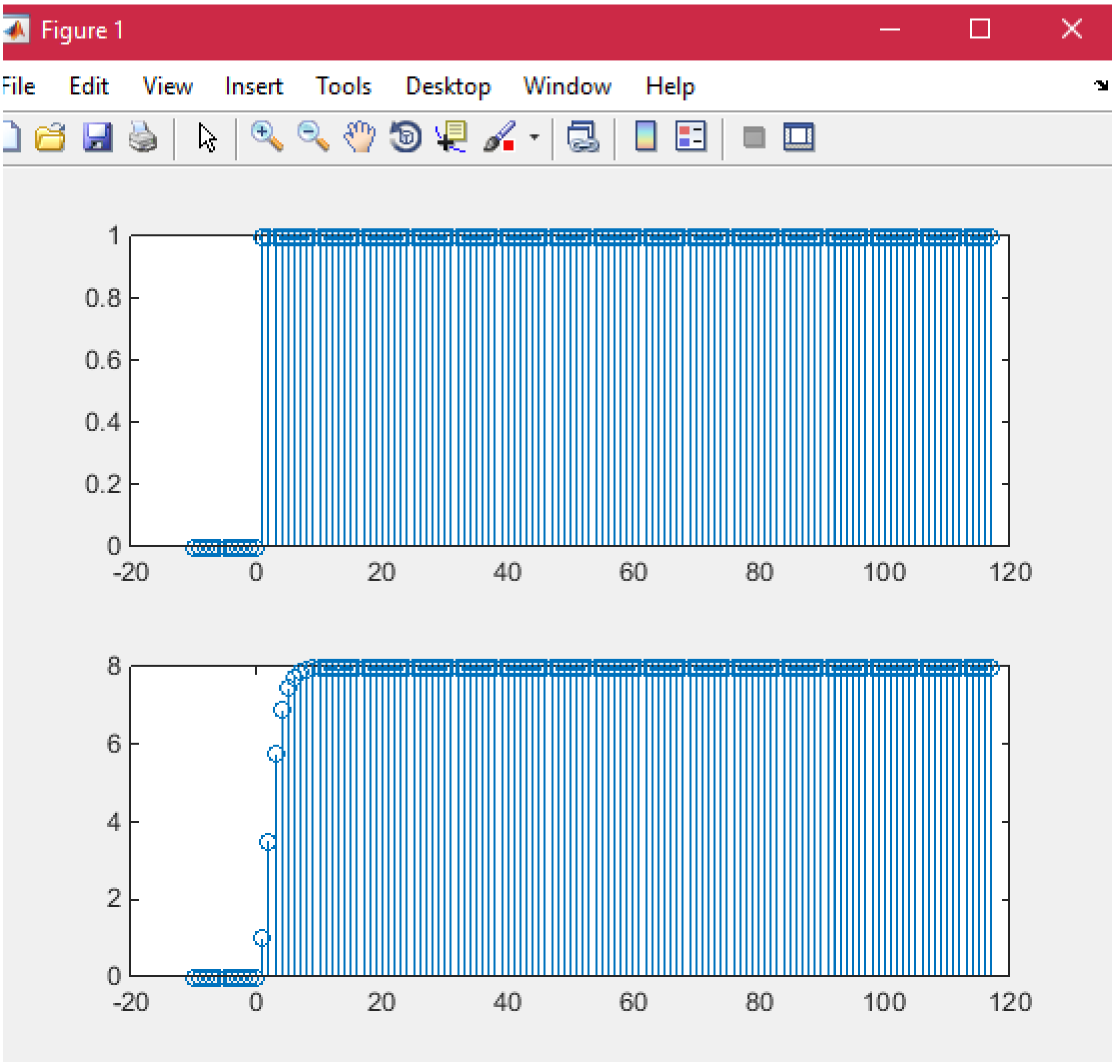
ZADATAK 1

Na Slici 1 prikazani su signali *x[n]* i *y[n]*. Koristeći se pomjerenim jediničnim impulsnim funkcijama napisati izraz kojim su opisani ovi signali, kao i *Matlab* kod za njihovo iscrtavanje.

