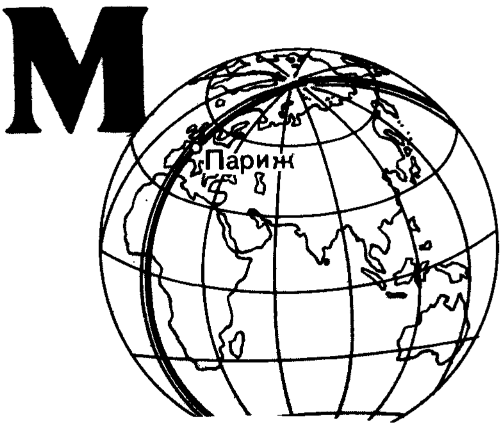
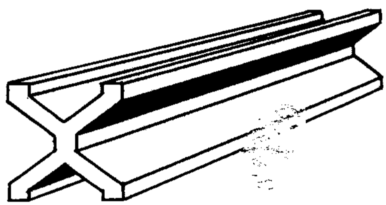
Основные механические единицы м

Метр -м



Метр приближенно равен 1/40 000 000 части длины земного меридиана, проходящего через Париж

нию, проходимому
лектромагнитной
458 долей секунды



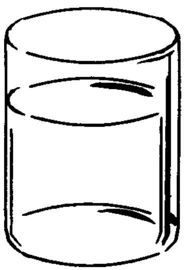
ы международной системы (СИ)

Секунда -с

С

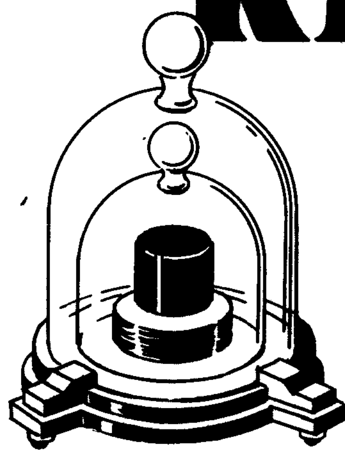
Секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия -133

Килограмм -кг



Килограмм приближенно равен массе 1 л чистой воды при температуре 15°С

КГ

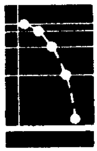


Эталон килограмма

И. К. КИКОИН А. К. КИКОИН

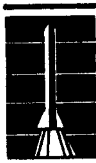
ФИЗИКА

Учебник для 9 класса средней школы

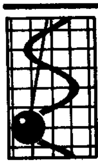


Основы кинематики

Основы динамики



Законы сохранения в механике



Колебания и волны

Утверждено Государственным комитетом СССР по народному образованию

Издание 2-е

МОСКВА
«ПРОСВЕЩЕНИЕ»
1992

ББК 22.3я72
К38

Учебник получил третью премию на Всесоюзном конкурсе учебников для средней общеобразовательной школы.

Кикоин И. К., Кикоин А. К.

К38 Физика: Учеб. для 9 кл. сред. шк. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1992. – 191 с.: ил. – ISBN 5-09-004006-0.

К $\frac{4306021200-123}{103(03)-92}$ инф. письмо – 92, № 112

ББК 22.3я72

ISBN 5-09-004006-0

•МЕХАНИКА•



ВВЕДЕНИЕ

Все, что реально существует в мире, на Земле и вне Земли, называют *материей*. Материальны окружающие нас тела и вещества, из которых они состоят. Звук, свет, радиоволны, хотя их телами не называют, тоже материальны — они реально существуют. Выражение «реально существуют» означает, что тот или иной предмет (вообще, окружающий нас материальный мир) существует независимо от нашего сознания и действует или может действовать на наши органы чувств.

Одно из основных свойств материи — ее изменчивость. Всевозможные изменения, происходящие в материальном мире, изменения материи называют *явлениями* природы.

Физика — наука о неживой природе. Она изучает свойства материи, всевозможные ее изменения (явления природы), законы, которые описывают эти изменения, связи между явлениями.

От других наук физика отличается тем, что при изучении свойств материи и ее изменений вводятся физические величины, которые можно измерять и выражать числами. Благодаря этому и ход явлений и связи между ними выражаются математическими соотношениями (формулами) между введенными величинами. Самые важные соотношения между величинами, характеризующими свойства материи, явления природы, называются *законами* природы. Они тоже выражаются в виде математических формул.

Итальянский ученый Галилео Галилей так сказал о значении математики для физики: «Философия написана в той величественной книге, которая постоянно открыта у нас перед глазами (я имею в виду Вселенную), но которую невозможно понять, если не научиться предварительно ее языку и не узнать те письмена, которыми она начертана. Ее язык — математика...»

Далеко не все свойства материи, не все законы природы уже известны и изучены. Но все развитие физики и других наук показывает, что в мире нет ничего такого, что нельзя было бы изучить, узнать, понять. Познаваемость материального мира тоже можно считать его важнейшим свойством.

Изучение свойств материи, законов природы отвечает естественному стремлению человека знать и понимать окружающий его мир. Это знание составляет важную часть того, что называется человеческой культурой. Но науки о природе, и прежде всего физика, имеют и первостепенное практическое значение. Они позволяют заранее знать ход тех или иных явлений. Инженер, например, еще до того, как построена машина, знает, как она будет работать, потому что, создавая проект машины, он пользовался данными науки, прежде всего физики. Знание законов физики позволяет и объяснять прошлое, потому что законы природы в прошлом были такими же, как теперь, и такими они будут всегда.

Физика — не единственная наука о неживой природе. Ее изучают химия, астрономия, геология и др. Но в основе всех этих наук лежит то, что исследует физика. Вместе все эти науки позволяют предвидеть будущее. Это очень важно сейчас, когда деятельность людей, владеющих мощной техникой, оказывает большое влияние на окружающую нас земную среду. Чтобы это влияние не принесло людям непоправимые беды, нужно заранее предвидеть последствия. Для этого необходимо как можно больше знать о законах природы, в том числе и о тех, что изучает физика.

Материальный мир един, все в нем взаимно связано и на части его делить нельзя. Но при изучении наук о природе, в частности, при изучении курса физики, все же удобно делить его на отдельные части, в каждой из которых изучаются отдельные явления или классы явлений и законов. В первой такой части, которой посвящена эта книга, мы познакомимся с одним из самых известных и хорошо изученных явлений — *механическим движением*. Называется этот раздел физики *механикой*.

ОСНОВЫ КИНЕМАТИКИ

ГЛАВА 1

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДВИЖЕНИИ

ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА МЕХАНИКИ

Все в мире происходит где-то и когда-то: в пространстве (где?) и во времени (когда?). Каждое тело в любой момент времени занимает определенное положение в пространстве относительно других тел. Если с течением времени положение тела не изменяется, то говорят, что тело находится в покое. Если же с течением времени положение тела изменяется, то это значит, что тело совершает *механическое движение.*

Механическим движением тела называется изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Изучить движение тела — значит узнать, *как* изменяется его положение с течением времени. Если это известно, то можно вычислить положение тела в любой момент времени. В этом и состоит основная задача механики — *определять положение тела в любой момент времени.* Так, астрономы, пользуясь законами механики, могут вычислять положения небесных тел друг относительно друга и с большой точностью предсказывать такие небесные явления, как затмения Солнца или Луны. И не только предсказывать! Если бы, например, историки не знали точной даты начала похода князя Игоря против половцев, то ее могли бы вычислить астрономы. В знаменитом «Слове о полку Игореве», в котором воспет этот поход, рассказывается о полном солнечном затмении, совпавшем со вступлением князя Игоря в землю половецкую. Этого достаточно, чтобы установить, что на границе половецкой земли войска Игоря были 1 мая 1185 г.[1].

Тела могут совершать разнообразные механические движения: двигаться по разным траекториям, быстрее или медленнее и т. д. Чтобы решить основную задачу механики, нужно кратко и точно указать, как движется тело, как изменяется его положение с течением времени. Другими словами, надо найти математическое *описание* движения, установить связь между величинами, характеризующими движение. Эти величины и связи между ними мы рассмотрим в первом разделе механики, называемом *кинематикой.*

---

[1] Ошибиться здесь нельзя, потому что (это тоже установлено на основании законов механики) в одном и том же месте полное солнечное затмение бывает примерно один раз в 200 лет. В XII в. в районе донских степей могло быть всего одно затмение.

Чтобы изучать движение тела, т. е. изменение положения тела в пространстве, нужно прежде всего уметь определять само это положение. Но здесь возникает затруднение. Каждое тело имеет определенные размеры, и, следовательно, разные точки тела находятся в разных местах пространства. Как же определить положение тела? Всех его точек?

Но оказывается, во многих случаях нет необходимости указывать положение каждой точки движущегося тела.

Этого не нужно делать тогда, когда все точки тела движутся одинаково. Зачем, например, описывать движение каждой точки санок, которые мальчик тянет в гору, если эти движения ничем не различаются между собой?

Одинаково движутся все точки чемодана, который мы поднимаем с пола (рис. 1), кабины аттракциона «колесо обозрения» в парке, ступеньки эскалатора в метрополитене и т. д.

Движение тела, при котором все его точки движутся одинаково, называется поступательным. При таком движении любая прямая, мысленно проведенная в теле, остается параллельной самой себе. Можно и так сказать: тело движется поступательно, если оно одновременно не вращается и даже не поворачивается.

Рис. 1

Не нужно описывать движение каждой точки тела и тогда, когда размеры тела малы по сравнению с расстоянием, которое оно проходит. Например, океанский лайнер мал по сравнению с протяженностью его рейса, поэтому при описании его движения в океане корабль можно считать точкой.

Так поступают и астрономы при описании движения небесных тел. Планеты, звезды, Солнце, конечно, не малые тела. Но радиус Земли, например, примерно в 24 000 раз меньше, чем расстояние от Земли до Солнца. Поэтому Землю можно считать точкой, движущейся вокруг другой точки — центра Солнца.

В дальнейшем, говоря о движении тела, мы в действительности будем иметь в виду движение какой-то одной его точки. Но не надо забывать при этом, что *материальная точка* отличается от тела *только* тем, что она не имеет размеров.

Тело, размерами которого в данных условиях движения можно пренебречь, называют материальной точкой.

Слова «в данных условиях» означают, что одно и то же тело при одних его движениях можно считать материальной точкой, при других — нет. Например, когда мальчик идет из дома в школу и при этом проходит расстояние 1 км, то в этом движении его можно считать материальной точкой. Но когда тот же мальчик выполняет упражнения утренней зарядки, то точкой его считать уже нельзя.

Вопросы

В каких из следующих случаев тела можно считать материальными точками:

1. На станке изготовляют спортивный диск. Тот же диск после броска спортсмена пролетает расстояние 55 м.

2. Конькобежец проходит дистанцию соревнований. Фигурист выполняет упражнения произвольной программы.

3. За движением космического корабля следят из Центра управления полетом на Земле. За тем же кораблем наблюдает космонавт, осуществляющий с ним стыковку в космосе.

4. Земля вращается вокруг своей оси. Земля движется по орбите вокруг Солнца. Радиус орбиты 150 000 000 км.

§ 2. ПОЛОЖЕНИЕ ТЕЛА В ПРОСТРАНСТВЕ. СИСТЕМА КООРДИНАТ

Как же определить положение тела (материальной точки)?

В одном древнем документе, относящемся к началу нашей эры, приведено такое описание местонахождения клада: «Стань у восточного угла крайнего дома села лицом на север и, пройдя 120 шагов, повернись лицом на восток и пройди 200 шагов. В этом месте вырой яму в 10 локтей и найдешь 100 талантов золота». Если бы указанные в документе село и дом сохранились до наших дней, то клад нетрудно было бы добыть. Этот пример показывает, что положение тела или точки можно задать только *относительно* какого-нибудь другого тела, которое называют *телом отсчета*.

Тело отсчета можно выбрать произвольно. Им может быть дом, в котором мы живем, вагон поезда, в котором мы едем, и т. д. Телами отсчета могут служить Земля, Солнце, звезды.

Координаты. Когда тело отсчета выбрано, через какую-нибудь его точку проводят оси координат, и положение любой точки в пространстве описывают ее координатами.

Как, например, определить положение двух автомобилей *I* и *II* на дороге (рис. 2)? Проведем вдоль дороги ось координат OX с началом отсчета в точке O. Координаты, отсчитываемые вправо от O, будем считать положительными, а влево — отрицательными. Тогда положение автомобиля *I* определяется его координатой $x_I = OB$. На рисунке 2 масштаб выбран так, что $x_I = 1200$ м. Для автомобиля *II* координата выражается числом 400 м, но так как она отсчитывается влево от начала отсчета, то $x_{II} = -400$ м. Таким образом, положение точки на прямой определяется одной координатой.

Если тело может двигаться в пределах некоторой плоскости (например, лодка на озере), то из выбранной на плоскости точки (начала координат) проводят две взаимно перпендикулярные оси OX и OY

Рис. 2

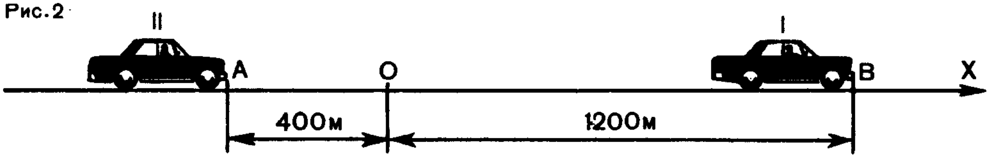


Рис. 3

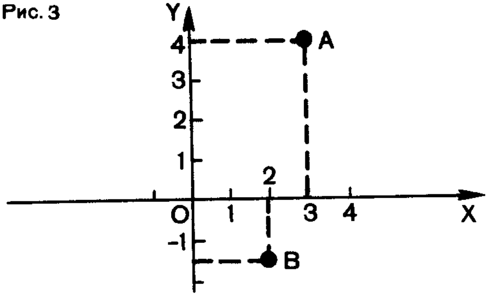
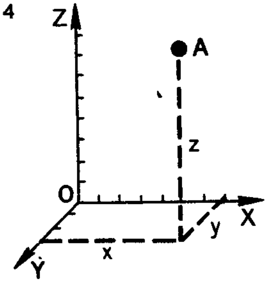


Рис. 4



(рис. 3). Положение точки на плоскости определяют двумя координатами. Например, у точки A координаты такие: $x=3$, $y=4$; координаты точки B: $x=2$, $y=-1{,}5$.

Наконец, если тело (точка) может двигаться не вдоль определенной прямой и не в определенной плоскости, а в пространстве (например, самолет в воздухе), то через выбранную на теле отсчета точку (начало координат) проводят три взаимно перпендикулярные оси координат: OX, OY и OZ (рис. 4). Соответственно этому положение точки в пространстве задается тремя координатами: x, y, z. Именно такая система координат использована в документе о кладе. Чтобы найти клад, нужно знать тело отсчета — дом на краю села.

Итак, *положение точки на линии, плоскости и в пространстве определяют соответственно одним, двумя или тремя числами — координатами.* Пространство, в котором мы живем,— пространство трех измерений, или, как говорят, *трехмерное пространство.*

Система отсчета. Тело отсчета и система координат, связанная с ним, позволяют задать положение тела в пространстве. Но при движении тела (точки) его положение изменяется со временем. Значит, нужен еще прибор для измерения времени (часы!), связанный с телом отсчета. Вместе они образуют *систему отсчета.*

Тело отсчета, система координат, связанная с ним, и прибор для измерения времени образуют систему отсчета. Относительно выбранной системы отсчета и рассматривается любое движение.

Что такое изменение? С одной стороны, изменение — это процесс смены одного значения физической величины другим его значением. Но, с другой стороны, изменение физической величины — это тоже физическая величина. Поясним это на примере изменения координат точки.

Пусть, например, координаты точки, отсчитанные по осям координат в какой-то момент времени, который мы будем считать начальным ($t=0$), были равны соответственно x_0, y_0 и z_0. Через некоторый промежуток времени t они изменились и стали равными x, y и z. Это значит, что за указанное время координата x изменилась на величину $x-x_0$, координата y — на величину $y-y_0$ и координата z — на величину $z-z_0$. Величины $x-x_0$, $y-y_0$ и $z-z_0$ представляют собой изменения координат x, y и z. Следовательно, *изменения координат — это величины, равные разностям их конечных и начальных значений* (но не наоборот!). Это относится и к изменениям других физических величин.

Иногда изменения величины мы будем обозначать знаком Δ (греческая буква «дельта»), например: $x-x_0=\Delta x$; $y-y_0=\Delta y$; $z-z_0=\Delta z$.

Вопросы

1. Какими величинами определяется положение тела (точки) в пространстве? Сколько таких величин?

2. Что такое система отсчета?

3. Может ли координата быть отрицательной величиной?

4. Может ли изменение координаты быть отрицательной величиной?

§ 3. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

С изменениями координат связана первая из величин, вводимых для описания движения,— *перемещение*. Представим себе, что в какой-то начальный момент времени движущееся тело (точка) занимало положение M_1 (рис. 5), а через некоторый промежуток времени оно оказалось в другом положении на расстоянии s от начального. Как найти новое положение тела? Очевидно, для этого недостаточно знать расстояние s, потому что есть бесчисленное множество точек, удаленных от M_1 на это расстояние (см. рис. 5).

Движущееся тело не просто движется. Оно всегда движется куда-то, в каком-то направлении. И чтобы найти новое положение тела, нужно знать направление отрезка прямой, соединяющего начальное и конечное положение тела. Этот направленный отрезок прямой и есть перемещение тела. Конец отрезка, изображающего перемещение, для наглядности отмечают стрелкой. Приставив отрезок к точке M_1, мы у конца стрелки найдем новое положение тела M_2 (рис. 6).

Перемещением тела (материальной точки) называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела с его последующим положением.

Перемещение тела надо отличать от его траектории (линии, по которой происходит движение тела). Траектория движения тела может и не совпадать с перемещением, как это видно, например, из рисунка 7, где показана траектория, вдоль которой тело переместилось из M_1 в M_2, и совершенное телом перемещение. Следующий пример поясняет это.

На рисунке 8 изображена географическая карта района Черного моря. Расстояние между Одессой и Севастополем по прямой составляет 270 км, и для того чтобы попасть из

Рис. 5

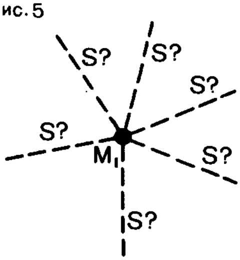


Рис. 6

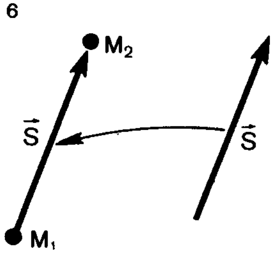
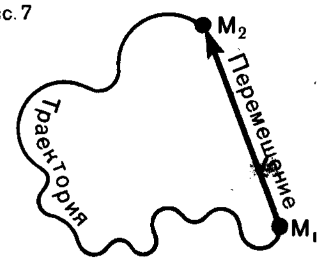


Рис. 7



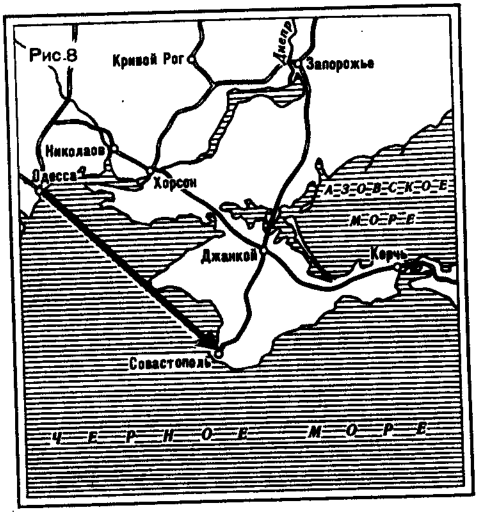


Рис. 8

Одессы в Севастополь нужно совершить перемещение, направленное на юго-восток и численно равное 270 км.

Если отправиться в путешествие на теплоходе, то его действительное движение может происходить по прямой, совпадающей с перемещением. Но из Одессы в Севастополь можно ехать по железной дороге через Николаев, Херсон, Джанкой. Ее протяженность 660 км. Если пассажир, покинувший Одессу, проехал 660 км, то еще неизвестно, в каком пункте он в результате оказался — в Севастополе или, например, близ Запорожья. Но если известно, что из Одессы он совершил перемещение, направленное на юго-восток и равное 270 км, то можно установить, что конечным пунктом его путешествия был именно Севастополь.

Итак, чтобы найти положение тела в любой момент времени, нужно знать его начальное положение и перемещение, совершенное к этому моменту.

Вопросы

1. Наблюдения за движением футболиста показали: за время матча он пробежал 12 км. Что это за величина — перемещение или пройденный путь?

2. Штурман, определяя утром положение корабля, обнаружил, что корабль находится в точке, расположенной на 100 км к северу от пункта, в котором находился корабль накануне вечером. Что означает это число: длину перемещения или пройденный путь?

3. Дежурный по гаражу, принимая автомашину у закончившего работу шофера, записал увеличение показания счетчика на 300 км. Что означает эта запись: пройденный путь или длину перемещения?

§ 4. О ВЕКТОРНЫХ ВЕЛИЧИНАХ

Величина «перемещение» отличается от многих других физических величин тем, что о ней, кроме числового значения, надо знать еще, как она направлена. Такие величины называются *векторными*. Векторную величину изображают в виде отрезка, который начинается в некоторой точке и заканчивается острием, указывающим направление (см. рис. 6). Такой отрезок-стрелка называется *вектором*. Иногда и саму векторную величину называют вектором и говорят, например, что перемещение — это вектор. Длина стрелки в выбранном масштабе выражает модуль векторной величины. Векторы обозначают буквами со стрелкой над ними. Например, вектор перемещения на рисунке 6 обозначен $\vec{s}$. Такой же буквой, но без стрелки мы будем обозначать модуль вектора — s. Для векторной величины одинаково важны числовое значение (модуль) и направление. Равными считаются векторы, у которых одинаковы и модули, и направления.

Величины, о которых нельзя сказать, что они имеют какое-то направление, и которые задаются только числом, называются *скалярными* величинами или *скалярами*. Например, число парт в классе, длина, ширина, высота классной комнаты — величины скалярные. *Модуль вектора* — тоже *скаляр*.

Действия над векторами. Из курса геометрии известно, что действия над векторами выполняют по особым правилам, не похожим на правила, которые применяются при действиях над обычными числами.

Напомним эти правила. Начнем со сложения векторов. Допустим, что вектор $\vec{a}$ (рис. 9) — вектор перемещения туристской группы, двигающейся в восточном направлении. Совершив это перемещение, группа повернула на северо-восток и продолжала движение. Пусть вектор $\vec{b}$ — вектор перемещения группы в северо-восточном направлении. Проведем вектор $\vec{c}$ из начала вектора $\vec{a}$ к концу вектора $\vec{b}$. Если бы группа совершила только одно перемещение $\vec{c}$, то она оказалась бы в том же месте, что и после двух перемещений $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Значит, вектор $\vec{c}$ есть сумма двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ($\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$). Это правило называется *правилом треугольника*.

Тот же результат можно получить и другим построением. Расположим оба вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, сохранив их длины и направления, так, чтобы они исходили из одной точки (рис. 10). Считая, что два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ составляют две стороны параллелограмма, достроим параллелограмм и проведем диагональ из точки, в которой совмещены начала векторов. Эта диагональ (со стрелкой!) и есть результирующий вектор $\vec{c}$. Нахождение суммы векторов таким способом называется сложением по *правилу параллелограмма*.

Часто приходится вычитать один вектор из другого. Но, как и в случае чисел, действие вычитания можно свести к действию сложения. Например, выражение $7-4=3$ можно заменить выражением $7=4+3$. Подобно этому, равенство $\vec{a}-\vec{b}=\vec{c}$ можно заменить равенством $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$. Следовательно, вычесть один вектор ($\vec{b}$) из другого ($\vec{a}$) — значит найти такой вектор $\vec{c}$, который в сумме с вектором $\vec{b}$ дает вектор $\vec{a}$. Сделать это можно таким построением. Допустим, что нужно найти разность двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 11, вверху). Перенесем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ параллельно самим себе и расположим их так, чтобы они исходили из одной точки. Затем соединим их концы вектором, направленным от вычитаемого к уменьшаемому (от конца вектора $\vec{b}$ к концу вектора $\vec{a}$). Этот вектор и есть вектор $\vec{c}$ (рис. 11, внизу). Из рисунка 11 видно, что сумма векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равна вектору $\vec{a}$.

Рис. 9

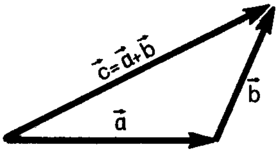


Рис. 10

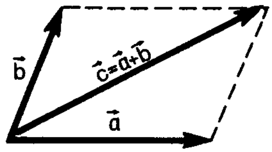


Рис. 11

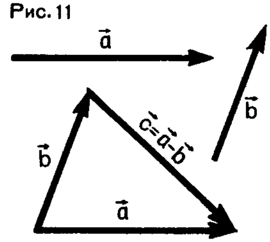


Рис.12

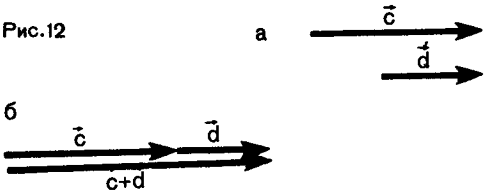
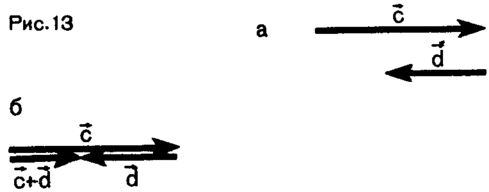


Рис.13



Коллинеарные векторы. Коллинеарные векторы — это векторы, направленные вдоль одной прямой, или параллельные друг другу. Они могут быть направлены в одну сторону или в противоположные стороны (рисунки 12, *а* и 13, *а*).

Коллинеарные векторы складываются так же, как и векторы неколлинеарные. Из рисунков 12 и 13 видно, что в случае коллинеарных векторов к геометрическим построениям можно и не прибегать. По модулю результирующий вектор равен арифметической сумме (рис. 12, *б*) либо арифметической разности (рис. 13, *б*) модулей складываемых векторов. Направлен результирующий вектор либо в ту же сторону, что и складываемые векторы (рис. 12, *б*), либо в сторону большего по модулю вектора (рис. 13, *б*).

Умножение вектора на скаляр. Часто приходится встречаться с умножением векторной величины $\vec{a}$ на скалярную величину k (она может быть и именованной). В результате получается вектор $k\vec{a}$. Он направлен в ту же сторону, что и вектор $\vec{a}$, если $k>0$, и в противоположную, если $k<0$. По модулю же новый вектор равен произведению модулей вектора $\vec{a}$ и скаляра k.

Вопросы

1. Чем отличается векторная величина от скалярной?
2. Какую величину измеряет счетчик километров в автомашине — векторную или скалярную?
3. Два вектора равны друг другу по модулю, но направления векторов различны. Можно ли сказать, что эти векторы равны?
4. Что означает умножение вектора на −1?

Задания

1. Повторите по учебнику А. В. Погорелова «Геометрия, 7—11» правила действий над векторами.
2. Найдите построением сумму и разность двух одинаковых по модулю взаимно перпендикулярных векторов.

§ 5. ПРОЕКЦИИ ВЕКТОРА НА КООРДИНАТНЫЕ ОСИ. ДЕЙСТВИЯ НАД ПРОЕКЦИЯМИ

В § 3 говорилось, что если известно начальное положение тела, то положение его через некоторый промежуток времени можно найти, «приставив» к нему вектор перемещения тела за этот промежуток времени. В реальной жизни векторы, конечно, ни к чему не «приставляют». Вектор — это математический символ. Тем не менее знание вектора перемещения позволяет находить положение тела в любой момент времени, но не «приставлением», а вычислением. Для этого позна-

Рис. 14

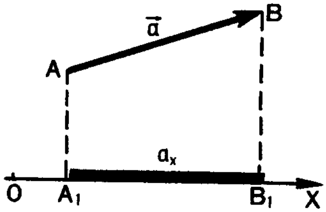


Рис. 15

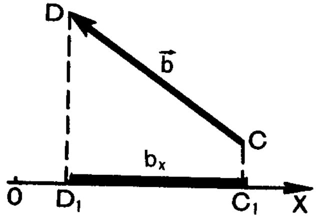
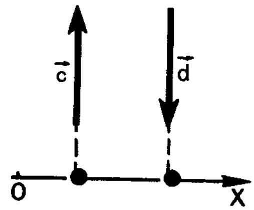


Рис. 16



комимся с понятием *проекции* вектора.

Проекции вектора на координатные оси. На рисунке 14 изображены координатная ось X и некоторый вектор $\vec{a}$, лежащий с осью X в одной плоскости. Опустим из начала A и конца B вектора $\vec{a}$ перпендикуляры AA_1 и BB_1 на ось X. Основания перпендикуляров — точки A_1 и B_1 — это *проекции* точек A и B на ось X. Длину отрезка A_1B_1 между проекциями начала и конца вектора $\vec{a}$, взятую со знаком «+» или «—», называют *проекцией вектора* $\vec{a}$ на ось X. Проекция вектора — величина скалярная.

Проекцию считают положительной, если от проекции начала к проекции конца вектора нужно идти по направлению самой оси (см. рис. 14). В противном случае проекция вектора отрицательна (рис. 15). Если вектор перпендикулярен оси, то при любом направлении вектора его проекция на ось равна нулю (рис. 16).

Проекцию вектора на ось обозначают той же буквой, что и вектор, но без стрелки и с индексом оси. Так, проекции векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на ось X (см. рис. 14 и 15) обозначены соответственно a_x и b_x.

Если вектор параллелен оси, то модуль его проекции равен модулю самого вектора. При этом если вектор и ось сонаправлены (рис. 17), то проекция положительна, если на-

Рис. 17

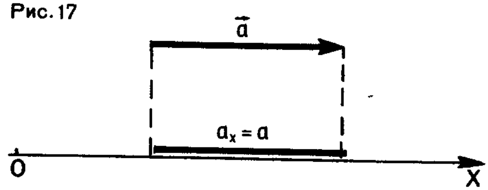
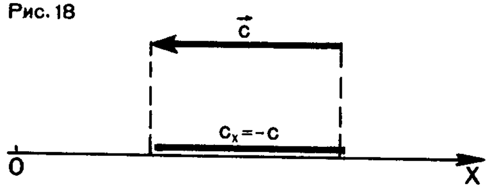


Рис. 18



правления вектора и оси противоположны друг другу (рис. 18), проекция вектора отрицательна.

Проекции суммы и разности векторов. На рисунке 19 показаны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и результирующий вектор $\vec{c}$. Показаны также проекции всех трех векторов на ось X. Из рисунка видно, что проекция суммы векторов равна сумме проекций складываемых векторов.

Рис. 19

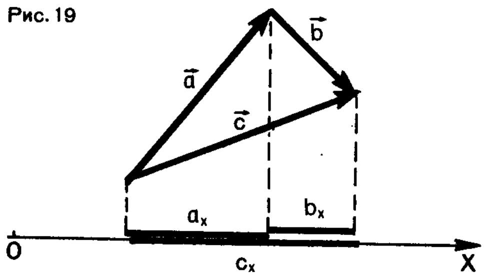
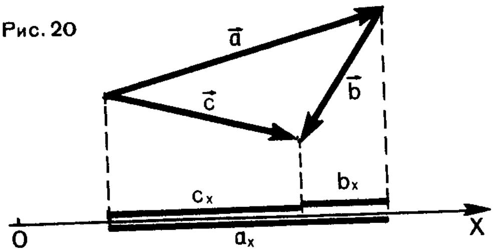


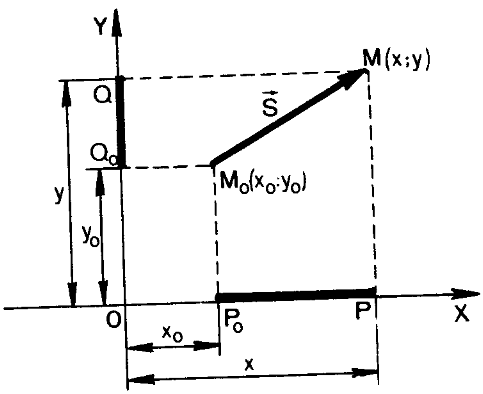
Рис. 20



Проекции векторов могут быть и противоположных знаков (рис. 20). Как видно из рисунка, проекция результирующего вектора по-прежнему оказывается равной сумме проекций обоих векторов, но с учетом того, что одна из проекций отрицательна. Следовательно, вообще *проекция суммы векторов на координатную ось равна алгебраической сумме проекций складываемых векторов на ту же ось.* Поскольку вычитание векторов сводится, как мы видели, к сложению, это правило относится и к проекции разности векторов.

Таким образом, для того чтобы найти проекцию суммы или разности векторов, надо сложить проекции всех векторов, учитывая их знаки.

Рис. 21



Проекции векторов перемещения и координаты тела (материальной точки). Если известен вектор перемещения, то известна и его проекция на координатную ось (или оси). А проекция вектора прямо связана с координатами тела. Поясним это на примере движения тела на плоскости.

Пусть тело совершило перемещение $\vec{s}=\overrightarrow{M_0M}$ (рис. 21). Оси координат X и Y с началом отсчета O выбраны так, что вектор $\vec{s}$ лежит в плоскости XOY.

Из рисунка 21 видно, что проекция вектора $\vec{s}$ на ось X — это отрезок P_0P: $s_x=P_0P$. Длина отрезка, т. е. численное значение проекции, равна $x-x_0$, т. е. *изменению* координаты при перемещении тела. Точно так же проекция s_y вектора $\vec{s}$ на ось Y — это отрезок Q_0Q, длина которого равна $y-y_0$ — *изменению* координаты y тела:

$$s_x=x-x_0, \qquad (1)$$

$$s_y=y-y_0. \qquad (2)$$

Проекции вектора перемещения $\vec{s}$ на оси координат X и Y равны изменениям координат тела x и y.

Отсюда следует, что, зная вектор перемещения (а значит, и проекции его на оси координат), можно узнать и координаты тела x и y:

$$\boxed{x=x_0+s_x,} \qquad (1a)$$

$$\boxed{y=y_0+s_y,} \qquad (2a)$$

где x_0 и y_0 — начальные значения координат x и y.

Формулы (1), (2), (1a) и (2a) справедливы при любом расположении вектора $\vec{s}$ на плоскости XOY

Вопросы

1. Что называют проекцией вектора на координатную ось?

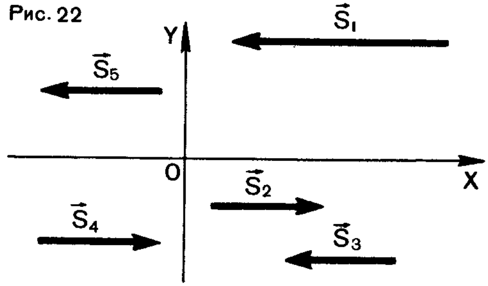
2. Как связан вектор перемещения тела с его координатами?

3. Если координата точки с течением времени увеличивается, то какой знак имеет проекция вектора перемещения на координатную ось? А если она уменьшается?

4. Если вектор перемещения параллелен оси X, то чему равен модуль проекции вектора на эту ось? А модуль проекции этого же вектора на ось Y?

5. Определите знаки проекций на ось X векторов перемещения, изображенных на рисунке 22. Как при этих перемещениях изменяются координаты тела?

Рис. 22



6. Если значение пройденного пути велико, то может ли модуль перемещения быть малым?

7. Почему в механике более важен вектор перемещения тела, чем пройденный им путь?

Упражнение 1

1. В начальный момент времени тело находилось в точке с координатами $x_0 = -2$ м и $y_0 = 4$ м. Тело переместилось в точку с координатами $x = 2$ м и $y = 1$ м. Найдите проекции вектора перемещения на оси X и Y. Начертите вектор перемещения.

2. Из начальной точки с координатами $x_0 = -3$ м и $y_0 = 1$ м тело прошло некоторый путь, так что проекция вектора перемещения на ось X оказалась равной 5,2 м, а на ось Y — 3 м. Найдите координаты конечного положения тела. Начертите вектор перемещения. Чему равен его модуль?

3. Любитель прогулок прошел 5 км в южном направлении, а затем еще 12 км в восточном направлении. Чему равен модуль совершенного им перемещения?

Задание

Убедитесь в том, что формулы (1а) и (2а) справедливы при любом расположении вектора $\vec{s}$, отличном от показанного на рисунке 21.

§ 6. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ. СКОРОСТЬ

Чтобы найти координаты движущегося тела в любой момент времени, нужно, как мы видели, знать проекции вектора перемещения (а значит, и сам вектор). Как найти вектор перемещения?

Мы рассмотрим сначала самый простой вид движения — *прямолинейное равномерное движение.*

Прямолинейное движение — это движение, при котором траектория тела (точки) — прямая линия. Примером может служить движение автомобиля по участку дороги, на котором нет подъемов, спусков, поворотов. А *прямолинейным равномерным движением называют такое движение, при котором тело (точка) за любые равные промежутки времени совершает одинаковые перемещения.*

Для описания прямолинейного движения удобно направить одну из координатных осей, например ось X, вдоль той прямой, по которой движется тело. Тогда координата x будет единственной координатой, которая изменяется при движении. Вектор перемещения при таком выборе оси может быть направлен либо так же, как координатная ось, либо противоположно ей (см. $\vec{s}_2$ и $\vec{s}_3$ на рисунке 22). В первом случае проекция s_x вектора $\vec{s}_2$ положительна и равна модулю вектора: $s_{2x}=s_2$. Во втором она отрицательна и равна $s_{3x}=-s_3$.

Скорость. Как найти (вычислить) перемещение тела за какой-то промежуток времени t? Для этого нужно знать перемещение тела за одну единицу времени. Если за t единиц времени совершено перемещение $\vec{s}$, то отношение $\frac{\vec{s}}{t}$ показывает, какое перемещение совершает тело в одну единицу времени. Это отношение называют *скоростью* движения тела и обозначают буквой v:

[redacted]

Скоростью равномерного прямолинейного движения называют постоянную векторную величину, равную отношению перемещения тела за любой промежуток времени к значению этого промежутка.

Зная скорость $\vec{v}$, мы найдем и перемещение за любой промежуток времени t:

$$\boxed{\vec{s}=\vec{v}t.} \qquad (1)$$

Направлен вектор скорости так же, как вектор перемещения. Направление вектора скорости — это и есть направление движения тела.

Как изменяется положение движущегося тела со временем? При вычислениях перемещения и скорости пользуются формулами, в которые входят не векторы, а их проекции на оси (или ось) координат. Проекции векторов — величины скалярные, поэтому над ними можно производить алгебраические действия. Так как векторы $\vec{s}$ и $\vec{v}t$ равны, то равны и их проекции на ось X. Поэтому формула (1а) в скалярной форме записывается так:

$$s_x=v_xt. \qquad (1а)$$

Теперь, используя формулы $s_x=x-x_0$ (см. § 5) и (1), можно вычислить координату x тела в любой момент времени t:

$$x-x_0=v_xt, \text{ или}$$

[redacted] (2)

Таким образом, мы нашли, как координата x тела зависит от времени t. А это и есть решение основной задачи механики.

Формулу (2) можно использовать и для того, чтобы вычислить проекцию скорости v_x тела, если нам известна проекция s_x перемещения:

$$v_x=\frac{x-x_0}{t}. \qquad (2а)$$

Эта формула позволяет понять, какой смысл имеет величина «скорость». Из нее видно, что *проекция скорости на координатную ось равна изменению координаты в единицу времени*, т. е. скорость показывает, как быстро изменяются при движении координаты тела. Но при этом необходимо помнить, что проекция скорости v_x может быть как положительной, так и отрицательной (рис. 23 и 24).

Рис. 23

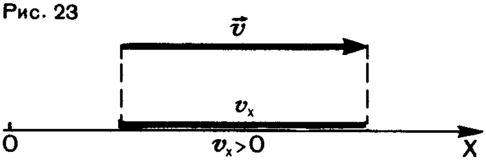
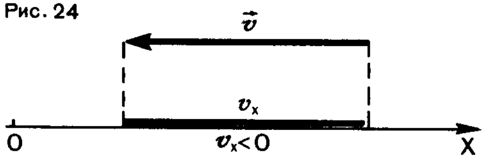


Рис. 24



Таким образом, для решения основной задачи механики нужно знать именно вектор скорости (или его проекцию).

Спидометры, устанавливаемые на автомобилях, показывают только модуль скорости. Им «все равно», куда движется автомобиль. По их показаниям поэтому нельзя определить ни направления движения автомобиля, ни его положение в любой момент времени.

Вопросы

1. Автомобиль движется к востоку со скоростью 40 км/ч. Другой автомобиль движется к югу с той же скоростью 40 км/ч. Можно ли сказать, что оба автомобиля движутся с одинаковыми скоростями?

2. Можно ли, зная начальное положение тела и длину пройденного им пути, найти конечное положение тела?

3. Как связана скорость тела с изменением его положения при движении?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. По дороге навстречу друг другу движутся два автомобиля: один со скоростью 60 км/ч, другой — 90 км/ч. У заправочной станции автомобили встретились и продолжили свой путь. Определите положение каждого автомобиля через 30 мин после встречи и расстояние между ними в этот момент.

Решение. За начало координат примем заправочную станцию, а время будем отсчитывать от момента встречи автомобилей. Координатную ось X направим по направлению движения первого автомобиля. Тогда координаты автомобилей через 0,5 ч после встречи можно вычислить по формулам:

$$x_1 = x_{01} + v_{1x}t$$

и

$$x_2 = x_{02} + v_{2x}t.$$

Начальные координаты x_{01} и x_{02} у обоих автомобилей равны нулю. Поэтому $x_1 = v_{1x}t$ и $x_2 = v_{2x}t$.

Проекция v_{1x} первого автомобиля положительна, потому что вектор его скорости направлен так же, как ось X: $v_{1x} = 60$ км/ч. Проекция v_{2x} отрицательна и равна $v_{2x} = -90$ км/ч. Следовательно,

$$x_1 = 60 \text{ км/ч} \cdot 0{,}5 \text{ ч} = 30 \text{ км};$$

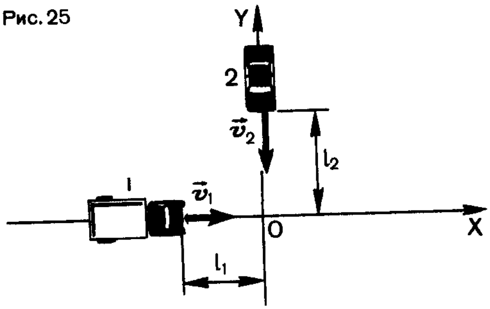
$$x_2 = -90 \text{ км/ч} \cdot 0{,}5 \text{ ч} = -45 \text{ км}.$$

Расстояние l между автомобилями равно разности их координат:

$$l = x_1 - x_2 = 30 \text{ км} - (-45 \text{ км}) = 75 \text{ км}.$$

2. Два автомобиля движутся по взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку (рис. 25). В некоторый момент времени первый автомобиль, скорость v_1 которого равна 27 км/ч, находится на расстоянии $l_1 = 300$ м от перекрестка. Второй в тот же момент времени находится на расстоянии $l_2 = 450$ м от перекрестка. С какой скоростью v_2 движется второй автомобиль, если он достигает перекрестка через $t = 5$ с после первого?

Рис. 25



Решение. За начало отсчета координат примем перекресток дорог, а отсчет времени начнем с момента, когда автомобили находились на расстояниях l_1 и l_2 от перекрестка. Оси координат направим вдоль дорог. Первый автомобиль движется вдоль оси X, второй — противоположно направлению оси Y. Поэтому при движении первого автомобиля изменяется со временем только координата x. Ее найдем по формуле: $x=x_0+v_{1x}t$. При движении второго автомобиля изменяется только координата y: $y=y_0+v_{2y}t$.

По условию задачи $x_0=-l_1$; $y_0=l_2$; $v_{1x}=v_1$; $v_{2y}=-v_2$. Обозначим через t_1 время, когда первый автомобиль проходит перекресток. Его координата в этот момент $x=0$. Второй автомобиль проходит перекресток в момент времени t_1+t. В этот момент его координата $y=0$. Следовательно,

$$0=-l_1+v_1t_1;$$
$$0=l_2-v_2(t_1+t).$$

Решая совместно эти два уравнения, находим

$$v_2=\frac{l_2}{\frac{l_1}{v_1}+t}=\frac{l_2v_1}{l_1+v_1t};$$

$$v_2=\frac{450\ \text{м}\cdot 7{,}5\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{300\ \text{м}+37{,}5\frac{\text{м}\cdot\text{с}}{\text{с}}}=10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}=36\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Упражнение 2

1. Группа туристов, двигаясь с постоянной по модулю скоростью 5 км/ч, сначала в течение 1 ч идет на север, затем в течение 0,5 ч — на восток и, наконец, в течение 1,5 ч — на юг. Где окажется группа после прохождения этих трех участков? Сколько времени ей потребуется на возвращение в исходную точку по прямой?

2. Автомобилист, двигаясь со скоростью 30 км/ч, проехал половину пути до места назначения за некоторый промежуток времени. С какой скоростью он должен продолжать движение, чтобы за такое же время достигнуть цели и вернуться обратно?

3. Застигнутый грозой путник увидел вспышку молнии, а через 10 с до него донеслись раскаты грома. На каком расстоянии от него произошел грозовой разряд, если скорость звука в воздухе равна 340 м/с?

§ 7. ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ

Формула $x=x_0+v_xt$ показывает, как с течением времени изменяется координата тела (точки) при прямолинейном равномерном движении. Она, как говорят, описывает движение. Но описать движение тела можно и с помощью графика.

Если по горизонтальной оси (оси абсцисс) откладывать в выбранном масштабе время, прошедшее с начала отсчета времени, а по вертикальной оси (оси ординат) — тоже в определенном масштабе — значения координаты тела, то полученный график показывает, как изменяется координата тела со временем.

Допустим, что тело (точка) движется по некоторой прямой, вдоль которой мы направим и ось координат X. Значит, при движении изменяется только координата x. Пусть в начальный момент времени $t=0$ и моменты времени $t_1=10$ с, $t_2=$ $=20$ с, $t_3=30$ с и т. д. тело находилось в точках, координаты которых соответственно равны: $x_0=3$ м, $x_1=4$ м, $x_2=5$ м и т. д. (рис. 26).

Отложив по оси абсцисс время и по оси ординат координаты тела (рис. 27), получим график зависимости координаты тела от времени. Такой график называют графиком движения. Для нашего случая прямолинейного движения он представляет собой прямую линию. Другими словами, координата *линейно* зависит от времени.

График движения (см. рис. 27) не следует путать с траекторией движения (см. рис. 26), которая в нашем случае тоже прямая линия.

График движения есть такое же полное описание движения, как и формула (2), выведенная в § 6. По графику, как и по формуле, можно найти координату тела в любой момент времени, в том числе и в моменты времени, предшествовавшие начальному моменту $t=0$ (если предположить, что тело двигалось с такой же скоростью и до начала отсчета времени). Например, продолжим график (см. рис. 27, штриховая линия) в сторону, противоположную направлению оси абсцисс (времени), и увидим, что за 30 с до того, как тело оказалось в точке A, оно находилось в точке начала отсчета координаты ($x=0$).

По виду графиков движения можно судить не только о координате тела, но и о его скорости. Чем круче график движения, т. е. чем больше угол между ним и осью абсцисс, тем больше скорость движения. На рисунке 28 показано несколько гра-

Рис. 26

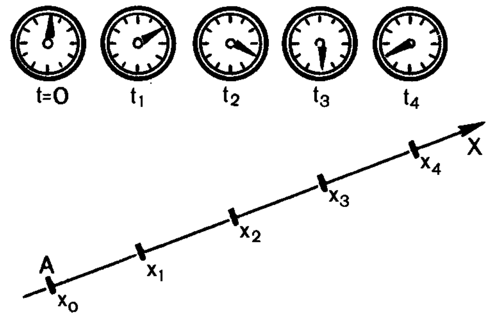


Рис. 27

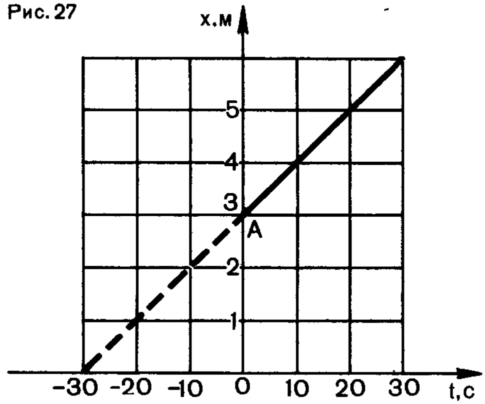


Рис. 28

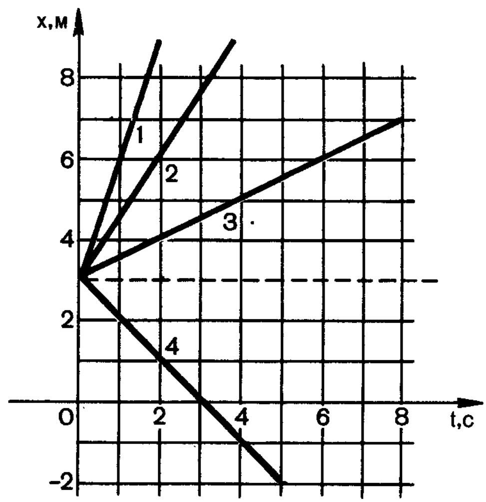


Рис. 29

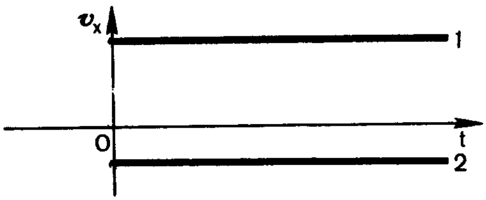
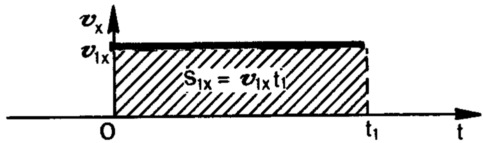


Рис. 30



фиков движений. Они относятся к движениям с различными скоростями. Графики *1, 2* и *3* показывают, что тела движутся вдоль оси X в положительном направлении оси X. Тело, график движения которого прямая *4*, движется в направлении, противоположном направлению оси X.

Из графиков движения можно найти и перемещение тела за любой промежуток времени. Из рисунка 28 видно, например, что тело, график движения которого обозначен цифрой *3*, за первые 4 с совершило перемещение в положительном направлении оси X, по модулю равное 2 м. За это же время тело, движущееся по графику *4*, переместилось в противоположном направлении на 4 м.

График скорости. Наряду с графиками движения часто пользуются *графиками скорости.* Их получают, откладывая по оси абсцисс время, а по оси ординат — проекции скорости тела. Такие графики показывают, как изменяется скорость с течением времени.

В случае прямолинейного равномерного движения «зависимость» скорости от времени состоит в том, что скорость со временем не изменяется. Поэтому график скорости представляет собой прямую, параллельную оси времени (рис. 29). График *1* на этом рисунке относится к случаю, когда тело движется в сторону положительного направления оси X. График *2* — к случаю, когда тело движется в противоположном оси X направлении (проекция скорости отрицательна).

По графику скорости тоже можно определить перемещение тела за данный промежуток времени. Оно численно равно площади заштрихованного прямоугольника (рис. 30).

Действительно, площадь прямоугольника равна произведению двух смежных его сторон. Но в нашем случае одна из сторон в выбранном масштабе равна времени t_1, а другая — проекции скорости v_{1x} вектора v. А их произведение $v_{1x}t_1$ как раз и равно проекции вектора перемещения тела.

Вопросы

1. Какому движению соответствует график, изображенный штриховой линией на рисунке 28? Чем отличаются движения, соответствующие графикам *2* и *4*?