(*Slika 1*)

6.

```
n = -25:25;
u = [zeros(1,25) ones(1,26)];
subplot(211)
stem(n,u,'fill','r','linewidth',2)
xlabel('n');
ylabel('u[n]')
title('Jedinicna odskocna funckija')
grid on
u_desno = [zeros(1,34) ones(1,17)];
subplot(212)
stem(n,u_desno,'fill','m','linewidth',2)
xlabel('n');
ylabel('u[n-9]')
title('Pomjerena jedinicna odskocna funckija')
grid on
```



7.

```
n=-10:117;

a=[1 -0.5];
b=[1 2 1];
x=[zeros(1,11) ones(1,117)];
subplot(211)
stem(n,x)
y=filter(b,a,x)
ny=-10:length(y)-11;
subplot(212)
stem(ny,y)
```

ZADAĆA 1

Primjenom DFT algoritma izračunati i nacrtati u Matlabu diskretan spektar signala $x[n] = 2\sin(2\pi f_1 n) + 4\sin(2\pi f_2 n)$, pri čemu je $f_1=1$, $f_2=1/4$, a frekvencija odabiranja $f_0=20\ Hz$, za vremensku osu definisanu na intervalu od *0* do *4 sekunde*. Koristeći naredbu `subplot(62x)` prikazati sljedeće dijagrame:

```
Signal x(n)                          Spektar signala x(n)
Amplitudni dio signala x(n)          Amplitudni dio DFT-a
Realni dio signala x(n)              Realni dio DFT-a
Imaginarni dio signala x(n)          Imaginarni dio DFT-a
Fazni dio signala x(n)               Fazni dio DFT-a
Frekvencijski dio signala x(n)       Frekvencijski dio DFT-a
```

8.

```
f1=1;        %Zadana frekvencija f1
f2=1/4;      %Zadana frekvencija f2
f0=20;       %Frekvencija odabiranja
n=0:1/f0:4; %Interval odabiranja

a=2*sin(2*pi*f1*n);
b=4*sin(2*pi*f2*n);
x=a+4*b;     %Zadani signal
X=fft(x); %Diskretna Furijeova transformacija na signal x

subplot(621);
stem(n,x);       %Iscrtavanje signala x uz interval n
title('Signal x(n)');
grid on;

subplot(622);
stem(n,abs(x));
title('Amplitudni dio signala x(n)');
grid on;

subplot(623);
stem(n,real(x));
title('Realni dio signala x(n)');
grid on;
subplot(624);
stem(n,imag(x));
title('Imaginarni dio signala x(n)');
grid on;
subplot(625);
stem(n,angle(x));
title('Fazni dio signala x(n)');
grid on;
subplot(626);
stem(n,x.*x);
title('Frekvencijski dio signala x(n)');
```

```
grid on;
subplot(627);
stem(n,X);
title('Spektar signala x(n)');
grid on;
subplot(628);
stem(n,abs(X));
title('Amplitudni dio DFT-a');
grid on;
subplot(629);
stem(n,real(X));
title('Realni dio DFT-a');
grid on;

subplot(6,2,10);
stem(n,imag(X));
title('Imaginarni dio DFT-a');
grid on;


subplot(6,2,11);
stem(n,angle(X));
title('Fazni dio  DFT-a');
grid on;

subplot(6,2,12);
stem(n,X.*X);
title('Frekvencijski dio DFT-a');
grid on;
```

9.

ZADATAK 3

Izvršiti spektralnu analizu diskretnog signala primjenom Kajzerove prozorske funkcije dužine N=32 ako je β=4:

$$x(n) = cos(\frac{2\pi}{14}n) + 0.75cos(\frac{4\pi}{15}n), \quad -\infty < n > \infty$$

```
N=32;
n=(0:N-1);
beta=4;
x=cos(2*pi*n/14)+0.75*cos(4*pi*n/15);
w=kaiser(N,beta);
y=x'.*w;     %Transponovano X jer nam se duzina razlikovala i zbog toga je '
Y=2*abs(fft(y))/N;
stem(n,Y);
title('Spektar signala, Kajzer N=32');
```

ZADATAK 3

Naći z transformaciju $F(z)$ i oblast konvergencije za sekvencu:

$$f(n)=\begin{cases}3^n+4^n; & n<1\\ 0; & n=0\\ 2^{-n}; & n\geq 1\end{cases}$$

$\underline{f_1(n)=3^n}$

$|3z^{-1}|<1$

$\frac{3}{|z|}<1$

$|z|>3$

$\underline{f_2(n)=4^n}$

$|4z^{-1}|<1$

$\frac{4}{|z|}<1$

$|z|>4$

$\underline{f_3(n)=2^{-n}}$

$|2^{-1}z^{-1}|<1$

$\frac{1}{|2z|}<1$

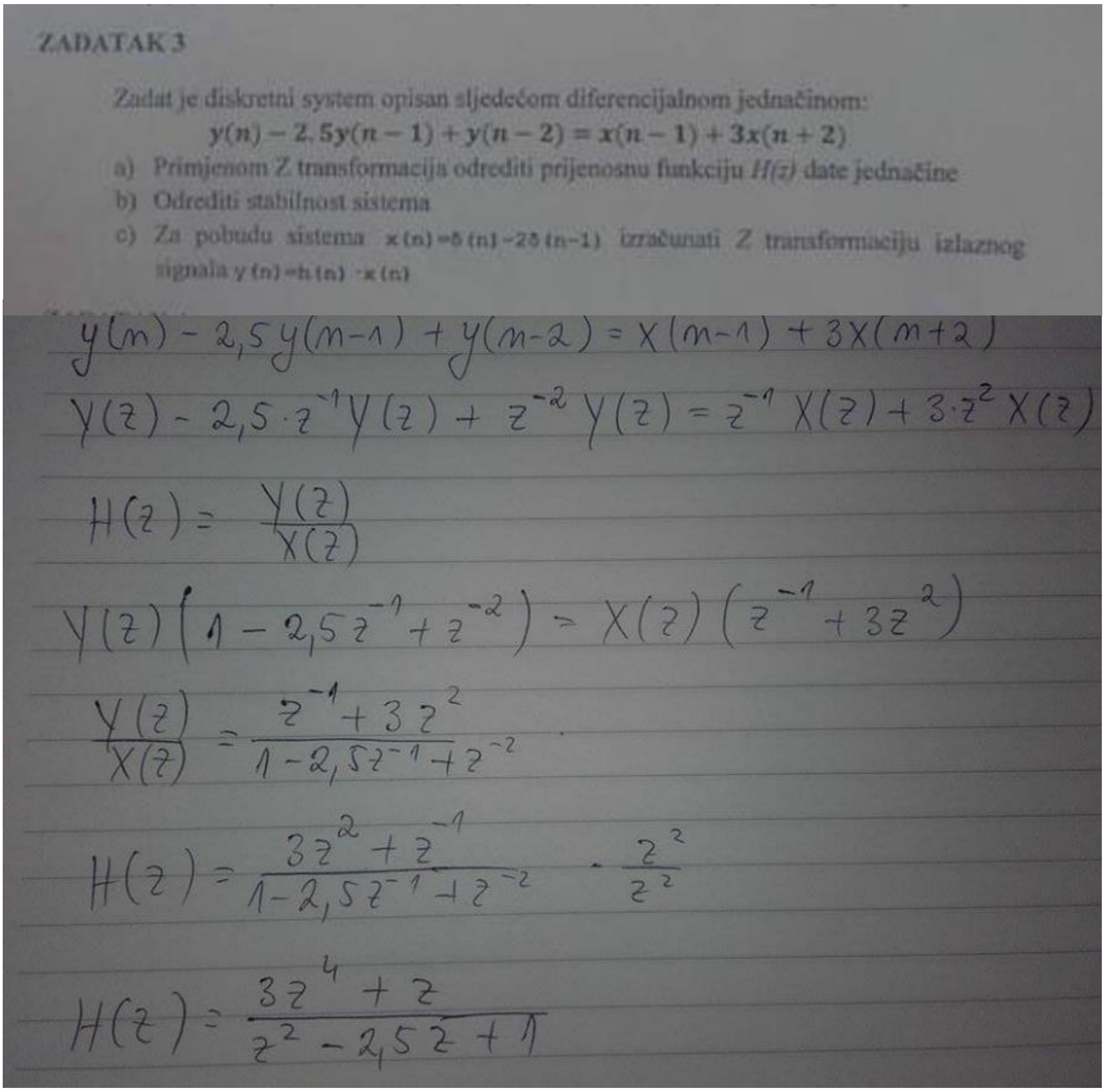
$|z|>\frac{1}{2}$

$$f_1=\frac{Sa}{1-Sa}=\frac{3z^{-1}}{1-3z^{-1}}=\frac{\frac{3}{z}}{1-\frac{3}{z}}=\frac{\frac{3}{z}}{\frac{z-3}{z}}=\frac{3}{z-3}$$

$$f_2=\frac{Sa}{1-Sa}=\frac{4z^{-1}}{1-4z^{-1}}=\frac{\frac{4}{z}}{1-\frac{4}{z}}=\frac{\frac{4}{z}}{\frac{z-4}{z}}=\frac{4}{z-4}$$

$$f_3=\frac{1}{1-Sa}=\frac{1}{1-2^{-1}z^{-1}}=\frac{1}{1-\frac{1}{2z}}=\frac{1}{\frac{2z-1}{2z}}=\frac{2z}{2z-1}$$

10.