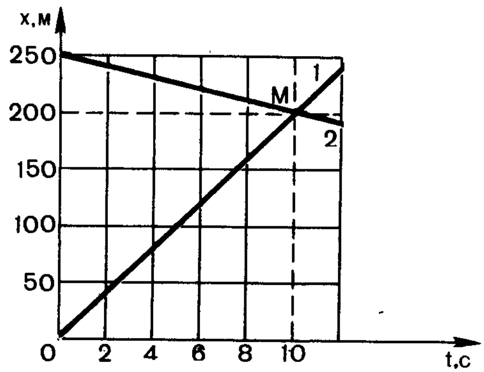
2. Каким движениям соответствуют графики *1* и *2* на рисунке 29?

3. Как по графику скорости движения тела находят его перемещение?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

На рисунке 31 показаны графики движения автомобиля *1* и велосипедиста *2*. Пользуясь графиками, найдите время и место их встречи

Рис. 31



Решение. График *1* показывает, что автомобиль движется равномерно вдоль оси X со скоростью 20 м/с. Из графика *2* видно, что велосипедист движется ему навстречу со скоростью 5 м/с. В начальный момент времени ($t=0$) автомобилист и велосипедист находились на расстоянии 250 м один от другого. Графики пересекаются в точке M. В этой точке и встретились автомобиль и велосипедист. Встреча произошла через 10 с от начала отсчета времени на расстоянии 200 м от начального положения автомобиля и 50 м от начального положения велосипедиста.

Упражнение 3

1. Пользуясь графиками *2* и *4* (см. рис. 28), найдите расстояние между движущимися телами в момент времени $t=3$ с.

2. По графику, изображенному на рисунке 27, определите, как направлена скорость тела. Чему равен модуль скорости?

Задание

По графикам 1 и *2* (см. рис. 29), выражающим зависимость проекций скорости от времени, постройте график модулей скоростей.

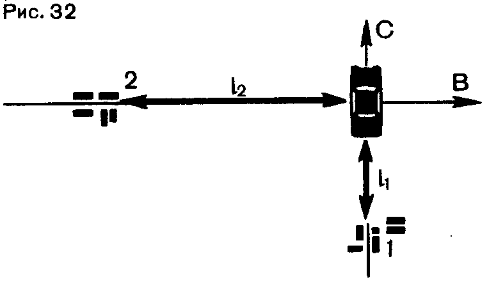
§ 8. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

Положение тела в пространстве всегда задается относительно какого-то другого тела — тела отсчета. С этим телом связывают систему координат, и положение тела задается его координатами.

Но за тело отсчета можно выбрать любое тело и с каждым из них связать систему координат. Тогда положение одного и того же тела можно рассматривать относительно разных систем отсчета. Координаты одного и того же тела относительно разных тел отсчета могут оказаться различными. Например, положение автомобиля на дороге (рис. 32) можно задать, указав, что он находится на расстоянии l_1 к северу от населенного пункта *1*. Но можно сказать, что автомобиль расположен на расстоянии l_2 к востоку от населенного пункта *2*. Это и значит, что положение тела *относительно*: *оно различно относительно разных систем координат*.

Но относительно не только по-

Рис. 32



ложение тела. *Относительно и его движение.* В чем состоит относительность движения?

Ребенок, впервые попавший на берег реки во время ледохода, спросил: «На чем это мы едем?» Очевидно, ребенок «выбрал» в качестве тела отсчета плывущую по реке льдину. Находясь в покое относительно берега, ребенок двигался вместе с берегом относительно «выбранной» им системы отсчета — льдины.

В стихотворении И. А. Бунина «В поезде» есть такие строки:

Вот мост железный над рекой
Промчался с грохотом под нами...

На первый взгляд они кажутся бессмысленными: ведь не мост под поездом, а поезд по мосту мчится «с грохотом». Здесь писатель-пассажир «выбрал» систему отсчета, связанную с поездом. Поэтому поезд условно считается неподвижным. Относительно этой системы отсчета мост в самом деле движется. Относительно же Земли (системы отсчета, связанной с ней), наоборот, покоится мост, а движется поезд.

В двустишии отмечается также, что не только движение тела, но и его положение относительно: мост расположен *под* поездом, но *над* рекой.

Еще один всем известный пример относительности движения и покоя. Каждому, наверное, приходилось наблюдать, как иногда трудно, находясь в вагоне поезда и глядя в окно на проходящий мимо по соседнему пути поезд, выяснить, какой из поездов движется, а какой покоится. Строго говоря, если видеть только соседний вагон и не видеть земли, строений, облаков и т. д., то узнать, какой из поездов движется прямолинейно и равномерно, а какой покоится, невозможно. Если пассажир одного из поездов утверждает, что движется «его» поезд, то пассажир другого поезда с таким же правом может сказать, что движется «его» поезд, а соседний неподвижен. Правы оба пассажира — движение и покой относительны.

Одно и то же движение с разных точек зрения. Рассмотрим движение одного и того же тела относительно двух разных систем отсчета, движущихся одна относительно другой прямолинейно и равномерно. Одну из них мы будем условно считать неподвижной. Другая движется относительно нее прямолинейно и равномерно. Вот простой пример. Лодка пересекает реку перпендикулярно течению, двигаясь с некоторой скоростью относительно воды. Вода в реке движется относительно берега со скоростью течения реки.

Представим себе, что за движением лодки следят два наблюдателя: один неподвижный, расположился на берегу в точке O (рис. 33), другой — на плоту, плывущем по течению (со скоростью течения реки). Оба наблюдателя измеряют перемещение лодки и время, затраченное на него. Относительно воды плот неподвижен, а по отношению к берегу он движется со скоростью течения реки.

Проведем мысленно через точку O систему координат XOY. Ось X направим вдоль берега, ось Y — перпендикулярно течению реки. Это *неподвижная* система координат. Другую систему координат $X'O'Y'$ свяжем с плотом. Оси X' и Y' параллельны осям X и Y. Это — *подвижная* система координат.

Как движется лодка относительно наших двух систем?

Наблюдатель на плоту, двигаясь вместе со «своей» системой координат по течению, видит, что лодка удаляется от него к противоположному берегу все время перпендикулярно течению. Он видит это и в точке A, и в точке B, и в любой другой точке. А когда через некоторое время плот окажется в точке C, лодка достигнет противоположного берега в точке C'. Относительно подвижной системы координат (плота) лодка совершила перемещение $\vec{s}_1 = \overrightarrow{CC'}$. Разделив его на t, подвижный наблюдатель получит скорость лодки $\vec{v}_1$ относительно плота:

$$\vec{v}_1 = \frac{\vec{s}_1}{t}.$$

Совсем другнм представится движение лодки неподвижному наблюдателю на берегу. Относительно «его» системы координат лодка за то же время t совершила перемещение $\vec{s} = \overrightarrow{OC'}$. За это же время подвижная снстема отсчета вместе с плотом совершила перемещение $\vec{s}_2$ (лодку, как говорят, «отнесло» вниз по течению). Схематически перемещення лодки показаны на рисунке 34.

Формула сложения перемещеиий. Из рисунков 33 и 34 видно, что перемещение $\vec{s}$ лодкн относительно неподвижной системы координат связано с перемещениями $\vec{s}_1$ и $\vec{s}_2$ формулой:

$$\boxed{\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2.} \qquad (1)$$

Формула сложения скоростей. Скорость $\vec{v}$ лодки относительно неподвижной системы координат мы получим, разделив перемещение $\vec{s}$ на время t:

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t} = \frac{\vec{s}_1}{t} + \frac{\vec{s}_2}{t},$$

или

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,} \qquad (2)$$

где $\vec{v}_2 = \frac{\vec{s}_2}{t}$ — скорость плота относительно берега (скорость течения). Формула (2) — это формула сложения скоростей.

Скорость тела относительно неподвижной системы координат равна геометрической сумме скорости тела относительно подвижной системы координат и скорости подвижной системы относительно неподвижной.

Мы видим, что и перемещение и скорость тела относительно разных

Рис. 33

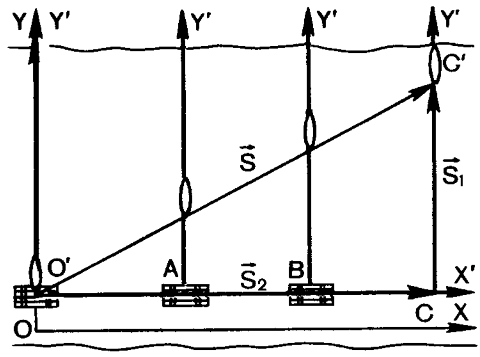
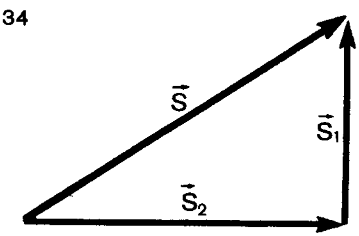


Рис. 34



систем отсчета различны. Различны и траектории движения (CC' — относительно подвижной системы и OC' — относительно неподвижной). В этом и состоит относительность движения.

В нашем примере мы считали неподвижной систему координат, связанную с берегом. Но мы могли бы условиться считать неподвижной систему координат, связанную с плотом. Тогда подвижным оказался бы берег и связанная с ним система координат, и мы рассматривали бы движение берега относительно плота и лодки. Формулы сложения перемещений и скоростей остались бы такими же. Мы уже и раньше говорили, что относительно не только движение, относителен и покой.

Вопросы

1. В чем состоит относительность движения?

2. Как в примере с лодкой движутся вода и берег относительно лодки?

3. Комбайн, убирающий в поле хлеб, движется относительно земли со скоростью 2,5 км/ч и, не останавливаясь, ссыпает зерно в автомашину. Относительно какого тела отсчета автомашина движется и относительно какого покоится?

4. Буксир толкает по реке баржу. Относительно каких тел отсчета баржа движется? Относительно какого тела она покоится?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Пловец, скорость которого относительно воды $v_1=5$ км/ч, переплывает реку шириной $l=120$ м, двнгаись перпендикулярно течению. Скорость течении $v_2=3{,}24$ км/ч. Каковы перемещенне $\vec{s}$ н скорость $\vec{v}$ плоица относительно берега? Какое времи t требуетси пловцу, чтобы нереплыть реку?

Решение. Относительно системы координат, связанной с водой, пловец движется со скоростью $\vec{v}_1$ перпендикулярно течению. Его перемещение s_1 по модулю равно ширине реки l: $s_1=l$. Время t, затраченное пловцом, находим из равенства $l=v_1t$, т. е. $t=\frac{l}{v_1}$. (замечательно, что это время от скорости течения не зависит!).

Относительно берега пловец движется иначе. Перемещение $\vec{s}$ пловца относительно берега складывается из его перемещения относительно воды $\vec{s}_1$ и перемещения $\vec{s}_2$ самой воды относительно берега: $\vec{s}=\vec{s}_1+\vec{s}_2$. Модуль s_2 найдем из равенства $s_2=v_2t$. Заменив t через $t=\frac{l}{v_1}$, получим: $s_2=\frac{v_2}{v_1}\,l$.

Из векторного треугольника перемещений (рис. 35) имеем:

$$s=\sqrt{s_1^2+s_2^2}\,.$$

Так как $s_1=l$, а $s_2=\frac{v_2}{v_1}\,l$, то

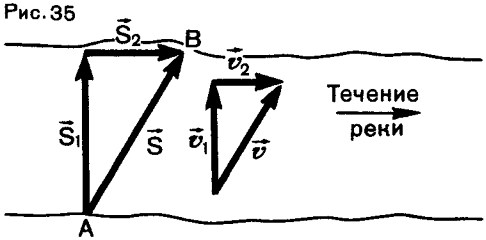
$$s=\sqrt{l^2+\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 l^2}=l\sqrt{1+\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2}\,.$$

Подставив сюда приведенные в условии задачи значения l, v_1 и v_2, получаем:

$$s=120\ \text{м}\sqrt{1+\left(\frac{0{,}90\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1{,}39\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}\right)^2}\approx 143\ \text{м}.$$

Скорость v пловца относительно берега находим из векторного треугольника скоростей (см. рис. 35):

Рис. 35



$$v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}\,;$$

$$v=\sqrt{(1{,}39)^2\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}+(0{,}90)^2\ \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}\approx$$

$$\approx 1{,}65\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Время t можно получить либо из равенства $t=\frac{l}{v_1}$, либо из равенства

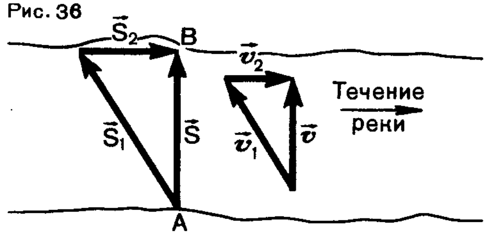
$$t=\frac{s}{v};\ t=\frac{143\ \text{м}}{1{,}65\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}\approx 86\ \text{с}.$$

2. Пловец (см. задачу 1) намерен переплыть реку по кратчайшему пути (из *А* в *В*, рис. 36). Сколько ему потребуется для этого времени?

Решение. Модуль перемещения $\vec{s}$ пловца относительно берега равен ширине реки: $s=l$.

Согласно формуле (1) $\vec{s}=\vec{s}_1+\vec{s}_2$, где $\vec{s}_1$ — перемещение пловца относительно воды и $\vec{s}_2$ — перемещение воды относительно берега. Соответствующий векторный треугольник показан на рисунке 36. На том же рисунке построен и треугольник скоростей. Из него видно, что модуль скорости пловца относительно берега получается из равенства

Рис. 36



$$v=\sqrt{v_1^2-v_2^2}\,;$$

$$v=\sqrt{\left(1{,}38\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2-\left(0{,}90\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}\approx$$

$$\approx 1{,}04\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Отсюда для времени t получаем:

$$t=\frac{l}{v};$$

$$t=\frac{120\ \text{м}}{1{,}04\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}\approx 115\ \text{с}.$$

Из выражения для скорости v видно, что если скорость пловца относительно воды меньше скорости течения, то пловец переплыть реку по кратчайшему пути не сможет (число под корнем отрицательное!).

Упражнение 4

1. Двигатель самолета сообщает ему скорость относительно воздуха, равную 900 км/ч. С какой скоростью движется самолет относительно Земли при попутном ветре, скорость которого равна 50 км/ч; при таком же встречном ветре?

2. Автомобиль движется в западном направлении со скоростью 80 км/ч. Другой автомобиль движется ему навстречу с такой же скоростью. 8 некоторый момент расстояние между автомобилями равно 10 км. Сколько времени пройдет до момента встречи автомобилей?

3. Самолет, стартовав в Москве, держит по компасу курс на север, летя на высоте 8 км со скоростью 720 км/ч. Какими будут координаты самолета относительно аэропорта через 2 ч после старта, если во время полета дует западный ветер со скоростью 10 м/с?

§ 9. О СИСТЕМЕ ЕДИНИЦ

Из того, что до сих пор говорилось о движении, ясно, что при его изучении приходится определять две величины — перемещение, т. е. длину, и время.

Длины перемещений, как и промежутки времени, выражаются какими-то числами. А получатся эти числа в результате *измерений*. Из курса VII класса известно, как измерить величину. *Измерить величину — значит сравнить ее какимнибудь способом с однородной ей величиной, условно принятой за единицу этой величины.*

Таким образом, прежде всего необходимо выбрать единицу для измеряемой величины, в данном случае — длины.

В настоящее время принята единая для всех стран единица длины — метр (сокращенно м).

1 метр — это единица длины, равная расстоянию между двумя штрихами, нанесенными на стержне особой формы, изготовленном из сплава платины и иридия.

Недавно предложено новое, более точное определение метра. *Метр — это расстояние, на которое распространяется в вакууме плоская электромагнитная волна за 1/299792458 долю секунды.* Это не есть какой-то новый метр. Это тот же метр, но определенный более точно.

Единицу времени тоже можно выбрать произвольно. Но нельзя, разумеется, изготовить эталон времени в виде какого-то предмета, вроде линейки-метра. Эталоном единицы времени может служить продолжительность какого-нибудь правильно повторяющегося процесса. В настоящее время в качестве такого процесса выбрано движение Земли вокруг Солнца: один оборот Земля совершает за год. Но за единицу времени принимается не год, а определенная часть года — секунда (сокращенно с): секунда равна 1/86 400 части средних солнечных суток[1].

Кроме длины и времени, мы уже имели дело еще с одной величиной — скоростью. Нужно ли и для нее выбирать специальную единицу? Этого, оказывается, можно не делать, потому что скорость, как мы знаем, связана с длиной и временем формулой: $v = \frac{s}{t}$. Из нее видно, что если за 1 с тело совершает перемещение, равное по модулю 1 м, то скорость будет равна единице ($1\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$). Скорость такого тела и можно принять за единицу скорости. *За единицу скорости принимают скорость такого равномерного прямолинейного движения, при котором тело (точка) за 1 с перемещается на расстояние 1 м.*

В каких же случаях надо выбирать специальную единицу, а в каких не надо?

Между физическими величинами существуют определенные зависимости, потому что все явления природы связаны между собой. Эти связи выражаются в виде математических формул. Такие же формулы связывают и единицы физических величин. Поэтому единицы одних величин могут быть выражены через единицы других. Например, единица скорости выражается через единицы длины и времени.

[1] Это упрощенное определение секунды, которое разрешено прнменять в средней школе. Строгое определение секунды см. на переднем форзаце.

Можно выбрать небольшое число величин — их называют *основными* — и для них произвольным образом установить единицы. Единицы же для всех других величин (производных величин) можно тогда установить на основании математических формул, которые связывают их с основными величинами.

Совокупность установленных таким образом единиц для всех физических величин называется *системой единиц*.

Єистемы единиц могут быть разные. Они отличаются одна от другой и набором основных величин и выбором единиц для этих величин.

В настоящее время принята *Международная система единиц* (сокращенно СИ — Система Интернациональная).

Международная система единиц строится на основе семи основных величин. В их число входят и длиил и время. Метр, как единица длины, и секунда, как единица времени, входят в СИ (см. передний форзац).

С другими основными величинами и их единицами мы познакомимся в других частях курса.

САМОЕ ВАЖНОЕ В ПЕРВОЙ ГЛАВЕ

Явление механического движения состоит в том, что положение тел относительно других тел, т. е. их координаты, с течением времени изменяется.

Для определения положения тела (его координат) в любой момент времени нужно знать начальные значения его координат и вектор перемещения, потому что изменения координат как раз и равны проекциям вектора перемещения на соответствующие координатные оси.

Чтобы найти вектор перемещения, нужно знать скорость.

При прямолинейном равномерном движении скорость — величина постоянная, равная отношению вектора перемещения тела к промежутку времени, за который перемещение совершено.

Если направить координатную ось вдоль прямой, по которой происходит движение (в направлении движения или против него), то положение тела определяется всего одной координатой. Эта координата (например, x) вычисляется по формуле $x = x_0 + v_x t$, где x_0 — начальная координата и v_x — проекция скорости движения $\vec{v}$ на координатную ось X.

Движение относительно. Это значит, что перемещение, скорость, траектория движения различны относительно разных систем координат.

Относителен и покой. Абсолютно покоящихся тел не существует: тело, покоящееся относительно одной системы координат, движется относительно каких-то других систем. Материя существует только в движении.

ГЛАВА 2

ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

СКОРОСТЬ МОЖЕТ ИЗМЕНЯТЬСЯ

Прямолинейное равномерное движение, т. е. движение с постоянной (по модулю и направлению) скоростью, не очень часто встречается на практике. Гораздо чаще приходится иметь дело с такими движениями, при которых скорость движения со временем изменяется. Такие движения называются *неравномерными*.

Неравномерно движутся обычно автомобили, самолеты и т. д. Неравномерно движутся падающие тела, тела, брошенные вверх.

При неравномерном движении определять перемещение по формуле $\vec{s}=\vec{v}t$ уже нельзя, потому что скорость в разных местах траектории и в разные моменты времени различна. Как же определить перемещение тела, а значит, и его координаты при неравномерном движении? Что такое скорость при неравномерном движении?

§ 10. СКОРОСТЬ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ

Средняя скорость. В некоторых случаях, когда имеют дело с неравномерным движением, пользуются *средней скоростью*. Ее получают, разделив перемещение тела $\vec{s}$ на время, в течение которого оно совершено:

$$\boxed{\vec{v}_{\text{ср}}=\frac{\vec{s}}{t}.}$$

Если, например, поезд, двигаясь по прямой, проходит 600 км за 10 ч, то это значит, что в среднем он за каждый час проходит 60 км. Но ясно, что какую-то часть времени поезд вовсе не двигался, а стоял на остановке; трогаясь со станции, поезд увеличивал свою скорость, приближаясь к ней — уменьшал ее. Все это при определении средней скорости мы не принимаем во внимание и считаем, что поезд каждый час проходил по 60 км, каждые полчаса — по 30 км и т. д. Пользуясь формулой $\vec{v}_{\text{ср}}=\frac{\vec{s}}{t}$, мы как бы считаем, что поезд двигался равномерно со скоростью 60 км/ч, хотя, быть может, за все эти 10 ч не было ни одного такого часа, за который поезд прошел бы именно 60 км.

Знание средней скорости позволяет найти перемещение по формуле

$$\boxed{\vec{s}=\vec{v}_{\text{ср}}t.}$$

Но надо помнить, что эта формула дает верный результат только для того участка траектории, для которого определена средняя скорость. Если, пользуясь значением средней скорости в 60 км/ч, вычислять перемещение поезда не за 10 ч, а за 2, 4 или 5 ч, то мы получим неверный результат. Средняя скорость за время 10 ч не равна средним скоростям за 2, 4 или 5 ч.

Таким образом, средняя скорость, вообще говоря, не позволяет вычислять перемещение, а значит, и координаты в любой момент времени.

Для вычисления положения тела в любой момент времени скорость все-таки нужно знать, но не среднюю, а так называемую *мгновенную скорость*.

Мгновенная скорость. Всякое движущееся тело обладает скоростью. С другой стороны, при своем движении по траектории тело проходит через все ее точки. А таких точек бесконечно много. Через каждую из них тело проходит в определенный момент времени. Таких моментов времени тоже бесконечно много. Выходит поэтому, что в каждый момент времени и в каждой точке траектории тело обладает какой-то скоростью. Вот эта скорость и называется мгновенной. *Мгновенной скоростью тела называется скорость тела в данный момент времени или в данной точке траектории.*

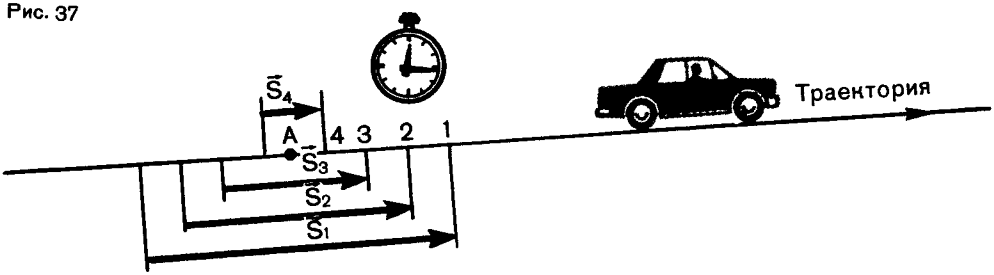
При прямолинейном равномерном движении скорость тела равна отношению его перемещения к промежутку времени, за который это перемещение совершено. Этому отношению равна и средняя скорость при неравномерном движении. Оно же поможет нам понять и смысл мгновенной скорости.

Допустим, что некоторое тело (как всегда, мы имеем в виду определенную точку тела) движется прямолинейно, но не равномерно. Нас интересует мгновенная скорость, например, в точке *А* его траектории (рис. 37). Выделим небольшой участок *1* на этой траектории, включающий точку *А*. Малое перемещение тела на этом участке обозначим через $\vec{s}_1$, а малый промежуток времени, в течение которого оно совершено, через t_1. Разделив $\vec{s}_1$ на t_1, мы получим среднюю скорость на этом участке; это именно средняя скорость, потому что скорость непрерывно изменяется, и в разных местах участка она разная.

Уменьшим теперь длину участка. Выберем участок *2* (см. рис. 37), тоже включающий точку *А*. Перемещение теперь равно $\vec{s}_2$ ($s_2 < s_1$), и совершает его тело за меньший промежуток времени t_2. На этом участке скорость успевает измениться на меньшую величину. Но отношение $\frac{\vec{s}_2}{t_2}$ дает нам и теперь среднюю скорость на этом меньшем участке. Еще меньше изменение скорости на протяжении участка *3* (также включающего в себя точку *А*), меньшего, чем участки *1* и *2*. Разделив перемещение $\vec{s}_3$ на промежуток времени t_3, мы опять получим среднюю скорость на этом малом участке траектории.

Будем продолжать уменьшать промежуток времени, за который мы рассматриваем перемещение тела. Вместе с ним будет уменьшаться и перемещение. В конце концов промежуток времени станет так мал, что можно будет пренебречь изменением скорости за это время (движение станет как бы равномерным).

Рис. 37



Участок траектории, пройденный за этот, совсем уже малый, промежуток времени как бы стянется в точку A, а промежуток времени — в момент времени. Тогда-то средняя скорость и станет мгновенной скоростью тела в точке A.

Мгновенная скорость, или скорость в данной точке, равна отношению достаточно малого перемещения на участке траектории, включающем эту точку, к малому промежутку времени, в течение которого это перемещение совершается.

Мгновенная скорость — это векторная величина. Направление вектора мгновенной скорости совпадает с направлением движения в данной точке. В дальнейшем, говоря о скорости неравномерного движения, мы будем иметь в виду именно мгновенную скорость.

О мгновенной скорости можно говорить и в случае равномерного движения. Разница только в том, что при равномерном движении мгновенная скорость в любой точке и в любой момент времени одна и та же. При неравномерном же движении она в разных точках и в различные моменты времени различна.

Прием, к которому мы прибегли, чтобы пояснить смысл мгновенной скорости, состоит, таким образом, в следующем. Участок траектории, включающий интересующую нас точку и время, в течение которого он проходится, мы мысленно постепенно уменьшаем до тех пор, пока участок уже нельзя отличить от точки и неравномерное движение от равномерного. Таким приемом всегда пользуются, когда исследуются явления, в которых играют роль непрерывно изменяющиеся величины[1].

Вопросы

1. Что такое средняя скорость? Как она определяется?

2. Можно ли, зная среднюю скорость за определенный промежуток времени, найти перемещение, совершенное телом за любую часть этого промежутка?

3. Что такое мгновенная скорость? Как направлен вектор мгновенной скорости?

4. Чем отличается мгновенная скорость при равномерном прямолинейном движении от мгновенной скорости при неравномерном движении?

Упражнение 5

1. Половину времени при переезде из одного пункта в другой автомобиль двигался с постоянной скоростью 60 км/ч. С какой постоянной скоростью он должен двигаться оставшееся время, если средняя скорость движения равна 65 км/ч?

2. Первую половину пути до места назначения автомобиль прошел с постоянной скоростью 50 км/ч, а вторую половину — с постоянной скоростью 60 км/ч. С какой средней скоростью двигался автомобиль?

---

[1] Краткое, но выразительное описание этого приема, составляющего основу, так называемого, дифференциального исчисления, можно найти на первой странице третьей части III тома романа Л. Н. Толстого «Война и мир».

При неравномерном движении мгновенная скорость тела непрерывно изменяется от точки к точке, от одного момента времени до другого. Как же вычисляется мгновенная скорость?

Мы видели раньше, что для вычисления координаты тела в любой момент времени нужно знать, как быстро она изменяется, т. е. каково ее изменение за единицу времени. Быстрота изменения координаты равна, как мы видели, проекции скорости на соответствующую координатную ось. Точно так же для вычисления скорости в любой момент времени нужно знать, как быстро изменяется скорость, на сколько она изменяется за единицу времени.

Равноускоренное движение. Для простоты мы будем рассматривать такое неравномерное движение, при котором скорость тела за каждую единицу времени и вообще за любые равные промежутки времени изменяется одинаково. Такое движение называют равноускоренным. *Движение тела, при котором его скорость за любые равные промежутки времени изменяется одинаково, называется равноускоренным движением.*

Если в некоторый начальный момент времени скорость тела равна $\vec{v}_0$, а через промежуток времени t она оказывается равной $\vec{v}$, то, для того чтобы узнать, на сколько скорость изменилась за единицу времени, нужно взять отношение изменения скорости $\vec{v}-\vec{v}_0$ к промежутку времени t. Это отношение $\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$ и есть быстрота изменения скорости. Ее называют *ускорением.*

Ускорением тела при его равноускоренном движении называется величина, равная отношению изменения скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло. Обозначают ускорение буквой $\vec{a}$:

$$\boxed{\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}.} \qquad (1)$$

Так как ускорение равно произведению векторной величины $\vec{v}-\vec{v}_0$ на скалярную величину $\frac{1}{t}$, то ускорение — величина векторная.

Если ускорение тела по модулю велико, это значит, что тело быстро набирает скорость (когда оно разгоняется) или быстро теряет ее (при торможении).

Зная начальную скорость тела $\vec{v}_0$ и его ускорение $\vec{a}$, можно найти скорость v тела в любой момент времени. Действительно, из формулы (1) следует, что

$$\boxed{\vec{v}=\vec{v}_0+\vec{a}t.} \qquad (2)$$

Единица ускорения. Так как $\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$, то модуль ускорения равен единице, если равен единице модуль изменения скорости $v-v_0$ и равен единице промежуток времени t. Поэтому за единицу ускорения *в СИ принимается ускорение такого равноускоренного движения, при котором за 1 с скорость тела изменяется на 1 м/с.* Следовательно, в СИ ускорение выражается в метрах в секунду за секунду или в метрах на секунду в квадрате (м/с^2).

Проекции скорости и ускорения. Мы уже говорили, что при вычислениях нужно пользоваться формулами, в которые входят не векторы, а их проекции на оси координат.

При прямолинейном движении векторы $\vec{v}_0$ и $\vec{v}$ направлены вдоль одной прямой. Эта прямая в то же время есть траектория движения. Вдоль этой же прямой удобно направить и координатную ось (например, ось X).

В § 5 мы видели, что проекция суммы двух векторов на какую-нибудь ось равна сумме их проекций на ту же ось. Обозначим проекции векторов $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ через v_x, v_{0x} и a_x. Тогда из уравнения (2) следует, что

$$\boxed{v_x = v_{0x} + a_x t.} \qquad (3)$$

Так как все три вектора $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ лежат на одной прямой (на оси X), то модули их проекций равны модулям самих векторов, а знаки проекций определяются тем, как направлены векторы по отношению к оси. Если знаки проекции векторов $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ совпадают, то модуль скорости v возрастает с течением времени — тело разгоняется. Если же знаки проекций $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ противоположны, то модуль скорости v с течением времени уменьшается — тело тормозится. Векторы $\vec{v}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{a}$ при движении с возрастающей скоростью сонаправлены. При торможении вектор $\vec{a}$ направлен противоположно векторам $\vec{v}$ и $\vec{v}_0$.

О движении тел при торможении. Обычно движение с возрастающей по модулю скоростью называют ускоренным движением. Движение же с убывающей скоростью — замедленным движением. Но в механике любое движение с изменяющейся скоростью называют ускоренным движением. Трогается ли автомобиль с места (скорость растет!), или тормозит (скорость уменьшается!), в обоих случаях он движется с ускорением. Ускоренное движение отличается от замедленного лишь знаком проекции вектора ускорения на координатную ось.

Если скорость тела с течением времени уменьшается (тело тормозится), то в какой-то момент времени скорость тела может стать равной нулю. Как оно движется после этого? Ясно, что, когда какая-либо величина, изменяясь, проходит через значение нуль, она изменяет свой знак на противоположный. В нашем случае изменяет знак скорость. Это значит, что после того, как скорость тела станет равной нулю, оно начнет двигаться в противоположном направлении (см. задачу 2 на с. 33).

Вопросы

1. Что такое ускорение и для чего его нужно знать?

2. При любом неравномерном движении изменяется скорость. Как ускорение характеризует это изменение?

3. Чем отличается «замедленное» прямолинейное движение от «ускоренного»?

4. Что такое равноускоренное движение?

5. Может ли тело двигаться с большой скоростью, но с малым ускорением?

6. Как направлен вектор ускорения при прямолинейном неравномерном движении?

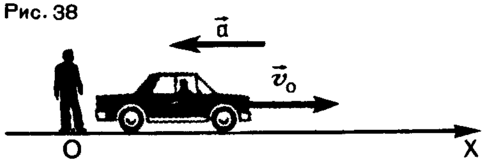
7. Скорость — векторная величина, и изменяться может как модуль скорости, так и направление вектора скорости. Что именно изменяется при прямолинейном равноускоренном движении?

8. Может ли скорость движения тела быть равной нулю, а ускорение не равно нулю?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Автомобиль проезжает мимо наблюдателя, двигаясь со скоростью 10 м/с. В этот момент водитель нажимает на тормоз и автомобиль начинает двигаться с ускорением, по модулю равным 1,0 м/с². Сколько времени пройдет до остановки автомобиля?

Рис. 38



Решение. Выберем за начало отсчета координаты место нахождения наблюдателя, а координатную ось направим в сторону движения автомобиля (рис. 38). Обозначим скорость автомобиля в момент, когда он проходит мимо наблюдателя, через $\vec{v}_0$, а его ускорение после включения тормоза через $\vec{a}$.

Воспользуемся формулой $v_x = v_{0x} + a_x t$. Здесь v_x, v_{0x} и a_x — соответственно проекции конечной скорости $\vec{v}$, начальной скорости $\vec{v}_0$ и ускорения $\vec{a}$ на ось X.

Скорость автомобиля сонаправлена с осью X, поэтому $v_{0x} = v_0$, а так как скорость его уменьшается, то $a_x = -a$. В момент остановки $v_x = 0$. Следовательно, $0 = v_0 - at$, или $at = v_0$. Отсюда $t = \frac{v_0}{a}$. Подставив в это выражение значения v_0 и a, получим

$$t = \frac{10\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1{,}0\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 10\ \text{с}.$$

2. Тело движется прямолинейно с уменьшающейся скоростью. Ускорение $\vec{a}$ постоянно и по модулю равно 4 м/с². В некоторый момент времени модуль скорости тела $v_0 = 20$ м/с. Найдите скорость тела через $t_1 = 4$ с и $t_2 = 8$ с после этого момента.

Решение. Направим координатную ось X по направлению вектора скорости $\vec{v}_0$. Тогда проекция v_{0x} положительна и равна модулю вектора $\vec{v}_0$: $v_{0x} = v_0$. А так как скорость тела уменьшается, то проекция ускорения a_x отрицательна и равна $-a$: $a_x = -a$.

Чтобы найти проекцию скорости v_x в указанные в задаче моменты времени, применим формулу $v_x = v_{0x} + a_x t$. Отсюда для момента времени t найдем:

$$v_{1x} = v_0 - at_1;$$

$$v_{1x} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4\ \text{с} = 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

а для момента времени t_2:

$$v_{2x} = v_0 - at_2;$$

$$v_{2x} = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} - 4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 8\ \text{с} = -12\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Знак «минус» означает, что к исходу 8-й секунды тело двигалось в направлении, противоположном начальному. Очевидно, что перед тем, как начать движение в обратном направлении, тело должно было остановиться. В какой момент времени t' это произошло? Проекция v_x равна нулю, когда $v_{0x} = -a_x t'$

Отсюда $t' = -\frac{v_{0x}}{a_x}$; $t' = -\frac{20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}}{-4\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} =$ $= 5$ с. Направление движения изменилось на обратное через 5 с после того момента, когда скорость тела была равна 20 м/с.

Двигаться так, как описано в этой задаче, могло бы, например, тело, которое толкнули вверх по наклонной плоскости.

Упражнение 6

1. Троллейбус, трогаясь с места, движется с постоянным ускорением 1,5 м/с^2. Через какое время он приобретает скорость 54 км/ч?

2. Автомобиль, движущийся со скоростью 36 км/ч, останавливается при торможении в течение 4 с. С каким постоянным ускорением движется автомобиль при торможении?

3. Автомобиль, двигаясь с постоянным ускорением, на некотором участке пути увеличил свою скорость с 15 до 25 м/с. За какое время произошло это увеличение, если ускорение автомобиля равно 1,6 м/с^2.

4. Какая скорость движения была бы достигнута, если бы тело в течение 0,5 ч двигалось с ускорением 10 м/с^2 при начальной скорости, равной нулю?

§ 12. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПРИ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ

Теперь мы должны выяснить самое главное — как изменяется координата тела при его прямолинейном равноускоренном движении. Для этого, как мы знаем, нужно знать перемещение тела, потому что проекция вектора перемещения как раз и равна изменению координаты.

Формулу для вычисления перемещения проще всего получить графическим методом.

При равноускоренном движении тела вдоль оси X скорость изменяется со временем согласно формуле $v_x = v_{0x} + a_x t$. Так как время в эту формулу входит в первой степени, то график для проекции скорости в зависимости от времени представляет собой прямую, как это показано на рисунке 39. Прямая *1* на этом рисунке соответствует движению с положительной проекцией ускорения (скорость растет), прямая *2* — движению с отрицательной проекцией ускорения (скорость убывает). Оба графика относятся к случаю, когда в момент времени $t=0$ тело имеет некоторую начальную скорость $\vec{v}_0$.

Перемещение выражается площадью. Выделим на графике скорости равноускоренного движения (рис. 40) маленький участок *ab* и опустим из точек *a* и *b* перпендикуляры на ось *t*. Длина отрезка *cd* на оси *t* в выбранном масштабе равна тому малому промежутку времени, за который скорость изменилась от ее значения в точке *a* до ее значения в точке *b*. Под участком *ab* графика получилась узкая полоска *abcd*.

Рис. 39

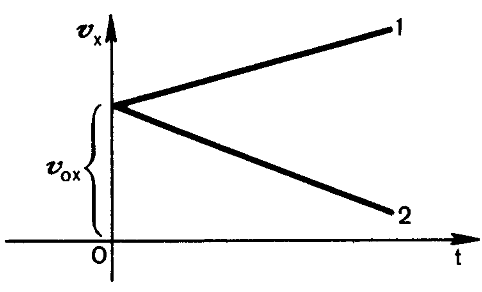
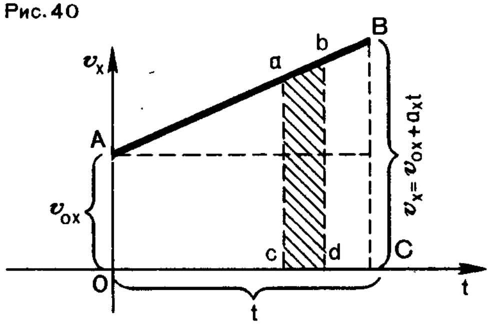


Рис. 40



Если промежуток времени, соответствующий отрезку cd, достаточно мал, то в течение этого малого времени скорость не может заметно измениться — движение в течение этого малого промежутка времени можно считать равномерным. Полоска $abcd$ поэтому мало отличается от прямоугольника, а ее площадь численно равна проекции перемещения за время, соответствующее отрезку cd (см. § 7).

Но на такие узкие полоски можно разбить всю площадь фигуры, расположенной под графиком скорости. Следовательно, перемещение за все время t численно равно площади трапеции $OABC$. Площадь же трапеции, как известно из геометрии, равна произведению полусуммы ее оснований на высоту. В нашем случае длина одного из оснований численно равна v_{0x}, другого — v_x (см. рис. 40). Высота же трапеции численно равна t. Отсюда следует, что проекция s_x перемещения выражается формулой

$$s_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2}\, t.$$

Но $v_x = v_{0x} + a_x t$. Значит, $s_x = \frac{v_{0x} + v_{0x} + a_x t}{2}\, t$. Отсюда

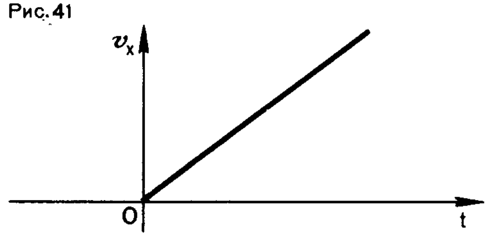
$$\boxed{s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.} \qquad (1)$$

Если проекция v_{0x} начальной скорости равна нулю (в начальный момент времени тело покоилось!), то формула (1) принимает вид:

$$\boxed{s_x = \frac{a_x t^2}{2}.} \qquad (2)$$

График скорости такого движения показан на рисунке 41.

Рис. 41



При пользовании формулами (1) и (2) нужно помнить, что s_x, v_{0x} и v_x могут быть как положительными, так и отрицательными — ведь это проекции векторов $\vec{s}$, $\vec{v}_0$ и $\vec{v}$ на ось X.

Таким образом, мы видим, что при равноускоренном движении перемещение растет со временем не так, как при равномерном движении: теперь в формулу входит квадрат времени. Это значит, что перемещение со временем растет быстрее, чем при равномерном движении.

Как зависит от времени координата тела? Теперь легко получить и формулу для вычисления координаты x в любой момент времени для тела, движущегося равноускоренно. В § 5 мы видели, что проекция s_x вектора перемещения равна изменению координаты $x - x_0$. Поэтому формулу (1) можно записать в виде $x - x_0 = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$. Отсюда

$$\boxed{x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.} \qquad (3)$$

Из формулы (3) видно, что, *для того чтобы вычислить координату x в любой момент времени t, нужно знать начальную координату, начальную скорость и ускорение.*

Формула (3) описывает прямолинейное равноускоренное движение, подобно тому как формула (2)

§ 6 описывает прямолинейное равномерное движение.

Другая формула для перемещения. Для вычисления перемещения можно получить и другую полезную формулу, в которую время не входит.

Из выражения $v_x = v_{0x} + a_x t$ получим выражение для времени $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$ и подставим его в формулу для перемещения s_x, приведенную выше. Тогда получаем:

$$s_x = \frac{v_{0x}(v_x - v_{0x})}{a_x} + \frac{a_x}{2}\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2.$$

Отсюда

$$\boxed{s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x},}$$

или

$$\boxed{v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x.} \qquad (4)$$

Эти формулы позволяют найти перемещение тела, если известны ускорение, а также начальная и конечная скорости движения. Если начальная скорость v_0 равна нулю, формулы (4) принимают вид:

$$\boxed{s_x = \frac{v_x^2}{2a_x};} \qquad \boxed{v_x^2 = 2a_x s_x.}$$

Вопросы

1. Чем отличается график скорости равномерного прямолинейного движения от графика скорости равноускоренного движения?
2. Как по графику проекции скорости равноускоренного движения определяют проекцию перемещения тела?
3. Чем различаются зависимости перемещения от времени при равномерном и равноускоренном движениях?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Водитель автомобиля, движущегося со скоростью 72 км/ч, увидев красный свет светофора, нажал на тормоз. После этого скорость автомобяля стала уменьшаться на 5 м/с каждую секунду. Найдите расстояния, которые автомобиль проходит в первые 2 с после начала торможения и до полной его остановки.

Решение. Координатную ось X направим по направлению движения автомобиля (рис. 42), а за начало отсчета координаты примем то место на дороге, где началось торможение. Начало отсчета времени отнесем к моменту, когда водитель нажал на тормоз.

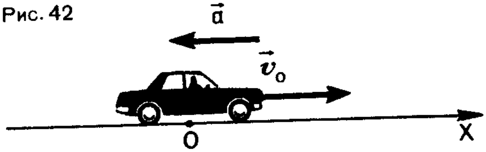


Рис. 42

Начальная скорость $\vec{v}_0$ автомобиля сонаправлена с осью X, а ускорение направлено в противоположную сторону, так что проекция начальной скорости v_{0x} положительна, а проекция ускорения a_x — отрицательна. Значит, $v_{0x} = v_0$ и $a_x = -a$. Расстояния, пройденные автомобилем,— это проекции перемещения s_x, а $s_x = x - x_0$. Так как $x_0 = 0$, то нужно найти координаты x_1 и x_2 автомобиля через 2 с после начала торможения и в момент остановки. Координату x_1 (через 2 с) найдем по формуле (3):

$$x_1 = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2},$$

$$x_1 = 0 + 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2\ \text{с} - \frac{5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4\ \text{с}^2}{2} = 30\ \text{м}.$$

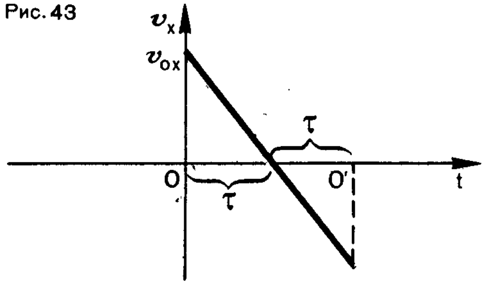
Координату x_2 можно найти по формуле (4), поскольку нам известны начальная и конечная скорости. Конечная скорость v равна нулю (автомобиль остановился), так что $s_x = x_2 - x_0 = -\frac{v_{0x}^2}{2a_x}$ (здесь x_0 тоже равна нулю), значит:

$$x_2 = \frac{-\left(20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot \left(-5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)} = 40\ \text{м}.$$

2. Определите перемещение тела, график проекции скорости которого показан на рисунке 43.

Решение. Проекцию s_x перемещения находим по формуле $s_x = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$. Из рисунка 43 видно, что при $t_1 = \tau$ (греческая буква «тау») проекция скорости v_x равна нулю. Но $v_x = v_{0x} + a_x t_1$. Поэтому $0 = v_{0x} + a_x t_1$, откуда $a_x = -\frac{v_{0x}}{t_1}$. Все время движения равно 2τ. Следовательно,

Рис. 43



$$s_x = v_{0x} \cdot 2\tau + \frac{-\frac{v_{0x}}{\tau}(2\tau)^2}{2} =$$

$$= 2v_{0x}\tau - \frac{4v_{0x}\tau}{2} = 0.$$

Ответ показывает, что график рисунка 43 соответствует движению тела сначала в одном направлении, а затем на такое же расстояние в противоположном направлении, в результате чего тело оказывается в исходной точке.

Упражнение 7

1. Постройте в координатных осях (x, t) графики скорости двух тел, движущихся равноускоренно: одно с возрастающей по модулю скоростью, другое — с убывающей. Начальные скорости и ускорения тел соответственно равны: 1 м/с и 0,5 м/с^2; 9 м/с и 1,5 м/с^2. Какой путь пройдет второе тело до остановки? Через какое время скорости обоих тел станут одинаковыми и какой путь пройдет за это время первое тело?

2. На рисунке 44 изображены графики проекций скоростей движения трех тел. Каков характер движения этих тел? Что можно сказать о скоростях движения тел в моменты времени, соответствующие точкам *A* и *B* графика? Определите ускорения и напишите выражения для скорости и перемещения этих тел.

3. Пользуясь приведенными на рисунке 45 графиками проекций скоростей трех тел, выполните следующие задания: а) определите ускорения этих тел; б) составьте для каждого тела формулу зависимости скорости от времени; в) найдите, в чем сходны и в чем различаются движения, соответствующие графикам *2* и *3*?

4. На рисунке 46 приведены графики проекций скоростей движений трех тел. По этим графикам: а) определите, чему соответствуют отрезки OA, OB и OC на осях коорди-

Рис. 44

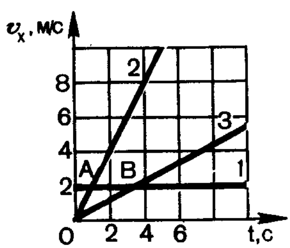


Рис. 45

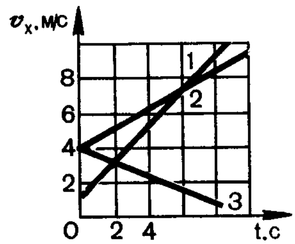
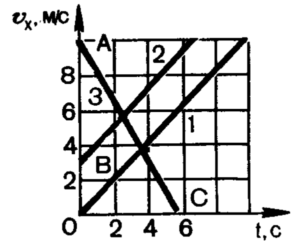


Рис. 46



нат; б) найдите ускорения тел; в) напишите выражения для скорости и перемещения каждого тела.

5. Самолет при взлете проходит взлетную полосу за 15 с и в момент отрыва от земли имеет скорость 100 м/с. С каким ускорением двигался самолет по взлетной полосе и какова ее длина?

6. Снаряд, летящий со скоростью 1000 м/с, пробивает стенку блиндажа за 0,001 с, и после этого его скорость оказывается равной 200 м/с. Считая движение снаряда в толще стенки равноускоренным, найдите ее толщину.

7. Ракета движется с ускорением 45 м/с^2 и к некоторому моменту времени достигает скорости 900 м/с. Какой путь она пройдет в следующие 2,5 с?

8. На каком расстоянии от Земли оказался бы космический корабль через 30 мин после старта, если бы он все время двигался прямолинейно с ускорением 9,8 м/с^2?

9. Наблюдения показали, что скаковая лошадь достигает наибольшей скорости 15 м/с после того, как она, приняв старт, «разгонится» на протяжении 30 м. Считая, что лошадь скачет с постоянным ускорением, найдите это ускорение.

10. Чтобы оторваться от земли, самолет должен набрать скорость 180 м/с. На каком расстоянии от места старта на взлетной полосе самолет достигает этого значения скорости, если его ускорение постоянно и равно 2,5 м/с^2?

11. Пассажирский поезд тормозит и движется с ускорением 0,15 м/с^2. На каком расстоянии от места включения тормоза скорость поезда станет равной 3,87 м/с, если в момент начала торможения скорость была 54 км/ч?

Задания

1. При наблюдении за движением некоторого тела для определенных моментов времени t были получены следующие значения координаты x (см. таблицу).

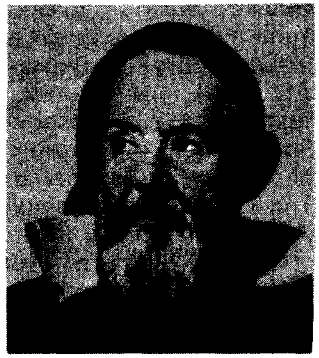
t	0	5	10	15	20	25	30
x м	0	1,2	4,8	10,8	19,2	30,0	43,2

По этим данным постройте на миллиметровой бумаге график зависимости x от t. Сравните его с графиком (см. рис. 27) равномерного движения.

2. По графику проекции скорости (см. рис. 43) постройте график модуля скорости.

3. Сравнив формулы для перемещения на с. 35—36, докажите, что проекция средней скорости на координатную ось при равноускоренном движении равна полусумме начальной и конечной скоростей.

Галилей Галилео (1564—1642) — знаменитый итальянский физик и астроном. Он первым применил опытный метод исследования природы. Открыл законы падения тел, установил закон инерции. Изобрел зрительную трубу и применил ее для астрономических наблюдений, сделав ряд важных открытий. Как сторонник теории Коперника о вращении Земли, Галилей дважды привлекался к суду инквизиции, вынудившей его публично отречься от этой теории. Согласно легенде, Галилей после своего вынужденного «отречения» воскликнул: «А все-таки вертится!»



§ 13. СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ ТЕЛ. УСКОРЕНИЕ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

Замечательный пример прямолинейного равноускоренного движения, наблюдающегося в природе, представляет собой свободное падение тела и движение тела, брошенного вертикально вверх.

Такие движения изучал еще в конце XVI в. Галилео Галилей. Он установил, что эти движения равноускоренные, что ускорение направлено по вертикали вниз. Измерения показали, что по модулю оно равно 9,81 м/с^2.

Особенно удивительно и в течение долгого времени было загадкой то, что это *ускорение одинаково для всех тел.*

Если взять стальной шар, футбольный мяч, развернутую газету, птичье перо, все эти разнородные предметы одновременно бросить с высоты в несколько метров и наблюдать за их движением, то мы увидим, что их ускорения различны. Но это объясняется тем, что на пути к земле телам приходится проходить сквозь воздух, который мешает их движению. И если бы можно было устранить мешающее влияние воздуха, то ускорения всех тел оказались бы одинаковыми. В этом можно убедиться на опыте с толстостенной трубкой длиной около метра, один конец которой запаян, а другой снабжен краном.

Поместим в трубку три разных предмета, например свинцовую дробинку, кусок пробки и птичье перо. Затем быстро перевернем трубку. Все три тела упадут на дно трубки, но в разное время: сначала дробинка, затем пробка и, наконец, перо (рис. 47). Так падают тела, когда в трубке есть воздух. Стоит

Рис.47

Рис.48

Рис.49

только воздух откачать насосом (рис. 48) и, закрыв кран после откачки, снова перевернуть трубку (рис. 49), мы увидим, что все три тела упадут одновременно. Это и показывает, что в вакууме все тела падают с одинаковым ускорением. Такое падение в вакууме и называется *свободным падением*.

Чтобы отличать свободное падение от всех других ускоренных движений, принято ускорение свободного падения обозначать буквой g вместо a. Таким образом, вектор $\vec{g}$ всегда направлен вниз: вниз тело движется с возрастающей скоростью, и скорость каждую секунду увеличивается на 9,8 м/с. Вверх брошенное тело движется с убывающей скоростью. Если, как это обычно делают, направить координатную ось по вертикали (вверх или вниз) и обозначить ее через Y, то модуль проекции g_y будет равен модулю вектора $\vec{g}$, проекция будет положительной, если ось Y направлена вниз, и отрицательной, если она направлена вверх.

САМОЕ ВАЖНОЕ ВО ВТОРОЙ ГЛАВЕ

Основная задача механики — вычисление положения тела в любой момент времени — решается по своеобразной «цепочке»: чтобы найти координату точки, нужно знать ее перемещение, а чтобы найти перемещение, нужно знать скорость. При прямолинейном равномерном движении используется именно эта «цепочка»: скорость — перемещение — координата.

При равноускоренном движении нужно еще знать ускорение, и «цепочка» другая: ускорение — скорость — перемещение — координата. И для равномерного, и для равноускоренного движения должны быть известны начальные условия — начальная координата и начальная скорость.

При равноускоренном движении скорость непрерывно изменяется, и для нахождения скорости в любой момент времени (мгновенной скорости) нужно знать, как быстро она изменяется. Быстрота изменения скорости задается ускорением $\vec{a}$:

$$\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}.$$

Проекцию скорости v_x на координатную ось находят по формуле

$$v_x=v_{0x}+a_xt,$$

где v_{0x} — проекция начальной скорости и a_x — проекция ускорения.

Координату x тела вычисляют по формуле

$$x=x_0+v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2},$$

а проекцию перемещения $s_x=x-x_0$ — по формуле

$$s_x=v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2}.$$

Все эти формулы переходят в формулы для равномерного движения, если положить в них ускорение, равным нулю.

Перемещение (а значит, и координату) можно определить и по формуле

$$s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}.$$

Во всех формулах знаки проекций векторов $\vec{v}_0$, $\vec{v}$ и $\vec{a}$, а также знак начальной координаты определяются условием задачи и направлением координатной оси.

ГЛАВА 3

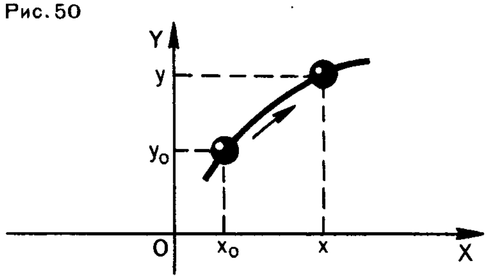
КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

ДВИЖЕНИЕ БОЛЕЕ СЛОЖНОЕ, ЧЕМ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ

И в природе и в технике очень часто встречаются движения, траектории которых представляют собой не прямые, а кривые линии. Это *криволинейные* движения. По криволинейным траекториям движутся в космическом пространстве планеты и искусственные спутники Земли, а на Земле — всевозможные средства транспорта, части машин и механизмов, воды рек, воздух атмосферы и т. д.

Криволинейное движение сложнее прямолинейного. При таком движении уже нельзя сказать, что изменяется только одна координата. Если, например, движение происходит на плоскости, то, как это видно из рисунка 50, изменяются две координаты: x и y. Непрерывно изменяется направление движения, т. е. направление вектора скорости, а значит, и направление вектора ускорения. Могут изменяться и модули скорости и ускорения. Все это и делает криволинейное движение много сложнее прямолинейного.

Рис. 50



§ 14. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ И СКОРОСТЬ ПРИ КРИВОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ

При прямолинейном движении направление вектора скорости всегда совпадает с направлением перемещения. Что можно сказать о направлении перемещения и скорости при криволинейном движении?

Перемещение — по хордам. На рисунке 51 представлена некоторая криволинейная траектория. Допустим, что тело движется по ней из точки A в точку B. Пройденный телом при этом путь — это длина дуги AB, а перемещение — это вектор, направленный по хорде $\overrightarrow{AB}$. Теперь мы не можем сказать, что скорость

Рис. 51

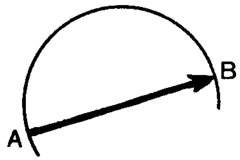


Рис. 52

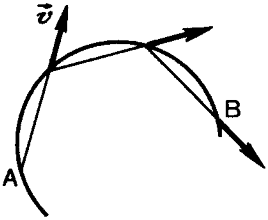


Рис. 53

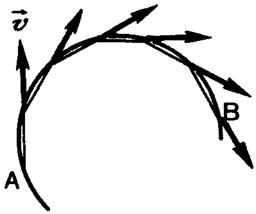


Рис. 54

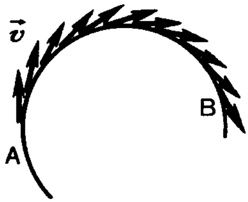


Рис. 55

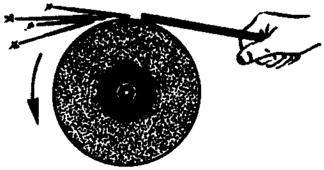


Рис. 56

всегда направлена вдоль вектора перемещения. Но проведем между точками A и B ряд хорд и представим себе, что тело движется именно по этим хордам. На каждой из них тело движется прямолинейно, и вектор скорости направлен вдоль хорды, т. е. вдоль вектора перемещения (рис. 52).

Мгновенная скорость — по касательной. Сделаем наши прямолинейные участки более короткими (рис. 53). По-прежнему на каждом из них вектор скорости направлен вдоль хорды. Но видно, что эта ломаная линия уже больше походит на плавную кривую.

Продолжая уменьшать длину прямолинейных участков (и, конечно, увеличивая их число), мы как бы стягиваем их в точки, и ломаная линия превращается в плавную кривую. Скорость же в каждой точке оказывается направленной по касательной к кривой в этой точке (рис. 54).

Мгновенная скорость тела в любой точке криволинейной траектории направлена по касательной к траектории в этой точке.

В том, что скорость при криволинейном движении действительно направлена по касательной, убеждает нас, например, наблюдение за работой на точиле (рис. 55). Если прижать к вращающемуся точильному камню конец стального прутка, то раскаленные частицы, отрывающиеся от камня, будут видны в виде искр. Эти частицы летят с той скоростью, которой они обладали в момент отрыва от камня. Хорошо видно, что направление движения искр совпадает с касательной к окружности в той точке, где пруток касается камня. По касательной движутся и брызги от колес буксующего автомобиля (рис. 56).

Рис. 57

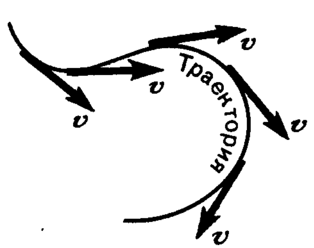


Рис. 58

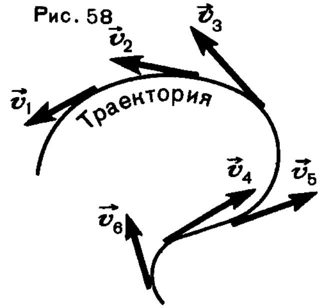
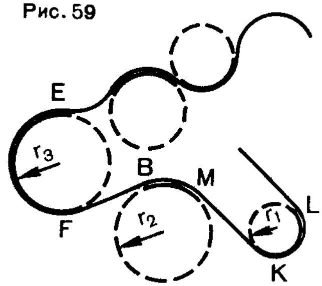


Рис. 59



Таким образом, мгновенная скорость тела в разных точках криволинейной траектории имеет различные направления, как это показано на рисунке 57. По модулю же скорость может быть всюду одинаковой (см. рис. 57) или изменяться от точки к точке (рис. 58).

Но даже если по модулю скорость тела не изменяется, ее все же нельзя считать постоянной. Ведь скорость — величина векторная. А для векторных величин модуль и направление одинаково важны. Поэтому *криволинейное движение — это всегда движение с ускорением*, даже если по модулю скорость постоянна. Мы ограничимся рассмотрением именно такого криволинейного движения — криволинейного движения с постоянной по модулю скоростью. Его называют *равномерным криволинейным движением*. Ускорение при таком движении связано с изменением направления скорости. Как направлено и чему равно это ускорение?

Криволинейное движение — движение по дугам окружностей. Изменение скорости по направлению при криволинейном движении должно, конечно, зависеть от формы траектории. А различных форм кривых линий бесчисленное множество. Но оказывается, ие нужно рассматривать движения по каждой отдельной кривой.

На рисунке 59 показана некоторая сложная криволинейная траектория. Из рисунка видно, что отдельные части криволинейной траектории представляют собой приблизительно дуги окружностей, изображенных штриховой линией. Например, участок KL — это дуга окружности малого радиуса, а участок EF — дуга окружности большего радиуса и т. д.

Выходит, что движение по любой криволинейной траектории можно приближенно представить как движение по дугам некоторых окружностей. Поэтому задача нахождения ускорения при равномерном криволинейном движении сводится к отысканию ускорения при равномерном движении тела по окружности.

Вопросы

1. Как направлена мгновенная скорость при криволинейном движении?

2. Чем различаются изменения скорости при прямолинейном и криволинейном движениях?

3. Могут ли при криволинейном движении совпадать направления векторов скорости и ускорения?

4. Может ли тело двигаться по криволинейной траектории без ускорения?

5. Какая связь между криволинейным движением и движением по окружности?

Равномерное движение по окружности — это движение с ускорением, хотя по модулю скорость не изменяется. Наша задача выяснить, как направлено и чему равно это ускорение.

Вектор ускорения направлен к центру. Ускорение, как известно, определяется равенством

$$\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}. \qquad (1)$$

Обозначим для краткости разность двух значений скорости, т. е. ее изменение $\vec{v}-\vec{v}_0$, через $\Delta\vec{v}$. Тогда

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{t}. \qquad (2)$$

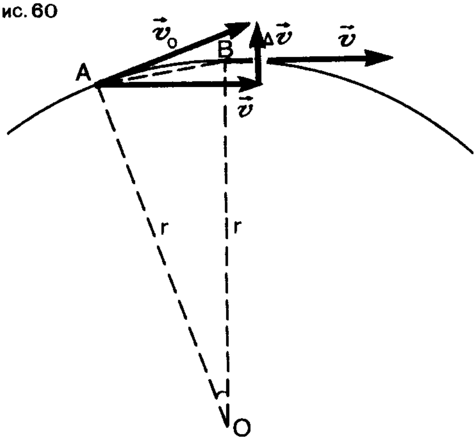
Ясно, что вектор $\vec{a}$ направлен так же, как вектор $\Delta\vec{v}$, потому что t — величина скалярная.

Допустим, что тело движется по окружности радиусом r и в некоторый момент времени, который мы примем за начальный ($t=0$), оно находится в точке A (рис. 60). Скорость $\vec{v}_0$ в этой точке направлена по касательной. Рассмотрим еще одну точку, очень близкую к точке A,— точку B, в которой тело, двигаясь по окружности, окажется через очень малый промежуток времени t. Будем считать, что точки A и B настолько близки друг к другу, что дуга $\overset{\frown}{AB}$ неотличима от хорды AB, хотя на рисунке это и нельзя изобразить. Но как бы точка B ни была близка к точке A, скорость $\vec{v}$ в точке B все же отличается от скорости $\vec{v}_0$ направлением, хотя и не отличается от нее по модулю ($v=v_0$). Теперь мы можем найти вектор $\Delta\vec{v}$ (см. § 4): перенесем вектор $\vec{v}$ параллельно самому себе так, чтобы он и вектор $\vec{v}_0$ исходили из точки A, и соединим концы обоих векторов отрезком прямой, направив его от $\vec{v}_0$ к $\vec{v}$. Получившийся направленный отрезок и есть вектор $\Delta\vec{v}$. Из рисунка видно, что вектор $\Delta\vec{v}$ направлен внутрь окружности. И если точки A и B будут предельно близки друг к другу, то вектор $\Delta\vec{v}$, перенесенный в точку A, будет направлен к центру окружности. Туда же будет направлен и вектор ускорения $\vec{a}$. Таким образом, при равномерном движении тела по окружности его ускорение во всех точках окружности «устремлено» к ее центру. Его так и называют *центростремительным ускорением*. Обозначим его $\vec{a}$.

Ускорение тела, равномерно движущегося по окружности в любой ее точке, центростремительное, т. е. направлено по радиусу окружности к ее центру. В любой точке вектор ускорения перпендикулярен вектору скорости. Эта особенность ускорения при равномерном движении по окружности показана на рисунке 61.

Чему равен модуль центростремительного ускорения? Числовое значение (модуль) ускорения мы легко найдем из рисунка 60.

Рис. 60



Треугольник, составленный из векторов $\vec{v}_0$, $\vec{v}$ и $\Delta\vec{v}$, равнобедренный, так как $v = v_0$. Треугольник OAB на том же рисунке тоже равнобедренный, потому что стороны OA и OB — радиусы окружности. Углы при вершинах обоих треугольников равны, так как они образованы взаимно перпендикулярными сторонами: $\vec{v}_0 \perp OA$ и $\vec{v} \perp OB$. Поэтому треугольники подобны, как равнобедренные с равными углами при вершинах. Из подобия треугольников следует пропорциональность сходственных сторон:

$$\frac{\Delta v}{AB} = \frac{v}{r}.$$

Здесь v и Δv — модули скорости и изменения скорости при переходе из точки A в B, r — радиус окружности. Но, как указывалось раньше, если точки A и B очень близки друг к другу, то хорда AB неотличима от дуги $\overset{\frown}{AB}$. Длина же дуги $\overset{\frown}{AB}$ — это путь, пройденный телом с постоянной по модулю скоростью v. Он равен vt. Поэтому можно написать:

$$\frac{\Delta v}{vt} = \frac{v}{r}, \text{ или } \frac{\Delta v}{t} = \frac{v^2}{r}.$$

Так как рассматриваемый нами промежуток времени очень мал, то $\frac{\Delta v}{t}$ есть модуль ускорения. Следовательно,

[redacted] (3)

Таким образом, при равномерном движении по окружности во всех ее точках ускорение по модулю одно и то же — a. Но направлено оно всегда по радиусу к центру (см.

Рис. 61

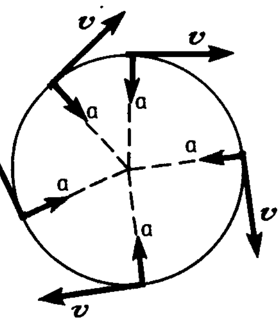


Рис. 62

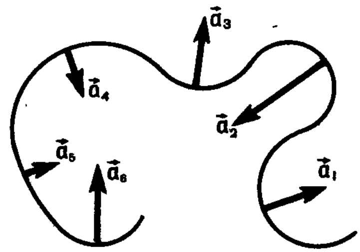


рис. 61), так что направление ускорения от точки к точке изменяется. Равномерное движение по окружности нельзя назвать равноускоренным.

Напомним, что равномерное движение по окружности нас интересовало потому, что всякое движение по криволинейной траектории можно представить как движение по дугам окружностей различных радиусов.

Теперь мы можем сказать, что в любой точке криволинейной траектории тело движется с ускорением, направленным к центру той окружности, частью которой является участок траектории, содержащий эту точку. Модуль же ускорения зависит от скорости тела и от радиуса соответствующей окружности. На рисунке 62 показана некоторая сложная траектория, по которой движется тело, и центростремительные ускорения тела в различных ее точках.

Вопросы

1. Как направлено ускорение тела, движущегося по окружности с постоянной по модулю скоростью?

2. Можно ли считать центростремительное ускорение постоянным, а равномерное движение по окружности равноускоренным?

3. Если при движении тела по окружности модуль скорости изменяется, будет ли ускорение тела направлено к центру окружности?

4. Катер со спортсменом на водных лыжах движется по окружности. Спортсмен может следовать за катером по той же окружности, но может двигаться и вне и внутри окружности. Каково соотношение скоростей спортсмена и катера в этих трех случаях?

§ 16. ПЕРИОД И ЧАСТОТА ОБРАЩЕНИЯ

Период обращения. Движение тела по окружности часто характеризуют не скоростью $\vec{v}$ движения тела, а промежутком времени, за который тело совершает один полный оборот. Называется эта величина *периодом обращения*; обозначают ее буквой T. Так, например, в сообщениях о запуске очередного искусственного спутника Земли указывается именно период его обращения, а не скорость его движения по орбите. Но если известен период обращения T, то легко найти и скорость v. Действительно, за время, равное периоду T, тело проходит путь, равный длине окружности $2\pi r$. Отсюда

[redacted]

где r — радиус окружности, по которой движется тело.

Подставив это выражение для v в формулу (3) предыдущего параграфа, получаем другое выражение для центростремительного ускорения

$$\boxed{a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.} \quad (1)$$

Частота обращения. Движение тела (точки) по окружности можно характеризовать еще одной величиной — числом оборотов по окружности в единицу времени. Ее называют *частотой обращения* и обозначают буквой n. Она очень просто связана с периодом обращения T. Если, например, период обращения равен 0,1 с, то за 1 с тело совершает 10 оборотов. Так что частота — это величина, обратная периоду:

$$n = \frac{1}{T}.$$

Единица частоты — это $\frac{1}{\text{с}}$, или с^{-1}.

Скорость v движения тела по окружности можно выразить и через частоту n. В самом деле, при одном обороте тело проходит путь, равный $2\pi r$, где r — радиус окружности. Значит, при n оборотах тело пройдет за 1 с путь, равный $2\pi rn$. Следовательно, $v = 2\pi nr$. Подставив это выражение в формулу (3) предыдущего параграфа, мы получим для центростремительного ускорения еще одну формулу:

$$\boxed{a = 4\pi^2 n^2 r.} \quad (2)$$

О зависимости центростремительного ускорения от радиуса окружности. Согласно формуле (3) § 15 центростремительное ускорение *обратно* пропорционально радиусу окружности r. По формулам же (1) и (2) этого параграфа оно *прямо* пропорционально радиусу. Это может показаться странным. Но никакого противоречия здесь нет. Мы знаем, что центростремительное ускорение пропорционально квадрату скорости $\left(a=\frac{v^2}{r}\right)$. Но если скорость выразить через частоту n или период T $\left(v=2\pi nr;\ v=\frac{2\pi}{T}r\right)$ и подставить в формулу $a=\frac{v^2}{r}$, то это и приводит к формулам (1) и (2), по которым центростремительное ускорение пропорционально радиусу.

При решении задач можно пользоваться любой из трех формул для центростремительного ускорения — формулой (3) § 15 и формулами (1) и (2) этого параграфа.

Вопросы

1. Что такое период обращения?
2. Что такое частота обращения?
3. Как связаны между собой период и частота обращения?
4. Как выражается центростремительное ускорение через период обращения?
5. Как выражается центростремительное ускорение через частоту обращения?

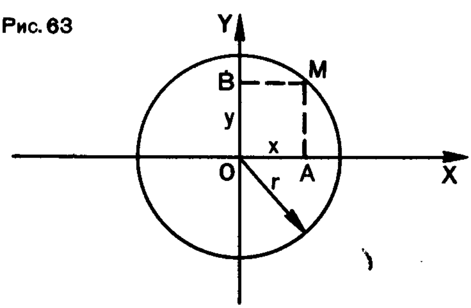
Упражнение 8

1. Точильный круг радиусом 10 см делает один оборот за 0,2 с. Найдите скорость точек, наиболее удаленных от оси вращения.
2. Автомобиль движется по закруглению дороги радиусом 100 м. Чему равно центростремительное ускорение автомобиля, если он движется со скоростью 54 км/ч?
3. Период обращения первого космического корабля — спутника Земли «Восток» равнялся 90 мин. Средняя высота спутника над Землей была равна 320 км. Радиус Земли 6400 км. Вычислите скорость корабля.
4. Какова скорость движения автомобиля, если его колеса радиусом 30 см делают 600 оборотов в минуту?
5. Луна движется вокруг Земли на расстоянии 380 000 км от нее, совершая один оборот за 27,3 сут. Вычислите центростремительное ускорение Луны.

§ 17. КАК ИЗМЕНЯЮТСЯ КООРДИНАТЫ ТЕЛА СО ВРЕМЕНЕМ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ДВИЖЕНИИ ПО ОКРУЖНОСТИ?

Допустим, что некоторое тело равномерно движется по окружности радиусом r. Систему координат удобно (хотя и необязательно) выбрать так, чтобы начало координат совпадало с центром окружности, а оси X и Y были направлены вдоль двух взаимно перпендикулярных диаметров (рис. 63).

Рис. 63



Пусть при своем движении тело в какой-то момент времени находится в точке M на окружности. Координата x в этот момент равна отрезку OA на горизонтальном диаметре, а координата y — отрезку OB на вертикальном.

Координаты повторяются. Через промежуток времени, равный периоду обращения T, тело снова окажется в точке M и его координаты x и y будут снова равны OA и OB соответственно. Такими же они будут и через два периода, и через три периода и т. д. Это и есть главная особенность движения по окружности — *координаты тела через каждый период обращения повторяются.*

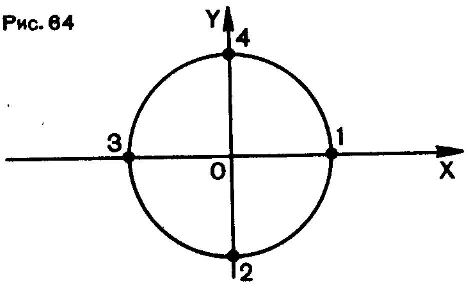
Равномерное движение по окружности — это *периодическое* движение. Из того, что мы уже знаем о скорости и ускорении тела, равномерно движущегося по окружности, ясно, что и эти величины тоже изменяются периодически: через каждый период повторяются и численные значения, и направления скорости и ускорения.

Такого рода периодические изменения величин называют *колебаниями*[1].

Вопросы

1. На рисунке 64 показаны четыре положения, которые последовательно занимает точка при ее движении по окружности. Какие координаты x и y имеет точка в этих положениях?

Рис. 64



2. В какой-то момент времени координата x тела, движущегося равномерно по окружности, равна максимальному ее значению. Через какой промежуток времени таким же будет значение координаты y?

3. Как изменяется координата x или y в течение промежутка времени, равного половине периода обращения?

§ 18. ДВИЖЕНИЕ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ТЕЛЕ

Все мы живем на поверхности земного шара, который вращается (вместе с нами!) вокруг своей оси. Мы, однако, этого вращения не замечаем, если не считать смены дня и ночи, вызванной этим вращением. Но не замечаем мы этого вращения потому, что вращается Земля очень медленно. Один оборот Земля делает за сутки. Это значит, что частота обращения Земли равна примерно $1 \cdot 10^{-5}$ $с^{-1}$.

Но если какое-нибудь тело вращается с достаточно большой частотой, то всякое тело, на нем находящееся, совершает очень любопытное движение. Его легко наблюдать, если проделать простой опыт: небольшое проволочное кольцо надеть на стержень (спицу, карандаш и т. д.) и быстро повернуть стержень. Кольцо со стержня соскользнет. Почему оно соскальзывает?

Рассмотрим этот опыт более подробно.

Представим себе стержень, на который надет просверленный шарик.

[1] Подробнее о колебаниях вы прочитаете в последних главах книги.

Пусть стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину (рис. 65). Чтобы выяснить, как должен себя вести шарик, будем вращение рассматривать как множество последовательных малых поворотов вокруг оси.

Как ведет себя шарик при таких поворотах? Пусть в некоторый момент времени шарик находится в точке A на расстоянии OA от оси вращения. Если бы шарик был в этом положении закреплен на стержне, то при вращении он двигался бы по окружности радиусом OA, показанной штриховой линией на рисунке. Но шарик не закреплен. Поэтому он станет двигаться вдоль вектора скорости, который, как мы знаем, направлен по касательной к окружности, т. е. перпендикулярно OA. Когда стержень совершит малый поворот, шарик окажется в точке B. Ясно, что OB больше, чем OA, потому что треугольник OAB прямоугольный и в нем сторона OB — гипотенуза, а OA — катет.

При следующем малом повороте шарик опять продвинется перпендикулярно новому положению стержня, т. е. OB, и попадет в точку C. В прямоугольном треугольнике OBC сторона OC (гипотенуза) больше стороны OB (катет). То же относится к треугольнику OCD и т. д. Мы видим, что при вращении стержня шарик все время удаляется от оси, скользя вдоль стержня.

Рис. 65

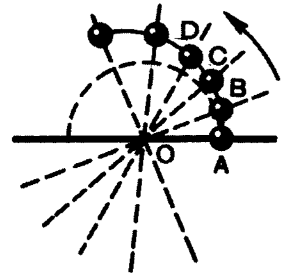
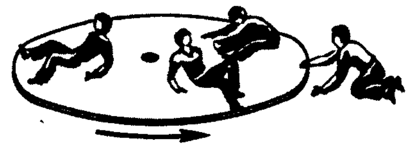


Рис. 66



Если мысленно связать со стержнем систему координат и направить одну из осей, например ось X, вдоль стержня, то относительно этой системы отсчета шарик движется по *прямой* вдоль стержня (оси X). Относительно неподвижной системы отсчета (Земли) траектория будет совсем другой (раскручивающаяся спираль). Это еще одно проявление относительности движения.

Примерно то же, что с шариком на вращающемся стержне, происходит с ребятами в аттракционе «вращающийся пол». При вращении пола они соскальзывают к его краям (рис. 66). Описанное явление широко используют в технике, например в стиральных машинах и во многих других устройствах.

САМОЕ ВАЖНОЕ В ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ

При криволинейном движении тела (материальной точки) непрерывно изменяется направление вектора скорости. В каждой точке траектории вектор скорости направлен по касательной к траектории в данной точке. Поэтому даже равномерное движение (с постоянной по модулю скоростью) по криволинейной траектории есть движение ускоренное.

Движение тела по окружности характеризуется не только скоростью v, но и периодом обращения T и частотой обращения n. Модуль скорости связан с этими величинами соотношениями:

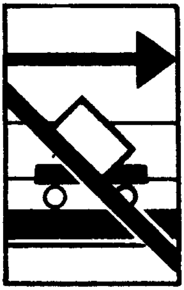
$$v=\frac{2\pi r}{T};\ v=2\pi n r,$$

где r — радиус окружности.

При равномерном движении тела по окружности вектор ускорения в любой ее точке направлен перпендикулярно вектору скорости к центру окружности. Поэтому его называют центростремительным ускорением. Модуль центростремительного ускорения a связан с величинами v, T и n соотношениями:

$$a=\frac{v^2}{r};\ a=\frac{4\pi^2}{T^2}r;\ a=4\pi^2 n^2 r.$$

Координаты тела, движущегося равномерно по окружности, зависят от времени так, что они через промежуток времени, равный периоду обращения, повторяют свои значения. То же относится к модулям и направлениям векторов скорости и ускорения.



ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

4. Законы движеиия
5. Силы в природе и движення тел

ГЛАВА 4

ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ

САМЫЙ ВАЖНЫЙ ВОПРОС — ПОЧЕМУ?

В разделе «Основы кинематики» мы ознакомились с различными видами движения тел. Они различаются не только формой траектории (прямолинейные, криволинейные). Главное, что отличает одно движение от другого,— это ускорение. Так, при прямолинейном равномерном движении ускорение равно нулю; при прямолинейном равноускоренном движении ускорение постоянно по модулю и по направлению; при равномерном движении по окружности ускорение постоянно по модулю и всегда направлено к центру окружности.

В окружающем нас мире мы наблюдаем, что движения тел начинаются и прекращаются, становятся более быстрыми или, наоборот, менее быстрыми, что изменяется направление движения. Во всех этих случаях происходит изменение движения, т. е. изменение его скорости (по модулю или по направлению). Это означает, что появляются ускорения. Понятно поэтому, насколько важно уметь находить (вычислять) ускорения. Без этого нельзя решать задачи механики, нельзя управлять движением. Но чтобы находить ускорения, нужно знать, *почему* и как они возникают. Физика вообще всегда стремится выяснить не только, *как* происходит то или иное явление, но и *почему* оно происходит и *почему* оно происходит так, а не иначе. В кинематике мы выяснили, как происходит движение (например, с ускорением или без ускорения). А на вопрос о том, почему, по какой причине тела движутся так или иначе, отвечает главная часть механики — *динамика*.

§ 19. ТЕЛА И ИХ ОКРУЖЕНИЕ. ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Чтобы выяснить причину возникновения ускорения, нужно обратиться к опыту, к наблюдениям. Но сначала мы выясним, при каких условиях у тела нет ускорения.

Всякое тело, движется оно или покоится, не одиноко в мире. Вокруг него много других тел — близких и далеких, больших и малых, покоящихся и движущихся. Естественно предположить, что некоторые из них, а может быть и все, как-то действуют на то тело, которое мы рассматриваем, как-то влияют на его движение. Наблюдение, опыт позволяют выяснить, каково это влияние.

Рассмотрим такой пример. На рисунке 67 показан шарик, подвешенный на шнуре. Относительно системы отсчета, связанной с Землей, он покоится. Около шарика есть множество тел: шнур, на котором он висит, стены помещения, различные предметы в нем и в соседних помещениях и, конечно, Земля. Понятно, что все эти тела неодинаково влияют на шарик. Если, например, убрать или переставить мебель в помещении, то это не окажет какого-либо влияния на шарик. Он по-прежнему останется в покое. Но если перерезать шнур (рис. 68), шарик сразу начнет падать вниз — он станет двигаться с ускорением.

Хорошо известно, что именно под действием Земли все тела падают вниз. Но пока шнур не перерезан, шарик все же находится в покое. Этот простой опыт показывает, что из тел, окружающих шарик, только два заметно влияют на него: шнур и Земля. Но их совместное влияние обеспечивает состояние покоя шарика. Стоило устранить одно из этих тел — шнур, и состояние покоя нарушилось, у шарика появилось ускорение. Если бы можно было, сохранив действие натянутого шнура, убрать... Землю, то это тоже нарушило бы покой шарика: он стал бы двигаться с ускорением, но в противоположную сторону.

Это приводит к выводу, что действия на шарик двух тел — шнура и Земли — *компенсируют* (иногда говорят, уравновешивают) друг друга. Когда говорят, что действия двух

Рис.67

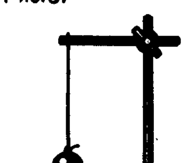
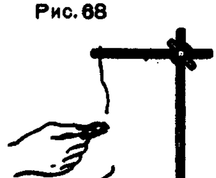


Рис.68



или многих тел компенсируются, то это значит, что результат их совместного действия такой же, как если бы этих действий вовсе не было.

Рассмотренный нами пример и много других подобных примеров позволяют сделать такой вывод: *тело находится в состоянии покоя (относительно Земли), если действия на него других тел скомпенсированы.*

Заметим, что если тело покоится, то это значит, что оно не обладает ускорением, что его скорость остается постоянной или равной нулю.

Выберем другую систему отсчета. Мы знаем, что и движение и покой относительны. Если по отношению к одной системе отсчета тело покоится, то относительно других систем отсчета тело может двигаться. Относительно системы отсчета, связанной с Землей, наш шарик покоится. Но представим себе, что мимо него движется, например, велосипедист с постоянной по модулю и по направлению скоростью. Относительно системы отсчета, связанной с велосипедистом, шарик не покоится, а движется прямолинейно и равномерно. Выходит, что при компенсации действий на тело других тел оно может не только покоиться, но и двигаться прямолинейно и равномерно, т. е. двигаться без ускорения.

Точно так же шайба, лежащая на льду хоккейного поля, покоится относительно системы отсчета, связанной с Землей: влияние на нее Земли компенсируется действием льда. Но по отношению к системе отсчета, связанной с хоккеистом, мчащимся прямолинейно и равномерно мимо этой шайбы, она движется прямолинейно и равномерно (рис. 69).

Первый закон Ньютона. Эти примеры и другие, им подобные, приводят нас к одному из основных законов механики, который называется первым законом движения или *первым законом Ньютона:*

Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела (или действия других тел компенсируются).

В наших примерах такими системами отсчета были система отсчета, связанная с Землей, и системы отсчета, которые движутся относительно Земли прямолинейно и равномерно.

Само явление сохранения скорости тела постоянной (в частности, скорости, равной нулю) называют *инерцией.* Поэтому и системы отсчета, относительно которых тела движутся с постоянной скоростью при компенсации внешних воздействий на них, называются *инерциальными,* а первый закон Ньютона называют *законом инерции*[1]. Ясно, что инерциальных систем отсчета неисчислимо много.

Первый закон Ньютона дает нам ответ на вопрос, поставленный в начале параграфа: почему, при каких условиях тело движется с постоянной скоростью? Ответ на него такой. Тело движется прямолинейно и равномерно потому, что действия на него других тел скомпенсированы. И пока такая компенсация есть, скорость тела остается неизменной, тело движется без ускорения (в состоянии покоя тело тоже не имеет ускорения!).

Существуют и другие системы отсчета. Надо, однако, иметь в виду, что есть и такие системы отсчета,

Рис. 69

которые инерциальными считать нельзя. Это системы отсчета, которые движутся относительно инерциальной системы с *ускорением.* Например, система отсчета, связанная с хоккеистом, который скользит по льду с ускорением относительно Земли, не может считаться инерциальной. Ведь относительно такого хоккеиста шайба, спокойно лежащая на льду, движется с ускорением, и первый закон Ньютона не выполняется. Такие системы отсчета, движущиеся относительно инерциальной системы с ускорением, так и называются: *неинерциальные* системы отсчета.

В дальнейшем мы будем пользоваться только инерциальными системами отсчета.

С открытием закона инерции было покончено с одним давним заблуждением. До этого на протяжении веков считалось, что при отсутствии внешнего воздействия на тело оно может находиться только в состоянии покоя. Для движения же с постоянной скоростью необходимо, чтобы на него постоянно действовало другое тело. Казалось, что это подтверждает и повседневный опыт: чтобы повозка двигалась с постоянной скоростью, ее должна все время тянуть лошадь; чтобы стол двигался по полу, его нужно непрерывно тянуть или толкать и т. д.

Итальянский ученый Галилео Галилей первый показал, что это неверно и что в отсутствии внешних воздействий тело может не только покоиться, но и двигаться прямолинейно и равномерно. И если тележку, для того чтобы она дви-

---

[1] Формулировка первого закона движения, данная самим Ньютоном, отличается от приведенной здесь.

галась, нужно тянуть или толкать, то это объясняется тем, что при движении тележки пол не только компенсирует действие Земли, но и создает дополнительное действие на тележку, называемое трением. Действие того, кто толкает тележку, и нужно для того, чтобы скомпенсировать трение. Галилей сделал отсюда вывод, что, не будь трения, тело (тележка), приведенное в движение, продолжало бы двигаться с постоянной скоростью и без того, чтобы его тянуть или толкать. Системой отсчета для Галилея служила Земля, т. е. инерциальная система отсчета.

Английский физик и математик Исаак Ньютон обобщил вывод Галилея на все случаи и включил закон инерции в число основных законов движения.

Вопросы

1. Гребцы, пытающиеся заставить лодку двигаться против течения, не могут с этим справиться, и лодка остается в покое относительно берега. Действия каких тел при этом компенсируются?

2. В чем состоит явление инерции?

3. В чем состоит первый закон Ньютона (закон инерции)?

4. При каких условиях тело может двигаться прямолинейно и равномерно?

5. Какие системы отсчета используются в механике?

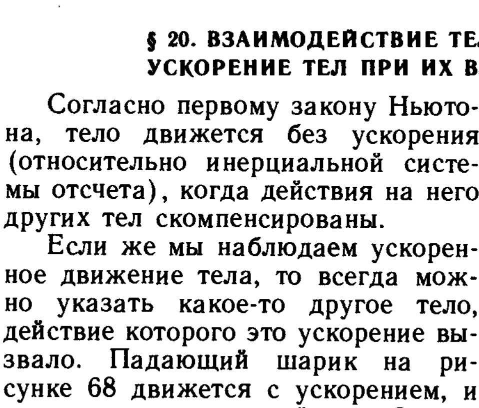
6. На рисунке 1 показан пример поступательного движения тела (чемодана). Можно ли сказать, что все воздействия других тел на чемодан скомпенсированы?

§ 20. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ. УСКОРЕНИЕ ТЕЛ ПРИ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Согласно первому закону Ньютона, тело движется без ускорения (относительно инерциальной системы отсчета), когда действия на него других тел скомпенсированы.

Если же мы наблюдаем ускоренное движение тела, то всегда можно указать какое-то другое тело, действие которого это ускорение вызвало. Падающий шарик на рисунке 68 движется с ускорением, и «виновато» в этом действие Земли. Шайба, спокойно лежавшая на льду, после удара клюшки получает ускорение. Тело, сообщившее ускорение шайбе,— клюшка. Стальной шарик (рис. 70) движется с ускорением, если вблизи находится магнит. Причина ускорения шарика — действие магнита и т. д.

Рис. 70



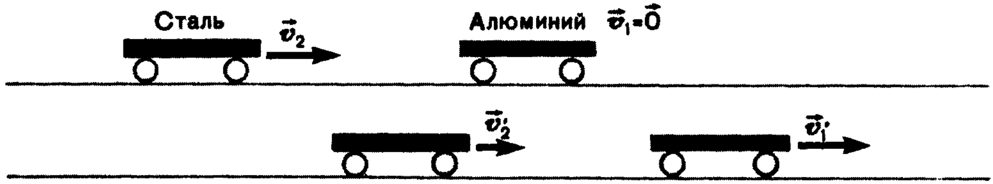
Можно, значит, сказать, что *причина ускорения движения тел — действия на них других тел.*

Не просто действие, а взаимное действие. От чего зависят модуль и направление ускорения, которое сообщается телу действием другого тела?

Чтобы ответить на этот вопрос, надо, как всегда, обратиться к опыту. В таком опыте должны участвовать, по крайней мере, два тела: то, которое действует, и то, которое подвергается его действию.

Но в действительности оба тела,

Рис. 71



так сказать, равноправны. Каждое из них и влияет и подвергается влиянию. Происходит, как говорят, взаимное действие тел друг на друга — *взаимодействие.* Когда, например, футболист в стремительном беге сталкивается с другим футболистом, то при этом они взаимодействуют и оба изменяют свою скорость.

Самое важное понятие в науке. Понятие взаимодействия — одно из самых важных не только в физике, но и во всей науке. Именно взаимодействия различного рода — причина всех изменений в материальном мире. В механике нас, однако, интересуют лишь те взаимодействия между телами, которые приводят к изменению движения тел, т. е. к появлению ускорения. Каковы эти ускорения?

Ускорения при взаимодействии тел. Опыты, которые можно провести с различными телами, показывают, что при взаимодействии двух тел оба тела получают ускорения, направленные в противоположные стороны. Кроме того, *для двух данных взаимодействующих тел отношение модулей их ускорений всегда одно и то же.* Отношение это не зависит от того, как происходит взаимодействие. Это может быть столкновение двух тел. Тела могут взаимодействовать посредством пружины, нити и т. д. Наконец, тела могут взаимодействовать, не соприкасаясь друг с другом, как взаимодействуют планеты с Солнцем, магнит с куском железа.

Модули ускорений каждого из тел могут быть различными при различных взаимодействиях. Но остается одинаковым их отношение.

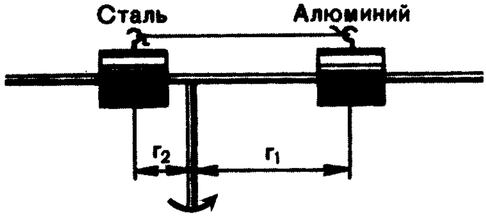
Если, например, взять две одинаковые по размеру тележки — одну алюминиевую, другую стальную (рис. 71), и заставить их столкнуться, то во время столкновения обе они изменят свою скорость — получат ускорения. Измерения показали бы, что модуль a_1 ускорения алюминиевой тележки в три раза больше модуля a_2 ускорения стальной тележки, независимо от того, какие скорости были у тележек до столкновения.

Измерять ускорения тел при столкновении трудно, потому что столкновение длится очень короткое время. Проще провести опыт, в котором взаимодействующие тела движутся по окружности, и измерять центростремительные ускорения.

Схема такого опыта показана на рисунке 72. Два одинаковых по размеру цилиндра — алюминиевый и стальной — с просверленными по осям отверстиями надеты на стержень, вдоль которого они могут скользить с малым трением.

Установим стержень с цилиндрами на центробежную машину и приведем ее во вращение. Цилиндры тотчас же соскользнут к концам стержня. В этом опыте цилиндры не взаимодействуют друг с другом.

Рис.72



Свяжем теперь цилиндры нитью (см. рис. 72) и снова приведем стержень во вращение. Теперь цилиндры взаимодействуют посредством нити. Скользя вдоль стержней, цилиндры остановятся каждый на определенном расстоянии от оси вращения. При этом они будут вращаться по окружностям радиусами r_1 и r_2. Но по окружностям тела движутся с центростремительным ускорением, равным $4\pi^2 n^2 r$, где n — частота обращения и r — радиус окружности. Отношение модулей ускорений алюминиевого и стального цилиндров поэтому равно

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Измерив радиусы r_1 и r_2, мы увидим, что их отношение равно 3. Это значит, что и отношение ускорений равно 3.

Можно изменить длину нити, связывающей цилиндры, можно изменить частоту обращения. И то и другое изменит ускорения a_1 и a_2, но не изменит их отношения.

Вопросы

1. Что является причиной ускорения тела?
2. Что можно сказать об ускорениях двух взаимодействующих тел?
3. В результате взаимодействия двух тел скорость одного из них увеличилась. Как изменилась скорость второго тела?
4. Можно ли сказать, что действия одних тел на другие являются причиной их движений?

Упражнение 9

1. Найдите скорость алюминиевой тележки после ее столкновения со стальной тележкой, если начальная скорость стальной тележки 4 м/с, а ее скорость после столкновения 2 м/с. До столкновения алюминиевая тележка покоилась.
2. Алюминиевый и стальной цилиндры, опыт с которыми описан в этом параграфе, связаны нитью длиной 8 см. На каком расстоянии от оси вращения расположится каждый из цилиндров?
3. В том же опыте цилиндры связаны нитью другой длины. При этом оказалось, что алюминиевый цилиндр при вращении стержня расположился на расстоянии 9 см от оси вращения. Какова длина нити?

§ 21. ИНЕРТНОСТЬ И МАССА ТЕЛ

Из описанных в предыдущем параграфе опытов видно, что отношение модулей ускорений взаимодействующих тел зависит только от того, какие тела взаимодействуют. Следовательно, каждое тело обладает некоторым присущим ему свойством, которое и определяет отношение его ускорения к ускорению его «партнера» по взаимодействию. Что это за свойство?

Инертность. Мы видели, что сами модули ускорений обоих взаимодействующих тел различны: одно больше, другое меньше. Но ускорение — это величина, равная отношению изменения скорости $\vec{v} - \vec{v}_0$ к промежутку времени t, за которое это изменение произошло: $\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$.

Время t, в течение которого тела взаимодействуют, у обоих тел одинаковое. Значит, скорость изменилась на большее значение у того тела, у которого ускорение больше.

Когда тело движется без ускорения, говорят, что оно движется «по инерции». Поэтому о теле, которое при взаимодействии изменило свою скорость на меньшее значение, говорят, что оно *более инертно*, чем другое тело, скорость которого изменилась на большее значение. Его движение как бы ближе к движению «по инерции». Из двух взаимодействующих тел то из них менее инертно, которое за время взаимодействия «успело» больше изменить свою скорость, чем другое. Но любому телу для изменения скорости требуется какое-то время. Ни у какого тела, ни при каком взаимодействии скорость не может измениться мгновенно. В этом и состоит то свойство тел, о котором мы упоминали и которое называется инертностью.

Свойство инертности, присущее всем телам, состоит в том, что для изменения скорости тела требуется некоторое время.

Из двух взаимодействующих тел то тело более инертно, которое медленнее изменяет свою скорость.

Следующий опыт показывает, как проявляется инертность и какую роль играет время взаимодействия.

На тонкой нити подвешен груз (рис. 73, *а*). Снизу к нему прикреплена другая такая же нить. Если резко дернуть за нижнюю нить, то она обрывается, а груз остается висеть на верхней нити (рис. 73, *б*). Но если нижнюю нить не дергать, а медленно тянуть, то оборвется верхняя нить и груз упадет (рис. 73, *в*). Это объясняется тем, что когда нижнюю нить резко дергают, то время взаимодействия руки и нити настолько мало, что груз не успевает изменить свою скорость и верхняя нить не обрывается: у груза велика инертность. В то же время у нижней нити, много менее инертной, скорость изменяется на большее значение, и она обрывается.

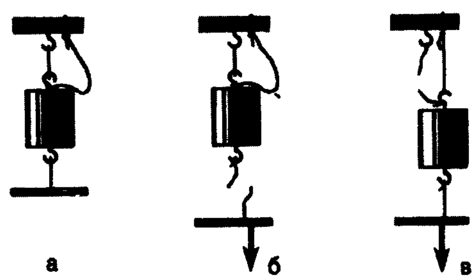
Когда же нижнюю нить тянут медленно, взаимодействие тянущей руки с грузом длится большее время и груз успевает приобрести такую скорость, что его перемещение оказывается достаточным для разрыва и без того растянутой верхней нити.

Свойство инертности — одно из важнейших свойств тел. Ведь от него зависит ускорение тела при его взаимодействии с другим телом или телами.

Масса тел. В физике свойства изучаемых объектов обычно характеризуются определенными величинами, которые можно измерять и выражать числами. Например, свойство тела занимать какую-то часть пространства характеризуется величиной, называемой объемом тела. Свойство, которое мы назвали инертностью, тоже характеризуется особой величиной — *массой.*

То из двух взаимодействующих тел, которое получает меньшее по модулю ускорение, т. е. более инерт-

Рис.73



ное, имеет и большую массу. Второе тело, менее инертное, имеет меньшую массу. Поэтому говорят, что масса тела — это мера его инертности.

Если обозначить массы взаимодействующих тел через m_1 и m_2, то можно написать

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1}.} \qquad (1)$$

Отношение модулей ускорений двух взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс.

Мы, например, видели, что отношение ускорения алюминиевого цилиндра к ускорению стального равно 3. Это значит, что масса алюминиевого цилиндра в три раза меньше массы стального.

Как измерить массу тела? Измерив ускорения двух тел, взаимодействующих каким-то образом между собой, мы можем найти *отношение* их масс согласно формуле (1). А как найти массу отдельного тела? Ее можно *измерить*. Для этого нужно выбрать тело, масса которого условно принимается за единицу — эталон массы.

Затем нужно провести опыт, в котором тело, масса которого измеряется, должно как-то взаимодействовать с эталоном массы. Тогда оба они, и тело и эталон, получат ускорения, которые можно измерить (например, так, как это показано на рисунке 72), и мы сможем написать равенство

$$\frac{a_{эт}}{a_т}=\frac{m_т}{m_{эт}},$$

или

$$m_т=\frac{a_{эт}}{a_т}\,m_{эт}, \qquad (2)$$

где $m_т$ и $a_т$ — масса и модуль ускорения тела, а $m_{эт}$ и $a_{эт}$ — масса и модуль ускорения эталона. Но масса эталона равна единице, поэтому

$$m_т=\frac{a_{эт}}{a_т}\ \text{единиц массы.} \qquad (3)$$

Масса тела — это величина, характеризующая его инертность. Она определяет отношение модуля ускорения эталона массы к модулю ускорения тела при их взаимодействии.

За единицу массы международным соглашением принята масса эталона — специально изготовленного цилиндра из сплава платины и иридия. Называется единица массы к и л о г р а м м (сокращенно: кг). С достаточной точностью можно считать, что массой 1 кг обладает 1 л чистой воды при 15 °С. Наряду с длиной и временем масса входит в число основных *величин* СИ, а килограмм — в число основных *единиц* СИ.

Не следует думать, что каждый раз, когда нужно измерить массу какого-нибудь тела, его заставляют как-то взаимодействовать с эталоном массы и измеряют ускорения тела и эталона. Такой способ практически, конечно, неудобен. Существует другой способ измерения массы — *взвешивание*, которым обычно и пользуются. Но есть случаи, когда массу определяют именно по ускорениям при взаимодействии. Нельзя, например, взвешиванием определять массы планет, Земли, Солнца и других небесных тел. Взвешиванием нельзя определять и очень малые массы, например массы атомов и молекул и тех частиц, из которых они состоят.

Масса тела, как уже говорилось, выражает его собственное свойство (инертность). Поэтому она не зависит ни от того, в каких взаимодействиях тело участвует, ни от того, как оно движется. Где бы тело ни находилось, как бы оно ни двигалось, масса его остается одной и той же.

Вопросы

1. Можно ли мгновенно изменить скорость тела?

2. В чем состоит свойство инертности?

3. Какой величиной характеризуется инертность тела?

4. Как связаны между собой массы взаимодействующих тел и ускорения, возникающие при их взаимодействии?

5. Каким образом может быть измерена масса отдельного тела?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Сравните массы Луны и Земли, если известны радиусы орбит Луны и Земли.

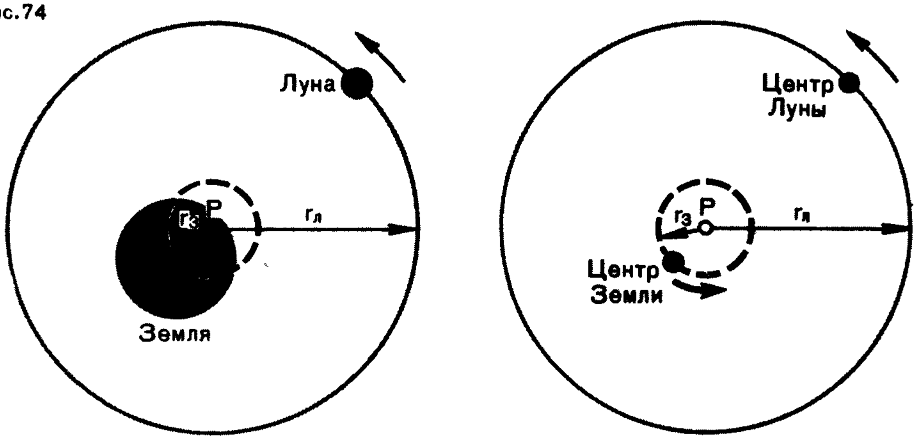
Решение. Обычно считают, что Луна (под влиянием Земли) обращается вокруг нее так, как будто центр Земли есть центр лунной орбиты. Но это неверно. При взаимодействии Земли и Луны оба эти тела должны получать ускорения. И если Луна, двигаясь по орбите, получает центростремительное ускорение, то центростремительное ускорение должна получать и Земля. И в самом деле, астрономические наблюдения показали, что Луна обращается не вокруг центра Земли, а вокруг некоторой точки P (рис. 74, *а*), отстоящей от центра Земли на 4700 км. Вокруг этой же точки движется по окружности и центр Земли (рис. 74, б). Но центр Земли движется по окружности радиусом $r_З \approx 4700$ км, а центр Луны — по окружности радиусом $r_Л = 380\,000$ км.

В § 20 мы видели, что отношение модулей центростремительных ускорений равно отношению радиусов окружностей, по которым движутся взаимодействующие тела.

Следовательно, можно написать

$$\frac{a_Л}{a_З} = \frac{r_Л}{r_З},$$

Рис.74



а б

где $a_л$ и $a_з$ — ускорения Луны и Земли. Но отношение ускорений взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс. Поэтому

$$\frac{m_з}{m_л} = \frac{380\,000 \text{ км}}{4700 \text{ км}} \approx 81.$$

Масса Земли в 81 раз больше массы Луны.