ZADATAK 3

Zadat je diskretni system opisan sljedećom diferencijalnom jednačinom:

$$y(n) - 2.5y(n-1) + y(n-2) = x(n-1) + 3x(n+2)$$

a) Primjenom Z transformacija odrediti prijenosnu funkciju $H(z)$ date jednačine

b) Odrediti stabilnost sistema

c) Za pobudu sistema $x(n)=\delta(n)-2\delta(n-1)$ izračunati Z transformaciju izlaznog signala $y(n)=h(n)*x(n)$

$$y(n) - 2{,}5y(n-1) + y(n-2) = x(n-1) + 3x(n+2)$$

$$Y(z) - 2{,}5\cdot z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = z^{-1}X(z) + 3\cdot z^{2}X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$Y(z)(1 - 2{,}5z^{-1} + z^{-2}) = X(z)(z^{-1} + 3z^{2})$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1} + 3z^{2}}{1 - 2{,}5z^{-1} + z^{-2}}$$

$$H(z) = \frac{3z^{2} + z^{-1}}{1 - 2{,}5z^{-1} + z^{-2}} \cdot \frac{z^{2}}{z^{2}}$$

$$H(z) = \frac{3z^{4} + z}{z^{2} - 2{,}5z + 1}$$

11.

```
brojnik=[3 0 0 1 0];
nazivnik=[0 0 1 -2.5 1];
Zn=roots(brojnik);
Zp=roots(nazivnik);
disp('Nule funkcije prijenosa su: ');disp(Zn);
disp('Polovi funkcije prijenosa su: ');disp(Zp);
pzmap(brojnik,nazivnik);
title('Nule i polovi funkcije');
grid on
%Stabilnost sistema
```

```
if abs(Zp)<1
    disp('Sistem je stabilan');
else
    disp('Sistem nije stabilan');
end
```

Zadat je kauzalni diskretni sistem sljedećom diferencijalnom jednačinom:

$$y[n] = 0.6x[n] + 0.3x[n-1] - 2y[n-2] + 0.7x[n-3]$$

a) Primjenom Z transformacije analitički odrediti funkciju prijenosa $H(z)$ ovog sistema.
b) Napisati program za određivanje nula i polova i nacrtati ih.
c) Ispitati stabilnost ovog sistema.

$$y[n] = 0{,}6\,x[n] + 0{,}3\,x[n-1] - 2y[n-2] + 0{,}7\,x[n-3]$$

$$y[n] + 2y[n-2] = 0{,}6\,x[n] + 0{,}3\,x[n-1] + 0{,}7\,x[n-3]$$

$$Y(z) + 2 \cdot z^{-2} Y(z) = 0{,}6\,X(z) + 0{,}3 \cdot z^{-1} X(z) + 0{,}7 \cdot z^{-3} X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$Y(z)(1 + 2z^{-2}) = X(z)(0{,}6 + 0{,}3z^{-1} + 0{,}7z^{-3})$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{0{,}6 + 0{,}3z^{-1} + 0{,}7z^{-3}}{1 + 2z^{-2}} = H(z)$$

$$H(z) = \frac{0{,}6 + 0{,}3z^{-1} + 0{,}7z^{-3}}{1 + 2z^{-2}} \cdot \frac{z^3}{z^3}$$

$$H(z) = \frac{0{,}6z^3 + 0{,}3z^2 + 0{,}7}{z^3 + 2z}$$

12.

```
brojnik=[0.6 0.3 0 0.7];
nazivnik=[1 0 2 0];
Zn=roots(brojnik);
Zp=roots(nazivnik);
```

```
disp('Nule funkcije prijenosa su: ');disp(Zn);
disp('Polovi funkcije prijenosa su: ');disp(Zp);
pzmap(brojnik,nazivnik);
title('Nule i polovi funkcije');
grid on
%Stabilnost sistema
if abs(Zp)<1
    disp('Sistem je stabilan');
else
    disp('Sistem nije stabilan');
end
```

Jedan digitalni filter je opisan sljedećom funkcijom prenosa:

$$H(z) = \frac{1 - z^3}{1 - z^4}$$

Izračunati i nacrtati u Matlab-u odziv ovog sistema na pobudu u vidu jedinične funkcije.