Упражнение 10

1. Тележка движется по горизонтальной поверхности со скоростью 0,5 м/с. С ней сталкивается вторая тележка, движущаяся в том же направлении со скоростью 1,5 м/с. После столкновения обе тележки продолжают движение в прежнем направлении с одинаковыми скоростями 1 м/с. Найдите отношение масс этих тележек.

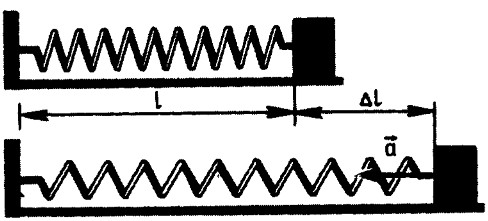
2. Тележка движется по горизонтальной поверхности со скоростью 30 см/с и сталкивается с покоящейся тележкой такой же массы, как и ее собственная. В результате столкновения движущаяся тележка останавливается. Определите скорость, с которой будет двигаться другая тележка после столкновения.

§ 22. СИЛА. ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

В предыдущем параграфе мы видели, что ускорение какого-либо тела всегда вызывается действием на него другого тела — того, с которым оно взаимодействует.

В физике действие одного тела на другое, действие, которое вызывает ускорение, называют *силой*. Можно сказать, что сила — это и есть причина ускорения. Именно так определял силу И. Ньютон: «Приложенная сила есть действие, производимое над телом, чтобы изменить его состояние покоя или равномерного прямолинейного движения». Производит это действие какое-то другое тело. Если, например, свободно падающее тело движется с ускорением, то оно вызвано действием на это тело Земли. Но теперь мы скажем, что ускорение падающего тела вызвано силой, *приложенной* к нему (или действующей на него). Эту силу называют *силой тяжести.*

Рис.75



Другой пример. Пусть один конец спиральной пружины закреплен (рис. 75, вверху). Прикрепим к другому концу брусок — он останется в покое. Удлиним пружину на Δl (рис. 75, внизу) и опять прикрепим к ней брусок. Отпустив растянутую пружину, мы увидим, что брусок движется с ускорением. Оно, конечно, вызвано взаимодействием бруска с пружиной. Но теперь мы скажем, что на брусок действует сила со стороны пружины, которая и вызвала ускорение бруска. Эта сила называется *силой упругости.*

Сила упругости и сила тяжести по своей природе совершенно различные силы. Это видно уже из того, что пружина действует на тело и сообщает ему ускорение при непосредственном соприкосновении и только в том случае, когда она растянута или сжата. Земля же действует на тело без соприкосновения

Ньютон Исаак (1643—1727) — один из величайших физиков и математиков всех времен. Ньютон сформулировал общие законы механического движения, открыл закон всемирного тяготения и создал основы дифференциального и интегрального исчисления. Ньютоном проведены замечательные исследования по оптике. В основе своей все эти открытия и исследования выполнены Ньютоном в возрасте около 25 лет. Опубликованы они были много позже в двух книгах — в грандиозном труде «Математические начала натуральной философии» и «Оптика».

с ним и действует всегда. Но обе эти силы сходны в том, что они сообщают ускорения телам, к которым приложены.

Сила — физическая величина. Сила означает не только действие одного тела на другое, сила в то же время физическая величина, которая может быть выражена числом. Ведь одна сила сообщает телу большее ускорение, другая — меньшее.

Сила — векторная величина. На рисунке 76, *б* показан груз, подвешенный к пружине и покоящийся в этом положении. На груз действует сила тяжести, потому что существует Земля, и сила упругости, потому что пружина растянута (сравните с рис. 76, *а*). Каждая из этих сил может сообщить телу ускорение. Сила тяжести, будь она одна, сообщила бы телу ускорение свободного падения $\vec{g}$. Сила упругости, если бы она была единственной силой, сообщила бы телу какое-то ускорение $\vec{a}$. Но тело, находящееся под действием этих двух сил, покоится, его ускорение равно нулю. Это значит, что ускорение $\vec{g}$ и $\vec{a}$ равны по модулю и противоположны по направлению: $\vec{g} = -\vec{a}$. А силы? Ясно, что если к телу приложены две силы, а ускорения у тела нет, то эти силы, как и ускорения, равны по модулю и противоположны по направлению. Значение силы характеризуется не только числом, но и направлением. Сила — векторная величина! Векторы силы упругости $\vec{F}_{упр}$ и силы тяжести $\vec{F}_т$ показаны на рисунке 76, *в*.

Второй закон Ньютона. Что же это за величина — сила? Чему она равна? Как сила связана с ускорением, которое она вызывает? Чтобы ответить на эти вопросы, как всегда, обратимся к опыту.

Для опыта удобно воспользоваться силой упругости, например силой, возникающей при растяжении или сжатии пружины. От всех других сил она отличается тем, что зависит *только* от того, насколько растянута или сжата пружина. Но она не зависит от того, к какому

Рис.76

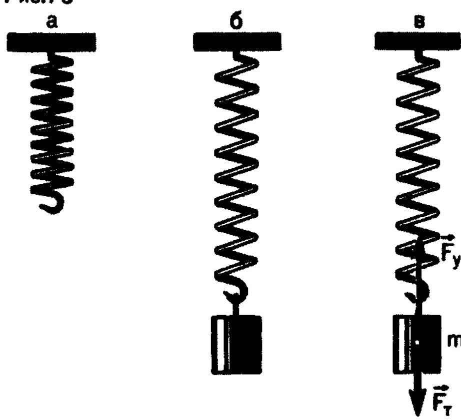
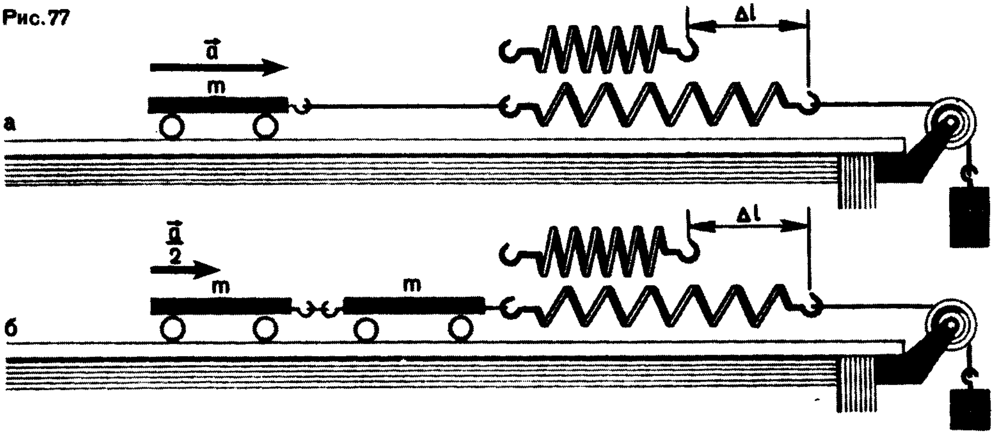


Рис. 77



телу она приложена. (Опыт показывает, что других сил, обладающих таким свойством, в природе нет.)

Проведем такой, на первый взгляд, простой опыт. К тележке известной массы m прикрепим один конец пружины, а другой ее конец прикрепим к нити с грузом, перекинутой через блок (рис. 77, *а*). Груз под действием силы тяжести движется вниз и растягивает пружину. Растянутая на определенную длину Δl пружина действует на тележку и сообщает ей ускорение, которое можно измерить. Пусть ускорение оказалось равным a.

Повторим опыт, но не с одной, а с двумя тележками, соединенными вместе (рис. 77, *б*) так, чтобы их общая масса была равна $2m$. Измерим ускорение этого «поезда» при том же удлинении пружины Δl, т. е. при той же силе упругости (для этого придется изменить груз на нити). Опыт покажет, что ускорение двух соединенных тележек равно $\frac{a}{2}$.

Если составить «поезд» из трех, четырех и т. д. тележек, то при том же удлинении пружины (при той же силе) ускорение окажется равным $\frac{a}{3}$, $\frac{a}{4}$ и т. д. Это значит, что во всех случаях одинаковым будет произведение ma.

Проще произвести тот же опыт, если телам различной массы сообщать центростремительные ускорения. Воспользуемся снова центробежной машиной.

Поместим тело M в виде алюминиевого цилиндра с просверленным по его оси отверстием на стержень центробежной машины (рис. 78, *а*). Прикрепим к цилиндру конец пружины, а другой ее конец закрепим на раме машины в точке A. Приведем машину во вращение. Цилиндр M начнет скользить по стержню, удаляясь от A и растягивая тем самым пружину. Не будь пружины, цилиндр дошел бы до упора в точке B. Но вследствие действия силы упругости растянутой пружины цилиндр, удалившись несколько (на расстояние Δl) от оси вращения, станет двигаться по окружности радиусом r (рис. 78, *б*). Центростремительное ускорение цилиндра направлено по радиусу к центру. Вдоль радиуса действует и сила упругости пружины. Именно эта сила сообщает телу центростремительное ускорение. По модулю это ускорение равно

$$a = 4\pi^2 n^2 r,$$

где n — частота обращения, r — радиус окружности, по которой движется тело. Измерив n и r, мы найдем значения ускорения.

Заменим алюминиевый цилиндр таким же по размерам стальным. Мы уже знаем, что его масса в три раза больше массы алюминиевого цилиндра. Приведем машину снова во вращение и подберем такое число оборотов в единицу времени, чтобы растяжение пружины было в точности таким же, как и в первом опыте. Тогда и сила, действующая на стальной цилиндр, будет такой же. Опыт покажет, что ускорение стального цилиндра в три раза меньше, чем алюминиевого. Следовательно, для обоих цилиндров одинаковым будет произведение ma.

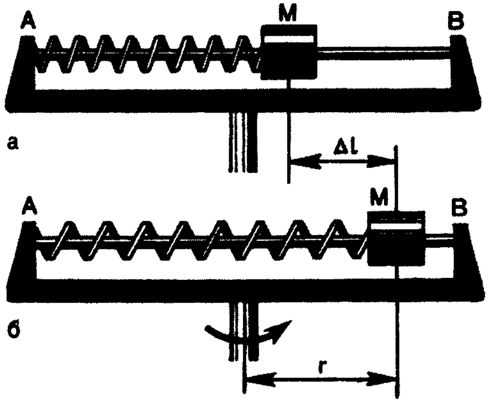
На рисунке 79 показан прибор, на котором выполняется описываемый опыт.

Описанные опыты и множество других, подобных им, показывают, что если иа разные тела (тела разных масс) действует одна и та же сила, то величина, равная произведению массы тела на его ускорение, остается одной и той же. Это и позволило И. Ньютону сформулировать важнейший закон движения, называемый сейчас *вторым законом Ньютона*:

Сила, действующая на тело, равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение.

Математически второй закон Ньютона выражается формулой $F = ma$, где F — модуль силы. Так как сила $\vec{F}$ и ускорение $\vec{a}$ — величины векторные, то формулу, выражающую второй закон Ньютона, нужно писать в векторной форме:

Рис. 78



[redacted] (1)

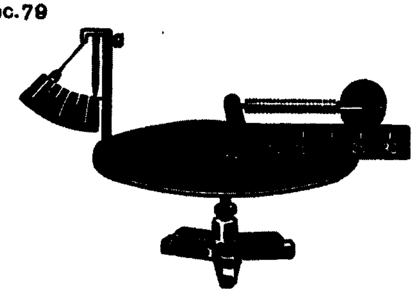
Ускорение, которое сила сообщает телу (точке), определяется формулой

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \qquad (2)$$

Как видно из формул (1) и (2), ускорение всегда направлено так же, как вызвавшая его сила, поскольку масса — величина скалярная и $m > 0$.

На тело может действовать несколько сил. Как показывают опыты, они «не мешают» друг другу сообщать телу ускорение. Ускорение в этом случае оказывается таким, какое ему сообщила бы одна-единственная сила, равная геометриче-

Рис. 79



ской сумме всех приложенных сил. Сумму эту обычно называют *равнодействующей* или *результирующей* силой.

Сила, равная геометрической сумме всех приложенных к телу (точке) сил, называется равнодействующей или результирующей силой.

В формуле второго закона Ньютона $\vec{F}=m\vec{a}$ под $\vec{F}$ надо понимать именно результирующую силу.

Другая формулировка первого закона Ньютона. В § 19 говорилось о том, как ведет себя тело, когда действия на него других тел скомпенсированы. Но «действия других тел» — это силы, а компенсация действий означает, что результирующая сила равна нулю. Поэтому первый закон Ньютона можно теперь сформулировать так:

Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если результирующая всех сил, приложенных к телу, равна нулю.

Как и первый закон, второй закон Ньютона справедлив лишь в том случае, если движение рассматривается относительно инерциальных систем отсчета.

Единица силы. На основе второго закона Ньютона $F=ma$ устанавливается единица силы. Сила F равна единице, если единице равна масса тела m и единице равно ускорение a. *За единицу силы принимается сила, сообщающая телу массой 1 кг ускорение 1 м/с².* Эта единица называется ньютон (сокращенно: Н): 1 Н = 1 кг·м/с².

Вопросы

1. Что такое сила? Эта величина скалярная или векторная?

2. Можно ли, исходя из формулы $F = ma$, утверждать, что сила, приложенная к телу, зависит от массы тела и его ускорения?

3. Можно ли, исходя из выражения $m=\frac{F}{a}$, утверждать, что масса тела зависит от приложенной к нему силы и от его ускорения?

4. Можно ли, исходя из равенства $a=\frac{F}{m}$, утверждать, что ускорение тела зависит от приложенной к нему силы и от массы тела?

5. Как формулируется первый закон Ньютона, если пользоваться понятием силы?

6. Что такое результирующая сила?

7. Тело движется по окружности и поэтому обладает центростремительным ускорением. Как направлена приложенная к телу сила?

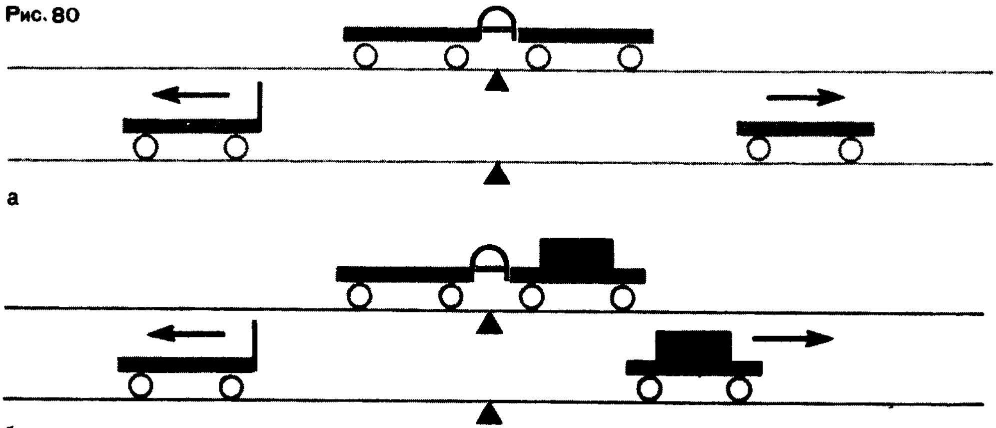
§ 23. ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Действия тел друг на друга всегда имеют характер *взаимодействия*. Каждое из тел действует на другое и сообщает ему ускорение. В § 21 мы видели, что отношение модулей ускорений взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс: $\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1}$, или $m_1a_1=m_2a_2$. Там же указывалось, что ускорения обоих тел направлены в противоположные стороны. Математически это записывается в таком виде:

$$m_1\vec{a}_1= -m_2\vec{a}_2.$$

Теперь мы знаем, что произведение массы тела на его ускорение равно приложенной к телу силе. Это значит, что $m_1\vec{a}_1$ равно силе $\vec{F}_1$, действующей на первое тело, а $-m_2\vec{a}_2$ равно силе $\vec{F}_2$, приложенной ко второму телу. Следовательно,

Рис. 80



а

б

[redacted]

Это равенство выражает третий закон Ньютона:

Тела действуют друг на друга с силами, равными по модулю и противоположными по направлению.

Третий закон Ньютона показывает, что из-за взаимного действия тел друг на друга силы всегда появляются парами. Если на какое-то тело действует сила, то обязательно есть какое-то другое тело, на которое первое тело действует с такой же по абсолютному значению силой, но направленной в противоположную сторону.

Так же как первый и второй законы Ньютона, третий закон справедлив, когда движения рассматриваются относительно инерциальных систем отсчета.

Следующий опыт поясняет смысл третьего закона Ньютона.

Возьмем две одинаковые тележки, к одной из которых прикреплена упругая стальная пластинка. Согнем пластинку и свяжем ее ниткой, а вторую тележку приставим к первой так, чтобы она плотно соприкасалась с другим концом пластинки (рис. 80, *а*). Перережем теперь нить, удерживающую пластинку в согнутом виде. Пластинка начнет выпрямляться, и мы увидим, что обе тележки придут в движение. Это значит, что обе они получили ускорение. Так как массы тележек одинаковы, то одинаковы по модулю и их ускорения, а следовательно и скорости, о чем можно судить по одинаковой длине перемещений тележек за одинаковое время.

Если на одну из тележек положить какой-нибудь груз (рис. 80, *б*), то мы увидим, что перемещения тележек будут неодинаковыми. Это значит, что и ускорения их неодинаковы: ускорение нагруженной тележки меньше. Но ее масса больше. Произведение же массы на ускорение, т. е. сила, действующая на каждую из тележек, по модулю одинакова.

В этом примере, как и в любых других, можно отметить еще одну особенность тех двух сил, которые, согласно третьему закону Ньютона, появляются одновременно при взаимодействии: силы эти всегда одной и той же природы. Если, например, как в нашем примере, на одно из тел со стороны другого действует сила упругости, то оно «отвечает» этому другому телу тоже силой упругости.

Нужно всегда помнить, что силы, возникающие при взаимодействии двух тел, приложены к разным телам. Поэтому нельзя сказать, что сумма сил, приложенных к каждому телу, равна нулю, что эти силы уравновешиваются. Уравновешиваться могут лишь силы, приложенные к одному и тому же телу.

Вопросы

1. Сформулируйте третий закон Ньютона.

2. Компенсируют ли друг друга силы, которые возникают при взаимодействии двух тел?

3. Третий закон Ньютона самим Ньютоном был сформулирован так: «Действию всегда есть равное и противоположное противодействие». Есть ли физическое различие между действием и противодействием? Что собой представляют «действие» и «противодействие» Ньютона?

4. Почему при столкновении легковой автомашины с нагруженным грузовиком повреждения у легковой автомашины всегда больше, чем у грузовой?

§ 24. ЧТО МЫ УЗНАЕМ ИЗ ЗАКОНОВ НЬЮТОНА?

Одни законы для всех сил. Рассказывая в предыдущих параграфах о законах Ньютона, мы пользовались примерами, в которых действовали, главным образом, силы упругости, например, со стороны пружины, изогнутой пластинки. Может быть, законы Ньютона и верны только для сил упругости?

Но это не так. Чтобы это пояснить, вернемся к рисунку 76. Мы видели (см. § 22), что ускорения $\vec{g}$ и $\vec{a}$ равны по модулю и противоположны по направлению: $\vec{g} = -\vec{a}$. Но если верно равенство $\vec{g} = -\vec{a}$, то верно и равенство $m\vec{g} = -m\vec{a}$. Так как мы уже знаем, что произведение $m\vec{a}$ равно силе упругости, то ясно, что величина $m\vec{g}$ равна силе тяжести. Она, следовательно, тоже равна произведению массы тела на ускорение, которое она сообщает телу. Таким же образом можно доказать, что второй закон Ньютона и оба других закона справедливы для всех сил. Это одно из проявлений того, что мы называем единством природы: силы и тела могут быть разными, но законы одни для всех сил и всех тел.

Сила и движение. Законы Ньютона позволяют нам теперь ответить на те вопросы «почему?», которые мы задавали в начале этого раздела. Почему, при каких условиях тело совершает прямолинейное равномерное движение? Ответ на этот вопрос дает первый закон Ньютона. Если тело движется прямолинейно и равномерно или находится в покое, то это значит, что на него не действуют силы или, если силы действуют, их геометрическая сумма равна нулю.

Заметим, что если тело находится в покое или движется прямолинейно и равномерно, то о таком теле (материальной точке) говорят, что оно находится в состоянии *равновесия*. Чтобы тело (точка) находилось в равновесии, нужно, чтобы сумма приложенных к нему сил была равна нулю.

Почему, при каких условиях тело движется прямолинейно и равноускоренно? На этот вопрос дает ответ второй закон Ньютона. Для того чтобы тело двигалось с постоянным ускорением по прямолинейной траектории, необходимо, чтобы действующая на него сила или равнодействующая нескольких сил была *постоянной* по модулю и по направлению.

Почему, при каких условиях тело движется равномерно по окружности? И на этот вопрос отвечает второй закон Ньютона. При таком движении ускорение центростремительное, по модулю во всех точках траектории одинаково и равно $\frac{v^2}{r}$. Поэтому и сила направлена к центру той окружности, по которой движется тело, постоянна по модулю и равна $\frac{mv^2}{r}$.

Третий закон Ньютона объясняет, как вообще возникает сила. Согласно этому закону, сила возникает при взаимодействии тел. При этом на каждое из взаимодействующих тел действует сила, и каждое получает ускорение.

Важно понять, что сила, согласно законам Ньютона, определяет ускорение, а не скорость. Это значит, что сила не есть причина движения. Сила — это причина *изменения движения*, т. е. изменения скорости движения. Само же движение ни в какой причине не нуждается. Ведь первый закон Ньютона показывает, что двигаться (прямолинейно и равномерно) тело может и без действия сил. Но *измениться* движение может только под действием силы. Поэтому, например, криволинейное движение, при котором скорость непрерывно изменяется по направлению, без действия силы невозможно.

Если направление ускорения всегда совпадает с направлением силы, то о направлении скорости этого сказать нельзя. Скорость может совпадать по направлению с силой, например, при свободном падении тел. Но она может быть направлена и в противоположную силе сторону — таково, например, движение тела, брошенного по вертикали вверх. Направление скорости может быть и перпендикулярным направлению силы. Так движется тело по окружности.

Законы Ньютона и относительность движения. Мы знаем, что первый закон Ньютона верен, если рассматривать движение тела относительно инерциальной системы отсчета. Инерциальных систем отсчета имеется бесчисленное множество. И, конечно, первый закон Ньютона для любой из них один и тот же. А другие два закона?

Сила, приложенная к телу, не может измениться из-за того, что мы заменили одну инерциальную систему отсчета другой. Не может из-за этого измениться и масса тела. Точно так же от выбора системы отсчета не может зависеть и ускорение тела. А так как, кроме силы, массы и ускорения, никакие другие величины в законы Ньютона не входят, то можно утверждать, что *законы механического движения одинаковы для всех инерциальных систем отсчета*. Это утверждение называется *принципом относительности Галилея*. Он означает, что любые механические процессы происходят одинаково, какую бы инерциальную систему отсчета мы ни выбрали.

Мы знаем, что при переходе от одной системы отсчета к другой могут изменяться скорость тела, его перемещение и даже траектория (см. § 8), но не законы движения.

Вопросы

1. Как направлено ускорение тела, вызванное действующей на него силой?

2. Может ли тело, на которое действует одна-единственная сила, двигаться с постоянной скоростью? Находиться в покое?

3. Верно ли утверждение: скорость тела определяется действующей на него силой?

4. Верно ли утверждение: тело движется туда, куда направлена приложенная к нему сила?

5. Верно ли утверждение: перемещение тела определяется только действующей на него силой?

6. На рисунке 81 схематически показаны качели, известные под названием «гигантские шаги». На «пассажира» действуют две силы: сила тяжести $\vec{F}_1$ и сила натяжения каната $\vec{F}_2$, направленная вдоль каната. Куда направлена равнодействующая двух сил, действующих на «пассажира»?

7. На рисунке 82 показан фонарь, подвешенный на двух тросах. На фонарь действуют три силы: сила тяжести $\vec{F}_3$ и силы натяжения тросов $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Чему равна равнодействующая этих трех сил? Чему равна равнодействующая сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$?

Рис. 81

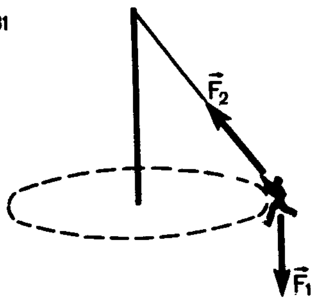
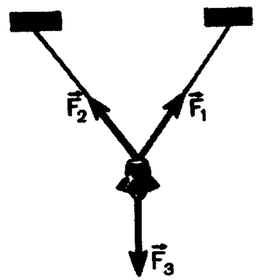


Рис. 82



ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Напомним, что делать вычисления, пользуясь формулами, записанными в векторной форме, нельзя. Поэтому при решении задач с применением законов Ньютона формулы следует записывать в скалярной форме, т. е. для проекций векторов на координатные оси.

1. Брусок массой $m=2$ кг покоится на горизонтальной идеально гладкой поверхности. С каким ускорением будет двигаться брусок, если к нему приложить горизонтально направленную силу $F=10$ Н?

Решение. Сила $\vec{F}$ сообщает бруску ускорение, направленное так же, как и сама сила. Из второго закона Ньютона

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}.$$

Если направить координатную ось X вдоль направления силы, то проекция a_x вектора $\vec{a}$ будет равна его модулю: $a_x=a$. Проекция F_x вектора $\vec{F}$ тоже равна его модулю: $F_x=F$. В скалярной форме уравнение второго закона имеет вид:

$$a=\frac{F}{m}, \text{ откуда}$$

$$a=\frac{10\ \text{Н}}{2\ \text{кг}}=5\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

2. Тело, движущееся под действием постоянной силы $\vec{F}$, прошло в первую секунду движения 0,5 м. Чему равна эта сила, если масса тела 0,25 кг?

Решение. Под действием постоянной силы тело движется равноускоренно. Направим координатную ось X по направлению движения. Тогда проекция ускорения a_x равна модулю вектора $\vec{a}$: $a_x = a$. Проекция перемещения $s_x = s$. Точно так же проекция силы равна модулю вектора $\vec{F}$: $F_x = F$.

Так как начальная скорость тела равна нулю, то проекцию ускорения можно найти из формулы $s_x = \frac{a_x t^2}{2}$, или $s = \frac{at^2}{2}$, откуда

$$a = \frac{2s}{t^2}.$$

Формула второго закона Ньютона в скалярной форме (для проекций) имеет вид:

$$F_x = ma_x, \text{ или } F = ma.$$

Подставим сюда полученное выражение для a

$$F = \frac{2ms}{t^2};$$

$$F = 2 \cdot 0{,}25 \text{ кг} \cdot 0{,}5 \text{ м} : (1 \text{ с})^2 = 0{,}25 \text{ Н}.$$

3. В опыте, схема которого представлена на рисунке 80, *б*, масса каждой из тележек равна 0,2 кг. Масса груза на правой тележке равна 0,3 кг. Пружинящая пластинка выпрямляется за 2 с. Силу упругости пластинки в течение этого времени считать постоянной и равной 1 Н. Какое перемещение совершит каждая из тележек за 2 с? Массой пластинки и трением пренебречь.

Решение. Направим координатную ось X по направлению движения правой (нагруженной) тележки. На левую тележку действует сила $\vec{F}_л$, на правую $\vec{F}_п$. Согласно третьему закону Ньютона, $\vec{F}_л = -\vec{F}_п$. Обозначим эту одинаковую по модулю для обеих тележек силу через $\vec{F}$, так что $\vec{F}_л = -\vec{F}$ и $\vec{F}_п = \vec{F}$. Поэтому ее проекция на ось X положительна. Тогда в соответствии со вторым законом Ньютона можно написать:

$$-F = m_л a_{лx};$$

$$F = m_п a_{пx},$$

где $m_л$ и $m_п$ — массы левой и правой (нагруженных) тележек, $a_{лx}$ и $a_{пx}$ — проекции на ось X ускорений левой и правой тележек.

Отсюда

$$a_{лx} = -\frac{F}{m_л}; \quad a_{пx} = \frac{F}{m_п}.$$

Проекции $s_{лx}$ и $s_{пx}$ перемещений найдем по формулам:

$$s_{лx} = \frac{a_{лx} t^2}{2} = -\frac{Ft^2}{2m_л};$$

$$s_{пx} = \frac{a_{пx} t^2}{2} = \frac{Ft^2}{2m_п}.$$

Подставляя данные из условия задачи, получаем:

$$s_{лx} = -\frac{1 \text{ Н} (2 \text{ с})^2}{2 \cdot 0{,}2 \text{ кг}} = -10 \text{ м};$$

$$s_{пx} = \frac{1 \text{ Н} (2 \text{ с})^2}{2 \cdot 0{,}5 \text{ кг}} = 4 \text{ м}.$$

Упражнение 11

1. Тело массой 1 кг падает на землю с постоянным ускорением 9,8 м/с^2. Чему равна сила, действующая на тело?

2. Автомобиль массой 1000 кг движется по кольцевой дороге радиусом 100 м с постоянной скоростью 20 м/с. Чему равна сила, действующая на автомобиль? Как она направлена?

3. Автомобиль, масса которого 2160 кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение 30 с остается постоянным. За это время он проходит 500 м. Какова по модулю сила, действовавшая в течение этого времени на автомобиль?

4. За много лет до Ньютона итальянский художник и ученый Леонардо да Винчи высказал следующее утверждение: «Если сила за заданное время перемещает тело на определенное расстояние, то та же сила половину такого тела переместит на такое же расстояние за вдвое меньшее время». Верно это утверждение или ложно?

5. Два человека тянут веревку в противоположные стороны с силой 50 Н каждый. Разорвется ли веревка, если она выдерживает натяжение до 80 Н?

6. Два мальчика, массы которых 40 и 50 кг, стоят на коньках на льду. Первый мальчик отталкивается от другого с силой 10 Н. Какие ускорения получат мальчики?

§ 25. КАК ИЗМЕРЯЮТ СИЛУ?

Из курса физики VII класса известно, что силу измеряют с помощью силомера, главной частью которого является пружина.

Пружина особенно удобна для измерения силы, потому что, будучи растянута или сжата на определенную длину, она действует на любое тело с одной и той же силой. Кроме того, при помощи одной и той же пружины можно получить различные значения силы упругости, растягивая ее на различную длину.

Чтобы пользоваться пружиной для измерения сил, надо заранее знать значения сил упругости при различных ее растяжениях. Другими словами, нужно знать, как сила упругости зависит от удлинения пружины. Для этого можно было бы воспользоваться центробежной машиной, поместив туда пружину с прикрепленным к ней телом известной массы и измерив ее удлинение при различном числе оборотов.

Но теперь, когда мы знаем значение силы тяжести, действующей на тело, можно более простым способом найти нужную нам зависимость силы упругости от удлинения пружины.

Для этого надо к вертикально расположенной пружине подвешивать тела различной массы и каждый раз измерять удлинение с помощью шкалы (рис. 83). Действительно, мы знаем, что на тело массой m действует сила тяжести, равная по модулю mg. Когда тело подвешено на пружине и находится в покое, эта сила тяжести уравновешена силой упругости пружины. Следовательно, и сила упругости пружины по модулю равна mg.

Подвешивая к пружине различные грузы известной массы, можно установить, как зависит сила упругости пружины от ее удлинения. Если против каждого деления шкалы, у которого останавливается указатель, прикрепленный к пружине, поставить значение силы упругости в ньютонах, то пружина будет градуирована. Такая градуированная пружина — это уже прибор, пригодный для измерения силы. Называется этот прибор *динамометр*.

Динамометром можно измерять любую силу. Допустим, что на какое-то тело действует горизонтально направленная сила $\vec{F}$, которую

Рис.83

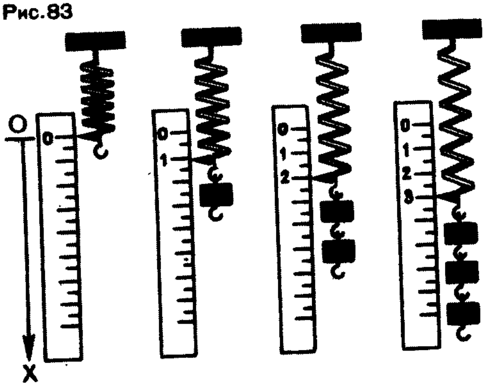


Рис. 84

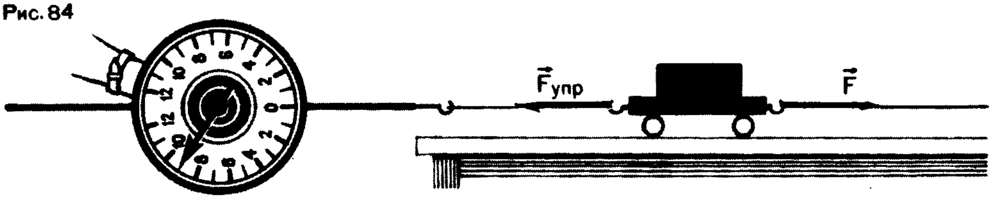
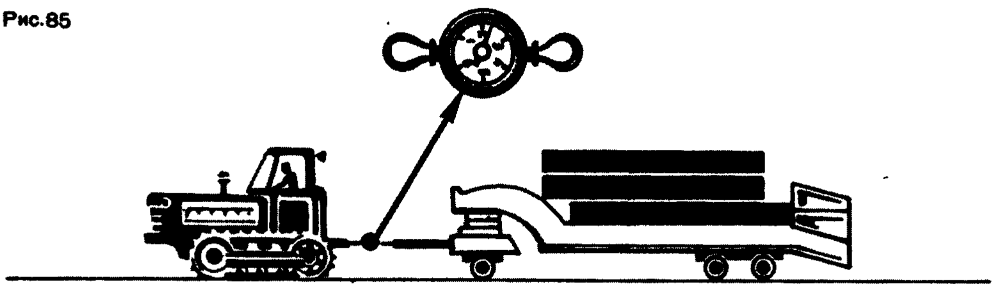


Рис. 85



нужно измерить (рис. 84). Прикрепим к этому телу крючок неподвижного и горизонтально расположенного динамометра. Под действием силы $\vec{F}$ тело получает ускорение и движется, увлекая за собой и конец пружины динамометра. Пружина удлиняется, возникает сила упругости, направленная против силы $\vec{F}$.

Когда сила упругости $\vec{F}_{упр}$ и сила $\vec{F}$ станут по модулю равными, тело остановится и стрелка динамометра укажет на его шкале значение силы $\vec{F}$.

Заметим, что динамометр и тело, к которому приложена измеряемая сила, не обязательно должны находиться в покое в момент измерения силы. Ничего не изменится, если они вместе будут двигаться прямолинейно и равномерно. Ведь прямолинейное и равномерное движение тоже происходит при равенстве противоположно направленных сил. На рисунке 85 показано, например, как измеряют силу, с которой земля (почва) действует на платформу, влекомую трактором. Чтобы измерение было верным, нужно только, чтобы трактор двигался с постоянной скоростью.

САМОЕ ВАЖНОЕ В ЧЕТВЕРТОЙ ГЛАВЕ
ЗНАЧЕНИЕ ЗАКОНОВ НЬЮТОНА

Опыты и наблюдения показывают, что причиной изменения движения тел, т. е. причиной изменения их скорости, являются воздействия на них других тел. Количественно действие одного тела на другое, вызывающее изменение скорости, выражается величиной, называемой *силой*.

Действие одного тела на другое не одностороннее. Тела *взаимодействуют*. Ускорение, которое получает тело при данном взаимодействии, зависит от особого свойства всякого тела —

его *инертности*. Количественно это свойство выражается величиной, называемой *массой*.

Эти опытные факты лежат в основе трех законов движения (динамики), открытых И. Ньютоном и изложенных им в книге «Математические начала натуральной философии», опубликованной в 1687 г. Эти законы имеют простую и краткую формулировку, если движения тел рассматриваются относительно надлежащим образом выбранных систем отсчета — инерциальных систем.

Первый закон Ньютона утверждает, что относительно инерциальных систем отсчета тело движется прямолинейно и равномерно или находится в покое, если сумма сил, действующих на него, равна нулю. Другими словами, в этом случае тело находится в состоянии равновесия. Вывести тело из состояния равновесия может только приложенная к нему сила.

Второй закон Ньютона устанавливает связь силы с вызванным ею ускорением: *сила, действующая на тело независимо от ее природы, равна произведению массы тела на сообщаемое этой силой ускорение:*

$$\vec{F}=m\vec{a}.$$

Третий закон Ньютона указывает на то, что действие одного тела на другое имеет взаимный характер: *тела действуют друг на друга силами одной и той же природы, равными по модулю и противоположными по направлению:*

$$\vec{F}_1=-\vec{F}_2.$$

Законы движения выражаются двумя простыми (на первый взгляд) формулами. Но содержится в них необыкновенно много. Ведь вокруг нас происходят самые разнообразные движения: течет вода в реках, низвергаются водопады, проносятся над Землей ветры и ураганы, мчатся по дорогам автомобили, плавают по морям корабли, летают в воздухе самолеты, в космическом пространстве движутся галактики, звезды, планеты и созданные человеком космические корабли. Эти движения и тела, которые их совершают, не похожи одно на другое. Различны и силы, действующие на них. Но для всех этих движений, тел и сил справедливы законы Ньютона, математически выраженные в приведенных выше формулах, на вид таких простых.

Механика Ньютона была первой в истории физики (да и вообще науки) законченной теорией, правильно описывающей обширный класс явлений — движения тел. Один из современников Ньютона так выразил свое восхищение этой теорией в стихах, которые мы приводим в вольном переводе С. Я. Маршака:

Был этот мир глубокой тьмой окутан.
Да будет свет! И вот явился Ньютон.

Законы Ньютона в принципе позволяют решить любую задачу механики. Если известны силы, приложенные к телу, можно найти ускорение тела в любой момент времени, в любой точке его траектории.

Так завершается та «цепочка», о которой говорилось в конце третьей главы: по известным силам и массе тела находят ускорение, затем вычисляют его скорость, перемещение и, наконец, координаты тела в любой момент времени. Для этого нужно еще знать начальные условия — начальное положение и начальную скорость тела.

Законы Ньютона позволяют людям не только изучать движения, но и управлять ими. Например, ученым, которые управляют полетом космического корабля, необходимо, конечно, знать положение корабля в любой момент времени. Они и узнают его, пользуясь упоминавшейся «цепочкой». Им известно начальное положение корабля на стартовой площадке и его начальная скорость. Им известны и силы, действующие на корабль в любой точке его траектории. Пользуясь этими данными, они и решают задачу механики применительно к космическому кораблю. Но сил, действующих на корабль, много, они все время изменяются, а вычислять нужно не одну координату, а три. Поэтому вычисления настолько сложны, что приходится привлекать на помощь вычислительные машины.

Не следует думать, что законами механики пользуются исключительно для того, чтобы вычислять координаты движущихся тел. Нередки случаи, когда движение тела известно, т. е. известно его положение в различные моменты времени. Тогда законы Ньютона позволяют выяснить, какие силы действуют на тело.

ГЛАВА 5

СИЛЫ В ПРИРОДЕ И ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ

МНОГО ЛИ СИЛ В ПРИРОДЕ?

Силы, как мы теперь знаем, сообщают телам, к которым они приложены, ускорения, а возникают эти силы при взаимодействиях одних тел с другими. Много ли в природе различных взаимодействий, различных сил?

На первый взгляд может показаться, что различных сил очень много. В самом деле, ускорение телу можно сообщить, толкнув или потянув его рукой. Значит, при этом действует сила. С ускорением движется всякое падающее тело. С ускорением начинает двигаться корабль, когда ветер надувает его паруса. В этой книге мы уже упоминали о силе тяжести, силе упругости. Каждый слышал о таких силах, как электрическая сила, магнитная сила, сила прилива и отлива, сила землетрясений и т. д.

Действительно ли в природе так много разных сил? Оказывается, нет.

При рассмотрении механического движения тел приходится иметь дело всего с тремя видами сил: с силой упругости, силой тяготения и силой трения. К ним и сводится бо́льшая часть тех сил, о которых мы только что говорили. В этой главе мы познакомимся с этими силами и с движениями, которые совершают тела, на которые они действуют.

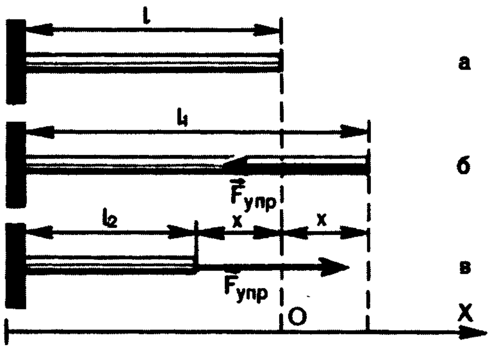
§ 26. СИЛА УПРУГОСТИ

Мы уже знаем, что сила упругости возникает при растяжении или сжатии пружины. Если пружина растянута, то сила упругости направлена так, что пружина снова сжимается. Если пружина сжата, то сила упругости стремится пружину растянуть. Вообще, сила упругости — это сила, восстанавливающая то состояние, которое было до сжатия или растяжения.

Все это относится не только к пружине, но и к любому телу. Всякое тело может играть роль пружины.

Например, при растяжении стержня, один конец которого закреплен (рис. 86, *а*), тоже возникает сила упругости, направленная в сторону, противоположную направлению смещения конца стержня (рис. 86, *б*). Если же стержень сжат, так что конец стержня смещен влево, то сила упругости направлена вправо (рис. 86, *в*).

Рис. 86



Такие восстанавливающие силы возникают не только при растяжении и сжатии тел. Они возникают также, когда тела изгибают (рис. 87, *а*) или скручивают (рис. 87, *б*).

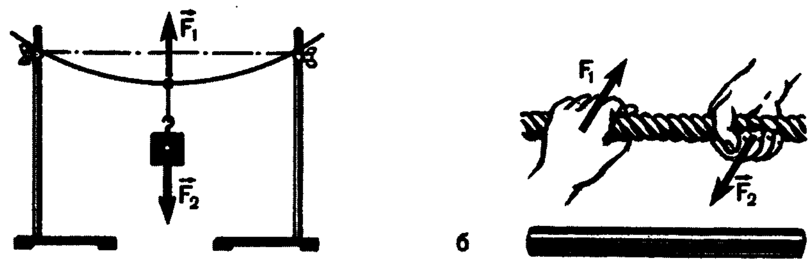
Растяжение, сжатие, изгиб, кручение называются *деформациями* тел. При любом виде деформации, если она невелика по сравнению с размерами тела, возникает сила упругости, восстанавливающая то состояние, в котором тело находилось до деформации.

В дальнейшем мы будем рассматривать только силы упругости, возникающие при деформации растяжения или сжатия.

Почему возникают силы упругости? Вообще говоря, в механике причины возникновения тех или иных сил не изучаются. Механика — это наука о том, как тела движутся под действием сил. Но о силах упругости мы все же расскажем. Возникновение силы упругости связано вот с чем.

Из курса физики VII класса известно, что все тела состоят из атомов или молекул. Расстояния между ними так же малы, как и сами частицы. Частицы эти взаимодействуют между собой. Силы взаимодействия между частицами тела имеют такую любопытную особенность. Если слегка увеличить рас-

Рис. 87



стояние между частицами, то силы взаимодействия оказываются *силами притяжения* между ними. Если же расстояния между частицами немного уменьшить, они сразу становятся *силами отталкивания*. Растягивая стержень, мы как раз и увеличиваем расстояния между частицами, а сжимая его, уменьшаем их. Понятно поэтому, почему возникают при деформации силы упругости.

Закон Гука. Опыты, подобные тем, что описаны в § 25 (см. рис. 83), проводились не только на пружинах, но и на твердых стержнях. Они позволили выяснить, как связана сила упругости с вызывающей ее деформацией. Оказалось, что при достаточно малых удлинениях (малых по сравнению с длиной самого стержня) модуль вектора силы упругости пропорционален модулю вектора перемещения свободного конца стержня. Но проекции на ось X этих векторов, как мы видели (см. рис. 86), противоположны по знаку. Поэтому математически зависимость силы упругости от удлинения (деформации) выражается равенством

[redacted] (1)

Здесь x — удлинение тела (пружины), k — коэффициент пропорциональности, называемый *жесткостью* тела (пружины). Жесткость зависит от размеров стержня и от материала, из которого он изготовлен. Так как $k = \frac{(F_{упр})_x}{x}$, то жесткость выражается в ньютонах на метр (Н/м).

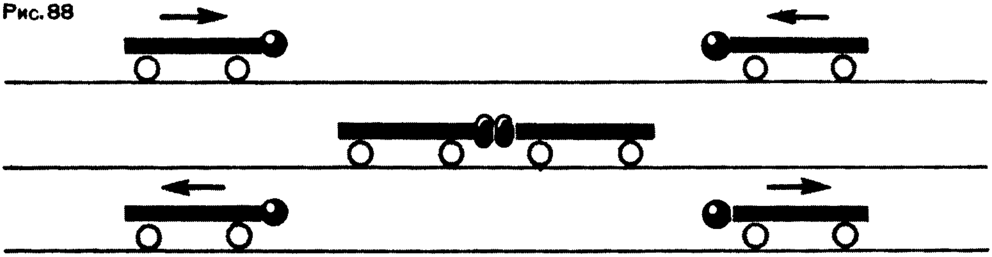
Удлинение x положительно при растяжении тела (пружины) и отрицательно при сжатии. Это видно на рисунке 86. Заметим, что если отсчитывать координату от положения конца недеформированного стержня, то x — это и координата конца деформированного стержня.

Формула (1) выражает закон Гука:

Сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна удлинению тела и направлена противоположно направлению перемещения частиц тела относительно других частиц при деформации.

Как возникают деформации? Силы упругости возникают при деформации тела. А как возникают сами деформации? Возьмем две тележки с прикрепленными шариками из мягкой резины (рис. 88). Приведем тележки в движение так, чтобы они столкнулись. Когда шарики коснутся один другого, на частицы обоих шариков у места соприкосновения станут действовать силы. Эти частицы получат ускорение и сместятся относительно других

Рис. 88



частиц, к которым сила сначала приложена не была. Шарики окажутся деформированными, и возникнет сила упругости, направленная против движения тележек и шариков. Эти силы заставят тележки на мгновение остановиться, а затем — двигаться в обратном направлении. Из этого опыта видно, что причиной деформации шариков явилось движение одних частиц относительно других, а следствием деформации — сила упругости.

Если бы шарики были не резиновые, а стальные, результат был

Рис. 89

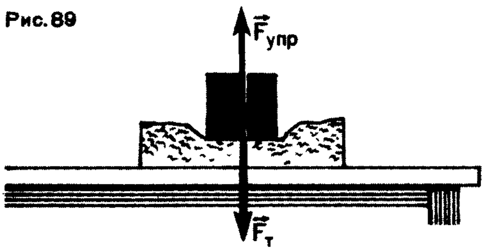
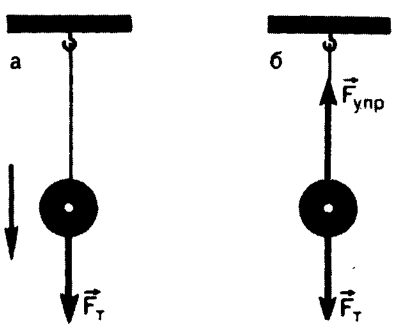


Рис. 90



бы тот же, но деформации не были бы заметны, потому что жесткость стального шарика много больше, чем резинового. Причиной деформации здесь, как и в других случаях, является движение одних частей тела относительно других. Когда мы кладем груз на стол, он под действием силы тяжести начинает двигаться вниз, как всякое падающее тело. При этом смещаются частицы, из которых состоит соприкасающаяся с ним часть стола. Стол деформируется, и возникает сила упругости, направленная вверх и равная силе тяжести, действующей на груз. Поэтому груз на столе находится в покое. Деформируется, разумеется, и груз. Если положить груз на подставку из мягкой резины, то будут видны и перемещения, и конечная деформация резины (рис. 89). То же можно сказать и о действии подвеса (рис. 90, *а, б*). Хорошо заметны также деформации пружин, резиновых шнуров. Силу упругости, действующую на тело со стороны опоры или подвеса, называют *силой реакции опоры.*

Важная особенность силы упругости состоит в том, что она направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения тел, а если идет речь о таких телах, как деформированные пружины, сжатые или растянутые стержни, шнуры, нити, то сила упругости направлена вдоль их осей.

Вопросы

1. При каких условиях возникают силы упругости?

2. Что такое жесткость тела (пружины)?

3. В чем состоит закон Гука?

4. При каких условиях возникает деформация тела?

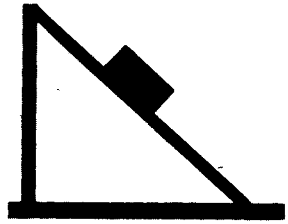
5. На рисунке 91 изображен стрелок из лука. Деформация какого тела вызвала появление силы упругости?

6. На наклонной плоскости неподвижно лежит груз (рис. 92). Действует ли на него сила упругости? Деформация какого тела вызывает ее?

7. Что такое реакция опоры (подвеса)?

Рис. 91

Рис. 92



ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

На тонкой проволоке подвешен груз массой 10 кг. При этом длина проволоки увеличилась на 0,5 мм. Чему равна жесткость нити?

Решение. Груз, подвешенный на проволоке, находится в покое. Значит, сила упругости нити $F_{упр}$ по модулю равна силе тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$: $F_{упр} = F_т$. Равны и модули их проекций. Если направить координатную ось X по вертикали вниз, то $F_{тx} = mg_x$, $(F_{упр})_x = -kx$, или $F_т = mg$, $F_{упр} = kx$. Тогда можно написать

$$mg = kx.$$

Откуда

$$k = \frac{mg}{x}.$$

Подставив сюда данные задачи, получим

$$k = \frac{10\ кг \cdot 9{,}8\ \frac{м}{с^2}}{0{,}5 \cdot 10^{-3}\ м} = 196\,000\ Н/м.$$

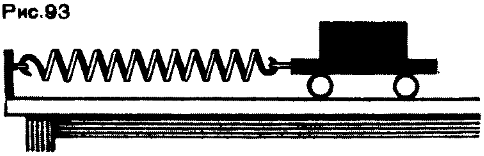
§ 27. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ УПРУГОСТИ

Рассмотрим случай, когда на некоторое тело действует сила упругости и нет других сил, приложенных к нему. Примером может служить движение тележки с грузом, прикрепленной к пружине (рис. 93). На тележку действует сила тяжести, но она компенсируется силой реакции опоры. Если оттянуть тележку и тем самым деформировать пружину, а затем отпустить ее, то мы увидим, что тележка станет двигаться вправо и влево, все время повторяя свое движение. Такое движение называется *колебательным движением*. Его можно наблюдать и подвесив тело к вертикально расположенной пружине.

Если направить координатную ось X вдоль движения колеблющегося груза, то уравнение второго закона Ньютона запишется в виде:

$$ma_x = -kx.$$

Рис.93



Решив это уравнение, можно найти координату x в любой момент времени. Но задача эта трудная, потому что сила упругости во время движения непрерывно изменяется, а вместе с ней изменяется и ускорение. К этому вопросу мы вернемся в последних главах книги.

Колебательное движение под действием силы упругости тело совершает тогда, когда и сила и перемещение направлены вдоль одной и той же прямой (см. рис. 93).

Совсем иначе движется тело, когда сила упругости действует перпендикулярно направлению движения тела. Ведь если сила перпендикулярна скорости (напомним, что направление вектора скорости — это и есть направление движения), то и ускорение перпендикулярно скорости. Ускорение же, перпендикулярное скорости,— это центростремительное ускорение, которым обладает тело, движущееся по окружности. Следовательно, под действием силы упругости, приложенной к телу перпендикулярно направлению его движения, тело движется по окружности. Известным примером служит движение по окружности грузика на нити. Сила упругости здесь — это сила упругости натянутой нити.

Вопросы

1. Как движется тело, если единственной силой, приложенной к нему, является сила упругости, направленная вдоль направления его движения?

2. Как движется тело, к которому приложена сила упругости, направленная перпендикулярно движению тела?

3. По виду траектории движения тела делятся на прямолинейные и криволинейные. К какому виду движений относится колебательное движение?

4. Сила упругости — сила переменная: она изменяется от точки к точке, от одного момента времени к другому. А ускорение?

5. Груз, прикрепленный к нити, движется по окружности. Какая сила действует на груз? Как она направлена?

Задание

Проследите за поведением тела, вес которого хотят определить с помощью пружинных весов. Сразу ли оно приходит в состояние покоя?

§ 28. СИЛА ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Ньютон открыл законы движения тел. Согласно этим законам, движение тела с ускорением возможно только под действием силы. Так как падающие тела движутся с ускорением, направленным вниз, то на них действует сила, направленная вниз, сила притяжения к Земле. Только ли Земля обладает свойством действовать на все тела силой притяжения? В 1667 г. Исаак Ньютон высказал предположение, что вообще между всеми телами действуют силы взаимного притяжения. Теперь их называют *силами всемирного тяготения* или *гравитационными* силами.

Почему же мы замечаем силу притяжения всех тел к Земле, но не замечаем взаимного притяжения между самими этими телами?

Ньютону удалось доказать, что сила притяжения между телами зависит от *масс* обоих тел и, как оказалось, достигает заметного значения только тогда, когда тела (хотя бы одно из них) обладают достаточно большой массой.

Роль масс притягивающихся тел. Ускорение свободного падения имеет ту любопытную особенность, что оно одинаково для всех тел, для тел любой массы. А ведь ускорение по второму закону Ньютона обратно пропорционально массе: $a=\frac{F}{m}$. Как же объяснить, что ускорение, сообщаемое телу силой притяжения Земли, одинаково для всех тел?

Единственное объяснение, которое можно найти этому, состоит в том, что сама сила притяжения пропорциональна массе притягиваемого тела. Действительно, в этом случае увеличение массы тела, например вдвое, приведет к увеличению и силы вдвое. Ускорение останется таким же. Ньютон и сделал этот единственно возможный вывод: сила всемирного тяготения пропорциональна массе того тела, к которому она приложена. Но ведь тела притягиваются взаимно (третий закон Ньютона!). Следовательно, не только Земля притягивает тело, но и тело притягивает Землю и эта сила притяжения пропорциональна уже массе Земли. А силы эти одинаковы. Отсюда следует, что сила взаимного притяжения тел пропорциональна массам обоих тел. Это значит, что *сила пропорциональна произведению масс обоих тел.*

Роль расстояния между телами. От чего еще зависит сила взаимного притяжения двух тел? Ньютон предположил, что сила взаимного притяжения должна зависеть от расстояния между ними.

Из опыта хорошо известно, что ускорение свободного падения равно 9,8 м/с^2 и оно одинаково для тел, падающих с высоты 1, 10 и 100 м, т. е. не зависит от расстояния между телом и Землей. Это как будто бы означает, что и сила от расстояния не зависит.

Ньютон считал, что отсчитывать расстояния надо не от поверхности, а от центра Земли. Но радиус Земли 6400 км. Понятно, что несколько десятков, сотен или даже тысяч метров над поверхностью Земли не могут заметно изменить значение ускорения свободного падения.

Чтобы выяснить, как влияет расстояние между телами на силу их взаимного притяжения, нужно было бы узнать, каково ускорение тел, удаленных от Земли на достаточно большие расстояния. Однако наблюдать и изучать свободное падение тела с высоты в тысячи километров над Землей трудно. Но сама природа пришла здесь на помощь и дала возможность определить ускорение тела, движущегося по окружности вокруг Земли и обладающего поэтому центростремительным ускорением, вызванным, разумеется, той же силой притяжения к Земле. Таким телом является естественный спутник Земли — Луна. Если бы сила притяжения между Землей и Луной не зависела от расстояния между ними, то центростремительное ускорение Луны было бы таким же, как ускорение тела, свободно падающего близ поверхности Земли. В действительности же центростремительное ускорение Луны равно 0,0027 м/с^2. А это в 3600 раз меньше, чем ускорение тел, свободно падающих у поверхности Земли. В то же время известно, что расстояние между центрами Земли и Луны равно 384 000 км. Это в 60 раз больше радиуса Земли, т. е. расстояния от центра Земли до ее поверхности.

Таким образом, увеличение расстояния между притягивающимися телами в 60 раз приводит к уменьшению ускорения в 60^2 раз.

Отсюда Ньютон заключил, что ускорение, сообщаемое телу силой всемирного тяготения, а значит, и сама эта сила обратно пропорциональны квадрату расстояния между взаимодействующими телами.

Закон всемирного тяготения. Можно, следовательно, написать, что два тела, массы которых равны m_1 и m_2, притягиваются друг к другу с силой F, которая выражается формулой

[redacted] (1)

где R — расстояние между телами, G — коэффициент пропорциональности, одинаковый для всех тел. Коэффициент G называется *постоянной всемирного тяготения* или *гравитационной постоянной.*

Формула (1) выражает *закон всемирного тяготения,* открытый Ньютоном:

Тела притягиваются друг к другу с силой, модуль которой пропорционален произведению их масс и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними.

Что надо понимать под расстоянием между телами?

Формула (1), выражающая закон всемирного тяготения, справедлива, когда расстояние между телами настолько велико по сравнению с их размерами, что тела можно считать материальными точками (ведь расстояние R имеет смысл только для точек!). Направлена сила вдоль прямой, соединяющей материальные точки. Материальными точками можно считать планеты и Солнце, Землю и Луну, когда вычисляют силы тяготения между ними.

Если тела имеют форму шаров, то даже в том случае, когда их размеры сравнимы с расстоянием между ними, шары притягиваются друг к другу, как материальные точки, расположенные в центрах шаров. В этом случае R в формуле (1) — это расстояние между центрами шаров.

Материальной точкой можно считать и тело произвольной формы, когда оно взаимодействует с шаром, радиус которого много больше размеров тела. Именно так мы поступаем, когда рассматриваем притяжение тел к земному шару. Если тело находится на поверхности Земли или достаточно близко от нее, то R в формуле (1) — это просто радиус Земли.

Гравитационная постоянная. В формулу, выражающую закон всемирного тяготения, входит постоянная G. Она имеет простой смысл. Если массы взаимодействующих тел m_1 и m_2 равны единице ($m_1 = m_2 = 1$ кг) и расстояние R между ними тоже равно единице ($R = 1$ м), то, как видно из формулы (1), F численно равно G: *Гравитационная постоянная численно равна силе притяжения двух тел массой 1 кг каждое при расстоянии между ними 1 м.* Если переписать формулу (1) в виде $G = \frac{FR^2}{m_1 m_2}$, то из этого выражения видно, что единицей G является 1 Н·м²/кг².

Что касается числового значения G, то оно может быть найдено только из опыта. Опыт состоит в том, чтобы измерить силу притяжения двух тел известной массы при известном расстоянии между ними. Такие опыты проводились много раз различными методами, и они дали такой результат:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2.$$

Как видно, G — очень малая величина. Именно потому, что значение G так мало, мы и не замечаем притяжения обычных тел, окружающих нас, и сами не испытываем к ним притяжения. Ведь даже два шара массой 1 т каждый, находящиеся на расстоянии 1 м один от другого, притягиваются друг к другу с силой, составляющей 6,67 стотысячных долей ньютона!

Вопросы

1. Как изменится сила притяжения между двумя шарами, если один из них заменить другим, масса которого вдвое меньше?

2. Как изменится сила притяжения между двумя шарами, если расстояние между ними увеличить вдвое?

3. Почему мы не замечаем притяжения окружающих тел друг к другу, хотя притяжеиия этих же тел к Земле наблюдать легко?

4. Планеты движутся по своим орбитам вокруг Солнца. Куда направлена сила тяготения, действующая иа планеты со стороны Солнца? Куда направлено ускорение планеты в любой точке иа орбите? Как направлена скорость?

Упражнение 12

1. Два корабля массой 50 000 т каждый стоят на рейде на расстоянии 1 км один от другого. Какова сила притяжения между ними?

2. Вычислите силу притяжения Луны к Земле. Масса Луны равна $7 \cdot 10^{22}$ кг, масса Земли — $6 \cdot 10^{24}$ кг. Расстояние между Луной и Землей считать равиым 384 000 км.

3. Космонавт высадился на Луну. Его притягивают и Луна и Земля. Во сколько раз сила притяжения космонавта к Луне больше, чем к Земле? Радиус Луны равен 1730 км.

4. Земля движется вокруг Солнца по орбите, которую можно считать круговой, радиусом 150 млн. км. Найдите скорость Земли на орбите, если масса Солнца равна $2 \cdot 10^{30}$ кг.

§ 29. СИЛА ТЯЖЕСТИ

Одно из проявлений силы всемирного тяготения — сила притяжения тела к Земле, называемая также *силой тяжести*. Обозначим массу Земли через $M_З$, а массу тела — через $m_т$. Силу, действующую на тело, согласно закону всемирного тяготения, находим по формуле

$$F = G\frac{M_З m_т}{R^2}. \qquad (1)$$

Это и есть сила тяжести. Она направлена к центру Земли.

Если тело расположено на поверхности Земли или близко от нее, то R в формуле (1) — это радиус Земли $R_З$. Тогда ускорение тела, сообщаемое телу силой тяжести,— это и есть ускорение свободного падения, которое мы обозначаем буквой g и которое, как показывают измерения, равно примерно 9,8 м/с^2.

Согласно второму закону Ньютона,

$$g = \frac{F}{m_т} = G\frac{M_З}{R_З^2}. \qquad (2)$$

Из этого выражения видно, что ускорение свободного падения не зависит от массы тела и, следовательно, одинаково для всех тел. Таково удивительное свойство силы тяжести, а значит, и вообще силы всемирного тяготения. Удивительное потому, что по второму закону Ньютона ускорение должно быть обратно пропорционально массе тела. Закон всемирного тяготения Ньютона объяснил эту странность: сила всемирного тяготения потому сообщает всем телам одинаковые ускорения, что сама она пропорциональна массе того тела, на которое действует.

Таким образом, для силы тяжести можно написать равенство

$$\boxed{F_т = mg,}$$

которое мы получили раньше (см. § 24).

Если тело находится не на поверхности Земли, а на высоте h над ней, то ускорение свободного падения определяется не равенством (2), а равенством

$$g = G\frac{M_З}{(R_З + h)^2}.$$

Из формулы видно, что с ростом высоты h ускорение свободного падения должно уменьшаться. Но для того чтобы оно уменьшилось на 1 м/с^2, нужно подняться над поверхностью Земли на 300 км. При высотах же в десятки, сотни и даже тысячи метров над Землей ускорение свободного падения (а значит, и силу тяжести) можно считать постоянным, не зависящим от высоты. Только поэтому свободное падение вблизи Земли можно считать *равноускоренным* движением.

Измерение массы тела взвешиванием. В четвертой главе мы видели, что массу тела можно определить, измеряя отношение модулей ускорений при взаимодействии этого тела с телом, масса которого принята за единицу,— эталоном массы. Понятно, что этот способ очень неудобен. На практике применяется более удобный способ измерения массы — *взвешивание*. Он основан на том, что сила тяжести, действующая на тело, и масса этого тела пропорциональны друг другу:

$$F_т = mg.$$

А силу тяжести можно измерить динамометром (пружинными весами). Измеряя силу тяжести $F_т$ и зная ускорение g, находим массу тела по формуле

$$m = \frac{F_т}{g}.$$

Можно измерять массу и на *рычажных* весах. Когда весы уравновешены, можно утверждать, что на тело (на одной чаше весов) и на гири (на другой чаше) действуют одинаковые силы тяжести. А это значит, что и масса тела равна массе гирь. Так как на гирях указаны именно их массы, то массу тела мы узнаем, просто сложив числа, проставленные на гирях. Рычажные весы — очень чувствительный прибор. Наименьшая масса, которую можно измерить наиболее чувствительными весами, составляет несколько стомиллиардных долей килограмма.

Вопросы

1. Что такое сила тяжести?
2. Почему ускорение, которое сила тяжести сообщает телам, не зависит от их массы?
3. Ускорение свободного падения от массы тела не зависит. А сила тяжести?
4. Изменяется ли сила тяжести при удалении тела от поверхности Земли?

5. Земля — не точный шар: она сплюснута у полюсов. Различаются ли значения ускорения свободного падения и силы тяжести на полюсе и на экваторе Земли?

Упражнение 13

1. Какова масса тела, если сила тяжести, действующая на него, равна 49 Н? Тело находится вблизи поверхности Земли.

2. На какой высоте над Землей сила тяжести уменьшается в два раза?

3. Найдите силу притяжения, действующую на тело вблизи поверхности Луны. Масса тела 1 кг. Во сколько раз эта сила отличается от силы тяжести, действующей на то же тело у поверхности Земли?

4. Вычислите ускорение свободного падения тел вблизи поверхности Марса. Масса Марса равна $6 \cdot 10^{23}$ кг, его радиус 3300 км.

§ 30. ВЕС ТЕЛА. НЕВЕСОМОСТЬ

Напомним, что *вес тела — это сила, с которой тело, вследствие его притяжения к Земле, действует на опору или подвес* (см. «Физика-7», § 25).

Почему такая сила возникает, как она направлена и чему равна?

Рассмотрим, например, тело, подвешенное к пружине, другой конец которой закреплен (рис. 94, справа). На тело действует сила тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, направленная вниз. Оно поэтому начинает падать, увлекая за собой нижний конец пружины. Пружина окажется из-за этого деформированной, и появится сила упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины. Она приложена к верхнему краю тела и направлена вверх. Верхний край тела будет поэтому «отставать» в своем падении от других его частей, к которым сила упругости пружины не приложена. Вследствие этого и тело деформируется. Возникает еще одна сила упругости — сила упругости деформированного тела. Она приложена к пружине и направлена вниз. Вот эта-то сила и есть вес тела.

По третьему закону Ньютона обе эти силы упругости равны по модулю и направлены в противоположные стороны.

После нескольких колебаний тело на пружине оказывается в покое. Это значит, что сила тяжести $m\vec{g}$ по модулю равна силе упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины. Но этой же силе равен и вес тела.

Таким образом, в нашем примере вес тела, который мы обозначим буквой $\vec{P}$, по модулю равен силе тяжести:

$$P = mg.$$

Но это не значит, что вес тела и сила тяжести, приложенная к нему, одно и то же.

Сила тяжести — это *гравитационная сила*, приложенная к *телу*. Вес тела — это *сила упругости*, приложенная к *подвесу*.

Рис. 94

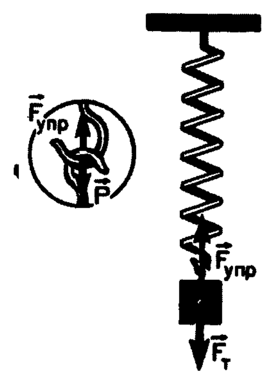


Рис. 95

Если тело не подвешено, а установлено на опоре (рис. 95), то и на опору действует сила, возникающая аналогичным образом и тоже называемая весом.

Невесомость. Представим себе, что пружину с подвешенным к ней грузом (лучше пружинные весы) держат в руках (рис. 96). По шкале пружинных весов можно отсчитать вес тела. Если рука, держащая весы, покоится относительно Земли, весы покажут, что вес тела по модулю равен силе тяжести mg. А теперь представим себе, что весы выпустили из рук и они вместе с грузом свободно падают. Легко заметить, что при этом стрелка весов устанавливается на нуле, показывая, что вес тела стал равным нулю. И это понятно. При свободном падении и весы и груз движутся с одинаковым ускорением, равным $\vec{g}$. Нижний конец пружины не увлекается грузом, а сам следует за ним, и пружина не деформируется. Поэтому нет силы упругости, которая действовала бы на груз. Значит, и груз не деформируется и не действует на пружину. Вес исчез! Груз, как говорят, стал *невесомым.*

Невесомость объясняется тем, что сила всемирного тяготения, а значит, и сила тяжести сообщают всем телам (в нашем случае — грузу и пружине) одинаковое ускорение $\vec{g}$ (см. § 28). Поэтому всякое тело, на которое действует *только сила тяжести* или вообще сила всемирного тяготения, находится в состоянии невесомости. Именно в таких условиях находится всякое свободно падающее тело. Но надо помнить, что если в нашем опыте стрел-

Рис. 96

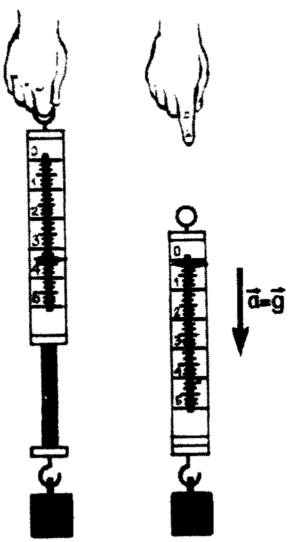


Рис. 97

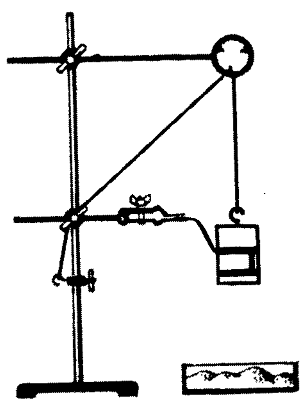
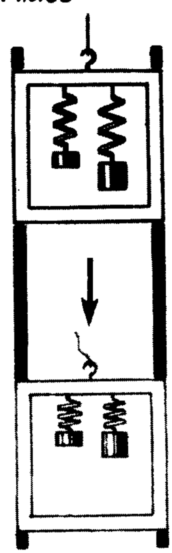


Рис. 98



ка весов стоит на нуле, то это не значит, что исчезла сила тяжести. Исчез *вес*, т. е. сила, с которой груз действует на подвес. Сила же тяжести, действующая на весы и на груз, остается, и именно она — причина свободного падения.

Невесомость совсем не редкое для людей состояние. В таком состоянии находится прыгун с момента отрыва от Земли и до момента приземления; пловец, прыгающий с вышки, до соприкосновения с водой. Даже бегун в короткие промежутки времени между касаниями ногой земли находится в состоянии невесомости.

Возникновение невесомости при свободном падении можно наблюдать в следующем опыте.

Между гирями наборного груза (рис. 97) закладывают полоску бумаги, и свободный ее конец зажимают в лапке штатива. Если медленно опускать груз, то полоска натягивается и рвется. Это значит, что полоска была достаточно сильно зажата гирями. Заменив порванную полоску другой, дают возможность грузу свободно падать. Бумажная полоска при этом повисает неповрежденной на лапке штатива. Этот опыт показывает, что при свободном падении верхняя гиря не давит на опору — нижнюю гирю, т. е. гиря при падении стала невесомой.

Еще один опыт показан на рисунке 98. В рамке, которая может скользить по двум направляющим стержням, на двух одинаковых пружинах подвешены два различных груза. Они, конечно, по-разному растягивают пружины. Но если пережечь нить, удерживающую рамку, то рамка будет свободно падать и можно видеть, что деформации пружин исчезли: грузы стали невесомыми!

Вопросы

1. Что такое вес тела?
2. В чем различие между весом тела и силой тяжести, действующей на тело?
3. Тело покоится на опоре. Какие силы действуют на тело и на опору?
4. В каких случаях тело находится в состоянии невесомости?
5. В чем состоит причина невесомости?
6. Исчезает ли сила притяжения тела к Земле при переходе тела в состояние невесомости?
7. Груз, выпущенный из руки, свободно падает и находится в состоянии невесомости. А если тело брошено вверх?

§ 31. ВЕС ТЕЛА, ДВИЖУЩЕГОСЯ С УСКОРЕНИЕМ

Вес тела может быть меньше силы тяжести. Рассмотрим теперь случай, когда тело вместе с пружинными весами движется относительно Земли с ускорением, но не совершает свободного падения. Для этого можно, не выпуская весы из рук, просто резко опустить их вниз, сообщив им и грузу некоторое ускорение $\vec{a}$, направленное вниз (рис. 99). Легко при этом заметить, что стрелка весов поднимется вверх. Это значит, что вес тела стал меньше, чем он был тогда, когда весы и тело покоились.

Почему уменьшился вес?

На тело в нашем опыте действуют силы: сила тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, направленная вниз, и сила упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины весов, направленная вверх. Вместе они и сообщают телу ускорение $\vec{a}$. Согласно второму

Рис. 99

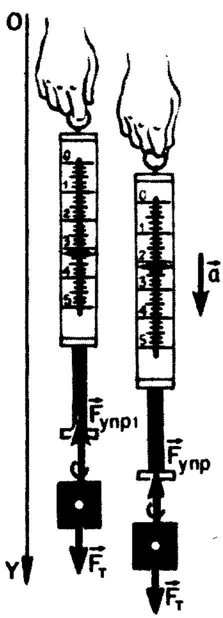
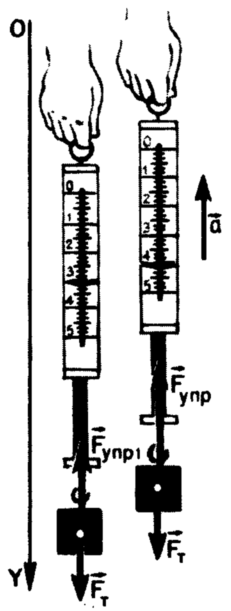


Рис. 100



закону Ньютона,

$$\vec{F}_{упр} + m\vec{g} = m\vec{a}. \qquad (1)$$

Все три вектора, входящие в это уравнеиие, параллельны координатной оси Y, которую мы направили по вертикали вниз (см. рис. 99). Поэтому для проекций этих векторов на ось Y формула (1) примет вид

$$(F_{упр})_y + mg_y = ma_y. \qquad (2)$$

Векторы $\vec{g}$ и $\vec{a}$ сонаправлены с осью Y, поэтому их проекции положительны и равны модулям самих векторов: $g_y = g$, $a_y = a$. А вектор $\vec{F}_{упр}$ направлеи против оси Y, так что его проекция на эту ось отрицательна: $(F_{упр})_y = -F_{упр}$. Формулу (2) можно поэтому записать в виде:

$$F_{упр} = mg - ma.$$

Вес $\vec{P}$ тела по модулю равен силе $\vec{F}_{упр}$ (по третьему закону Ньютона), так что

$$P = mg - ma = m(g - a). \qquad (3)$$

Отсюда видно, что если $a < g$, то вес тела по модулю меньше силы тяжести mg, т. е. меньше веса покоящегося тела. *Если тело вместе с опорой или подвесом движется с ускорением, которое направлено так же, как ускорение свободного падения, то его вес меньше веса покоящегося тела.*

Напомним еще раз, что речь идет об уменьшении веса, а не силы тяжести.

Вес тела может быть больше силы тяжести. Если весы с подвешенным к ним грузом резко поднять *вверх*, сообщив им ускорение $\vec{a}$, направленное вверх (рис. 100), то стрелка весов опустится, показывая, что вес тела увеличился. К этому случаю применимы приведенные выше рассуждения, с той только разницей, что теперь проекция вектора $\vec{a}$ на ось Y отрицательна. Поэтому формула для веса тела P в скалярной форме имеет вид:

$$P = m(g + a). \qquad (4)$$

Вес тела теперь больше силы тяжести mg, т. е. больше веса покоящегося тела. *Если тело* (вместе с опорой или подвесом) *движется с ускорением, направленным противоположно ускорению свободного падения, то его вес больше веса покоящегося тела.*

Увеличение веса, вызванное его ускоренным движением, называется *перегрузкой.*

Все сказанное относится не только к случаю, когда тело подвешено к пружинным весам. Все это справедливо и для любого подвеса, для любой опоры.

Приведем некоторые примеры изменения веса тела при его ускоренном движении.

1. Автомобиль, движущийся по выпуклому мосту (рис. 101), легче

того же автомобиля, неподвижно стоящего на том же мосту.

Действительно, движение по выпуклому мосту — это движение по части окружности. Значит, автомобиль движется с центростремительным ускорением, по модулю равным $a=\frac{v^2}{r}$, где v — скорость автомобиля и r — радиус кривизны моста. В момент, когда автомобиль находится в высшей точке моста, $\vec{a}$ направлено по вертикали вниз. Это ускорение сообщается автомобилю равнодействующей силы тяжести $\vec{F}_т=m\vec{g}$ и силы реакции опоры $\vec{N}$. Уравнение, выражающее второй закон Ньютона, в векторной форме имеет вид:

$$m\vec{g}+\vec{N}=m\vec{a}.$$

Направим координатную ось Y вертикально вниз и напишем это уравнение для проекций векторов на эту ось: $mg_y+N_y=ma_y$. Ясно, что $g_y=g$, $N_y=-N$ и $a_y=a=\frac{v^2}{r}$. Тогда

$$mg-N=\frac{mv^2}{r}.$$

Отсюда

$$N=m\left(g-\frac{mv^2}{r}\right).$$

Вес автомобиля $\vec{P}$ по третьему закону Ньютона равен по модулю силе реакции опоры $\vec{N}$. Следовательно,

$$P=N=m\left(g-\frac{v^2}{r}\right), \text{ т. е. } P<mg.$$

Уменьшается, конечно, и вес пассажиров автомобиля.

2. Летчик, выводящий самолет из пикирования (рис. 102), в нижней части траектории подвергается перегрузке.

В самом деле, в этой точке траектории самолет движется по части окружности, и значит, с центростремительным ускорением, по модулю равным $a=\frac{v^2}{r}$ и направленным к центру окружности, т. е. вверх. Проекция вектора ускорения на ось Y, направленную вниз, отрицательна, т. е. $a_y=-a=-\frac{v^2}{r}$. Следовательно, вес летчика, т. е сила, с которой он действует на опору (сиденье), в соответствии с формулой (4), определяется выражением $P=m(g+a)=m\left(g+\frac{v^2}{r}\right)$, т. е. $P>mg$. Вес летчика больше «нормального» веса, равного силе тяжести mg, на величину $\frac{mv^2}{r}$.

Рис.101

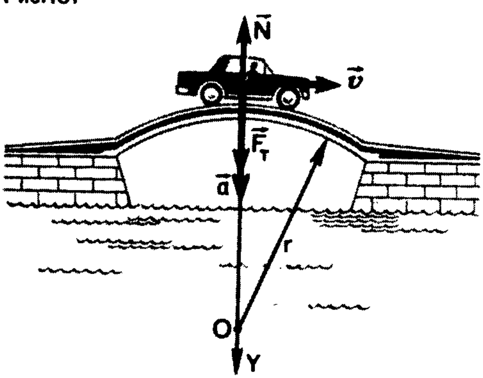
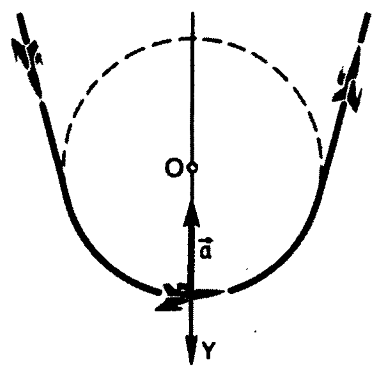


Рис.102



Если при выходе из пикирования ускорение $\frac{v^2}{r}$ превышает ускорение свободного падения g в n раз $\left(\frac{v^2}{r}=ng\right)$, то вес летчика $P=mg(n+1)$, т. е. он будет в $n+1$ раз больше «нормального» веса летчика.

При перегрузке увеличивают свой вес и внутренние органы летчика, увеличивается сила, с которой они действуют друг на друга и на самолет. Это вызывает болезненные ощущения, а при чрезмерной перегрузке может стать опасным для здоровья. Тренированные пилоты выдерживают перегрузку до $10mg$ (обычно перегрузку выражают не через величину mg, а через величину g и говорят, что перегрузка равна, например, $10g$).

Вопросы

1. Как изменяется вес тела при его ускоренном движении вверх? Вниз?

2. Изменяется ли вес тела, если оно движется с ускорением в горизонтальном направлении?

3. Как изменяется вес космонавта при старте ракеты, выводящей космический корабль на орбиту?

4. Как изменяется вес космонавта при торможении приземляющегося космического корабля?

5. Как изменяется вес летчика, совершающего фигуру «мертвая петля» (петля Нестерова), когда он находится в нижней и верхней точках фигуры?

6. Изменяется ли вместе с изменением веса тела и его масса?

Упражнение 14

1. Бетонную плиту массой 500 кг подъемным краном перемещают: а) равномерно вверх; б) равномерно вниз; в) горизонтально. Чему равны действующая на плиту сила тяжести и вес плиты в каждом из этих случаев?

2. На дне шахтной клети лежит груз массой 100 кг. Каков будет вес груза, если клеть: а) поднимается вверх с ускорением 0,3 м/с^2; б) опускается с ускорением 0,4 м/с^2; в) движется равномерно; г) свободно падает?

3. На сколько уменьшится вес автомобиля в высшей точке выпуклого моста, если радиус кривизны моста 100 м, масса автомобиля 2000 кг, скорость его движения 60 км/ч?

4. Найдите вес тела массой 1000 г на полюсе и на экваторе. Радиус Земли считать равным 6400 км.

§ 32. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ: ТЕЛО ДВИЖЕТСЯ ПО ВЕРТИКАЛИ

Еще в конце XVI в. Галилео Галилей установил, что движение свободно падающего тела — это движение равноускоренное. Кроме того, Галилей установил, что ускорение свободного падения одинаково для всех тел, независимо от их массы, и что по модулю это ускорение равно 9,81 м/с^2.

Законы движения, открытые Ньютоном, и закон всемирного тяготения объясняют основные особенности свободного падения. Тело, падая, движется с ускорением потому, что на него действует сила тяжести, направленная вниз. Ускорение постоянно, так как постоянна действующая на тело сила. Ускорение не зависит от массы тела потому, что сама сила пропорциональна массе.

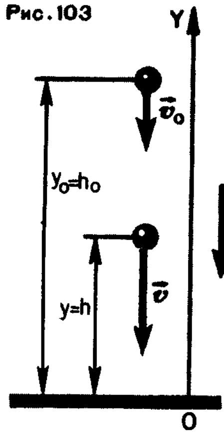
Ускорение падающего тела не изменится, если мы толкнем тело вниз, сообщив ему начальную скорость $\vec{v}_0$. Только нарастание скорости тела начнется не от нуля, а от v_0.

Если сообщить телу начальную скорость $\vec{v}_0$, направленную вверх, то это не изменит ни направления, ни численного значения ускорения тела, потому что толчок вверх не может изменить силу тяжести. В обоих случаях траектория тела — вертикальная прямая.

При решении задач, относящихся к такому движению, в качестве тела отсчета удобно принимать Землю с началом отсчета на ее поверхности или в любой точке выше или ниже поверхности, а координатную ось направлять по вертикали вверх или вниз. Высоту тела над какой-то поверхностью принято обозначать буквой h (рис. 103). Тогда координата y тела — это просто высота h тела над точкой начала отсчета. Проекция вектора перемещения тела соответствует изменению высоты и равна $h-h_0$, где h_0 — начальная высота.

Формулы для вычисления координат (высот) и скоростей ничем не отличаются от формул, полученных нами для прямолинейного равноускоренного движения.

Рис. 103



Координата тела (высота)

$$\boxed{y=h=h_{0y}+v_{0y}t+\frac{g_yt^2}{2}.} \quad (1)$$

Скорость тела в любой момент времени

$$\boxed{v_y=v_{0y}+g_yt.} \quad (2)$$

Скорость тела в любой точке траектории

$$\boxed{v_y^2=v_{0y}^2+2g_y(h-h_0).} \quad (3)$$

Проекция g_y положительна, если ось Y направлена вниз, и отрицательна, если она направлена вверх. Проекции v_{0y} и v_y положительны, если скорости сонаправлены с осью Y, и отрицательны, если векторы скоростей и ось Y имеют противоположные направления.

Вопросы

1. С каким ускорением движется свободно падающее тело? Тело, брошенное вверх?

2. Чем отличается ускорение, сообщаемое телам силой тяжести, от ускорений, которые сообщают им другие силы?

3. Почему ускорение, сообщаемое телу силой тяжести, постоянно и не зависит от его массы?

4. Если бы тело падало на Землю с высоты в несколько сот или тысяч километров, было бы его движение равно-

ускоренным? Зависело ли бы в этом случае ускорение от массы тела (влиянием воздуха атмосферы на движение тела пренебречь)?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Некоторое тело упало на землю с высоты 100 м. Найдите время падения и скорость тела в момент удара о землю.

Решение. Направим координатную ось Y вверх, а начало отсчета O выберем на поверхности Земли (см. рис. 103). Тогда $g_y = -g$, $v_y = -v$, $v_{0y} = 0$ (тело упало, а не брошено!). В момент приземления тела $h = 0$.

Время падения тела найдем, используя формулу (1):

$$0 = h_0 + 0 - \frac{gt^2}{2},$$

$$\text{откуда } t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}.$$

Подставив сюда данные задачи, найдем

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \text{ м}}{9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} \approx 4{,}5 \text{ с}.$$

Скорость в момент приземления вычислим по формуле (2), которая в нашем случае имеет вид: $-v = 0 - -gt$. Отсюда $v = gt$.

Подставив сюда данные задачи и только что полученное значение времени, найдем

$$v = 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4{,}5 \text{ с} \approx 44 \text{ м/с}.$$

2. На какую максимальную высоту поднимется тело, брошенное вверх с начальной скоростью $v_0 = 44$ м/с? Вычислите время подъема на эту высоту.

Решение. Как и в предыдущей задаче, направим координатную ось Y вверх (рис. 104). В этом случае $v_{0y} = v_0$, $g_y = -g$. В высшей точке подъема $v = 0$. Уравнение (2) принимает вид: $0 = v_0 - gt$, или $t = \frac{v_0}{g}$.

Отсюда

$$t = \frac{44 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 4{,}5 \text{ с}.$$

Высоту подъема можно вычислить, пользуясь формулой (3), с учетом того, что $h_0 = 0$, а также того, что в высшей точке подъема, на высоте h, $v = 0$.

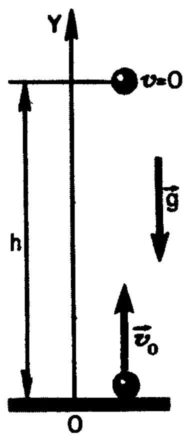
Формула (3) имеет поэтому вид:

$0 = v_0^2 - 2gh$, или $h = \frac{v_0^2}{2g}$. Отсюда

$$h = \frac{\left(44 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2 \cdot 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 100 \text{ м}.$$

Сравнивая результаты решений задач 1 и 2, мы видим, что время падения тела с некоторой высоты равно времени его подъема на эту

Рис. 104



же высоту, если начальная скорость брошенного вверх тела равна конечной скорости падающего тела. Это и неудивительно. Ведь на падающее тело и тело, брошенное вверх, действует одна и та же сила — сила тяжести, сообщающая им одинаковые ускорения.

Упражнение 15

При решении задач влиянием воздуха на движение тел пренебречь.

1. Камень падал на дно ущелья 4,0 с. Какова глубина ущелья?

2. Сколько времени падал бы груз с высоты Останкинской телебашни (540 м)? Какова была бы его скорость в момент падения на землю?

3. За какое время тело, начавшее падение вниз из состояния покоя, пройдет путь, равный 4,9 м? Какова его скорость в конце этого пути?

4. Стоя на краю скалы, мальчик уронил камень, а вслед за тем через секунду он бросил второй камень. Какую начальную скорость мальчик сообщил второму камню, если оба камня упали на землю одновременно? Высота скалы над землей 180 м.

5. Тело свободно падает с высоты 20 м над землей. Какова скорость тела в момент удара о землю? На какой высоте его скорость вдвое меньше?

6. Стрела выпущена из лука вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с. На какую высоту она поднимется?

7. Тело, брошенное с земли вертикально вверх, упало через 8,0 с. На какую высоту оно поднялось и какова была его начальная скорость?

8. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 40 м/с. На какой высоте оно окажется через 3 с? Через 5 с? Какие скорости у него будут на этих высотах?

§ 33. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ: НАЧАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ ТЕЛА НАПРАВЛЕНА ПОД УГЛОМ К ГОРИЗОНТУ

Часто приходится иметь дело с движением тел, получивших начальную скорость не параллельно силе тяжести, а под некоторым углом к ней (или к горизонту). Когда, например, спортсмен толкает ядро, метает диск или копье, он сообщает этим предметам именно такую скорость. При артиллерийской стрельбе стволам орудий придают некоторый угол возвышения, так что снаряд в стволе тоже получает начальную скорость, направленную под углом к горизонту.

Как в этом случае движется тело? Будем по-прежнему считать, что влиянием воздуха на движение можно пренебречь.

На рисунке 105 показан стробоскопический снимок шарика, брошенного под углом 60° к горизонту. Соединив последовательные положения шарика плавной кривой, мы и получим траекторию движения шарика. Это знакомая из алгебры кривая, называемая *параболой*.

Если пренебречь влиянием воздуха на движение тела, то на тело, брошенное под углом к горизонту, как и на тело, свободно падающее, или на тело, получившее начальную скорость, направленную вертикально, действует только сила тяжести. Как бы тело ни двигалось, сила тяжести может сообщить ему только ускорение $\vec{g}$, направленное вниз. Этим определяются и траектория движения тела, и характер его движения.

Пусть из некоторой точки O брошено тело с начальной скоростью $\vec{v}_0$, направленной под углом α к горизонту. Примем за начало отсчета координат точку, из которой брошено тело, а за начало отсчета времени момент броска. Ось X направим горизонтально, а ось Y — вертикально вверх (рис. 106). Из рисунка видно, что проекции вектора $\vec{v}_0$ на оси X и Y равны соответственно $v_0 \cos \alpha$ и $v_0 \sin \alpha$:

$$\boxed{v_{0x} = v_0 \cos \alpha;}$$

$$\boxed{v_{0y} = v_0 \sin \alpha.}$$

Так как на тело действует лишь сила тяжести, то при движении тела будет изменяться только проекция v_{0y}. Проекция же v_{0x} изменяться не будет. Поэтому координата x тела с течением времени изменяется так же, как при прямолинейном равномерном движении:

$$x = v_{0x}t. \qquad (1)$$

Координата же y изменяется так же, как при прямолинейном равноускоренном движении:

$$y = v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}. \qquad (2)$$

Чтобы найти траекторию движения тела, надо подставить в уравнения (1) и (2) последовательно увеличивающиеся значения t и вычислить координаты x и y для каждого значения t при известных значениях модуля начальной скорости $\vec{v}_0$ и угла α. По полученным значениям x и y нанести точки, изображающие последовательные положения тела. Соединив их плавной кривой, мы и получим траекторию движения тела. Она окажется подобной той, что изображена на рисунке 106.

Тело брошено горизонтально. Тело можно бросить и так, что его начальная скорость $\vec{v}_0$ будет направлена горизонтально ($\alpha = 0$). Так направлена, например, начальная скорость тела, оторвавшегося от горизонтально летящего самолета.

Рис. 105

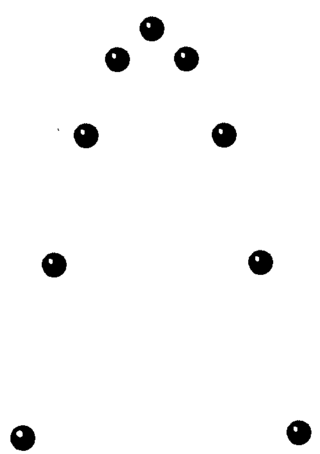


Рис. 106

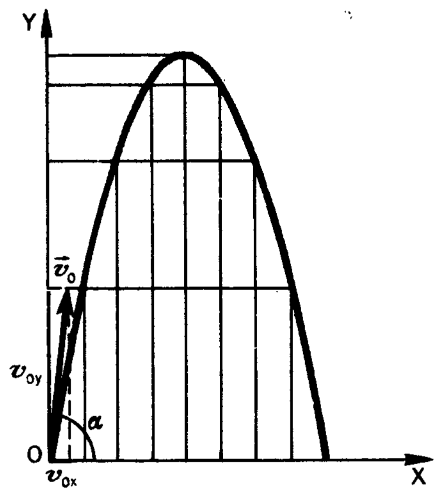


Рис.107

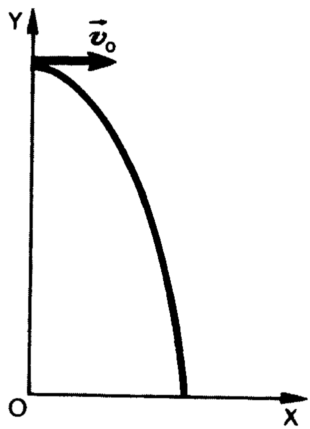
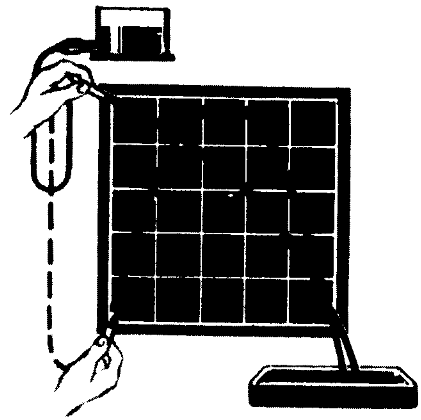


Рис.108



Легко понять, по какой траектории будет двигаться такое тело. Обратимся снова к рисунку 106, на котором показана траектория тела, брошенного под углом α к горизонту. В высшей точке параболы скорость тела как раз и направлена горизонтально. А за этой точкой тело движется по правой ветви параболы. Очевидно, что и всякое тело, брошенное горизонтально, тоже будет двигаться по ветви параболы (рис. 107).

Траекторию движения тел, брошенных горизонтально или под углом к горизонту, можно наглядно изучить в простом опыте. Сосуд, наполненный водой, помещают на некоторой высоте над столом и соединяют резиновой трубкой с наконечником, снабженным краном (рис. 108). Выпускаемые струи воды непосредственно показывают траектории частиц воды. Таким образом можно наблюдать траектории при разных значениях угла α и скорости v_0.

Мы рассмотрели несколько примеров движения тел под действием силы тяжести. Во всех случаях тело движется с ускорением свободного падения, и оно не зависит от того, имело ли тело еще и скорость в горизонтальном направлении или нет.

Поэтому, например, пуля, выпущенная стрелком из ружья в горизонтальном направлении, упадет на землю одновременно с пулей, случайно оброненной стрелком в момент выстрела. Но оброненная пуля упадет у ног стрелка, а пуля, вылетевшая из ружейного ствола — во многих сотнях метров от него.

Вопросы

1. Что общего в движении тел, брошенных вертикально, горизонтально и под углом к горизонту?

2. По какой траектории движется тело, брошенное под углом к горизонту?

3. По какой траектории движется тело, брошенное горизонтально?

4. Можно ли считать движение тела, брошенного горизонтально или под углом к горизонту, равноускоренным?

5. Вектор начальной скорости направлен под углом к горизонту. Под каким углом к горизонту направлен вектор скорости в момент падения на землю?

1. Снаряд вылетел из пушки под углом α к горизонту с начальной скоростью $\vec{v}_0$. Найдите: а) время полета снаряда; б) максимальную высоту подъема; в) дальность полета снаряда.

Решение. Движение тела, брошенного под углом к горизонту, описывается формулами (1) и (2). Так как $v_{0x}=v_0\cos\alpha$, $v_{0y}=v_0\sin\alpha$ и $g_y=-g$, то

$$x=v_0t\cos\alpha;$$
$$y=v_0t\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}.$$

а) В конце полета снаряда координата $y=0$. Время t полета найдем по формуле для y: $0=v_0t\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}$. Решая это квадратное уравнение относительно t, найдем

$$t_1=0;\ t_2=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}.$$

Значение t_1 соответствует началу полета (в этот момент y тоже равен нулю), а t_2 — это искомое время полета:

$$t_{\text{полета}}=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}.$$

б) Время движения до высшей точки траектории вдвое меньше всего времени движения, т. е. $t_{\text{подъема}}=\frac{v_0\sin\alpha}{g}$. Максимальная высота подъема $h_{\max}$ — это значение координаты y, которое получится, если в выражение для координаты y вместо t подставить найденное значение времени подъема:

$$h_{\max}=v_0\sin\alpha\frac{v_0\sin\alpha}{g}-\frac{g}{2}\left(\frac{v_0\sin\alpha}{g}\right)^2=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}.$$

в) Дальность полета l — это максимальное значение координаты x. Его мы получим, если в формулу для координаты x подставим вместо t время полета: $t_{\text{полета}}=\frac{2v_0\sin\alpha}{g}$.

$$l=x_{\max}=v_0t_{\text{полета}}\cos\alpha,$$

$$\text{или}\quad l=v_0\cos\alpha\frac{2v_0\sin\alpha}{g}=\frac{2v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}.$$

При каком значении угла α дальность полета максимальна? Известно, что $2\sin\alpha\cos\alpha=\sin2\alpha$. Следовательно,

$$l=\frac{v_0^2\sin2\alpha}{g}.$$

Отсюда видно, что дальность l будет наибольшей, если $\sin2\alpha=1$. Это значит, что $2\alpha=90°$ и $\alpha=45°$. В этом можно убедиться, например, с помощью описанного опыта с водяной струей.

2. С самолета, летящего в горизонтальном направлении со скоростью $v_0=720$ км/ч, на высоте $h=3920$ м над землей сброшен груз. Как далеко от места сбрасывания груз упадет на землю?

Решение. За начало отсчета координат примем точку, где груз был сброшен, а за начало отсчета времени — момент сбрасывания. Ось X направим горизонтально, а ось Y — вертикально вверх (рис. 109).

Движение груза описывается известными уравнениями:

$$x=v_0t\cos\alpha;\qquad\qquad (1)$$
$$y=v_0t\sin\alpha-\frac{gt^2}{2}.$$

В нашей задаче $\alpha=0$ и, значит, $\sin\alpha=0$ и $\cos\alpha=1$. Тогда уравнения (1) примут вид:

$$x=v_0t; \qquad (2)$$

$$y=-\frac{gt^2}{2}. \qquad (3)$$

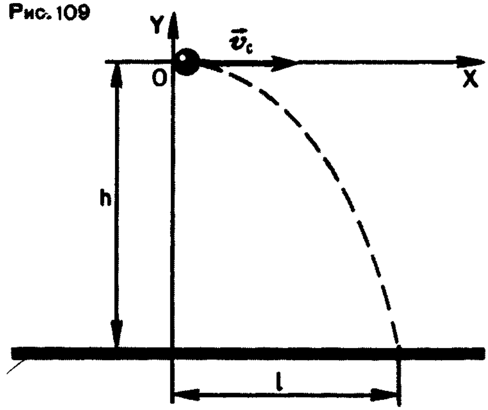
В момент приземления груза $y=-h$, а дальность полета $l=x$. Из уравнения (3) находим время полета:

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Подставив это выражение в уравнение (2), получаем:

$$x=l=v_0\sqrt{\frac{2h}{g}};$$

Рис. 109



$$l=200\,\frac{\text{м}}{\text{с}}\sqrt{\frac{2\cdot 3920\ \text{м}}{9{,}8\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}}\approx 5600\ \text{м}.$$

Упражнение 16

1. Мяч брошен под углом 30° к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Определите высоту подъема, время и дальность полета.

2. Пуля вылетает в горизонтальном направлении и летит со средней скоростью 800 м/с.

На сколько снизится пуля в отвесном направлении во время полета, если расстояние до цели 600 м?

§ 34. ИСКУССТВЕННЫЕ СПУТНИКИ ЗЕМЛИ

Мы только что видели, как движется тело, которому на высоте h над Землей сообщена начальная скорость $\vec{v}_0$ в горизонтальном направлении. Тело движется по ветви параболы, и, двигаясь по ней, оно в конце концов падает на Землю.

При этом мы принимали, что поверхность Земли плоская. Такое упрощение допустимо при не очень больших скоростях, при которых дальность полета сравнительно невелика (рис. 110).

Земля уходит из-под тела. В действительности Земля — шар. Поэтому одновременно с продвижением тела по его траектории поверхность Земли несколько удаляется от него (рис. 111). И можно подобрать такое значение скорости тела v_0, при котором поверхность Земли из-за ее кривизны будет удаляться от тела как раз на столько, на сколько тело приближается к Земле благодаря притяжению к ней. Тогда тело будет двигаться на постоянном расстоянии h от поверхности Земли, т. е. по окружности радиусом $R_З+h$,

Рис. 110

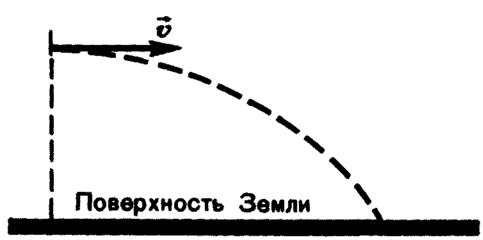


Рис.111

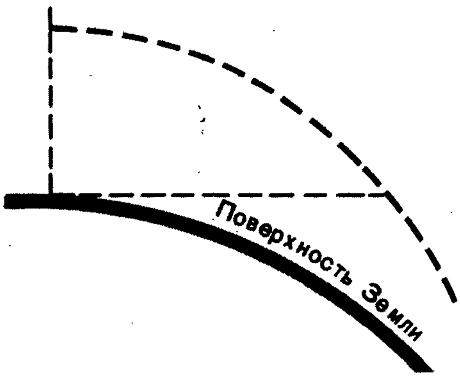
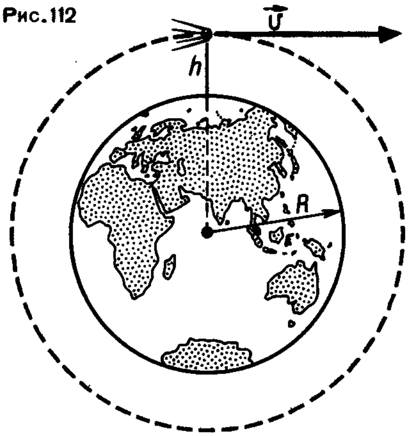


Рис.112



где $R_З$ — радиус Земли (рис. 112). Какова эта скорость?

Искусственный спутник Земли. Раз тело движется равномерно по окружности, то его ускорение — центростремительное и по модулю оно равно $a=\frac{v^2}{R_З+h}$. Это ускорение телу сообщает сила притяжения к Земле; ее модуль равен:

$$F=G\frac{M_З m_т}{(R_З+h)^2}.$$

Здесь $M_З$ — масса Земли, $m_т$ — масса тела. По второму закону Ньютона

$$a=\frac{F}{m_т}=G\frac{M_З}{(R_З+h)^2}.$$

Следовательно,

$$\frac{v^2}{R_З+h}=G\frac{M_З}{(R_З+h)^2}.$$

Откуда

$$v=\sqrt{\frac{M_З}{R_З+h}}. \qquad (1)$$

Значит, если телу сообщить в горизонтальном направлении на высоте h над Землей скорость, определяемую формулой (1), то оно будет двигаться по окружности вокруг Земли. Такое тело называется *искусственным спутником Земли* (ИСЗ).

Первая космическая скорость. Спутником Земли может стать тело любой массы, лишь бы ему была сообщена достаточная скорость (в формулу (1) масса тела не входит!). Эта скорость, вычисляемая по формуле (1), называется *первой космической скоростью*. Первая — потому что есть еще и вторая, и третья космические скорости, которые мы здесь вычислять не будем.

Вычислим первую космическую скорость для ИСЗ, запускаемого вблизи поверхности Земли ($h\approx 0$). В этом случае $v=\sqrt{G\frac{M_З}{R_З}}$. Напомним (см. § 29), что $G\frac{M_З}{R_З^2}=g$ и, следовательно, $G\frac{M_З}{R_З}=gR_З$. Отсюда для скорости v получаем выражение:

$$\boxed{v=\sqrt{gR_З}.}$$

Подставив в эту формулу значения величин $g=9{,}8$ м/с^2 и $R_З=6{,}4\cdot10^6$ м, получаем

$$v=\sqrt{9{,}8\ \text{м/с}^2\cdot 6{,}4\cdot 10^6\ \text{м}}\approx 8\ \text{км/с}.$$

Такую скорость в горизонтальном направлении нужно сообщить телу на небольшой, сравнительно с радиусом Земли, высоте, чтобы оно не упало на Землю, а стало ее спутником, движущимся по круговой орбите. Иногда именно эту скорость (≈ 8 км/с) называют первой космической скоростью.