13.

```
brojnik=[1 0 0 -1];
nazivnik=[1 0 0 0 -1];
impuls=ones(1,50);
y=filter(brojnik,nazivnik,impuls);
ny=0:length(y)-1;
plot(ny,y);
```

Naći z transformaciju $F(z)$ i oblast konvergencije za sekvencu, te istu predstaviti u Matlabu:

$$f(n) = 0.4^n u(n-3)$$

$$f(n) = 0{,}4^n u(n-3)$$

$$F(z) = \sum 0{,}4^n u(n-3) \cdot z^{-n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} 0{,}4^n \cdot z^{-n} \cdot z^{-3} \cdot 0{,}4^3$$

$$= \frac{0{,}4^3}{z^3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(0{,}4 z^{-1}\right) = \frac{0{,}4^3}{z^3} \cdot \frac{1}{1-0{,}4z^{-1}}$$

$$= \frac{0{,}4^3}{z^2} \cdot \frac{z}{z-0{,}4} = \frac{0{,}4^3 z}{z^2(z-0{,}4)}$$

14.

Jedan digitalni filter je opisan sljedećom funkcijom prenosa:

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.1421z^{-1} + 0.41421z^{-2}}$$

a) Izračunati i nacrtati u Matlab-u impulsni odziv ovog filtra u 50 tačaka

b) Na ulaz filtra se dovodi 128 odbiraka signala.

$x(t) = \cos 2\pi F_1 t + \cos 2\pi F_2 t + \cos 2\pi F_3 t$, $F_1 = 500\ Hz, F_2 = 750\ Hz, F_3 = 3000\ Hz$.
Signal je diskretizovan sa učestanošću odabiranja $F_s = 10\ kHz$. Izračunati i nacrtati signal na izlazu.

c) Nacrtati spektre signala na ulazu i izlazu filtra.

15.

```
%a)
b=0.067569*[1 2 1];
a=[1 -1.1421 0.41421];
impuls=[1 zeros(1,49)];
h=filter(b,a,impuls);
subplot(3,2,[1:2])
stem(h)

%b)
subplot(323)
N=128;
F1=500;
F2=750;
F3=3000;
Fs=10000;
f1=F1/Fs;
f2=F2/Fs;
f3=F3/Fs;
n=0:N-1;
x=cos(2*pi*f1*n)+cos(2*pi*f2*n)+cos(2*pi*f3*n);
plot(n,x)
title('Signal na ulazu')
b=0.067569*[1 2 1];
a=[1 -1.1421 0.41421];
y=filter(b,a,x);
axis([ 0 N -3 3])
subplot(324)
plot(n,y)
title('Sistem na izlazu filtra')
```

```
axis([ 0 N -3 3])

%c)
X=abs(fft(x,256))
subplot(325)
stem(X(1:length(X)/2));
title('spektar signala na ulazu')
Y=abs(fft(y,256));
subplot(326)
stem(Y(1:length(Y)/2));
title('spektar signala na izlazu')
```

16.

Kauzalni sistem je zadat sljedećom diferencijalnom jednačinom:

$$y(n) + 6y(n-1) + 3y(n-2) - 10y(n-3) = x(n-1) + 2x(n-2) + 7x(n-3)$$

a) Naći funkciju sistema H(z)
b) Naći impulsni odziv h(n)

$$y(n) + 6y(n-1) + 3y(n-2) - 10y(n-3) = x(n-1) + 2x(n-2) + 7x(n-3)$$

$$Y(z) + 6 \cdot z^{-1} Y(z) + 3 \cdot z^{-2} Y(z) - 10 z^{-3} Y(z) = z^{-1} X(z) + 2 \cdot z^{-2} X(z) + 7 \cdot z^{-3} X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$Y(z)\left(1 + 6z^{-1} + 3z^{-2} - 10z^{-3}\right) = X(z)\left(z^{-1} + 2z^{-2} + 7z^{-3}\right)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1} + 2z^{-2} + 7z^{-3}}{1 + 6z^{-1} + 3z^{-2} - 10z^{-3}}$$

$$H(z) = \frac{z^{-1} + 2z^{-2} + 7z^{-3}}{1 + 6z^{-1} + 3z^{-2} - 10z^{-3}} \cdot \frac{z^3}{z^3}$$

$$H(z) = \frac{z^2 + 2z + 7}{z^3 + 6z^2 + 3z - 10}$$

17.