Восемь километров в секунду — это почти 29 000 километров в час! Сообщить телу такую скорость, конечно, не просто. Только в 1957 г. советским ученым впервые в истории человечества удалось с помощью мощной ракеты сообщить телу массой около 85 кг первую космическую скорость, и оно стало первым искусственным спутником Земли.

Сейчас в околоземном пространстве движутся многие тысячи ИСЗ, запущенных учеными разных стран. Но старт в космос человечеству был дан с территории нашей страны советскими учеными.

Движение спутников вокруг Земли происходит под действием только силы всемирного тяготения, которая сообщает всем телам одинаковое ускорение — и спутнику, и всему, что в нем находится. Это значит, что все тела в спутнике, в том числе и пассажиры, находятся в состоянии невесомости.

Вопросы

1. Как должна быть направлена скорость тела в момент его вывода на круговую орбиту, чтобы оно стало искусственным спутником Земли?
2. Как направлено ускорение искусственного спутника Земли?
3. Можно ли считать движение ИСЗ равноускоренным?
4. Советский космонавт А. Леонов впервые в истории вышел из космического корабля в открытый космос. Был ли он в это время в состоянии невесомости?

Упражнение 17

1. Вычислите период обращения спутника Земли на высоте 300 км.
2. Вычислите первую космическую скорость для высоты над Землей, равной радиусу Земли.
3. На какой высоте над поверхностью Земли первая космическая скорость равна 6 км/с?
4. На какой высоте над поверхностью Земли должен быть запущен спутник, чтобы период его обращения по орбите был равен 24 ч?
5. Вычислите частоту обращения по орбите спутников, о которых говорится в задачах 1 и 4.

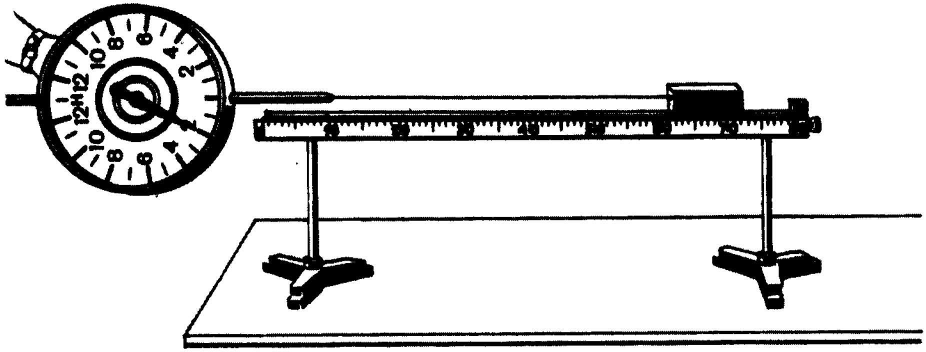
§ 35. СИЛА ТРЕНИЯ. ТРЕНИЕ ПОКОЯ

Нам остается еще рассмотреть третью механическую силу — *силу трения*. О трении мы уже не раз упоминали. О трении и о силе трения нельзя не упоминать, потому что в земных условиях трение и сила трения всегда сопутствуют любому движению тел.

Напомним (см. «Физику-7», § 30), что сила трения возникает при непосредственном соприкосновении тел и всегда направлена вдоль поверхности соприкосновения. Этим она отличается от силы упругости, направленной перпендикулярно этой поверхности.

Трение покоя. Проследим на опыте за возникновением силы трения. На рисунке 113 показана установка для опыта. К телу, расположен-

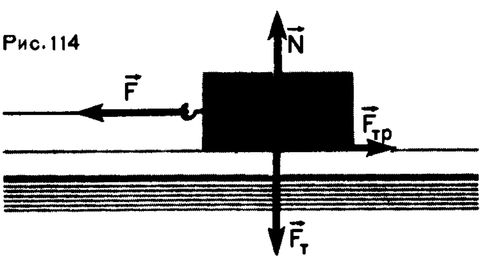
Рис. 113



ному на подставке, прикреплен динамометр, пружину которого можно деформировать усилием руки. На рисунке 114 схематически показаны силы, действующие на тело. Это сила $\vec{F}$, параллельная поверхности соприкосновения тела со столом. Ее и показывает динамометр. Кроме того, на тело действует сила тяжести $\vec{F}_т$ и уравновешивающая ее сила упругости деформированного стола — сила реакции опоры $\vec{N}$. Она направлена перпендикулярно поверхности соприкосновения тела со столом.

Если сила F недостаточно велика, тело остается в покое. А так как силы $\vec{F}_т$ и $\vec{N}$ компенсируют друг друга, то это значит, что на тело действует еще одна сила, равная по модулю $\vec{F}$, но направленная в противоположную ей сторону. Это и есть *сила трения покоя* $\vec{F}_{тр}$.

Рис. 114



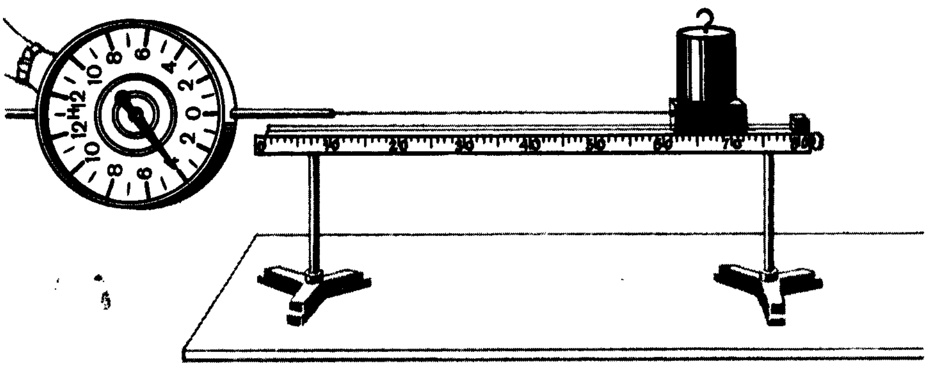
Натянем сильнее шнурок, прикрепленный к телу. Динамометр покажет, что сила $\vec{F}$ увеличилась, но тело по-прежнему остается в покое. Значит, вместе с $\vec{F}$ увеличилась и сила трения покоя, так что они по-прежнему равны по модулю и направлены противоположно друг другу. В этом и состоит главная особенность силы трения покоя: *сила трения покоя равна по модулю и направлена противоположно силе, приложенной к покоящемуся телу параллельно поверхности соприкосновения его с другим телом.*

Наконец, при некотором определенном значении силы $\vec{F}$ тело сдвинется с места н начнет скользить. Существует, следовательно, определенная максимальная сила трения покоя $(\vec{F}_{тр})_{max}$. И только тогда, когда сила $\vec{F}$ станет хотя бы немного больше, чем $(\vec{F}_{тр})_{max}$, тело получит ускорение. Сила трения покоя — это та сила, которая мешает нам сдвинуть с места тяжелый предмет — шкаф, стол, сундук и т. д.

Но почему важно то, что предмет тяжелый? Ведь двигаем мы его не вверх, не против силы тяжести. На этот вопрос тоже отвечает опыт.

Поместим на тело дополнительный груз, чтобы сильнее прижать

Рис. 115



тело к столу (рис. 115, 116) (можно прижать его и рукой, пружиной). Этим мы увеличиваем силу, *перпендикулярную* поверхности соприкосновения тела со столом. Если мы теперь снова измерим $(\vec{F}_{тр})_{max}$, то окажется, что она увеличилась во столько раз, во сколько раз увеличилась сила, перпендикулярная поверхности соприкосновения. Эту силу иногда называют силой нормального давления. По модулю она равна силе реакции опоры $\vec{N}$. Для максимальной силы трения покоя можно, значит, написать:

$$(F_{тр})_{max} = \mu N,$$

где μ — коэффициент пропорциональности, называемый *коэффициентом трения.*

Максимальная сила трения покоя пропорциональна силе нормального давления.

Трение покоя и движение. Сила трения покоя — это как будто бы сила, которая мешает телу начать двигаться. Но бывает и так, что именно сила трения покоя служит причиной начала движения. Так при ходьбе сила трения покоя $\vec{F}_1$ действующая на подошву, сообщает нам ускорение (рис. 117). Сила же $\vec{F}_2$, направленная в противоположную сторону (третий закон Ньютона!), сообщает ускорение... Земле. Колеса автомобилей как бы отталкиваются от земли, и эта «толкающая» сила есть сила трения покоя. В ременной передаче (рис. 118) силой, сообщающей ускорение ободу шкива, тоже является сила трения покоя.

Рис. 116

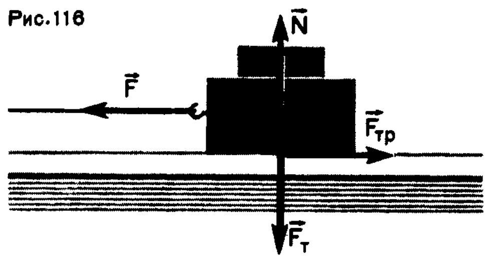
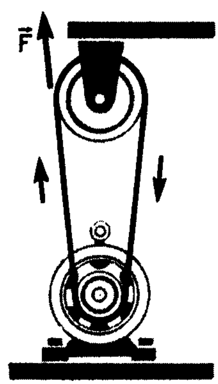


Рис. 117

Рис. 118



Вопросы

1. При каких обстоятельствах возникает сила трения покоя? Как она направлена?

2. Действует ли сила трения покоя на стол, стоящий на полу?

3. Что такое сила давления? Обязательно ли это сила тяжести?

4. Что такое коэффициент трения?

5. Человек толкает книжный шкаф, но шкаф остается в покое. Не нарушается ли здесь второй закон Ньютона, согласно которому тело, к которому приложена сила, изменяет свою скорость?

§ 36. СИЛА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Если сила, приложенная к телу *параллельно* поверхности соприкосновения его с другим телом, хотя бы немного превосходит максимальную силу трения покоя, тело получает ускорение и начинает скользить по поверхности другого тела. Но и теперь на уже движущееся тело действует сила трения. Однако это уже другая сила трения. Ее называют *силой трения скольжения.* Измерения показывают, что по модулю она почти равна максимальной силе трения покоя. Направлена сила трения скольжения (в дальнейшем мы будем называть ее просто силой трения) всегда в сторону, противоположную направлению движения (иаправлению вектора скорости) тела относительно того тела, с которым оно соприкасается. Это самая важная особенность силы трения.

Направление силы трения противоположно направлению движения тела. Это значит, что ускорение, сообщаемое телу силой трения, направлено против движения тела. Поэтому сила трения приводит к уменьшению скорости тела.

Как и максимальная сила трения покоя, сила трения скольжения пропорциональна силе давления, а значит, и силе реакции опоры

$$\boxed{F_{тр} = \mu N.}$$

Коэффициент пропорциональности μ приблизительно равен коэффициенту μ в формуле для максимальной силы трения покоя. Из приведенной формулы видно, что коэффициент трения μ равен отношению модулей силы трения и силы реакции опоры

$$\mu = \frac{F_{тр}}{N}.$$

Обычно коэффициент трения меньше единицы: сила трения меньше силы давления.

Коэффициент трения μ характеризует не тело, на которое действует сила трения, а сразу два тела, трущиеся друг о друга. Значение μ зависит от того, из каких материалов сделаны оба тела, как обработаны их поверхности и т. д. Но коэффициент трения не зависит от площади соприкасающихся поверхностей и от относительного положения обоих тел. Коэффициент трения, например, конька о лед одинаков на всем протяжении ледяной дорожки, если, конечно, поверхность льда всюду одинакова. Сила трения этим отличается от сил упругости и тяготения, которые зависят от взаимного положения тел. Сила же трения зависит от относительной скорости тела. Зависимость эта состоит в том, что при изменении направления скорости изменяется и направление силы трения.

Значения коэффициента трения μ для некоторых пар материалов приведены в таблице.

Материалы	Коэффициент трения μ
Дерево по дереву	0,25
Резина по бетону	0,75
Кожа по чугуну	0,56
Сталь по стали	0,20
Сталь по льду	0,02

Приведенные в таблице коэффициенты трения относятся к несмазанным поверхностям. Смазка существенно изменяет силу трения.

Трение между соприкасающимися твердыми телами (без смазки) называют *сухим трением.*

Почему смазка уменьшает коэффициент трения? Жидкое трение. Все дело в том, что когда твердое тело движется, соприкасаясь с жидкостью или газом, тоже возникает сила, параллельная поверхности соприкосновения и направленная против движения, т. е. против относительной скорости тела. Этим она напоминает силу трения скольжения. Ее часто так и называют: «сила *жидкого трения*». Иногда ее называют также силой сопротивления.

Сила жидкого трения много меньше, чем сила сухого трения. Например, находясь на плоту, можно с помощью шеста сравнительно небольшим усилием привести плот в движение. Но не стоит и пытаться на том же плоту таким же способом передвигаться по суше. Именно поэтому смазка уменьшает силу трения между твердыми телами — трение перестает быть сухим!

В жидкости и газе нет силы трения покоя. Даже самая малая сила, приложенная к телу в жидкости или газе, сообщает ему ускорение. Это легко наблюдать в таком опыте. Положим небольшой деревянный брусок на воду в широком сосуде. Брусок легко привести в движение, если подуть на него или толкнуть бумажной полоской (рис. 119).

Сила жидкого трения (сила сопротивления) зависит не только от направления движения тела, но и от значения его скорости. При небольших скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости, а при больших скоростях она пропорциональна уже квадрату скорости. Кроме того, сила сопротивления зависит и от формы тела. На рисунке 120 показаны тела различной формы, но с одинаковой площадью поперечного сечения. При движении этих тел в жидкости или газе наибольшая сила сопротивления действует на плоскую шайбу, а наименьшая — на тело каплеобразной формы.

Форму тела, при которой сила сопротивления (сила жидкого трения) мала, называют *обтекаемой формой.* Самолетам, подводным лодкам, движущимся с большими скоростями в воздухе или в воде, стараются придать обтекаемую форму. Это помогает уменьшить силу сопротивления. Обтекаемую форму имеют и животные, обитающие в воде.

Рис.119

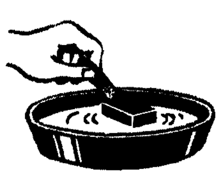
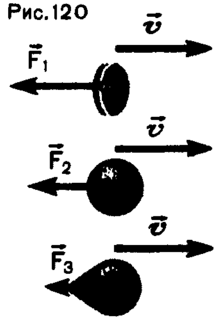


Рис.120



Вопросы

1. Что такое сила трения? Как она направлена?

2. Почему опасно вести машину по обледенелой дороге?

3. Что такое жидкое трение?

4. Сила трения между колесами велосипеда и дорогой почти не зависит от скорости. Между тем известно, что чем большую скорость развивает велосипедист, тем с большей мускульной силой он должен действовать на педали. С чем это связано?

5. Нужно ли придавать обтекаемую форму космическим кораблям? А ракетам, выводящим их в космос?

6. Почему не придают обтекаемую форму тракторам, дорожным каткам?

Упражнение 18

1. Вычислите силу, с которой нужно толкать деревянный брус по деревянному полу, чтобы он двигался с постоянной скоростью. Масса бруса 20 кг. Пол горизонтальный.

2. При длительной работе лошадь развивает постоянную силу 600 Н. Какой максимальный груз она может везти на санях, масса которых 100 кг, если коэффициент трения полозьев о снег равен 0,05? Считать, что оглобли саней параллельны дороге, а дорога горизонтальная.

3. К вертикальной бетонной стене пружиной прижат резиновый брусок. Сила упругости пружины перпендикулярна стене и по модулю равна 100 Н. Какую силу нужно приложить, чтобы сдвинуть брусок с места?

§ 37. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТРЕНИЯ

Сила трения отличается от других сил тем, что она всегда направлена в сторону, противоположную направлению вектора скорости движущегося тела. Сила упругости и сила тяжести тоже могут быть направлены против движения, но сила трения *всегда* так направлена. Это значит, что и ускорение, которое сила трения сообщает телу, направлено против его скорости. Отсюда следует, что *сила трения приводит к уменьшению числового значения скорости тела* и если на тело действует *только* сила трения, то тело в конце концов останавливается.

Рассмотрим этот часто встречающийся случай.

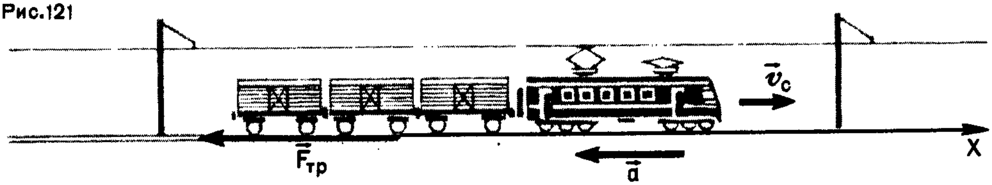
Представим себе, что перед движущимся поездом неожиданно появилось какое-то препятствие и машинист отключил двигатель и включил тормоз. Начиная с этого момента, на поезд действует только постоянная сила трения, так как сила тяжести скомпенсирована силой реакции рельсов; силой сопротивления воздуха можно пренебречь. Через некоторое время t поезд, пройдя расстояние l — так называемый *тормозной путь*, остановится. Найдем время t, нужное для остановки, и тормозной путь l.

Под действием силы трения $\vec{F}_{тр}$ поезд будет двигаться с ускорением

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}_{тр}}{m}.$$

Направим координатную ось X вдоль направления движения поезда (рис. 121). Сила трения и вызванное ею ускорение $\vec{a}$ направлены в сторону, противоположную оси. Поэтому проекции этих векторов на ось X отрицательны, а по модулю равны модулям самих векторов. Следовательно, $a_x=-a=-\frac{F_{тр}}{m}$. Но

Рис.121



$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$, где v_x и v_{0x} — проекции векторов $\vec{v}$ и $\vec{v}_0$ на ось X. Обе проекции положительны, т. е. $v_x = v$ и $v_{0x} = v_0$. Отсюда

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Нас интересует время t от начала торможения (когда скорость поезда $v = v_0$) до остановки (когда его скорость равна нулю: $v = 0$). Поэтому можно написать

$$a = \frac{v_0}{t} \text{ и } t = \frac{v_0}{a}.$$

Отсюда

$$t = \frac{mv_0}{F_{тр}}.$$

Это важно знать всем. Найдем теперь тормозной путь l. Тормозной путь — это модуль проекции на ось X вектора перемещения поезда за время t. Чтобы его вычислить, воспользуемся формулой: $l = s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Но проще использовать формулу

$$l = s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

В нашем случае $a = \frac{F_{тр}}{m}$; $v = 0$. Поэтому

$$l = \frac{mv_0^2}{2F_{тр}}.$$

Таким образом, пройденный до остановки путь пропорционален квадрату начальной скорости. Если увеличить скорость поезда вдвое, то потребуется вчетверо больший путь до остановки. Это следует знать и помнить машинистам поездов, водителям автомашин и вообще всем, кто управляет транспортными средствами. Об этом нужно помнить и пешеходам, пересекающим оживленную улицу: для остановки движущихся тел нужны время и пространство.

Вопросы

1. Как направлено ускорение, сообщаемое телу силой трения?
2. Можно ли считать движение тела под действием силы трения равноускоренным?
3. Какие движения в природе происходят без действия сил трения?
4. От каких величин зависит время торможения и тормозной путь?
5. Для уменьшения тормозного пути можно либо увеличить силу трения, либо уменьшить скорость. Какой из этих способов эффективнее?

Упражнение 19

1. С какой скоростью двигались аэросани, если после выключения двигателя они прошли до остановки путь 250 м? $\mu = 0{,}02$.
2. Шофер выключил двигатель и резко затормозил при скорости автомобиля 72 км/ч. Сколько времени будет двигаться автомобиль до остановки, если $\mu = 0{,}60$? Какой путь он при этом пройдет?

В предыдущих параграфах этой главы мы говорили о движении тела, на которое действует только одна сила — сила упругости, сила тяжести или сила трения. В действительности такие движения в земных условиях почти никогда не происходят. Это следует уже из того, что наряду с силами упругости или тяжести почти всегда действует и сила трения.

Как решать задачи механики, когда на тело действует несколько сил? Напомним, что в уравнении, выражающем второй закон Ньютона,

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

$\vec{F}$ — это векторная сумма всех сил, приложенных к телу. Векторное сложение сил можно заменить алгебраическим сложением их проекций на координатные оси (см. § 5).

Приступая к решению задачи, нужно сначала выбрать направление координатных осей и изобразить на чертеже векторы всех сил и вектор ускорения тела, если известно его направление. Затем необходимо найти проекции всех векторов на эти оси координат. Наконец, написать уравнение второго закона Ньютона для проекций на каждую ось и решать совместно полученные уравнения.

Как решаются задачи механики, когда в движении участвуют несколько тел? Нередки случаи, когда в движении участвуют несколько тел, так или иначе связанных между собой, или, как говорят, *система* тел. Примером такого движения может служить движение спортсмена, следующего за катером на водных лыжах, или движение грузов на нити, перекинутой через блок. При этом на каждое из тел могут действовать несколько сил. Как в таких случаях решать задачи? Общий порядок решения задач остается таким, какой мы только что описали. С той только разницей, что он должен быть применен к каждому из тел системы: уравнения второго закона Ньютона пишут для каждого из тел системы сначала в векторной форме, а затем в скалярной (для проекций) и решают совместно полученные уравнения.

Случай, когда сумма сил, действующих на тело, равна нулю. В формуле $\vec{F}=m\vec{a}$ под $\vec{F}$ мы понимаем равнодействующую всех приложенных к телу сил, т. е. векторную сумму всех сил. Из нее видно, что если $\vec{F}=\vec{0}$, то и ускорение $\vec{a}$ равно нулю. О теле, у которого нет ускорения, говорят, что оно находится в состоянии *равновесия*. Такое тело может двигаться прямолинейно и равномерно. Но может находиться и в покое. Именно об этом говорится в первом законе Ньютона. Если прямолинейное равномерное движение встречается редко, то с покоящимися относительно какой-то системы отсчета телами мы имеем дело часто. Всякое тело, которое покоится, например, относительно Земли, находится в состоянии равновесия. Сумма сил, приложенных к нему, равна нулю. Можно также сказать, что *тело находится в равновесии, если сумма проекций всех сил на любую ось равна нулю.* В этом состоит *условие равновесия* тела (точки).

Надо, однако, заметить, что это относится к случаю, когда тело совершает *поступательное* движение. Как указывалось раньше, при поступательном движении тело можно рассматривать как материальную точку, к которой приложены силы. Но реальное тело может совершать и другие движения. Например, тело еще может *вращаться* вокруг некоторой оси. До сих пор мы рассматривали только поступательное движение, т. е. считали тела материальными точками, хотя и не всегда подчеркивали это. Даже когда говорилось о движении тела по окружности, речь шла о его поступательном движении по окружности.

Если выполнено условие равновесия, о котором мы только что говорили, т. е. сумма сил действующих на теле равна нулю, тело при этом все-таки может вращаться вокруг некоторой оси.

Вопросы

1. Как формулируется второй закон Ньютона, если на тело действует несколько сил?

2. В каком случае тело находится в состоянии равновесия по отношению к поступательному движению?

3. Как применять закон Ньютона, если в движении участвует несколько тел?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. По наклонной плоскости с углом наклона α движется брусок массой m (рис. 122). Коэффициент трения бруска о плоскость μ. Найдите ускорение a бруска.

Решение. На брусок действуют три силы: сила тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. Направления сил указаны на рисунке. Вместе они и сообщают бруску ускорение $\vec{a}$, направленное вдоль плоскости вниз[1].

Направим оси координат X и Y так, как показано на рисунке. Второй закон Ньютона в векторной форме записывается так:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}.$$

Нам нужно записать его в скалярной форме для проекций входящих в него векторов на оси X и Y. Начнем с проекций на ось X.

Проекция a_x положительна и равна модулю вектора $\vec{a}$: $a_x = a$.

Проекция $(F_т)_x$ положительна и равна, как видно из треугольника ABD, $mg \sin \alpha$:

$$(F_т)_x = mg \sin \alpha.$$

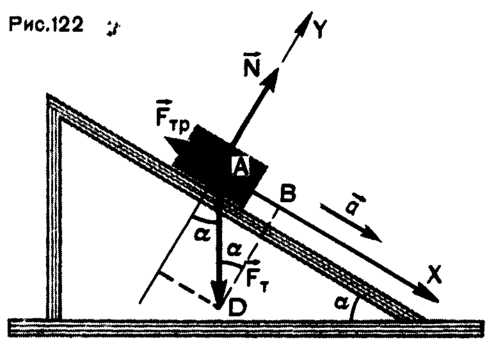
Проекция $(F_{тр})_x$ отрицательна и равна $-F_{тр}$.

Проекция N_x вектора $\vec{N}$ равна нулю: $N_x = 0$. Уравнение второго закона Ньютона в скалярной форме записывается поэтому так:

$$ma = mg \sin \alpha - F_{тр}. \qquad (1)$$

Перейдем к проекциям на ось Y. Проекция a_y равна нулю (вектор $\vec{a}$ перпендикулярен оси Y!): $a_y = 0$.

Рис.122



[1] Чтобы упростить рисунок 122, мы показали на нем все три силы приложенными к одной точке — к центру бруска. В действительности, силы $\vec{F}_{тр}$ и $\vec{N}$ приложены к основанию бруска.

Проекция $(F_т)_y$ отрицательна. Из треугольника ADC видно, что

$$(F_т)_y = -mg\cos\alpha$$

Проекция N_y положительна и равна модулю вектора $\vec{N}$: $N_y = N$. Проекция $(F_{тр})_y$ равна нулю: $(F_{тр})_y = 0$. Тогда уравнение второго закона Ньютона имеет вид:

$$0 = N - mg\cos\alpha,$$
$$\text{или } N = mg\cos\alpha. \qquad (2)$$

Сила трения, как мы знаем, равна μN. С учетом равенства (2) выражение для силы трения можно записать в виде:

$$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha.$$

Подставив его в формулу (1), получим

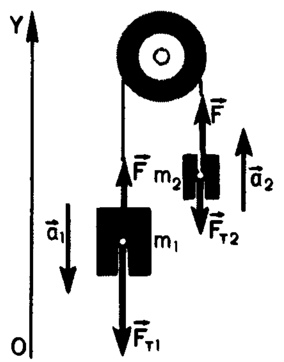
$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Ускорение a, как видно из ответа, меньше, чем g.

Наклонные плоскости и используются на практике как устройства, позволяющие как бы «уменьшить» g при движении тел вниз или вверх.

2. Через неподвижный блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы массами m_1 и m_2, причем $m_1 > m_2$. Считая, что массы нити и блока малы сравнительно с массами m_1 и m_2, найдите ускорение a грузов.

Рис. 123



Решение. Здесь мы имеем случай, когда в движении участвуют два тела.

Если предоставить систему грузов самой себе, то груз m_1 станет двигаться вниз, а груз m_2 — вверх. Ускорения обоих грузов, если пренебречь малым растяжением нити, по модулю одинаковы: $a_1 = a_2 = a$. Чтобы найти ускорение, напишем уравнения второго закона Ньютона для каждого груза.

Координатную ось Y направим по вертикали вверх (рис. 123).

На *левый* груз действуют сила тяжести $\vec{F}_{т_1} = m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}$. Уравнение второго закона Ньютона для него имеет вид:

$$m_1\vec{g} + \vec{F} = m_1\vec{a}_1.$$

Из рисунка 123 видно, что проекция $a_{1y} = -a$, а проекция $g_y = -g$. Проекция же $F_y = F$. В скалярной форме уравнение второго закона Ньютона записывается поэтому так:

$$F - m_1 g = -m_1 a. \qquad (1)$$

На *правый* груз действуют сила тяжести $\vec{F}_{т2} = m_2\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}$ (такая же, как на левый груз). Проекция $g_y = -g$, проекция $a_{2y} = a$ и проекция $F_y = F$. Уравнение второго закона Ньютона в скалярной форме имеет вид:

$$F - m_2 g = m_2 a. \qquad (2)$$

Вычтем уравнение (1) из уравнения (2):

$$m_2 a - (-m_1 a) = -m_2 g - (-m_1 g),$$
$$\text{или } (m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g.$$

Таким образом, для ускорения a получаем:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g.$$

Так как разность $m_1 - m_2$ меньше, чем сумма $m_1 + m_2$, то ускорение

a меньше ускорения свободного падения.

Блоки иногда и используются для того, чтобы заставить тело падать с ускорением меньшим, чем g. На этом основано применение противовесов в лифтах и других подъемных устройствах.

Упражнение 20

1. С вершины наклонной плоскости высотой 20 см соскальзывает брусок. Определите скорость бруска в конце плоскости. Трением пренебречь.

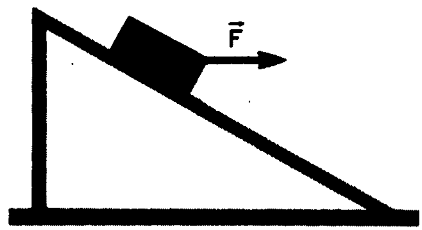
2. Санки скатываются с горки длиной 10 м за 2 с. Найдите угол наклона горки. Трение не учитывать.

3. На наклонной плоскости высотой 5 м и длиной 10 м находится тело массой 50 кг, на которое действует сила F, направленная горизонтально и равная по модулю 300 Н (рис. 124). Определите ускорение тела (трением пренебречь).

4. Вычислите ускорение тела, скользящего по наклонной плоскости, если ее высота равна длине основания, а коэффициент трения тела о наклонную плоскость равен 0,20.

5. Шарик, привязанный на нити, описывает окружность в горизонтальной плоскости, совершая один оборот за 0,50 с. С какой силой действует шарик на нить, заставляющую его вращаться? Длина нити 0,50 м. Масса шарика 0,20 кг.

Рис. 124



§ 39. ПРИ КАКИХ УСЛОВИЯХ ТЕЛО ДВИЖЕТСЯ ПОСТУПАТЕЛЬНО? ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ ТЕЛА

Изучая движение тела под действием силы или нескольких сил, мы обычно считали, что движутся не тела, а материальные точки, и не принимали во внимание размеры и форму тел. Но что это за точки, которыми мы как бы заменяли реальные тела? Почему и при каких условиях такая замена возможна?

В начале этой книги указывалось, что размеры тела можно не учитывать и считать тело точкой, если оно движется поступательно. При таком движении все точки тела движутся одинаково — с одинаковыми скоростями и ускорениями. Значит, надо выяснить, при каких условиях тело движется поступательно.

Проведем такой опыт. Возьмем брусок прямоугольной формы (рис. 125, a) и с помощью нити, прикрепленной к нему, приложим к бруску в точке A силу, направленную вдоль его оси. Брусок придет в

Рис. 125

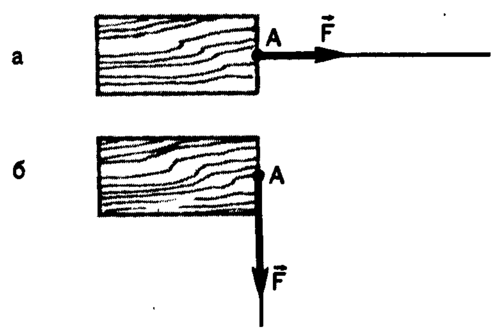
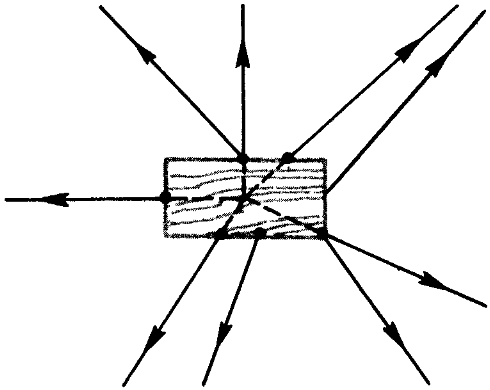


Рис. 126



поступательное движение. Но если с помощью той же нити приложить в той же точке *А* силу, направленную перпендикулярно оси (рис. 125, *б*), то брусок повернется, т. е. его движение не будет поступательным. Если нить прикреплена в точке *А*, то существует только одна прямая, вдоль которой должна быть направлеиа сила, чтобы движение было поступательным. Это верно и для любой другой точки приложения силы. На рисунке 126 красными линиями отмечены прямые, вдоль которых должна быть направлена сила, приложенная к соответствующей точке (как говорят, *линия действия силы*), чтобы движение тела было поступательным. Черные прямые — это некоторые линии действия сил, вызывающих поворот тела.

Центр тяжести (центр масс). Из рисунка 126 видно, что все линии действия сил, вызывающих поступательное движение (красные прямые), пересекаются в одной точке. Эта *точка, через которую должна проходить линия действия силы, чтобы тело двигалось поступательно, называется центром тяжести* или *центром масс* тела. Любая же сила, линия действия которой не проходит через центр тяжести (черные прямые на рисунке 126), непременно вызывает поворот или вращение тела.

Когда движение тела мы рассматривали как движение точки, то считали, что линия действия приложенной силы (или равнодействующей нескольких сил) проходит через центр тяжести (центр масс). Центр тяжести — вот та точка тела, которой мы «заменяли» реальное тело.

Вопросы

1. При каких условиях тело движется поступательно?

2. Что такое центр масс?

3. Как ведет себя тело, к которому приложена сила, линия действия которой не проходит через центр масс?

САМОЕ ВАЖНОЕ В ПЯТОЙ ГЛАВЕ

К механическим силам относятся: сила упругости, сила трения, сила всемирного тяготения.

Сила упругости — это проявление взаимодействия между частицами тела. Возникает она при деформации тела, при которой частицы тела удаляются одна от другой или сближаются (растяжение или сжатие тела).

Сила трения также есть проявление взаимодействия частиц. Главная особенность силы трения состоит в том, что она направлена против движения тела, к которому приложена.

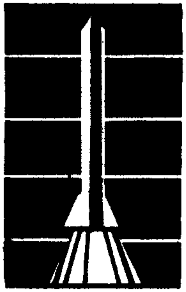
Сила всемирного тяготения — сила взаимодействия тел. Она пропорциональна произведению масс взаимодействующих тел и обратно пропорциональна квадрату расстояния между телами.

Проявлением этого взаимодействия является сила тяжести. Важнейшая особенность силы тяжести, как и вообще силы всемирного тяготения, состоит в том, что она сообщает всем телам одинаковые ускорения.

Сила упругости и сила тяжести — это силы, зависящие от координат взаимодействующих тел относительно друг друга. Сила трения зависит от скорости тела, но не зависит от координат.

Движение тела можно рассматривать как движение материальной точки, если тело движется поступательно. Поступательно же тело движется, если прямая, вдоль которой направлена сила или равнодействующая нескольких сил, приложенных к телу, проходит через его центр тяжести.

Если сумма сил, приложенных к телу, равна нулю, то тело находится в состоянии равновесия. Это значит, что тело покоится или совершает равномерное прямолинейное движение. Это, однако, не мешает телу вращаться.



ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

ГЛАВА 6

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ СО СВОЙСТВОМ СОХРАНЕНИЯ

Мы видели в предыдущих главах, как законы движения позволяют решать задачи механики, если известны силы, приложенные к телам. Может показаться, что на этом можно было бы закончить изучение механики. Но во многих случаях законы движения нельзя использовать для решения задач именно потому, что неизвестны силы. Когда, например, приходится рассматривать столкновения двух тел, будь то столкновение автомобилей, вагонов или бильярдных шаров, трудно определить значения возникающих при этом сил. Мы знаем, что здесь действуют силы упругости. Но деформации в таких случаях очень сложные (ведь тут идет речь не о стержнях, которые удлиняются или укорачиваются!). Да и время действия сил очень мало.

В таких случаях для решения задачи пользуются следствиями из законов движения. При этом появляются новые величины вместо сил и ускорений. Эти величины — *импульс* и *энергия*. О них будет рассказано в этом разделе.

Импульс и энергия — особые величины. Они обладают свойством *сохранения*. И сами эти величины, и их свойство сохранения играют важную роль не только в механике, но и во всех разделах физики. В этом состоит их особое значение.

§ 40. СИЛА И ИМПУЛЬС

Формулу второго закона Ньютона $\vec{F}=m\vec{a}$ можно написать по-другому, если вспомнить, что ускорение $\vec{a}$ характеризует быстроту изменения скорости: $\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}$. Подставив это выражение в формулу второго закона Ньютона, получим

$$\vec{F}=m\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t}, \qquad (1)$$

здесь $\vec{v}-\vec{v}_0$ — изменение скорости, t — время, за которое это изменение произошло. Но t — это и время действия силы, так как скорость изменяется только под действием силы.

Из формулы (1) видно, что изменение скорости $\vec{v}-\vec{v}_0=\frac{\vec{F}t}{m}$. Это значит, что одна и та же сила $\vec{F}$, действующая в течение одного и того же времени t, вызывает у тел разной массы *различные* изменения скорости.

Перепишем формулу (1) в таком виде:

$$\boxed{\vec{F}t=m\vec{v}-m\vec{v}_0.} \qquad (2)$$

В правой части этого равенства стоит изменение величины $m\vec{v}$ — произведения массы тела на его скорость. Эта величина носит особое название — *импульс* тела: *импульсом тела называется величина, равная произведению массы тела на его скорость.*

Формула (2) — это просто иначе записанный второй закон Ньютона. Она позволяет сформулировать его иначе, чем мы это делали раньше: в результате действия силы изменяется импульс тела. Изменение импульса равно произведению силы, приложенной к телу, на время ее действия. А это значит, что одна и та же сила за одно и то же время вызывает у *любого* тела одно и то же изменение импульса, так как в левую часть равенства (2) масса не входит.

Величина $\vec{F}t$ тоже имеет название — *импульс силы,* так что, согласно формуле (2), *изменение импульса тела равно импульсу силы.*

Импульс тела $m\vec{v}$ и импульс силы $\vec{F}t$ — величины векторные. Вектор импульса тела направлен так же, как вектор скорости. Вектор импульса силы — так же, как вектор силы.

Из формулы (2) следует, что импульс тела $m\vec{v}$ выражается в килограмм-метрах в секунду (кг·м/с), импульс силы — в ньютон-секундах (Н·с).

Вопросы

1. Что такое импульс тела? Чему равен модуль импульса тела? Как направлен вектор импульса тела?

2. Можно ли сказать, что тело обладает импульсом потому, что на него действует сила?

3. Что такое импульс силы? Чему равен модуль импульса силы? Как направлен вектор импульса силы?

4. Может ли импульс тела равняться нулю? $v = 0$

5. Сила, приложенная к телу, изменяет его импульс. Чему равно изменение импульса? Ft

6. Что можно сказать об импульсе тела, если сумма сил, приложенных к нему, равна нулю? $m \cdot v = 0$

7. Импульс тела выражается в килограмм-метрах в секунду (кг · м/с). Импульс силы — в ньютон-секундах (Н · с). Одинаковы ли эти единицы или различны?

Упражнение 21

1. Найдите импульс тела массой 5 кг, движущегося со скоростью 2 м/с.

2. В цистерне поливочной машины массой 4 т находится вода объемом 4 м^3. Чему равен импульс машины: а) когда машина движется к месту полива со скоростью 18 км/ч; б) когда машина движется со скоростью 54 км/ч, израсходовав всю воду?

3. Металлический шарик массой 20 г, падающий со скоростью 5 м/с, ударяется упруго о стальную плиту и отскакивает от нее в противоположную сторону с той же по модулю скоростью. Найдите изменение импульса шарика и среднюю силу, вызвавшую это изменение, если соударение длилось 0,1 с.

4. Шофер выключил двигатель автомобиля при скорости 72 км/ч. Через 3,4 с автомобиль остановился. Сила трения колес по асфальту равна 5880 Н. Чему был равен импульс автомобиля в момент выключения двигателя? Какова масса автомобиля?

5. Автомобиль массой 2 т движется со скоростью 36 км/ч. Какое время требуется для полной остановки автомобиля после выключения двигателя, если сила трения колес о дорогу равна 5880 Н?

Задание

Проанализируйте решения задач 4 и 5 упражнения 21 и выясните, от какой величины зависит тормозное время движущегося тела (время от начала торможения до остановки тела) при заданном значении модуля тормозящей силы. Сравните результат анализа с формулой, приведенной в § 37 (с. 103).

§ 41. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Импульс обладает интересным и важным свойством, которое есть лишь у немногих физических величин. Это свойство *сохранения*. В чем оно состоит?

Свойство сохраняться — это свойство оставаться неизменным. Именно таково свойство импульса тел. Относится оно к случаю, когда два или более тел взаимодействуют друг с другом, но на них не действуют внешние силы. Такая группа тел, или, как говорят, *система* тел, называется *замкнутой: замкнутая система тел — это совокупность тел, взаимодействующих между собой, но не взаимодействующих с другими телами.*

Поясним понятие замкнутой системы и свойство сохранения импульса простыми опытами.

Поставим на горизонтальные рельсы две тележки одинаковой массы m. К торцу одной из них прикреплен шарик из пластилина, и к каждой из них на торцах прикреплены пружинные буфера (рис. 127). Пусть сначала тележки обращены друг к другу торцами, лишенными пружин. Сообщим обеим тележкам одинаковые по модулю скорости навстречу одна другой. Тележки встретятся, пластилин скрепит их и они остановятся. Результаты опыта легко понять. Две сталкивающиеся тележки — это система двух взаимодействующих тел. Ее можно считать замкнутой системой, потому что действия на них других тел — Земли и опоры скомпенсированы. До встречи импульсы обеих тележек по модулю равны друг другу, а по направлению противоположны. Следовательно, сумма импульсов обеих тележек равна нулю. Во время столкновения тележки взаимодействуют, т. е. действуют друг на друга с некоторыми силами, равными по модулю и противоположными по направлению (третий закон Ньютона). Поэтому импульс каждой из тележек изменился. Но сумма импульсов осталась такой же, т. е. равной нулю — ведь тележки остановились!

Повернем тележки так, чтобы они были обращены друг к другу пружинными буферами (рис. 128). Повторив опыт, мы убедимся в том, что после столкновения тележки разъедутся в противоположные стороны с одинаковыми по модулю, но

Рис. 127

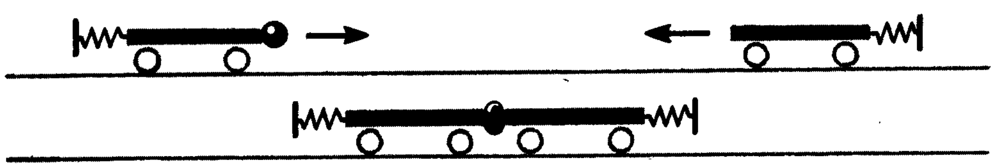
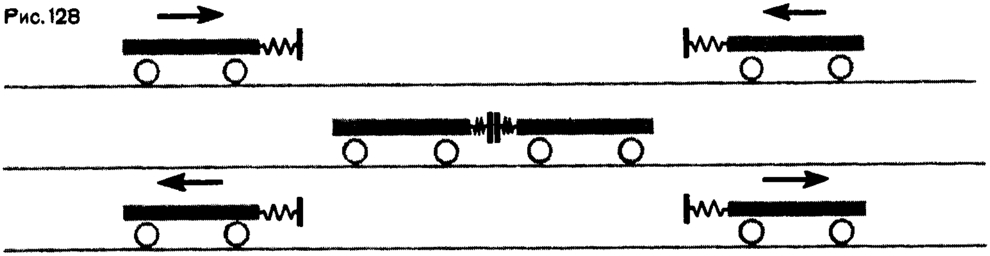


Рис. 128



противоположными по направлению скоростями. Значит, при взаимодействии импульсы опять изменились, но сумма импульсов по-прежнему осталась равной нулю, как говорят, она сохранилась.

Массы и скорости тел могут быть и различными. Не следует думать, что полный импульс системы тел сохраняется только тогда, когда он равен нулю. Пусть массы тележек не одинаковы: масса левой тележки равна m_1, правой — m_2. Пусть и скорости, сообщенные тележкам, различны — $\vec{v}_1$ у левой и $\vec{v}_2$ у правой тележки. Значит, до столкновения импульс левой тележки был $m_1\vec{v}_1$, правой — $m_2\vec{v}_2$. При столкновении на левую тележку подействовала некоторая сила $\vec{F}$, на правую — равная ей по модулю, но противоположная по направлению сила, т. е. $-\vec{F}$. Время t действия силы $\vec{F}$ такое же, как время действия силы $-\vec{F}$. В результате действия сил скорости обеих тележек изменились. Пусть скорость левой тележки стала равной $\vec{v}\,'_1$, правой — $\vec{v}\,'_2$. Изменились, конечно, и импульсы тележек.

Запишем для каждой тележки уравнение (2) предыдущего параграфа.

Для левой тележки:

$$\vec{F}t = m_1\vec{v}\,'_1 - m_1\vec{v}_1;$$

для правой:

$$-\vec{F}t = m_2\vec{v}\,'_2 - m_2\vec{v}_2.$$

Сложим почленно эти равенства

$$0 = m_1\vec{v}\,'_1 - m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}\,'_2 - m_2\vec{v}_2,$$

или

[redacted]

В левой части равенства стоит сумма импульсов обеих тележек до столкновения, в правой — сумма импульсов тех же тележек после взаимодействия. Импульс каждой тележки изменился, сумма же осталась неизменной.

Закон сохранения импульса. Если взаимодействуют не два, как в наших примерах, а много тел, то можно, применив к каждому из них формулу (2) предыдущего параграфа, доказать, что и в этих случаях сумма импульсов замкнутой системы взаимодействующих тел не изменяется (сохраняется). В этом и состоит закон сохранения импульса.

Геометрическая сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остается постоянной при любых движениях и взаимодействиях тел системы.

С системами тел, которые можно считать замкнутыми, мы постоянно встречаемся в природе и технике. Такими системами являются ружье и пуля в его стволе, пушка и снаряд, оболочка ракеты и топливо в ней, Солнце и планеты, Земля и ее спутник. И всякий раз, когда под действием сил взаимодействия изменяется импульс одного из тел системы, непременно изменяются и импульсы других тел, но всегда так, что общий импульс всех тел остается неизменным.

Если система тел не замкнута. Незамкнутая система тел — это система тел, взаимодействующих между собой, на которую, кроме того, действуют и какие-то внешние, «посторонние» системе тела, внешние силы. В таком случае общий импульс системы не будет сохраняться. Он изменяется. А изменение импульса равно импульсу той силы, которая приложена к системе. Стоящего на льду конькобежца может заставить сдвинуться с места (изменить импульс!) толчок его товарища. Но если конькобежец будет тянуть одной своей рукой другую, то это не изменит его импульс.

Вопросы

1. Что такое замкнутая система тел?

2. В чем состоит закон сохранения импульса?

3. Парусная лодка попала в штиль и остановилась. Можно ли заставить ее двигаться, надувая паруса с помощью насоса, установленного на ее борту? А если насос установлен на другой лодке?

4. Могут ли осколки взорвавшейся гранаты лететь в одном направлении, если до взрыва граната покоилась? А если двигалась?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Железнодорожный вагон массой 30 т, движущийся со скоростью 1,5 м/с, сцепляется с неподвижным вагоном, масса которого 20 т. Какова скорость вагонов после сцепки (участок пути прямолинейный)?

Решение. В условии задачи ничего не говорится о действующей силе: она неизвестна. Поэтому решать задачу следует с помощью закона сохранения импульса.

Направим координатную ось вдоль вектора скорости первого вагона. Согласно закону сохранения импульса, геометрическая сумма импульсов обоих вагонов сохраняется постоянной. Значит, остается постоянной и алгебраическая сумма проекций импульсов на координатную ось. Обозначим массу первого (движущегося) вагона через m_1, второго — через m_2. Скорость первого вагона до сцепки обозначим через $\vec{v}_1$, общую скорость обоих вагонов после столкновения — через $\vec{v}$. До сцепки общий импульс системы был равен $m_1\vec{v}_1$. Его проекция равна $m_1 v_{1x}$, или $m_1 v_1$ (так как $v_{1x}=v_1$). После сцепки оба вагона движутся как одно тело массой m_1+m_2, а проекция общего импульса равна $(m_1+m_2)v$, так что можно написать

$$m_1 v_1=(m_1+m_2)v_x.$$

Отсюда

$$v_x=\frac{m_1 v_1}{m_1+m_2};$$

$$v_x=\frac{3\cdot 10^4\ \text{кг}\cdot 1{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}{5\cdot 10^4\ \text{кг}}=0{,}9\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Упражнение 22

1. Человек, бегущий со скоростью 7 м/с, догоняет тележку, движущуюся со скоростью 2 м/с, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка после этого? Массы человека и тележки соответственно равны 70 и 30 кг.

2. При формировании железнодорожного состава три сцепленных вагона, движущиеся со скоростью 0,4 м/с, сталкиваются с неподвижным вагоном, после чего все вагоны продолжают двигаться в ту же сторону. Найдите скорость вагонов, если у всех вагонов одинаковая масса.

3. Зенитный снаряд, выпущенный в вертикальном направлении, достигнув максимальной высоты, взорвался. При этом образовалось три осколка. Два из них разлетелись под прямым углом друг к другу, причем скорость одного из них, массой 9 кг, равна 60 м/с, а другого, массой 18 кг — 40 м/с. Третий осколок отлетел со скоростью 200 м/с. Определите графически направление полета третьего осколка. Какова его масса?

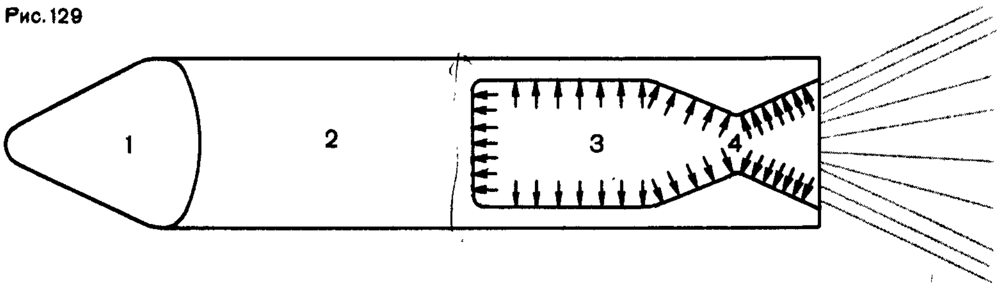
§ 42. РЕАКТИВНОЕ ДВИЖЕНИЕ

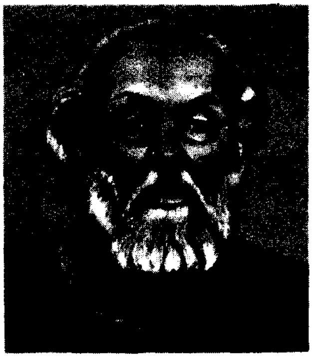
Интересный и важный пример проявления и практического применения закона сохранения импульса — это *реактивное движение*. Так называют движение, которое возникает, когда от тела отделяется и движется с некоторой скоростью какая-то его часть. Типичным примером реактивного движения может служить движение ракет.

Ракета — система двух взаимодействующих тел. На рисунке 129 схематически представлено устройство ракеты. В головной части *1* ракеты помещается полезный груз. Это может быть заряд, научные приборы или космонавты. В части *2* ракеты находятся запас топлива и различные системы управления. Топливо подается в камеру сгорания *3*, где оно сгорает и превращается в газ высокой температуры и высокого давления. Через насадку *4*, называемую *реактивным соплом*, газ вырывается наружу и образует *реактивную струю*. Назначение сопла состоит в том, чтобы повысить скорость струи. Газ в камере сгорания и все остальное, что составляет ракету,— это система двух взаимодействующих тел. Газ — это и есть отделяющаяся часть тела — ракеты (рис. 130).