ZADAĆA 4

Data je Z transformacija $\boldsymbol{F(z)} = \frac{2z^3+5z^2+12z}{(z^2+1)(z+2)}$; $|\boldsymbol{z}| > \mathbf{2}$

Naći *inverznu z transformaciju f(n)* pomoću Residiuma, te nule i polove funkcije *F(z)* predstaviti u Matlabu.

$$X[n] = \frac{1}{2\pi f}\oint_c X(Z)z^{n-1}dz$$

$$f[n] = \frac{1}{2\pi f}\oint_c F(Z)z^{n-1}dz = X[n] = \frac{1}{2\pi f}\oint_c \frac{2z^3+5z^2+12z}{(z^2+1)(z+2)}z^{n-1}dz =$$

$$\frac{1}{2\pi f}\oint_c \frac{2z^{n+2}+5z^{n+1}+12z^n}{(z^2+1)(z+2)}dz$$

Res [F(Z)]|$_{z=z0}$ $= \lim_{x\to\infty} * \left[\frac{1}{(k-1)!}\frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}}(z-z0)^k F(Z)|_{z=z0}\right]$

Z$_0$ = -i

$f1(n) =$ Res [F(Z)]|$_{z=-i}$ $= \frac{0}{1!}(z+i)\frac{2z^3+5z^2+12z}{(z+i)(z-i)(z+2)}|_{z=-i}$

$$f1(n) = \frac{2(-i)^n(-i)^2+5(-i)^n(-i)+12(-i)^n}{-2i(2-i)}$$

$$f1(n) = \frac{10(-i)^n - 5i(-i)^n}{-2i}$$

$$\boldsymbol{f1(n)} = \frac{\mathbf{5}(-\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n-1}}}{\mathbf{-2}}$$

Z$_0$ = i

$f2(n) = \text{Res}\,[F(Z)]|_{z=i} = \frac{0}{1!}(z-i)\frac{2z^{n+2}+5z^{n+1}+12z^n}{(z+i)(z-i)(z+2)}|_{z=i}$

$$f2(n) = \frac{2i^n i^2 + 5i^n i + 12i^n}{2i(2+i)}$$

$$f2(n) = \frac{10i^n + 5ii^n}{2i}$$

$$\boldsymbol{f2(n) = \frac{5i^{n-1}}{2}}$$

Z_0 = -2

$f3(n) = \text{Res}\,[F(Z)]|_{z=-2} = \frac{0}{1!}(z+2)\frac{2z^{n+2}+5z^{n+1}+12z^n}{(z^2+1)(z+2)}|_{z=-2}$

$$f3(n) = \frac{10\cdot(-2)^n}{5} = \boldsymbol{2\cdot(-2)^n}$$

$$\boldsymbol{f(n) = f1(n) + f2(n) + f3(n)}$$

$$\boldsymbol{f(n) = \frac{5(-i)^{n-1}}{-2} + \frac{5i^{n-1}}{2} + 2\cdot(-2)^n}$$

```
brojnik=[2 5 12];
nazivnik=[1 2 1 2];
nule=roots(brojnik);
polovi=roots(nazivnik);
disp('Nule funkcije F(z): ');
disp(nule);
disp('Polovi funkcije F(z): ');
disp(polovi);

zgrid(1,0,'new')          %Postavlja mrezu na grafu
pzmap(brojnik, nazivnik
```

ZADATAK 2

Izvršiti odabiranje kontinualnog signala $x(t) = cos(2\pi 100t) + sin\ (2\pi 105t)$ sa frekvencijom odabiranja $f_s = 500\ Hz$. Prikazati amplitudski spektar datog signala za 20, 50 i 100 tačaka.

```
fo = 500;
To = 1/fo;

% a) 20 tacaka
t = 0:To:20.*To;
x = cos(2*pi*100*t)+sin(2*pi*105*t);
subplot(311), stem(t,x, 'k', 'f'); title('Funkcija u 20 taиaka');
% b) 50 tacaka
t = 0:To:50.*To;
x = cos(2*pi*100*t)+sin(2*pi*105*t);
subplot(312), stem(t,x, 'k', 'f'); title('Funkcija u 50 taиaka');
% c) 100 tacaka
t = 0:To:100.*To;
x = cos(2*pi*100*t)+sin(2*pi*105*t);
subplot(313), stem(t,x, 'k', 'f'); title('Funkcija u 100 taиaka');
```