Перед стартом ракеты ее импульс относительно Земли равен нулю. В результате взаимодействия газа в камере сгорания и всех остальных частей ракеты вырывающийся через сопло газ получает некоторый импульс. Будем пока считать, что сила притяжения к Земле отсутствует. Тогда ракета представляет собой замкнутую систему, и общий ее импульс должен и после запуска оставаться равным нулю. Поэтому и оболочка ракеты со всем, что в ней находится, получает импульс, равный по модулю импульсу газа, но противоположный по направлению. На рисунке 129 красными стрелка-

Рис. 129





Циолковский Константин Эдуардович (1857—1935). Русский ученый и изобретатель, основоположник космонавтики. С 80-х годов прошлого века занимался вопросами строительства дирижаблей, самолетов, ракет и выдвинул идею использования ракет для полетов в космосе. Именно в этой области Циолковским получены важнейшие результаты. Предложенные им идеи, касающиеся ракет, ракетных двигателей, космических полетов, оказали большое влияние на развитие ракетной и космической техники в СССР и за рубежом.

ми показаны силы давления газа, сообщающие оболочке ракеты этот импульс.

Скорость ракеты. Закон сохранения импульса позволяет оценить скорость ракеты. Предположим сначала, что весь газ, образующийся при сгорании топлива, выбрасывается из ракеты сразу, а не постепенно, как это происходит в действительности. Обозначим массу газа через $m_г$, а скорость газа через $\vec{v}_г$. Массу и скорость оболочки обозначим соответственно $m_{об}$ и $\vec{v}_{об}$.

Направим координатную ось вдоль направления движения оболочки, тогда проекции скоростей газа и оболочки по модулю будут равны модулям векторов $\vec{v}_г$ и $\vec{v}_{об}$, но знаки их противоположны.

Так как сумма импульсов оболочки и газа должна быть равна нулю, то нулю должна быть равна и сумма их проекций:

$$m_г v_г - m_{об} v_{об} = 0,$$

или

$$m_г v_г = m_{об} v_{об}.$$

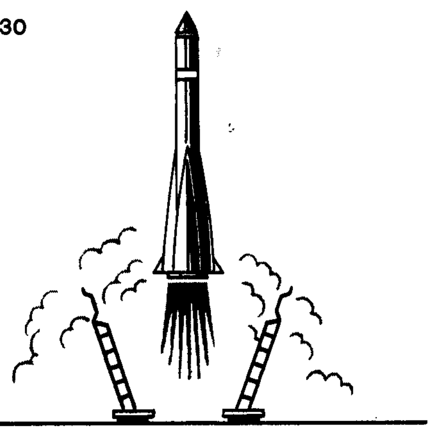
Отсюда находим скорость $v_{об}$ оболочки:

$$v_{об} = \frac{m_г}{m_{об}} v_г.$$

Из формулы видно, что скорость оболочки тем больше, чем больше скорость выбрасываемого газа и чем больше отношение массы газа к массе оболочки. Если, например, требуется, чтобы скорость оболочки была в 4 раза больше скорости газовой струи, нужно, чтобы масса топлива была в 4 раза больше массы оболочки. Оболочка должна составлять лишь одну пятую массы ракеты на старте. А ведь «полезная» часть ракеты как раз оболочка!

Мы считали, что весь газ выбрасывается из ракеты мгновенно. На самом деле он вытекает постепенно, хотя и довольно быстро. Это значит, что после выброса какой-то части газа оболочке приходится «возить» с собой еще не вылетевшую часть

Рис.130



Королев Сергей Павлович
(1907—1966)

Гагарин Юрий Алексеевич
(1934—1968)

топлива. Кроме того, мы не учли, что на ракету действуют сила тяжести и сила сопротивления воздуха. Все это приводит к тому, что отношение $\frac{m_г}{m_{об}}$ (массы топлива к массе оболочки) много больше, чем мы получили. Более точный расчет показывает, что при скорости газа 2000 м/с для достижения скорости, равной первой космической, масса топлива должна быть в 55 раз больше массы оболочки. Для межпланетных полетов (с возвращением на Землю) масса топлива должна быть в тысячи раз больше массы оболочки.

В отличие от других транспортных средств ракета может двигаться, не взаимодействуя ни с какими другими телами, кроме продуктов сгорания содержащегося в ней самой топлива. Именно поэтому ракеты используются для запуска искусственных спутников Земли и космических кораблей и для их передвижения в космическом пространстве. Там им не на что опираться и не от чего отталкиваться, как это делают земные средства транспорта.

При необходимости ракету можно тормозить. Именно так поступают космонавты, когда, заканчивая космический полет, они тормозят, чтобы вернуться на Землю. Понятно, что для этого газ из сопла должен вылетать в ту же сторону, куда движется ракета.

Идея использования ракет для космических полетов была предложена еще в начале нашего столетия русским ученым Константином Эдуардовичем Циолковским. Приведенное нами значение отношения масс топлива и оболочки было получено по формуле, известной как формула Циолковского.

Идея К. Э. Циолковского была осуществлена советскими учеными под руководством академика Сергея Павловича Королева. Первый в истории искусственный спутник Земли с помощью ракеты был запущен в Советском Союзе 4 октября 1957 г.

Первым человеком, который на ИСЗ совершил полет в космическом пространстве, был гражданин Советского Союза Юрий Алексеевич Гагарин. 12 апреля 1961 г. он облетел земной шар на корабле-спутнике «Восток».

Советские ракеты первыми достигли Луны, первыми облетели Луну и сфотографировали ее невидимую с Земли сторону, первыми достигли планеты Венера и доставили на ее поверхность научные приборы. В 1986 г. два советских космических корабля «Вега-1» и «Вега-2» с близкого расстояния исследовали комету Галлея, приближающуюся к Солнцу один раз в 76 лет. Ракеты впервые в истории человечества доставили человека на поверхность небесного тела: в 1969—1972 гг. американские астронавты совершили шесть полетов на Луну с выходом на ее поверхность и длительным (до трех суток) пребыванием на ней. Ими, а также советскими автоматическими кораблями на Землю доставлены образцы лунного грунта. Наша страна занимает ведущее место в исследовании космического пространства.

Вопросы

1. Существуют суда с водометным двигателем, выбрасывающим из корабля водяную струю. При этом корабль движется в сторону, противоположную направлению движения струи. Является ли движение корабля реактивным движением?

2. При выстреле из ружья стрелок ощущает удар приклада (отдача). Можно ли движение приклада считать реактивным?

3. Ракета может получить ускорение в космическом пространстве, где вокруг нее нет никаких тел. Между тем для ускорения нужна сила, а сила — это действие одного тела на другое. Почему ускоряется ракета?

4. От чего зависит скорость ракеты?

5. Как осуществляется торможение космического корабля?

САМОЕ ВАЖНОЕ В ШЕСТОЙ ГЛАВЕ

Наряду со скоростью важной характеристикой движения является *импульс тела* — векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость.

Результат действия силы на тело — изменение его импульса. Изменение импульса тела равно *импульсу силы* — произведению силы на время ее действия.

Один и тот же импульс силы сообщает разным телам (телам с различной массой) различные скорости, но одинаковые импульсы.

Импульс — одна из немногих сохраняющихся величин. Закон сохранения импульса состоит в том, что полный импульс всех тел, составляющих замкнутую систему, остается неизменным при любых движениях и любых взаимодействиях тел системы.

ГЛАВА 7

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

ОДНА ИЗ ВАЖНЕЙШИХ ВЕЛИЧИН В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

В предыдущей главе мы видели, какое важное значение имеет импульс, для которого существует закон сохранения. Столь же большую роль играет другая величина, которая для замкнутой системы тоже остается постоянной. Эта величина — *энергия*, с которой приходится иметь дело не только в механике, но и в других разделах физики, во всех науках о природе, во всех отраслях техники да и в повседневной жизни.

Подобно тому, как одна величина — импульс тела связана с другой величиной — импульсом силы, энергия тоже связана с другой величиной — *работой силы*, или *механической работой*. Познакомимся сначала с понятием работы.

§ 43. РАБОТА СИЛЫ (МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА)

Величина, которую мы назвали работой силы (или просто работой), была введена в механику лишь в XIX в., почти через 150 лет после открытия Ньютоном законов движения. Появилась она, когда широко стали применять всевозможные машины. Ведь о действующей машине говорят, что она «работает».

С понятием «механическая работа» мы уже встречались в курсе физики VII класса (см. «Физика-7», § 53). Там мы видели, что когда на движущееся тело действует постоянная сила $\vec{F}$ и тело совершает в направлении действия силы перемещение $\vec{s}$, то, как говорят, сила *совершает работу* A, равную произведению *модулей* силы и перемещения:

$$A = Fs.$$

Там же была введена и единица работы д ж о у л ь (Дж): за единицу работы принимают работу, совершаемую силой в 1 Н на пути, равном 1 м:

$$1\ Дж = 1\ Н \cdot м.$$

Работа — скалярная величина. Сила и перемещение — величины векторные. Но работа равна произведению модулей векторов $\vec{F}$ и $\vec{s}$, а модуль вектора — величина скалярная. Поэтому и работа — скалярная величина. О работе нельзя сказать, что она куда то направлена.

Положительная и отрицательная работа. В выражении $A = Fs$, которое определяет работу, F — сила, приложенная к телу (ее модуль). Но на движущееся тело может действовать не одна, а несколько сил. И каждая из них может совершать работу. В этом случае F в выражении для работы означает модуль равнодействующей всех сил. Работа же этой равнодействующей равна сумме работ отдельных сил.

Равнодействующая, однако, может быть равна нулю (тело находится в равновесии). Тогда если тело движется, то прямолинейно и равномерно. Сумма всех сил при этом равна нулю. Значит, равна нулю и суммарная работа всех сил. Но для этого работа одних сил должна быть положительной, других — отрицательной. Иначе, их сумма не может быть равной нулю. Положительной считается работа сил, сонаправленных с перемещением тела, отрицательной — работа сил, направленных противоположно перемещению. Так, при равномерном подъеме груза с помощью подъемного крана на груз действует сила натяжения каната, направленная вверх, т. е. вдоль направления движения груза, и сила тяжести, направленная вниз, против движения груза. Работа силы натяжения каната положительна, а работа силы тяжести отрицательна. Так как силы эти по модулю равны, то и работы их одинаковы по модулю и противоположны по знаку.

Общее выражение для работы силы. Если направление силы совпадает с направлением перемещения, то это значит, что угол между векторами силы и перемещения равен нулю. Когда сила и перемещение противоположны друг другу, угол между этими векторами равен 180°. Но силы, приложенные к движущемуся телу, могут образовывать с направлением перемещения угол, отличный от 0 и 180°. Например, к санкам, движущимся по горизонтальной дороге в направлении, указанном стрелкой (рис. 131, 132), в какой-то момент подействовала сила, направленная под углом α к горизонту. В первом случае (рис. 131) угол α острый, во втором (рис. 132) — тупой. Как вычислить работу, которую совершает сила $\vec{F}$, если перемещение санок равно $\vec{s}$?

Для этого формулу для работы нужно записать в таком виде:

$$\boxed{A = Fs \cos \alpha,} \qquad (1)$$

где α — угол между *векторами* силы и перемещения.

В самом деле, если векторы $\vec{F}$ и $\vec{s}$ совпадают по направлению, угол между ними равен нулю. Но $\cos 0° = 1$. В этом случае $A = Fs$. Если векторы $\vec{F}$ и $\vec{s}$ направлены противоположно друг другу, то $\alpha = 180°$, $\cos 180° = -1$ и работа $A = -Fs$. Когда угол α острый (см. рис. 131), его косинус положителен и работа такой силы положительна. Когда угол α тупой (см. рис. 132), его косинус отрицателен и работа силы, направленной таким образом, отрицательна.

Работа постоянной силы равна произведению модулей векторов силы и перемещения на косинус угла между этими векторами.

Когда работа силы равна нулю. Направление силы, приложенной к телу, может быть и перпендикулярно направлению перемещения тела. В этом случае угол $\alpha = 90°$, $\cos 90° = 0$ и работа, как это видно из формулы (1), равна нулю. Так, сила тяжести, которая действует на санки, перпендикулярна направлению движения санок, поэтому она работы не совершает. Не совершает работы и сила, вынуждающая тело двигаться равномерно по окружности: она в любой точке траектории перпендикулярна направлению скорости тела, т. е. направлению его движения. Например, сила натяжения нити, к которой привязано тело, движущееся по окружности, не совершает работы, хотя именно нить заставляет тело так двигаться. Не совершает работы и сила всемирного тяготения, под действием которой искусственные спутники Земли движутся по круговой орбите.

Рис. 131

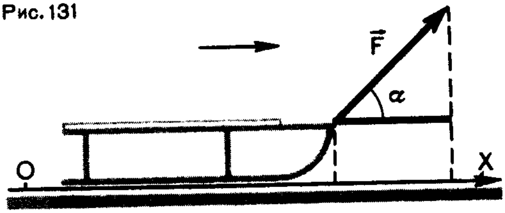
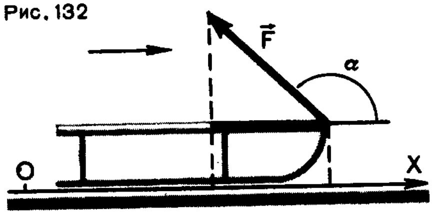


Рис. 132



Вопросы

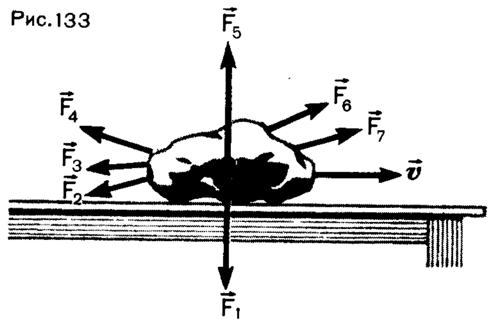
1. Штангист поднял с помоста штангу и зафиксировал ее над головой. Чему при этом равна работа силы тяжести, действующей на штангу? Чему равна работа силы упругости мышц штангиста?

2. Штангист поднимает вверх штангу. В чем различие между работой силы упругости мышц штангиста и работой силы тяжести?

3. В каком случае сила, приложенная к движущемуся телу, не совершает работу?

4. Тело брошено вертикально вверх. Каков знак работы силы тяжести: а) при подъеме тела; б) при его падении?

Рис. 133



5. На рисунке 133 изображено тело, к которому приложено несколько сил. Черной стрелкой указано направление движения тела. Какие из сил совершают положительную работу, какие — отрицательную?

Упражнение 23

1. На груз, скользящий с трением по горизонтальной поверхности, действует сила 200 Н, направленная под углом 60° к горизонту. Чему равна работа силы при перемещении тела, равном 5 м, если движение тела прямолинейное и равномерное? Каков коэффициент трения груза о плоскость? Масса тела 31 кг.

2. Лыжник массой 70 кг поднимается на подъемнике вдоль склона длиной 180 м, образующего с горизонтом угол 60°. Вычислите работу силы тяжести, действующей на лыжника. Какой она имеет знак? Какую работу совершает сила натяжения каната подъемника? Скорость подъемника постоянная.

Задание

Рассмотрите рисунки 134 и 135 (тело, прикрепленное к пружине, движется вниз, а затем, пройдя наинизшее положение, движется вверх). Выясните: а) в каком случае сила упругости совершает положительную работу, в каком — отрицательную; б) в каком случае работа силы тяжести положительна, в каком — отрицательна?

§ 44. РАБОТА СИЛ, ПРИЛОЖЕННЫХ К ТЕЛУ, И ИЗМЕНЕНИЕ ЕГО СКОРОСТИ

Рассмотрим тело, к которому приложена постоянная сила $\vec{F}$ — она может быть и равнодействующей нескольких сил. О силе $\vec{F}$ можно сказать, во-первых, что она сообщает телу ускорение, т. е. изменяет его скорость. Во-вторых, что она совершает работу, потому что тело под действием этой силы перемещается. Между *работой*, произведенной силой, и *изменением скорости* должна поэтому существовать связь. Найдем ее.

Рассмотрим простейший случай, когда векторы силы и перемещения направлены вдоль одной прямой в одну и ту же сторону. В ту же сторону направим и координатную ось (рис. 136). Тогда проекции силы $\vec{F}$, перемещения $\vec{s}$, ускорения $\vec{a}$ и ско-

Рис.134

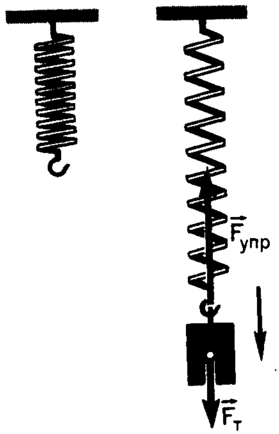
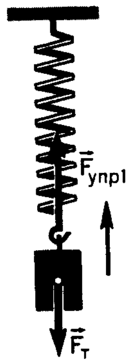


Рис.135



рости $\vec{v}$ будут равны модулям самих этих векторов.

Напишем для этого случая выражение для работы силы:

$$A = Fs \qquad (1)$$

и формулу второго закона Ньютона:

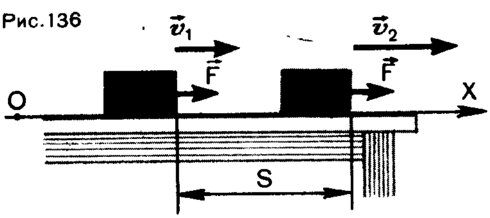
$$F = ma. \qquad (2)$$

Во второй главе мы видели, что при прямолинейном равноускоренном движении (в нашем случае движение именно такое, так как сила постоянная) перемещение и скорость тела связаны соотношением

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}, \qquad (3)$$

где v_1 и v_2 — модули вектора скорости в начале и в конце участка s. Подставив в формулу (1) выражения для F и s из формул (2) и (3), получим: $A = ma\dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$,

Рис.136



или

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \qquad (4)$$

Эта формула и связывает работу силы A с изменением скорости тела (точнее, квадрата скорости).

Кинетическая энергия. Выражение в правой части равенства (4) представляет собой *изменение* величины $\frac{mv^2}{2}$ — половины произведения массы тела на квадрат его скорости. Эта величина имеет особое название — *кинетическая энергия*. Обозначим ее через E_k. Тогда формула (4) примет вид:

$$\boxed{A = E_{k2} - E_{k1}.} \qquad (5)$$

Работа силы (или равнодействующей сил) равна изменению кинетической энергии тела.

Это утверждение называется *теоремой о кинетической энергии.*

Когда сила, действующая на тело, направлена в сторону движения и, следовательно, совершает положительную работу, то $\frac{mv_2^2}{2} > \frac{mv_1^2}{2}$. Это означает, что кинетическая энергия тела увеличивается. Так и должно быть, так как сила, направленная в сторону движения тела, увеличивает модуль его скорости. Понятно, что, если сила направлена в сторону, противоположную направлению движения тела, она совершает отрицательную работу и кинетическая энергия тела уменьшается.

Из формулы (4) видно, что кинетическая энергия выражается в тех же единицах, что и работа, т. е. в джоулях.

Теорема о кинетической энергии была нами получена из второго закона Ньютона. Можно даже сказать, что формулы (4) и (5) — это просто иначе записанные формулы второго закона Ньютона. Поэтому теорема о кинетической энергии (5) справедлива независимо от того, какие именно силы приложены к телу: сила упругости, сила тяжести или сила трения.

Таким образом, формула (4) (или (5)) показывает, что если на тело действует сила, то изменяется его кинетическая энергия. А изменение кинетической энергии равно работе силы. У любого тела (любой массы) кинетическая энергия изменится на одну и ту же величину, если работа силы одна и та же. Большая сила при малом перемещении тела вызовет такое же изменение кинетической энергии, как малая сила при большом перемещении; если только работа силы, т. е. произведение силы на перемещение, будет одной и той же.

Что характеризует кинетическая энергия тела? Представим себе, что покоящемуся телу ($v_0=0$) массой m требуется сообщить скорость, равную v (например, сообщить скорость v покоящемуся в стволе орудия снаряду). Для этого сила, приложенная к телу, должна совершить определенную работу. Чему равна эта работа? Согласно теореме о кинетической энергии,

$$A=\frac{mv^2}{2}-0=\frac{mv^2}{2}.$$

Следовательно, *кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью v, равна работе, которую нужно совершить, чтобы сообщить телу эту скорость.* Такую же работу, но противоположного знака нужно совершить, чтобы тело, движущееся с такой скоростью, остановить. Из теоремы о кинетической энергии следует также, что *кинетическая энергия — это физическая величина, характеризующая движущееся тело; изменение этой величины равно работе силы, приложенной к телу.*

Вопросы

1. Что такое кинетическая энергия?

2. В чем состоит теорема о кинетической энергии?

3. Как изменяется кинетическая энергия тела, если сила, приложенная к нему, совершает положительную работу? Отрицательную работу?

4. Изменяется ли кинетическая энергия тела при изменении направления вектора его скорости?

5. Два шара одинаковой массы катятся навстречу друг другу с одинаковыми по модулю скоростями по очень гладкой поверхности. Шары сталкиваются, на мгновение останавливаются, после чего движутся в противоположных направлениях с такими же по модулю скоростями. Чему равна их общая кинетическая энергия до столкновения, в момент столкновения и после него?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Какую работу нужно совершить, чтобы поезд, движущийся со скоростью $v_1=72$ км/ч, увеличил свою скорость до значения $v_2=108$ км/ч? Масса поезда 1000 т. Какова должна быть сила тяги локомотива, если это увеличение скорости должно произойти на участке длиной 2000 м?

Решение. Для определения работы A используем формулу теоремы о кинетической энергии в следующем виде:

$$A=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}.$$

Подставив сюда приведенные в задаче данные, находим:

$$A=\frac{10^6\ \text{кг}\left(30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2}-\frac{10^6\ \text{кг}\left(20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{2}=$$
$$=2{,}5\cdot10^8\ \text{Дж}.$$

Если $A=Fs$, то $F=\frac{A}{s}$. Следовательно,

$$F=\frac{2{,}5\cdot10^8\ \text{Дж}}{2\cdot10^3\ \text{м}}=1{,}25\times$$
$$\times10^5\ \text{Н}=125\ \text{кН}.$$

Упражнение 24

1. К покоящемуся телу массой 3 кг приложена сила 40 Н. После этого тело проходит по гладкой горизонтальной плоскости без трения 3 м. Затем сила уменьшается до 20 Н, и тело проходит еще 3 м. Найдите кинетическую энергию тела и его скорость в конце первого участка.

2. Какая работа должна быть совершена для остановки поезда массой 1000 т, движущегося со скоростью 108 км/ч?

3. Вычислите кинетическую энергию искусственного спутника Земли массой 1300 кг, движущегося по круговой орбите на высоте 100 км над поверхностью Земли.

4. Тело движется равномерно по окружности радиусом 0,5 м, обладая кинетической энергией 10 Дж. Какова сила, действующая на тело? Как она направлена? Чему равна работа этой силы?

5. Шофер выключил двигатель автомобиля при скорости 72 км/ч. Пройдя после этого 34 м, автомобиль остановился. Чему была равна кинетическая энергия автомобиля в момент выключения двигателя, если сила трения колес о дорогу равна 5880 Н? Какова масса автомобиля?

6. Автомобиль массой 4 т движется со скоростью 36 км/ч. Какой путь прошел автомобиль до полной остановки, если сила трения колес о дорогу равна 5880 Н?

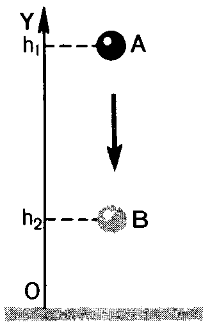
Задание

Проанализируйте решения задач 5 и 6 и выясните, от какой величины зависит тормозной путь движущегося тела при заданном значении модуля тормозящей силы. Сравните результат анализа с формулой, приведенной в § 37.

§ 45. РАБОТА СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Теорема о кинетической энергии, позволяющая вычислять работу силы, справедлива для любых сил, приложенных к движущемуся телу.

Рис. 137



Но работу силы можно вычислить, пользуясь формулой $A=Fs$ и выражениями, которые мы получили для отдельных сил — силы тяжести, силы упругости и силы трения. Начнем с силы тяжести. Тело движется вертикально. При небольших расстояниях от поверхности Земли сила тяжести постоянна и по модулю равна mg. Рассмотрим простейший случай — свободное падение тела. Пусть тело массой m свободно падает с высоты h_1 над каким-то уровнем, с которого мы ведем отсчет высоты, до высоты h_2 над тем же уровнем (рис. 137). При этом перемещение тела по модулю равно $h_1 - h_2$. Так как направления перемещения и силы совпадают, то работа силы тяжести равна

$$A = mg(h_1 - h_2). \qquad (1)$$

Высоты h_1 и h_2 можно отсчитывать от любого уровня. Это может быть уровень моря, поверхность Земли, дно ямы, вырытой в земле, пол класса или поверхность стола и т. д. Высоту выбранного уровня принимают равной нулю. Поэтому этот уровень называют *нулевым*.

Если тело падает с некоторой высоты h до нулевого уровня, то работа силы тяжести выражается равенством

$$A = mgh. \qquad (2)$$

Если тело брошено вверх с нулевого уровня и поднимается на высоту h над ним, то работа силы тяжести отрицательна и равна

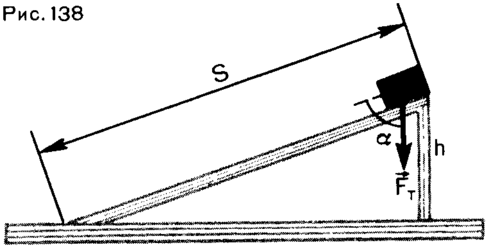
$$A = -mgh.$$

Тело движется не по вертикали. Теперь выясним, какую работу совершает сила тяжести в случае, когда тело движется не по вертикали.

В качестве примера рассмотрим движение тела по наклонной плоскости (рис. 138). Пусть тело массой m по наклонной плоскости высотой h совершает перемещение $\vec{s}$, по модулю равное длине наклонной плоскости.

Работа силы тяжести в этом случае равна $A = mgs\cos\alpha$, где

Рис. 138



α — угол между векторами силы и перемещения. Из рисунка 138 видно, что $s\cos\alpha = h$. Поэтому

$$A = mgh.$$

Мы получили для работы силы тяжести то же выражение, что и в случае движения по вертикали (см. формулу 2). Выходит, что работа силы тяжести не зависит от того, движется ли тело по вертикали или проходит более длинный путь по наклонной плоскости. При одной и той же «потере высоты» работа силы тяжести одна и та же (рис. 139).

Работа силы тяжести определяется «потерей высоты» (или набором высоты) не только при движении по наклонной плоскости, но и по любой другой траектории. В самом деле, допустим, что тело движется по некоторой произвольной траектории, подобной той, что изображена на рисунке 140. Ее можно разбить мысленно на маленькие участки AA_1, A_1A_2, A_2A_3 и т. д. Каждый из них может считаться маленькой наклонной плоскостью, а движение тела по траектории AB —

Рис. 139

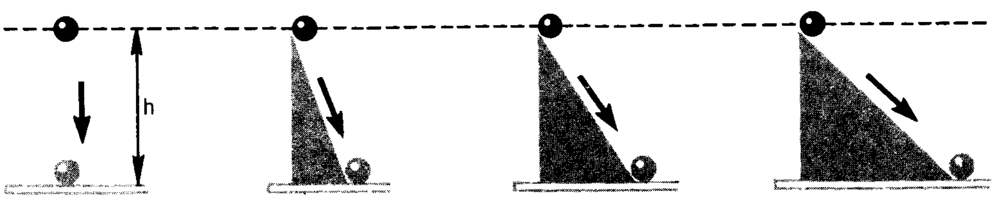
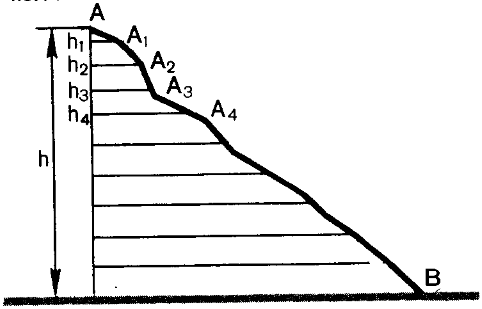


Рис.140



движением по множеству наклонных плоскостей, переходящих одна в другую. Работа силы тяжести на каждой из них равна произведению силы тяжести mg на изменение высоты на ней.

Если изменения высоты на отдельных участках равны h_1, h_2, h_3 и т. д., то работы силы тяжести на них равны mgh_1, mgh_2, mgh_3 и т. д.

Полную же работу на всем пути мы найдем, сложив их: $A = mgh_1 + mgh_2 + mgh_3 + ... = mg(h_1 + h_2 + h_3 + ...)$. Но $h_1 + h_2 + h_3 + ... = h$. Следовательно,

$$A = mgh.$$

Таким образом, работа силы тяжести не зависит от формы траектории движения тела и всегда равна произведению модуля силы тяжести на разность высот в исходном и конечном положениях. При движении вниз работа положительна, при движении вверх — отрицательна.

Если после спуска по любой траектории тело возвращается (тоже по любой траектории) в исходную точку, то работа на такой *замкнутой* траектории равна нулю. Это важная особенность работы силы тяжести: *работа силы тяжести на замкнутой траектории равна нулю.*

Для чего применяются наклонные плоскости? Известно, что наклонные плоскости часто применяются в технике и быту. Почему? Ведь работа перемещения груза по наклонной плоскости такая же, как и при движении по вертикали. Ответ на этот вопрос мы, в сущности, уже получили раньше.

При решении задачи 1 в § 38 мы видели, что наклонная плоскость как бы уменьшает силу тяжести ($mg \sin \alpha$ вместо mg!). Конечно, сила тяжести (сила притяжения к Земле) в действительности не уменьшается. Просто на тело на наклонной плоскости, кроме силы $\vec{F}_т = m\vec{g}$, действует еще и сила упругости реакции опоры (материала наклонной плоскости). А сумма этих двух сил оказывается по модулю равной $mg \sin \alpha$. Но работа этой силы должна, как мы только что видели, быть такой же, как и силы $m\vec{g}$. Ясно, что это возможно только при условии, если перемещение тела будет больше. Оно и в самом деле больше (гипотенуза всегда больше катета!). Больший путь — это «плата» за то, что по наклонной плоскости можно поднимать груз с помощью меньшей силы.

Вопросы

1. От каких величин зависит работа силы тяжести?

2. Зависит ли работа силы тяжести от длины пути, пройденного телом?

3. Тело, брошенное вверх под некоторым углом к горизонту, описало параболу и упало на землю. Чему равна работа силы тяжести, если начальная и конечная точки траектории тела лежат на одной горизонтали?

4. Тело движется вниз по наклонной плоскости без трения. Какая сила совершает при этом работу? Зависит ли работа от длины наклонной плоскости?

§ 46. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ТЕЛА, ПОДНЯТОГО НАД ЗЕМЛЕЙ

Равенство

$$A = mg(h_1 - h_2),$$

выражающее работу силы тяжести, приложенной к телу, можно представить в другом виде. Раскрыв скобки и переставив порядок членов в правой части равенства, получим

$$A = -(mgh_2 - mgh_1).$$

Правая часть этого равенства представляет собой *изменение* величины mgh. Этому изменению, взятому с противоположным знаком, равна работа силы тяжести.

Раньше (см. § 44) мы назвали величину $\frac{mv^2}{2}$, изменение которой равно работе силы, кинетической энергией движущегося тела. Теперь мы встретились еще с одной величиной, изменение которой (но с противоположным знаком) тоже равно работе силы — в данном случае силы тяжести. Поэтому величину mgh тоже называют энергией, но не кинетической, а потенциальной: mgh — это *потенциальная энергия тела, поднятого на высоту* h над нулевым уровнем, которым, в частности, может быть и поверхность Земли. Знак минус перед изменением потенциальной энергии означает, что, когда работа силы тяжести положительна, потенциальная энергия тела уменьшается (она уменьшается при падении тела). Наоборот, при отрицательной работе силы тяжести (тело брошено вверх) потенциальная энергия тела увеличивается. Кинетическая энергия «ведет себя» противоположным образом.

Обозначим потенциальную энергию mgh через E_p. Тогда можно написать:

$$\boxed{A = -(E_{p2} - E_{p1}).}$$

Если тело падает с высоты h до нулевого уровня, то работа силы тяжести просто равна потенциальной энергии

$$A = E_p.$$

Следовательно, *потенциальная энергия тела, поднятого на некоторую высоту над нулевым уровнем, равна работе силы тяжести при падении тела с этой высоты до нулевого уровня.* Чтобы поднять тело с нулевого уровня на эту же высоту, должна быть совершена такая же работа, т. е. работа, равная потенциальной энергии, какой-то другой силой, направленной против силы тяжести.

В отличие от кинетической энергии, которая зависит от скорости движения тела, потенциальная энергия от скорости не зависит, так что потенциальная энергия может быть и у покоящегося тела. Потенциальной энергией, например, обладает груз, поднятый подъемным краном и удерживаемый им в покое на некоторой высоте. Но если дать этому грузу возможность упасть, то сила тяжести совершит работу, равную его потенциальной энергии.

Потенциальная энергия зависит от положения тела относительно нулевого уровня, т. е. от координат тела. Ведь высота как раз и есть координата тела, отсчитываемая от нулевого уровня.

Так как нулевой уровень может быть выбран произвольно, то может оказаться, что тело находится ниже нулевого уровня. В этом случае его потенциальная энергия будет отрицательной. Например, если за нулевой уровень выбрана поверхность Земли, то тело, находящееся на дне ямы, вырытой в земле, обладает отрицательной потенциальной энергией. Таким образом, знак и численное значение потенциальной энергии зависят от выбора нулевого уровня. Работа же, которая совершается при перемещении тела, от выбора нулевого уровня не зависит, потому что она равна *изменению* потенциальной энергии.

Потенциальная энергия — энергия взаимодействия. Говоря о потенциальной энергии *тела*, поднятого на высоту, мы как бы «забыли» о том, что энергией тело обладает потому, что оно взаимодействует с Землей. Не будь Земли, не будь силы притяжения к Земле, не было бы и потенциальной энергии. Поэтому о потенциальной энергии говорят, что это *энергия взаимодействия.*

Потенциальная энергия, строго говоря, относится не к одному отдельно взятому телу, а к *системе тел.* В нашем случае эту систему составляют Земля и поднятое над ней тело.

Вопросы

1. Как связана потенциальная энергия тела с работой силы тяжести?
2. Как изменяется потенциальная энергия тела при его движении вверх?
3. Изменяется ли потенциальная энергия при движении тела параллельно поверхности Земли?
4. Что такое нулевой уровень?

Упражнение 25

1. Груз массой 2,5 кг падает с высоты 10 м. На сколько изменится его потенциальная энергия через 1 с после начала падения? Начальная скорость груза равна нулю.
2. Какая работа совершается силой тяжести, когда человек массой 75 кг поднимается по лестнице от входа в дом до 6-го этажа, если высота каждого этажа 3 м?
3. Перепад высот между местами старта и финиша горнолыжных соревнований составляет 400 м. Слаломист принимает старт и благополучно финиширует. Чему равна работа силы тяжести, если масса слаломиста перед стартом равна 70 кг?
4. Место финиша трассы горнолыжных соревнований находится на высоте 2000 м над уровнем моря, а точка старта — на высоте 400 м над точкой финиша. Чему равна потенциальная энергия лыжника на старте относительно точки финиша и уровня моря? Масса лыжника 70 кг.

§ 47. РАБОТА СИЛЫ УПРУГОСТИ

Сила упругости — это сила, возникающая при деформации тела. В качестве примера силы упругости удобно рассматривать силу упругости пружины, хотя все закономерности, установленные для пружины, относятся и к другим деформированным телам. Сила упругости пропорциональна деформации, в частности удлинению пружины. Направлена она в сторону, противоположную смещению частиц тела при деформации.

На рисунке 141, *а* показана пружина в ее естественном, недеформированном состоянии. Правый конец пружины закреплен, а к левому прикреплено какое-то тело. Направим ось координат X так, как показано на рисунке. Если пружину сжать, сместив ее левый конец вправо на расстояние x_1, то возникает сила упругости (рис. 141, *б*), направленная влево. Проекция этой силы на ось X равна $-kx_1$, где k — жесткость пружины.

Предоставим теперь пружину самой себе. Тогда конец пружины будет смещаться влево. При этом движении сила упругости совершает работу.

Предположим, что левый конец пружины (и тело, скрепленное с ним) переместился из положения A в положение B (рис. 141, *в*). В этом положении деформация (удлинение) пружины равна уже не x_1, а x_2. Перемещение конца пружины равно разности координат конца пружины: $x_1 - x_2$.

Направления силы и перемещения совпадают, и чтобы найти работу, нужно перемножить модули силы упругости и перемещения. Но сила упругости при движении изменяется от точки к точке, потому что изменяется удлинение пружины: в точке A модуль силы упругости равен kx_1, в точке B — kx_2. Для вычисления работы силы упругости нужно взять среднее значение силы упругости и умножить его на перемещение:

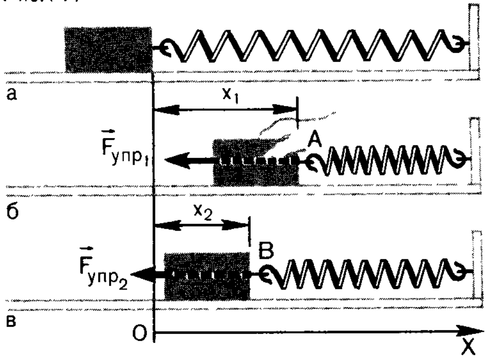
$$A = F_{\text{ср}}(x_1 - x_2).$$

Среднее значение силы упругости равно полусумме начального и конечного ее значений:

$$F_{\text{ср}} = \frac{kx_1 + kx_2}{2} = k\frac{x_1 + x_2}{2}.$$

Подставим это значение средней силы в формулу для работы:

Рис.141



$$A = k\frac{x_1 + x_2}{2}(x_1 - x_2).$$

Так как $(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = x_1^2 - x_2^2$, то работа получается равной

$$A = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}. \qquad (1)$$

Работа, как видно из этой формулы, зависит только от координат x_1 и x_2 начального и конечного положений конца пружины (x_1 и x_2 — это и удлинения пружины, и координаты ее конца).

Интересно, что в формулу для работы не входит масса тела, прикрепленного к пружине. Но и сила упругости от массы тела, к которому она приложена, не зависит. Уже ранее указывалось, что в этом состоит особенность силы упругости.

Потенциальная энергия деформированного тела. Формулу (1) для работы силы упругости можно записать (переставив порядок членов в правой части) в таком виде:

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right). \qquad (2)$$

Здесь в правой части равенства стоит *изменение* величины $\frac{kx^2}{2}$ со знаком «минус».

В предыдущем параграфе величину mgh, изменение которой (с противоположным знаком) равно работе силы тяжести, мы назвали потенциальной энергией поднятого тела. Такое же название можно дать и величине $\frac{kx^2}{2}$, раз ее изменение, и тоже с противоположным знаком, равно работе. Величина $\frac{kx^2}{2}$ представляет собой потенциальную энергию деформированного тела, в частности пружины.

Формула (2) означает, что *работа силы упругости равна изменению потенциальной энергии упруго деформированного тела (пружины), взятому с противоположным знаком.*

Работа силы упругости, как и работа силы тяжести, зависит только от начальной и конечной координат свободиого конца, например, пружины (от x_1 до x_2). Поэтому о ней можно сказать то же, что и о работе силы тяжести,— эта работа не зависит от формы траектории. А если траектория замкнутая, то работа равна нулю.

Если за начало отсчета координаты принять положение конца недеформированной пружины, а пружина удлинена на x, то формула (2) принимает вид:

$$A = -\left(0 - \frac{kx^2}{2}\right) = \frac{kx^2}{2}.$$

Но $\frac{kx^2}{2}$ — это потенциальная энергия тела (пружины) при удлинении x. Значит, *потенциальная энергия деформированного тела равна работе силы упругости при переходе тела (пружины) в состояние, в котором его деформация равна нулю.*

О потенциальной энергии тела, на которое действует сила тяжести, мы говорили, что это энергия взаимодействия. Потенциальная энергия упруго деформированного тела — это тоже энергия взаимодействия. Но теперь это энергия взаимодействия частиц, из которых состоит тело. Это относится и к пружине. В ней взаимодействуют витки пружины, частицы вещества, из которых она сделана.

Вопросы

1. Чему равно среднее значение силы упругости?

2. В чем сходство выражений для работы силы упругости и работы силы тяжести?

3. Чему равна работа силы упругости, если тело, на которое она действует, пройдя какое-то расстояние, вернулось в исходную точку?

4. Может ли обладать потенциальной энергией тело, находящееся в состоянии равновесия?

5. Может ли обладать потенциальной энергией тело, на которое не действуют никакие силы?

6. Чему равна потенциальная энергия упруго деформированного тела?

7. Что общего у потенциальных энергий деформированного тела и тела, на которое действует сила тяжести?

Упражнение 26

1. Мальчик определил, что максимальная сила, с которой он может растягивать динамометр, равна 400 Н. Чему равна работа этой силы при растяжении динамометра? Жесткость пружины динамометра равна 10 000 Н/м.

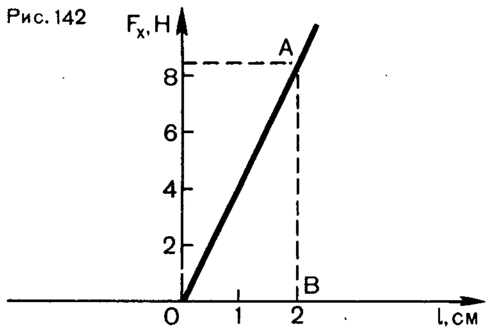
2. К пружине, верхний конец которой закреплен, подвешено тело массой 18 кг. При этом длина пружины равна 10 см. Когда же к ней подвешено тело массой 30 кг, ее длина равна 12 см. Вычислите работу, которую совершает внешняя сила при растяжении пружины от 10 до 15 см. Какую работу совершает при этом сила упругости?

3. На рисунке 142 показан график зависимости силы упругости, возникающей при сжатии пружины, от ее деформации. Вычислите, используя этот график, работу внешней силы при сжатии пружины на 2 см. Докажите, что эта работа численно равна площади треугольника АОВ.

4. Имеются две пружины с одинаковой жесткостью. Одна из них сжата на 5 см, другая растянута на 5 см. Чем различаются удлинения этих пружин и их потенциальные энергии?

5. К пружинным весам подвешен груз. При этом груз опустился и стрелка весов остановилась на цифре 3. На сколько увеличилась потенциальная энергия пружины весов, если шкала весов градуирована в ньютонах, а расстояние между соседними делениями равно 5 мм?

Рис. 142



6. Сжатая пружина, жесткость которой 10 000 Н/м, действует на прикрепленное к ней тело с силой 400 Н. Чему равна потенциальная энергия пружины? Какая работа была совершена внешней силой при ее сжатии? Какую работу совершит сила упругости пружины, если дать ей возможность восстановить первоначальную форму?

§ 48. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ПОЛНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

В начале этой главы мы говорили, что энергия, как и импульс, сохраняется. Однако когда мы рассматривали кинетическую и потенциальную энергии, об их сохранении ничего не говорилось. В чем же состоит закон сохранения энергии?

Рассмотрим, как изменяется энергия тел, взаимодействующих *только* друг с другом. Такие системы, как мы знаем, называются *замкнутыми*. Такая система может обладать и кинетической и потенциальной энергией. Кинетической — потому, что тела системы могут двигаться, потенциальной — потому, что тела системы взаимодействуют друг с другом. И та и другая энергия системы может изменяться с течением времени.

Обозначим через E_{p1} потенциальную энергию системы в какой-то момент времени, а через E_{k1} общую кинетическую энергию системы тел в тот же момент времени. Потенциальную и кинетическую энергии этих же тел в какой-нибудь другой момент времени обозначим соответственно через E_{p2} и E_{k2}.

В предыдущих параграфах мы установили, что, когда тела взаимодействуют друг с другом силами тяжести или упругости, совершенная этими силами работа равна взятому с противоположным знаком изменению потенциальной энергии тел системы:

$$A = -(E_{p2} - E_{p1}). \qquad (1)$$

С другой стороны, согласно теореме о кинетической энергии, эта же работа равна изменению кинетической энергии:

$$A = E_{k2} - E_{k1}. \qquad (2)$$

Энергия превращается из одного вида в другой. В левых частях равенств (1) и (2) стоит одна и та же величина — работа сил взаимодействия тел системы. Значит, и правые части равны друг другу:

$$E_{k2}-E_{k1}=-(E_{p2}-E_{p1}). \qquad (3)$$

Из этого равенства видно, что кинетическая и потенциальная энергия в результате взаимодействия и движения тел изменяется так, что увеличение одной из них равно уменьшению другой. На сколько одна из них возрастает, на столько другая уменьшается. Дело выглядит так, как будто бы происходит *превращение* одного вида энергии в другой. В этом состоит важная особенность величины, называемой энергией: есть различные формы энергии, и они могут превращаться одна в другую. Но ни об одной из них нельзя сказать, что она сохраняется.

Полная механическая энергия. Закон сохранения полной механической энергии. Если из двух видов энергии один уменьшается ровно на столько, на сколько увеличивается другой, то это значит, что *сумма* энергий обоих видов остается неизменной. Это видно из формулы (3), которую можно переписать так:

[redacted] (4)

В левой части равенства мы видим сумму кинетической и потенциальной энергий системы тел в какой-то момент времени, в правой — ту же сумму в другой момент времени. Эта сумма называется *полной механической энергией* системы. Для системы тел, в которой действует сила тяжести, например для системы «Земля — падающее тело» или «Земля — тело, брошенное вверх», она равна $mgh+\frac{mv^2}{2}$. Если между телами системы действует сила упругости, то полная механическая энергия запишется так: $\frac{kx^2}{2}+\frac{mv^2}{2}$.

Равенство (4) означает, что полная механическая энергия замкнутой системы тел остается неизменной, *сохраняется*. В этом состоит *закон сохранения* энергии.

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих силами тяготения или силами упругости, остается неизменной при любых движениях тел системы.

Превращения энергии и работа. Тот факт, что одна и та же работа приводит к увеличению кинетической или к такому же уменьшению потенциальной энергии, означает, что работа равна энергии, превратившейся из одного вида в другой. Мы видели, например, что положительная работа силы равна уменьшению потенциальной энергии. Но, согласно закону сохранения полной энергии, потенциальная энергия не может уменьшаться, не превратившись в энергию кинетическую!

Закон сохранения энергии, как и закон сохранения импульса, можно использовать для решения многих механических задач. Этим способом многие задачи решаются более просто, чем при прямом применении законов движения.

Вопросы

1. Что такое полная механическая энергия?

2. В чем состоит закон сохранения механической энергии?

3. Выполняется ли закон сохранения механической энергии, если действуют одновременно и сила тяжести и упругая сила?

4. Как влияет на энергию системы тел действие внешней силы? Сохраняется ли в этом случае полная механическая энергия?

5. Спутник вращается по орбите вокруг Земли. С помощью ракетного двигателя его перевели на другую орбиту. Изменилась ли его механическая энергия?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Какой высоты достигает тело, брошенное по вертикали вверх с начальной скоростью $\vec{v}_0$?

Решение. Примем за начало отсчета высоты точку, откуда брошено тело. В этой точке потенциальная энергия тела равна нулю, а кинетическая энергия равна $\frac{mv_0^2}{2}$. Значит, полная энергия равна $0+\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv_0^2}{2}$. В верхней точке, на высоте h, кинетическая энергия тела равна нулю, а потенциальная — mgh. Полная энергия равна $0+mgh=mgh$. По закону сохранения энергии $\frac{mv_0^2}{2}=mgh$. Отсюда $h=\frac{v_0^2}{2g}$.

Такой же результат мы получали и раньше (§ 32, пример решения задачи 2).

2. Шар массой $m=3$ кг удерживается на высоте $h=3$ м над столиком, укрепленным на пружине (рис. 143, *а*). Найдите максимальное сжатие l пружины при свободном падении шарика на столик (рис. 143, *б*), если ее жесткость $k=700$ Н/м. Массами пружины и столика пренебречь.

Решение. Потенциальную энергию шара на столике при максимально сжатой пружине будем считать равной нулю (нулевой уровень). Тогда в начальный момент потенциальная энергия шара равна: $E_{p1}=mg(h+l)$. Кинетическая энергия шара и пружины в этот момент равна нулю. Следовательно, E_{p1} — это и полная энергия E_1 системы «шар — пружина» в начальный момент:

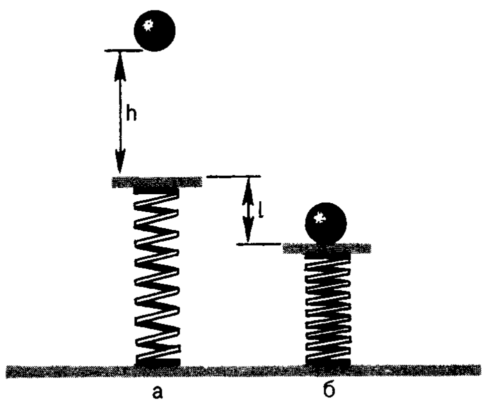
$$E_1=mg(h+l).$$

Когда после падения шара пружина максимально сжата, кинетическая энергия шара равна нулю, а потенциальная энергия пружины равна $\frac{kl^2}{2}$. Это в то же время и полная энергия системы «шар-пружина» в момент максимального сжатия пружины, так как потенциальная энергия шара равна нулю. Следовательно, $E_2=\frac{kl^2}{2}$. По закону сохранения энергии $E_1=E_2$, или

$$mg(h+l)=\frac{kl^2}{2}.$$

Решив это квадратное уравнение и подставив данные из условия задачи, найдем $l\approx 0,5$ м.

Рис. 143



Упражнение 27

1. Тело падает с некоторой высоты над землей. В момент падения на землю скорость его равна 30 м/с. С какой высоты упало тело?

2. Снаряд, получивший при выстреле из орудия начальную скорость 280 м/с, летит вертикально вверх. На какой высоте его кинетическая энергия равна потенциальной?

3. Баба копра при падении с высоты 8 м обладает в момент удара о сваю кинетической энергией 18 000 Дж. Какова масса бабы копра?

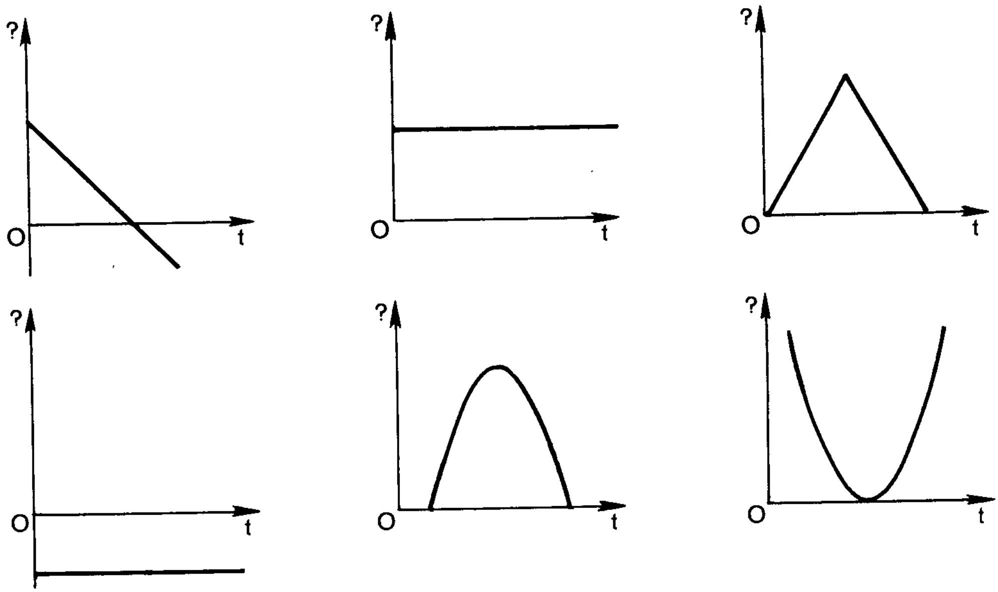
4. Тело массой 2 кг падает с высоты 30 м над землей. Вычислите кинетическую энергию тела в момент, когда оно находится на высоте 15 м над землей и в момент падения на землю.

5. Растянутая пружина, сокращаясь, увлекает за собой тело массой 50 кг по горизонтальной плоскости без трения. В момент, когда деформация пружины равна нулю, скорость тела равна 5 м/с. На сколько была растянута пружина, если ее жесткость равна 10 000 Н/м?

Задание

Тело брошено вертикально вверх. На рисунке 144 показаны графики зависимости не обозначенных на оси Y величин от времени. Какой из этих графиков показывает изменение со временем: а) координаты тела; б) ускорения; в) потенциальной энергии; г) импульса; д) кинетической энергии; е) полной энергии?

Рис.144



§ 49. РАБОТА СИЛЫ ТРЕНИЯ И МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Нам остается еще рассмотреть работу третьей механической силы — силы трения. В земных условиях сила трения в той или иной мере играет роль при всех движениях.

Чем отличается работа силы трения от работы других сил?

Напомним, что сила трения (имеется в виду трение скольжения) возникает при движении одного тела относительно другого. Направлена сила трения всегда *против* направления движения. В этом ее главное отличие от сил тяжести и упругости.

Работа силы тяжести и силы упругости может быть и положительной и отрицательной. Например, при свободном падении тела работа силы тяжести положительна и его кинетическая энергия растет. Если же тело брошено вертикально вверх, оно движется против силы тяжести, работа силы тяжести отрицательна, и кинетическая энергия тела уменьшается. В конце концов тело останавливается на миг и начинает обратный путь вниз.

Иначе «ведет себя» сила трения. Если толкнуть тело, лежащее на горизонтальной поверхности, оно станет двигаться против силы трения подобно тому, как движется тело, брошенное вверх. Кинетическая энергия тела уменьшается (работа отрицательная!). Пройдя какое-то расстояние, тело остановится, но не «на миг». Оно останавливается совсем и в обратный путь не двинется.

Механическая энергия не всегда сохраняется. Все дело в том, что в примере с телом, брошенным вверх, кинетическая энергия тела, постепенно уменьшаясь, превращается в энергию потенциальную. На «обратном» пути потенциальная энергия снова превращается в кинетическую. В случае же движения тела под действием силы трения кинетическая энергия тела уменьшается, но в потенциальную энергию не превращается. Поэтому у такого тела «обратного» пути нет.

Таким образом, когда на тело действует сила трения (сама по себе или вместе с другими силами), закон сохранения полной механической энергии нарушается: кинетическая энергия уменьшается, а потенциальная взамен не появляется. Полная механическая энергия уменьшается. Если, например, тело падает не в пустоте, а в воздухе, то потенциальная энергия уменьшается на mgh, как и в пустоте. Но скорость тела, когда оно достигает поверхности Земли, будет меньше, чем при свободном падении. Меньшей будет и его кинетическая энергия, так что ее увеличение уже не будет равно уменьшению потенциальной энергии. Уменьшение полной механической энергии произошло из-за работы силы сопротивления воздуха, а эта сила очень похожа на силу трения.

И все-таки энергия сохраняется! Но оказывается, что нарушение закона сохранения энергии из-за действия силы трения только кажущееся. Дело в том, что трение одного тела о другое всегда приводит к нагреванию обоих трущихся тел, к повышению их температуры. А из курса физики VIII класса известно, что температура тел определяется кинетической энергией движения частиц (молекул), из которых состоят все тела. Тщательные измерения показали, что кинетическая энергия молекул увеличивается как раз на столько, на сколько уменьшается кинетическая энергия трущихся тел. Но энергия движения молекул не считается механической энергией. Механическая энергия — это энергия *тел*, а не частиц, из которых тела состоят. Ведь в законы механики температура не входит!

Таким образом, механическая энергия тела или системы тел в случае, когда действуют силы трения, действительно не сохраняется, а уменьшается. Но мы здесь имеем дело с еще одним примером превращения энергии: механическая энергия превращается в энергию движения молекул. Эту энергию называют *внутренней энергией.* Закон сохранения полной *механической* энергии может и нарушаться. Но никогда не нарушается закон сохранения полной энергии, если понимать под полной энергией не только механическую энергию, а сумму всех видов энергии — потенциальной, кинетической, внутренней и других видов, с которыми мы познакомимся в других частях курса.

Сила трения в технике. Работа приложенных к телу сил всегда равна изменению его кинетической энергии. При действии сил трения часть механической энергии преобразуется и в немеханическую (внутреннюю) энергию, что приводит к нагреванию трущихся тел. Но ведь за счет энергии совершается механическая работа (работа равна изменению энергии!), так что энергия, превратившаяся во внутреннюю энергию, для получения работы пропадает. Поэтому во всяком устройстве (машине), предназначенном для совершения механической работы, всегда стараются уменьшить силы трения.

Об этом нужно знать и помнить тем, кто конструирует и строит машины, и тем, кто пользуется ими. Если машина, двигатель, аппарат и т. д. во время работы чрезмерно нагреваются — это верный признак того, что действуют слишком большие силы трения и нужно принимать меры для их уменьшения (возможно, требуется смазка!). Мы говорим о чрезмерном нагревании, потому что полностью устранить трение в механических устройствах нельзя. Какой-то нагрев, а значит, какая-то потеря механической энергии неизбежны. Но их нужно по возможности уменьшать.

Вопросы

1. На тело действует сила трения. Может ли работа этой силы равняться нулю?

2. Работа силы тяжести и силы упругости на замкнутой траектории равна нулю. Справедливо ли это утверждение для работы силы трения?

3. Что такое внутренняя энергия?

4. Как изменяется полная механическая энергия системы тел, если между телами наряду с другими силами действует и сила трения?

5. Всегда ли верен закон сохранения полной механической энергии?

6. Под действием силы трения изменяется кинетическая энергия тела. Изменяется ли при этом и потенциальная энергия?

Упражнение 28

1. Сани массой 60 кг, скатившись с горы, проехали по горизонтальному участку дороги 20 м. Найдите работу силы трения на этом участке, если коэффициент трения полозьев саней о снег 0,020.

2. К точильному камню радиусом 20 см прижимают затачиваемую деталь с силой 20 Н. Определите, какая работа совершается двигателем за 2 мин, если камень делает 180 об/мин, а коэффициент трения детали о камень равен 0,3.

3. Шофер автомобиля выключает двигатель и начинает тормозить в 20 м от светофора (дорога горизонтальная!). Считая силу трения колес о дорогу равной 4000 Н, найдите, при какой наибольшей скорости автомобиль успеет остановиться перед светофором, если масса автомобиля 1,6 т.

4. На движущееся по горизонтальной плоскости тело на протяжении пути длиной 15 м действует сила трения 100 Н. На сколько изменилась механическая энергия тела?

5. Парашютист массой 70 кг после прыжка с самолета движется сначала ускоренно, а затем, начиная с высоты $h = 1000$ м и до приземления, равномерно. Какова работа силы сопротивления воздуха за время равномерного движения?

6. Тело массой 2 кг падает с высоты 240 м и проникает в грунт на глубину 0,2 м. Сила трения о грунт равна 10 000 Н. Совершало ли тело свободное падение или двигалось в воздухе?

§ 50. МОЩНОСТЬ

Воду из цистерны можно вычерпывать ведрами, но для этой цели можно воспользоваться насосом, снабженным двигателем. Механическая работа, совершенная при этом, будет одной и той же. Но насос выполнит эту работу быстрее, за более короткий промежуток времени. Значит, не только совершаемая работа, но и быстрота ее выполнения, т. е. работа, совершаемая в единицу времени,— важная характеристика всякого устройства, с помощью которого совершается работа. Величина, характеризующая быстроту выполнения работы, называется *мощностью*. Обозначают ее буквой N.

Мощностью называется величина, равная отношению совершенной работы к промежутку времени, за который она совершена:

$$\boxed{N = \frac{A}{t}.} \qquad (1)$$

Если мощность известна, то работа выражается равенством:

$$A = Nt. \qquad (2)$$

Из формулы (1) видно, что в СИ за единицу мощности принимается джоуль в секунду (Дж/с). Называется эта единица ватт (Вт): 1 Вт = 1 Дж/с. Название дано в честь изобретателя универсального парового двигателя Джемса Уатта.

Формула (2) позволяет ввести еще одну единицу работы (а значит, и энергии). За единицу работы можно принять работу, которая совершается в течение 1 с при мощности 1 Вт. Называется она ватт-секундой (Вт·с): 1 Вт $\times$ $\times$ с = 1 Дж. Часто используются более крупные единицы работы и энергии: киловатт-час (кВт·ч) и мегаватт-час (МВт·ч):

1 кВт·ч = 1000 Вт·3600 с = 3,6 $\times$ $\times 10^6$ Дж.

1 МВт·ч = 1000 кВт·3600 с = 3,6 $\times$ $\times 10^9$ Дж.

Мощность, сила и скорость. Самолеты, автомобили, корабли и другие транспортные средства движутся часто с постоянной скоростью. Это значит, что силы, действующие на них благодаря работе двигателя, равны по модулю и противоположны по направлению силам сопротивления. От чего зависит скорость движения таких «тел»? Оказывается, она определяется мощностью двигателя. В самом деле, примем, что сила $\vec{F}$ и перемещение $\vec{s}$ направлены вдоль координатной оси. Тогда работа в формуле (1) выразится равенством $A = Fs$, где F и s — модули силы и перемещения. Следовательно, $N = \frac{Fs}{t}$. Но $\frac{s}{t} = v$, где

v — скорость. Поэтому

$$\boxed{N = Fv.} \quad (3)$$

Эта формула показывает, что при постоянной силе сопротивления движению скорость пропорциональна мощности двигателя. Поэтому быстроходные поезда, автомобили, самолеты нуждаются в двигателях большой мощности.

Из формулы (3) видно также, что при постоянной мощности двигателя сила тем меньше, чем больше скорость.

Вот почему мы хорошо чувствуем ускорение, когда автомобиль трогается с места (скорость еще мала, и сила поэтому велика), и почти не чувствуем его на большой скорости. Вот почему водитель автомобиля при подъеме в гору, когда нужна наибольшая сила тяги, переключает двигатель на малую скорость.

Вопросы

1. Что такое мощность? В каких единицах она выражается?
2. К числу каких величин, скалярных или векторных, относится мощность?
3. От чего зависит скорость равномерного движения тела, приводимого в движение двигателем?
4. Как связаны между собой мощность, сила и скорость?
5. Какая физическая величина выражается в киловатт-часах?
6. Когда автомобиль набирает скорость при постоянной мощности двигателя, остается ли сила тяги постоянной?

Упражнение 29

1. Самолет летит прямолинейно и равномерно со скоростью 900 км/ч. Какова сила сопротивления воздуха, если развиваемая двигателем самолета мощность равна 1800 кВт?
2. Подъемный кран с двигателем мощностью 8 кВт поднимает груз с постоянной скоростью 6 м/мин. Какова масса груза?
3. На токарном станке обрабатывается вал. Мощность, развиваемая двигателем станка, 3 кВт. Какая совершается при этом работа, если на обработку вала уходит 2 мин?
4. Какая работа совершается на гидростанции в течение года, если средняя мощность ее генераторов равна 2,5 МВт?
5. Автомобиль массой 2000 кг движется по горизонтальной дороге со скоростью 72 км/ч. Сила сопротивления движению составляет 0,05 его веса. Определите, какую мощность развивает при этом двигатель.

§ 51. ПРЕВРАЩЕНИЕ ЭНЕРГИИ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИН

Уже более двухсот лет человек широко использует всевозможные машины и механизмы. Они приводятся в движение двигателями, которые, в свою очередь, получают энергию от какого-либо источника.

С точки зрения механики использование машин сводится к тому, что с их помощью какие-то силы совершают механическую работу. Но совершать работу можно только за счет какой-то энергии при ее превращениях.

В наше время главные виды энергии, за счет которых совершается работа,— это энергия, освобождающаяся при сгорании топлива (угля, нефти, газа), энергия падающей воды и так называемая ядерная энергия. Но ни один из этих видов энергии не подается непосредственно к машинам.

На пути к машинам, в которых совершается работа, энергия претерпевает превращения из одной формы в другую. Так, например, потенциальная энергия взаимодействия частиц горючего и кислорода сначала преобразуется во внутреннюю энергию частиц, образующихся при сгорании. Эта энергия передается водяному пару и через него паровой турбине, приводящей в движение электрический генератор. В нем механическая энергия вращения преобразуется в энергию электрического тока. Затем энергия передается по проводам к электрическим двигателям, установленным на бесчисленных станках и других устройствах. В них электрическая энергия снова преобразуется в механическую и с помощью различных передаточных механизмов, например рычагов, винтов, блоков, подается к станкам и другим машинам.

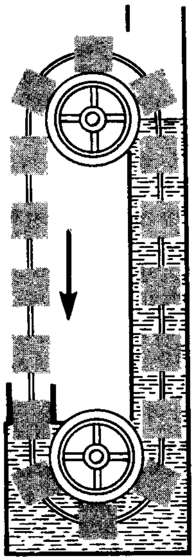
Мы привели здесь некоторые превращения, которые испытывает энергия «по дороге» от тепловой электростанции к машине. К этому следует добавить, что само топливо появилось на Земле в результате сложной цепи превращения энергии, цепи, начало которой — энергия, излучаемая Солнцем — источником жизни на нашей планете.

Для нас здесь важно то, что все эти превращения подчиняются уже известному нам закону сохранения энергии. Из него следует, что *при любых превращениях нельзя получить энергии одного вида больше, чем затрачено другого вида.* Точно так же *ни в одном двигателе нельзя получить больше механической работы, чем затрачено энергии.* Наоборот, в реальных двигателях часть энергии неизбежно теряется из-за сил трения. Теряется в том смысле, что часть энергии из-за отрицательной работы сил трения преобразуется во внутреннюю энергию, что приводит к нагреванию двигателя. Трение существует и в машине, так что и в ней некоторая часть энергии «теряется».

О «вечных двигателях». До того, как был открыт закон сохранения энергии, в течение столетий упорно делались попытки создать такую машину, которая позволила бы совершать больше работы, чем тратится энергии. Она даже заранее получила название «вечный двигатель» (perpetuum mobile). Но такая машина никогда не была создана, и создана она быть не может.

На рисунке 145 показана схема одного из бесчисленных проектов «вечного двигателя». Машина состоит из двух колес (шкивов), помещенных в верхней и нижней частях башни, наполненной водой. Через шкивы переброшен бесконечный канат с прикрепленными к нему легкими ящиками. Из рисунка видно, что в каждый момент времени часть ящиков погружена в воду, в то время как остальные находятся в воздухе. Автор проекта уверял, что правые на рисунке ящики, всплывая под действием архимедовой силы, заставят вращаться колеса. На смену всплывающим ящикам в воду будут входить другие, поддерживая «вечное» движение. Вращающиеся колеса могли бы приводить в движение,

Рис. 145



например, электрические генераторы, давая таким образом «бесплатную» энергию в неограниченном количестве, поскольку устройство действует «вечно».

В действительности такой двигатель работать не может. Ведь если одни ящики всплывают, то другие, наоборот, входят в воду. А эти входящие в воду ящики движутся против архимедовой силы. К тому же входят они в воду внизу, где на них действует сила давления всего столба воды, которая еще больше, чем архимедова сила.

Подобные ошибки легко найти в любом проекте «вечного двигателя». Попытки создать такое устройство обречены на неудачу. Закон сохранения энергии запрещает получение работы большей, чем затраченная энергия.

Задача техники не в том, чтобы попытаться обойти закон сохранения энергии, а в том, чтобы уменьшать потери энергии в различных машинах, двигателях, генераторах.

Коэффициент полезного действия. Когда в какой-нибудь машине совершается работа, нужно отличать так называемую *полезную работу* от полной совершенной работы. Полезная работа — это та работа, ради которой создана и используется машина. Для подъемного крана — это работа подъема груза, для токарного станка — работа против сил трения изделия о резец и т. д.

Но в любой машине, в любом двигателе полезная работа всегда меньше полной работы, потому что всегда существуют силы трения, отрицательная работа которых приводит к нагреванию каких-то частей устройства. А нагревание нельзя считать полезным результатом действия машины, созданной для других целей. Ведь на нагревание затрачена часть энергии, которая в механическую энергию уже не будет преобразована.

Каждая машина, каждый двигатель характеризуется поэтому особой величиной, показывающей, насколько эффективно используется подводимая к ней энергия. Называется эта величина *коэффициентом полезного действия*. Сокращенно его обозначают буквами КПД. *Коэффициентом полезного действия называется величина, равная отношению полезной работы ко всей совершенной работе.* Выражают КПД в процентах. Можно говорить и о КПД генератора, в котором один вид энергии преобразуется в другой. В электрическом генераторе, например, механическая энергия превращается в энергию электрическую. Здесь КПД равен отношению полученной энергии одного вида к затраченной энергии другого вида.

Коэффициент полезного действия не может быть больше единицы. В реальных машинах и генераторах он всегда меньше единицы из-за неизбежных потерь энергии, вызванных прежде всего работой сил трения. Есть и другие причины потерь энергии.

Подчеркнем еще раз, что слово «потеря» не означает исчезновение энергии. Оно только означает, что часть энергии превращается тоже в энергию, но не в ту, что нужна, и поэтому теряется для полезного использования.

Если обозначить КПД буквой η (греческая буква «эта»), полезную работу через $A_п$ и полную совершенную работу через $A_с$, то

$$\boxed{\eta = \frac{A_п}{A_с}.}$$

Вопросы

1. Для чего служат машины?

2. Какую роль играют двигатели? Генераторы?

3. В чем состоит идея «вечного двигателя»? Почему она неосуществима?

4. Что такое коэффициент полезного действия?

5. Кузнец поднял молот и ударил им по изделию на наковальне. Какие превращения энергии происходят при этом?

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Подъемный кран приводится в действие двигателем мощностью 10 кВт. Сколько времени потребуется для подъема на высоту 50 м груза массой 2 т, если КПД двигателя равен 75%?

Решение. С помощью крана должна быть выполнена полезная работа $A_п = mgh$. Вся совершенная работа выражается равенством $A_с = Nt$, где N — мощность двигателя, t — время работы крана.

Согласно условию задачи, полезно используется 75% работы. Следовательно,

$$t = \frac{mgh}{0{,}75N}.$$

После подстановки данных задачи получаем:

$$t = \frac{2\cdot 10^3\ кг\cdot 9{,}8\ \frac{м}{с^2}\cdot 50\ м}{0{,}75\cdot 10^4\ \frac{Дж}{с}} \approx 130\ с.$$

Упражнение 30

1. Подъемный кран снабжен двигателем мощностью 7,36 кВт. Определите массу груза, поднимаемого с постоянной скоростью 6 м/мин, если КПД двигателя 80%.

2. Самолет летит прямолинейно и равномерно со скоростью 800 км/ч. Найдите силу тяги моторов, если мощность их равна 1800 кВт, а КПД — 70%.

3. Насос с мотором мощностью 3 кВт поднимает воду из колодца глубиной 20 м. Найдите массу поднятой воды, если насос работает 2 ч, а КПД его двигателя 70%.

4. С плотины гидростанции высотой 30 м каждую секунду падает 170 т воды. Электрическая мощность, даваемая электростанцией, равна 10 МВт. Каков КПД превращения механической энергии в электрическую?

§ 52. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ (И ГАЗОВ) ПО ТРУБАМ. ЗАКОН БЕРНУЛЛИ

Закон сохранения энергии позволяет понять практически важное свойство движущихся по трубам потоков жидкости и газов. С такими движениями мы часто встречаемся в технике, быту и в природе. По трубам водопровода течет вода в домах, в машинах подается масло для смазки. По трубам нефте- и газопроводов текут нефть и природный газ. Кровообращение у человека и животных — это движение крови по трубам — кровеносным сосудам. Даже течение воды в реках можно считать движением жидкости по трубам. Здесь русло реки — это тоже «труба».

Вопреки закону Паскаля. Как известно, неподвижная жидкость в сосуде, согласно закону Паскаля, передает внешнее давление ко всем точкам жидкости без изменения. Но когда жидкость течет без трения по трубе переменной толщины, давление в разных местах трубы неодинаково.

Оказывается, в узких местах трубы давление жидкости меньше, чем в широких. Схематически это показано на рисунке 146. Труба, по которой течет жидкость, снабжена впаянными в нее открытыми трубками — манометрами. В узких местах трубы высота столбика жидкости меньше, чем в широких. Это и значит, что в этих узких местах давление меньше. Чем это объясняется?

Рис.146

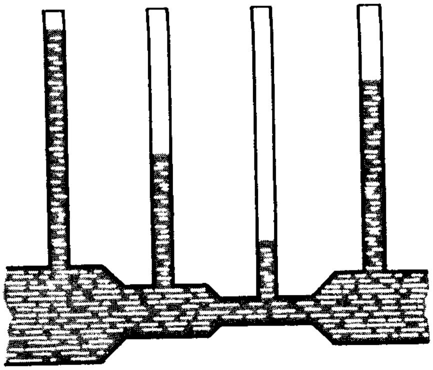
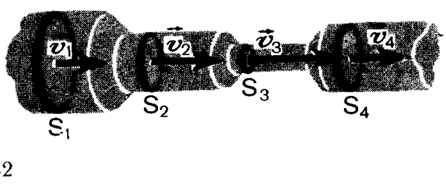


Рис.147



Скорость жидкости и сечение трубы. Предположим, что жидкость течет по горизонтальной трубе, сечение которой в разных местах различное (часть такой трубы изображена на рисунке 147).

Выделим мысленно несколько сечений в трубе, площади которых обозначим через S_1, S_2, S_3. За какой-то промежуток времени t через каждое из этих сечений должна пройти жидкость одного и того же объема (одной и той же массы). Вся жидкость, которая за время t проходит через первое сечение, должна за это же время пройти и через второе сечение, и третье сечение. Если бы это было не так и через сечение площадью S_3 за время t прошло меньше жидкости, чем через сечение площадью S_2, то избыток жидкости должен был где-то накапливаться. Но жидкость заполняет трубу, и накапливаться ей негде. Заметим, что мы считаем, что жидкость данной массы повсюду имеет один и тот же объем, что она не может сжиматься (о жидкости говорят, что она *несжимаема*).

Бернулли Даниил (1700—1782) — математик и механик. С 1725 по 1733 г. работал в Академии наук в России, где, кроме математики и механики, занимался также физиологией. Здесь им написана книга «Гидродинамика». В этой книге Бернулли впервые вводит понятие работы, пользуется понятием коэффициента полезного действия, приводит вывод уравнения, описывающего движение идеальной жидкости, известного под названием закона Бернулли.

Как же может жидкость, протекшая через первое сечение, «успеть» за то же время протечь и через значительно меньшее сечение площадью S_2? Очевидно, что для этого *при прохождении узких частей трубы скорость движения жидкости должна быть больше, чем при прохождении широких.* И в самом деле, туристам, например, хорошо известно, что в узких местах реки скорость течения всегда больше, чем там, где река широко разливается.

Скорость и давление. Так как при переходе жидкости с широкого участка трубы в узкий скорость течения увеличивается, то это значит, что где-то на границе между узким и широким участками трубы жидкость получает *ускорение.* А по второму закону Ньютона для этого на этой границе должна действовать *сила.*

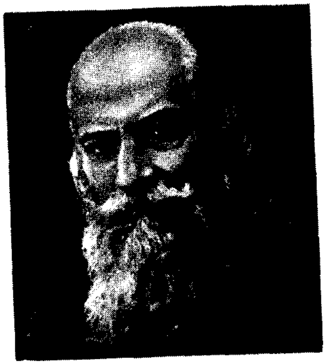
Этой силой может быть только разность между силами давления в широком и узком участках трубы (ведь труба горизонтальная, так что сила тяжести везде одинакова). В широком участке трубы давление должно быть больше, чем в узком.

Этот вывод непосредственно следует из закона сохранения энергии.

Действительно, если в узких местах трубы увеличивается скорость жидкости, то увеличивается, значит, и ее кинетическая энергия. А так как мы условились, что жидкость течет без трения, то этот прирост кинетической энергии должен компенсироваться уменьшением потенциальной энергии, потому что полная энергия должна оставаться постоянной.

О какой же потенциальной энергии здесь идет речь? Это не потенциальная энергия mgh, потому что труба горизонтальная и высота h везде одна и та же. Измениться на границе между широкой и узкой частями трубы она не может. Значит, остается только потенциальная энергия, связанная с силой упругости. Сила давления жидкости — это и есть сила упругости сжатой жидкости. В широкой части трубы жидкость несколько сильнее сжата, чем в узкой. Правда, мы только что говорили, что жидкость считается несжимаемой. Но это значит, что жидкость не настолько сжата, чтобы сколько-нибудь заметно изменился ее объем. Очень малое сжатие, вызывающее появление силы упругости, неизбежно. Оно-то и уменьшается в узких частях трубы.

В этом и состоит закон (иногда говорят, принцип), открытый в 1738 г. петербургским академиком Даниилом Бернулли:



Жуковский Николай Егорович (1847—192[illegible]) [illegible]ский ученый в области механики, основоположник современной гидроаэродинамики, развитие которой неразрывно связано с прогрессом самолетостроения. Жуковский был организатором и первым руководителем (с 1918 г.) Центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ). Жуковскому принадлежат многочисленные оригинальные исследования в области механики твердого тела, астрономии, математики, гидродинамики и др. Он является также автором учебников по теоретической механике.

Давление жидкости, текущей в трубе, больше в тех частях трубы, где скорость ее движения меньше, и наоборот, в тех частях, где скорость больше, давление меньше.

Приведенные рассуждения и, следовательно, выводы из них относились к случаю, когда жидкость, текущую по трубе, можно было считать замкнутой системой («жидкость—труба»). В реальных случаях жидкость течет в трубе под действием внешней силы, создающей разность давлений на ее концах, где, кроме того, действуют силы трения. И то и другое нужно, конечно, учитывать при расчетах. Но принцип Бернулли остается верным и в этом случае.

Зависимость давления жидкости от скорости широко используется в технике. Приведем некоторые примеры.

В узких частях труб скорость течения жидкости велика, а давление мало (см. рис. 146). Можно, следовательно, подобрать такое малое сечение, чтобы давление в нем было меньше атмосферного. На этом основано действие водоструйного насоса. Струю воды пропускают через трубку *A* с узким отверстием на конце (рис. 148). Давление жидкости у отверстия можно сделать меньше атмосферного. Тогда воздух из откачиваемого сосуда через трубку *B* втягивается к концу трубки *A* и удаляется вместе с водой.

Закон Бернулли относится не только к жидкости, но и к газу, если газ не сжимается настолько, чтобы изменился его объем. Поэтому в узких частях труб, по которым течет газ, давление тоже может быть сделано меньше атмосферного. На этом основано действие пульверизатора, в котором быстрый поток газа увлекает за собой жидкость.

В некоторых случаях даже не нужна труба. Каждый может проделать такой простой опыт: если взять полоску бумаги и дуть вдоль ее верхней поверхности (рис. 149), то полоска поднимается вверх. Давление газа над полоской меньше давления снизу.

Почему летают самолеты? Похожее явление делает возможным полет самолета. Встречный поток воздуха набегает на выпуклую поверхность крыла летящего самолета и при надлежащем выборе формы (профиля) крыла и угла, под которым оно «встречает» воздушный поток, давление над крылом оказывается меньше давления под ним (рис. 150). Именно поэтому возни-

Рис. 148

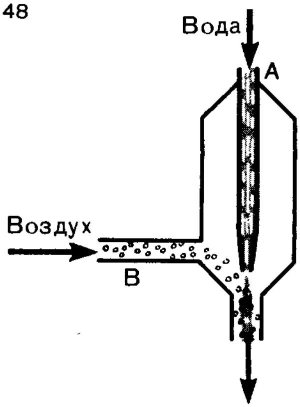
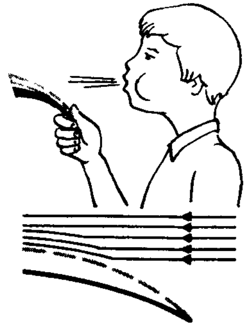
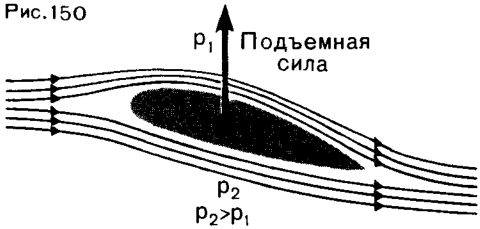


Рис. 149



кает подъемная сила крыла. Каким должен быть профиль крыла, как влияет угол встречи с потоком воздуха — все это и многое другое необходимо, конечно, рассчитывать. Теорию крыла, позволяющую делать такие расчеты, создал русский ученый Н. Е. Жуковский, которого В. И. Ленин назвал «отцом русской авиации».

Рис. 150



Вопросы

1. Почему в узких частях трубы скорость движения жидкости больше, чем в широких?

2. В чем состоит закон Бернулли?

3. Можно ли считать, что закон Бернулли — следствие закона сохранения энергии?

4. К какому виду механических сил относится сила, ускоряющая движение жидкости в узких местах трубы?

5. Почему на наконечниках пожарных шлангов отверстия узкие?

6. В чем различие между водоструйным насосом и пульверизатором?

САМОЕ ВАЖНОЕ В СЕДЬМОЙ ГЛАВЕ

Работа силы — это скалярная величина, равная произведению модуля силы, приложенной к телу, на модуль его перемещения и на косинус угла между направлениями векторов силы и перемещения. О работе силы можно говорить лишь в том случае, когда сила приложена к движущемуся телу.

Если к движущемуся телу приложено несколько сил и их геометрическая сумма равна нулю, то алгебраическая сумма работ этих сил равна нулю, но работа каждой из сил не равна нулю.

В результате действия силы на тело изменяется его *кинетическая энергия* $\frac{mv^2}{2}$. Ее изменение равно совершенной работе.

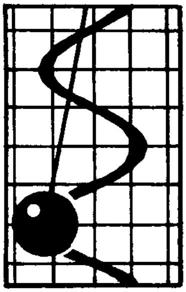
Когда на тело действует сила тяжести (вообще, сила всемирного тяготения) или сила упругости, то изменение кинетической энергии сопровождается изменением потенциальной энергии, причем эти изменения равны по модулю, но противоположны по знаку.

Потенциальная энергия тела, на которое действует сила упругости, равна $\frac{kx^2}{2}$, где x — удлинение пружины и k — ее жесткость. Если к телу приложена сила тяжести, потенциальная энергия равна mgh, где h — высота над уровнем, выбранным нулевым, m — масса тела и g — ускорение свободного падения.

Для замкнутой системы взаимодействующих тел, если тела взаимодействуют силами всемирного тяготения или силами упругости, справедлив закон сохранения полной механической энергии: *полная механическая энергия замкнутой системы тел остается неизменной.*

Закон сохранения энергии и закон сохранения импульса относятся к числу основных законов физики. Импульс и механическая энергия—это характеристики движения. Сохранение этих величин означает сохранение движения: движение не может быть создано, оно не может исчезнуть. В самом деле, когда движущееся тело останавливается, то можно как будто бы сказать, что его движение исчезло. Когда покоящееся тело приходит в движение, то как будто бы возникло движение, которого прежде не было. Законы сохранения импульса и энергии показывают, что это не так. Ведь если движущееся тело остановилось, то его остановка вызвана взаимодействием с каким-то другим телом, действием какой-то силы. Если это сила трения, то это значит, что вместо «исчезнувшего» механического движения тела появилось другое движение — движение частиц внутри взаимодействующих тел (оба они нагреваются). Если причина остановки — другие силы, то это значит, что вместо одного механического движения появилось механическое движение другого тела, которому остановившееся тело как бы передало свои импульс и энергию.

Таким образом, движение может изменять свою форму, оно может передаваться от одного тела к другому. Но при всех таких изменениях выполняются законы сохранения импульса и энергии. Не может быть такого явления, процесса в природе, в котором энергия и импульс исчезли бы без компенсации. Если же энергия какой-то системы тел изменяется, то это значит, что система незамкнутая. Но тогда изменение вызвано действием каких-то тел, не входящих в систему. В этом случае изменение энергии равно работе внешних сил, а изменение импульса — импульсу внешних сил.



КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ГЛАВА 8

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

ДВИЖЕНИЕ, КОТОРОЕ ПОВТОРЯЕТСЯ

Своеобразные движения, которые называются колебательными или просто колебаниями, всем хорошо известны. Они широко распространены в окружающей нас жизни. Колеблются ветки деревьев во время ветра, качели, отклоненные от вертикали, вагоны на рессорах при движении и т. д.

В этой книге колебания уже упоминались дважды.

В § 17 мы видели, что координаты x и y тела, равномерно движущегося по окружности, изменяются со временем так, что их значения периодически повторяются, или колеблются. В § 27 мы говорили, что тело, подвешенное на пружине, может совершать колебательное движение, если его толкнуть в вертикальном направлении (хотя может и не совершать его — оно может просто висеть на пружине, не двигаясь!).

Всякая система, которая может совершать (но может и не совершать!) колебательные движения, называется *колебательной системой*. Тело, скрепленное с пружиной,— одна из таких систем. С движением этой системы мы прежде всего и ознакомимся.

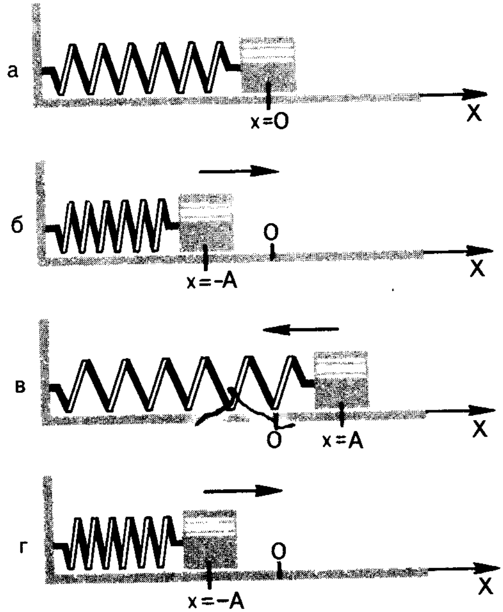
§ 53. КОЛЕБАНИЯ ТЕЛА НА ПРУЖИНЕ

На рисунке 151, *а* показана пружина и скрепленное с ней тело. Пружина пока не деформирована (не сжата и не растянута), так что на тело сила упругости не действует. Будем считать, что сила трения тела об опору равна нулю. Сила тяжести уравновешена силой реакции опоры. Вся система находится в состоянии равновесия.

Направим координатную ось X вдоль опоры, а за начало отсчета примем центр тяжести тела в положении равновесия ($x=0$).

Отведем тело влево от положения равновесия на некоторое расстояние A (рис. 151, *б*). Пружина окажется сжатой, и на тело будет действовать сила упругости, направленная вправо. Отпустим тело и пружину. Тело станет двигаться с ускорением вправо и дойдет до положения равновесия, но не остановится в нем, а вследствие инерции перейдет его и отклонится вправо на расстояние, тоже равное A (рис. 151, *в*). Теперь пружина растянута, на тело действует сила, направленная влево, куда тело после мгновенной остановки и начнет двигаться. Оно снова пройдет через положение равновесия (теперь уже справа налево) и опять отклонится от него на расстояние A, т. е.

Рис. 151



вернется в точку, откуда оно начало свое движение (рис. 151, *г*). Завершено одно колебание, и начинается следующее, во всем на него похожее.

Мы видим, что в любой точке траектории колеблющегося тела сила упругости направлена к положению равновесия, т. е. противоположно отклонению от него. Эта сила пропорциональна отклонению x, и ее проекция на ось X равна: $(F_{упр})_x = -kx$. Отклонение тела от положения равновесия называют *смещением*.

Механические колебания, которые происходят под действием силы, пропорциональной смещению и направленной противоположно ему, называют *гармоническими колебаниями*.

Амплитуда колебания. Из описания гармонического колебания видно, что траектория такого колебательного движения — прямая. При этом колеблющееся тело не удаляется от положения равновесия на расстояние, большее, чем A. Это наибольшее (по модулю) отклонение тела от положения равновесия называется *амплитудой* колебания. Она зависит только от того, на сколько тело было отведено от положения равновесия перед тем, как его предоставили самому себе.

Период и частота колебаний. На то, чтобы совершить одно полное колебание, требуется определенное время. Продолжительность одного полного колебания называется *периодом* колебания. Обозначают период буквой T и выражают в секундах. Колебания характеризуются также *частотой* колебаний. Частота колебаний — это число колебаний в единицу времени. Обозначают частоту греческой буквой ν. За единицу частоты принимают частоту такого колебания, при котором в единицу времени совершается одно колебание. Эта единица называется герц (Гц): 1 Гц $= 1\ с^{-1}$.

Между периодом колебания и его частотой связь, очевидно, такая же, как и между периодом обращения тела по окружности и частотой обращения (см. § 16):

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T};\ T = \frac{1}{\nu}.}$$

Скорость и ускорение при колебательном движении. Как и другие движения, колебательное движение характеризуется скоростью и ускорением. При колебательном движении обе эти величины *изменяются* от точки к точке, от одного момента времени к другому. Так, в точках максимального отклонения от положения равновесия ($x=A$ и $x=-A$) скорость равна нулю — в этих точках тело останавливается, чтобы начать движение в обратном направлении. В точке равновесия скорость максимальная. Ускорение, наоборот, в точке равновесия равно нулю, потому что в этой точке сила равна нулю. В точках же, соответствующих максимальному отклонению от положения равновесия ($x=A$ и $x=-A$), ускорение максимальное, потому что в этих точках сила упругости максимальна. Итак, скорость и ускорение, как и координата, в колебательном движении изменяются периодически. Через каждый период T модуль и направление векторов скорости и ускорения повторяются.

Вопросы

1. Какое движение называется колебательным? В чем главное отличие его от других движений?

2. Что такое период колебаний? Что такое частота колебаний? Какова связь между ними?

3. Система колеблется с частотой 1 Гц. Чему равен период колебания?

4. В каких точках траектории колеблющегося тела скорость равна нулю? Ускорение равно нулю?

5. Какие величины, характеризующие колебательное движение, изменяются периодически?

6. Что можно сказать о силе, которая должна действовать в колебательной системе, чтобы она совершала гармонические колебания?

7. Какое перемещение совершит колеблющееся тело за один период? Чему равен путь, пройденный телом за это же время?

§ 54. ЭНЕРГИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Мы видели, что если тело, прикрепленное к пружине, было первоначально отклонено от положения равновесия на расстояние A, например, влево, то оно, пройдя через положение равновесия, отклонится вправо. И мы утверждали, что и вправо оно отклонится на расстояние A. Но откуда это следует? Почему отклонения вправо и влево при колебаниях непременно должны быть одинаковыми? Это, оказывается, следует из закона сохранения энергии.

Из предыдущей главы мы знаем, что потенциальная энергия сжатой или растянутой пружины равна $\frac{kx^2}{2}$, где k — жесткость пружины и x — ее удлинение. В нашем примере (см. рис. 151) в крайнем левом положении удлинение пружины $x=-A$, следовательно, потенциальная энергия равна $\frac{kA^2}{2}$. Кинетическая энергия в этот момент равна нулю, потому что нулю равна скорость. Значит, потенциальная энергия $\frac{kA^2}{2}$ — это *полная механическая энергия* системы в этот момент.

Так как мы условились, что сила трения равна нулю, а другие силы уравновешены, то нашу систему можно считать замкнутой и ее полная энергия при движении не может измениться. Когда тело при своем движении окажется в крайнем правом положении ($x=A$), его кинетическая энергия снова будет равна нулю и полная энергия опять равна потенциальной. А полная энергия не может измениться.

Значит, она снова равна $\frac{kA^2}{2}$. Это и означает, что и вправо тело отклонится на расстояние, равное A.

В положении равновесия, напротив, потенциальная энергия равна нулю, потому что $x=0$ (пружина не деформирована!). В этом положении полная энергия тела равна его кинетической энергии $\frac{mv_m^2}{2}$, где m — масса тела и v_m — его скорость (она в этот момент максимальна!). Но эта кинетическая энергия тоже должна иметь значение, равное $\frac{kA^2}{2}$.

При колебательном движении происходит, следовательно, превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно. В любой же точке между положениями равновесия и максимального отклонения тело обладает и кинетической энергией и потенциальной, но их сумма, т. е. полная энергия в любом положении тела, равна $\frac{kA^2}{2}$. *Полная механическая энергия W колеблющегося тела пропорциональна квадрату амплитуды его колебаний:*

$$\boxed{W=\frac{kA^2}{2}.}$$

Из закона сохранения энергии следует интересное соотношение между амплитудой колебаний A и максимальной скоростью v_m колеблющегося тела (оно нам будет необходимо в дальнейшем).

Как мы видели,

$$\frac{mv_m^2}{2}=\frac{kA^2}{2}.$$

Отсюда

$$\frac{A^2}{v_m^2}=\frac{m}{k}, \text{ или}$$

$$\frac{A}{v_m}=\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Вопросы

1. В каких точках траектории колеблющееся тело обладает только потенциальной энергией?

2. В какой точке траектории колеблющееся тело обладает только кинетической энергией?

3. При данной амплитуде колебаний полная энергия колеблющегося тела есть величина постоянная (со временем не изменяется). Можно ли то же сказать о кинетической и потенциальной энергии?

4. Зависит ли энергия колеблющегося тела от его массы?

5. Чему равна полная энергия колеблющегося тела в произвольной точке траектории?

§ 55. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Как и для всякого движения, для колебаний нужно получить формулу, позволяющую решать основную задачу механики — определять координату в любой момент времени. Кроме того, поскольку колебания — движение периодическое, нужно уметь вычислять период колебаний.

Чтобы найти зависимость координаты колеблющегося тела от времени, нужно, как мы знаем, решить уравнение второго закона Ньютона. Но сила, действующая на колеблющееся тело, переменная, и решить уравнение обычным алгебраическим способом нельзя (об этом говорилось и в § 27).

Но мы все же найдем и формулу для координаты и формулу для периода, если рассмотрим вместо движения тела, скрепленного с пружиной, вполне сходное с ним движение.

Пусть маленький шарик M равномерно движется по окружности со скоростью v. Радиус окружности мы на этот раз обозначим буквой A.

Движение шарика по окружности — это тоже движение периодическое. Ведь шарик через определенный промежуток времени T (период обращения) оказывается в том же самом месте. Но это движение не колебательное, и оно не похоже на движение тела, скрепленного с пружиной: тело на пружине движется «туда-сюда», а шарик — только «туда», по часовой стрелке или против часовой стрелки.

Рассмотрим, однако, не движение шарика, а движение его проекции на горизонтальный диаметр окружности. Вдоль диаметра направим координатную ось X с началом отсчета в центре O окружности (рис. 152). Из рисунка видно, что при движении шарика по окружности его проекция M' совершает колебания вдоль диаметра, т. е. вдоль оси X. Именно такое колебательное движение мы увидим, если станем смотреть на шарик «сбоку», поместив глаз в плоскости обращения. Ясно, что движение проекции — это точная геометрическая модель колебательного движения тела (его центра тяжести), скрепленного с пружиной. Центр окружности O здесь играет роль точки равновесия ($x=0$). Амплитуда колебания проекции M' равна радиусу A окружности. А период колебания T равен периоду обращения шарика по окружности.

Скорость движения проекции M' тоже «ведет себя» совершенно так же, как скорость тела, прикрепленного к пружине. В тот момент, когда шарик при своем движении проходит точку a (рис. 153), скорость его равна v и направлена параллельно оси X. В этот момент проекция M' проходит через центр окружности O и проекция v_x скорости по модулю равна v. Это максимальное значение скорости проекции M': $v_{xm}=v$. Когда шарик M проходит точку b, скорость шарика по модулю равна v, но направлена перпендикулярно оси X, так что проекция скорости равна нулю. Таким образом, в положении $x=0$ скорость максимальна, а в положении $x=A$ она равна нулю. Так же изменяется и скорость колеблющегося тела на пружине. Это подобие движения тела, прикрепленного к пружине, и проекции тела, равномерно движущегося по

Рис.152

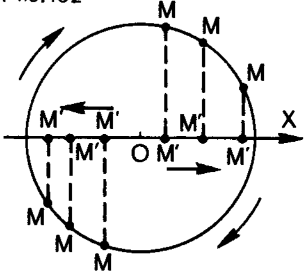


Рис.153

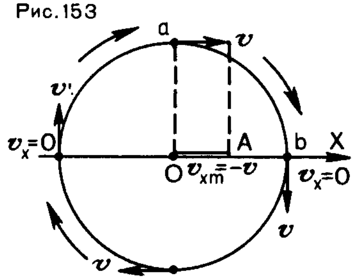
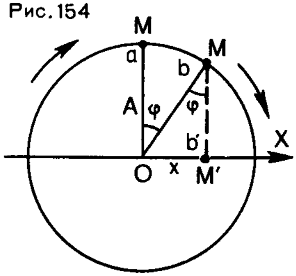


Рис.154



окружности, позволяет нам получить формулы для координаты и периода колеблющегося тела.

Период колебаний. Период обращения шарика по окружности мы найдем, если разделим длину окружности $2\pi A$ на скорость движения v: $T=\frac{2\pi A}{v}$. Но T — это период колебания проекции M', а скорость v — это в то же время максимальная скорость движения проекции: $v_{xm}=v$. Следовательно, мы можем написать:

$$T=\frac{2\pi A}{v_{xm}}.$$

В предыдущем параграфе мы получили выражение для отношения амплитуды колебания к максимальной скорости: $\frac{A}{v_m}=\sqrt{\frac{m}{k}}$. Ввиду полного сходства колебаний проекции тела, равномерно движущегося по окружности, и тела, скрепленного с пружиной, мы можем написать для периода колебаний формулу:

[redacted] (1)

Период колебаний тела, скрепленного с пружиной, тем больше, чем больше масса тела, и тем меньше, чем больше жесткость пружины. От амплитуды колебаний период колебаний не зависит.

Как изменяется координата колеблющегося тела со временем? Обратимся опять к движению шарика по окружности и к движению его проекции на горизонтальный диаметр (рис. 154). Пусть в какой-то момент времени шарик находится в точке a. Проекция его в этот момент проходит через центр окружности O. Проведем в точку a радиус. Через некоторый промежуток времени t шарик оказался в точке b, а его проекция в точке b', так что координата шарика равна x. Проведем радиус и в точку b. За время t шарик прошел путь $l=\breve{ab}$, а его проекция совершила перемещение, равное x. При этом радиус, проведенный к шарику, повернулся на угол φ. Из треугольника Obb' находим, что $\frac{x'}{A}=\sin\varphi$, отсюда

$$x=A\sin\varphi. \qquad (2)$$

Угол φ — это центральный угол. А дуга, стягивающая центральный угол, как известно из геометрии, равна произведению угла на радиус окружности, поэтому мы можем написать: $l=A\varphi$. С другой стороны, $l=vt$, а $v=\frac{2\pi A}{T}$, так что для l мы получаем еще одно выражение: $l=\frac{2\pi A}{T}t$. Приравнивая оба выражения для l, находим:

$$A\varphi=\frac{2\pi A}{T}t,$$

или

$$\varphi=\frac{2\pi}{T}t.$$

Подставив это значение φ в формулу (2), получаем:

$$\boxed{x=A\sin\frac{2\pi}{T}t.} \qquad (3)$$

Эта формула показывает, как координата колеблющегося тела изменяется со временем. Это и есть решение основной задачи механики для колебательного движения.

Формулы (1) и (3) — основные формулы колебательного движения. Мы их получили для модели (геометрической) колебательного движения. Но ввиду того, что это очень точная модель, полученные формулы справедливы и для реального гармонического колебательного движения, в частности для колебаний тела, прикрепленного к пружине.

Вопросы

1. В чем состоит сходство движения тела, скрепленного с пружиной, и движения проекции тела, равномерно вращающегося по окружности?

2. От каких величин зависит период колебаний тела на пружине?

3. Как изменится период колебаний тела на пружине, если увеличить массу тела в 4 раза?

4. Как изменится период колебаний тела на пружине, если заменить пружину другой, с вчетверо большей жесткостью?

Задания

1. Выведите формулу для определения частоты колебаний тела, скрепленного с пружиной.

2. Напишите формулу (3) так, чтобы в нее входил ие период T колебания, а частота ν колебаний.

Упражнение 31

1. Чему равна частота колебаний тела массой 100 г, прикрепленного к пружине, жесткость которой равна 40 Н/м?

2. Чему равна жесткость пружины, если скрепленное с ней тело массой 30 г совершает за 1 мин 300 колебаний?

3. Тело, прикрепленное к пружине, совершает колебания с некоторым периодом T.

Если увеличить массу тела на 60 г, то период колебаний удваивается. Какова первоначальная масса тела?

§ 56. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Рассмотренный нами пример колебательного движения тела, скрепленного с пружиной, показывает, что такое движение происходит, если: а) сила, действующая на тело в любой точке траектории, направлена к положению равновесия, а в самой точке равновесия равна нулю; б) сила пропорциональна отклонению тела от положения равновесия. Именно такой силой является сила упругости. Значит ли это, что возможны гармонические колебания только под действием силы упругости? Оказывается, нет. Всякая другая сила (или равнодействующая нескольких сил), удовлетворяющая условиям а) и б), заставляет тело совершать гармонические колебания. С одной такой колебательной системой, в которой действует не только сила упругости, мы и познакомимся.

Математическим маятником называется подвешенный к тонкой нити груз, размеры которого много меньше длины нити, а его масса много больше массы нити. Это значит, что тело (груз) и нить должны быть такими, чтобы груз можно было считать материальной точкой, а нить невесомой.

Когда нить с подвешенным к ней грузом занимает вертикальное положение, маятник покоится. Это его положение равновесия (рис. 155). Если отвести маятник в сторону, например до положения A (рис. 156, a), он начнет совершать колебания.

На первый взгляд может показаться, что движение маятника

Рис. 155

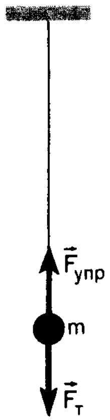
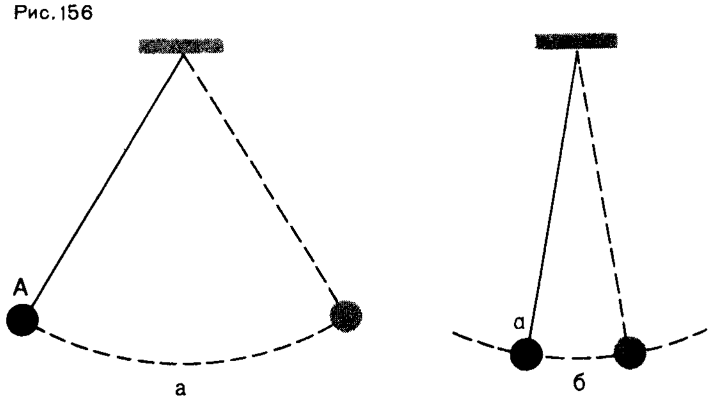


Рис. 156



совсем не похоже на движение тела, скрепленного с пружиной. Ведь это тело колеблется по прямой, а груз на нити движется по дуге $\smile{AB}$. Но если отклонить маятник на достаточно малый угол, например не до точки A, а до точки a (рис. 156, *б*), то дуга будет очень мало отличаться от прямой (от хорды). При малых углах отклонения колебания математического маятника становятся похожими на колебания тела, прикрепленного к пружине (комбинацию «тело — пружина» часто называют пружинным маятником). А причина сходства в том, что сходны силы, вызывающие колебания в обеих системах.

Сила, вызывающая колебания маятника. В положении равновесия (см. рис. 155) на подвешенный к нити груз действуют сила тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$ и сила упругости $\vec{F}_{упр}$ натянутой нити. Маятник покоится, значит, эти силы уравновешивают одна другую:

$$\vec{F}_т + \vec{F}_{упр} = 0. \qquad (1)$$

Но вот маятник отклонен на малый угол α (рис. 157). На груз по-прежнему действуют силы $\vec{F}_т$ и $\vec{F}_{упр}$. Но теперь они не уравновешены. Их равнодействующая $\vec{F}$ направлена по касательной к дуге $\smile{AE}$. Если угол α, как мы условились, мал, то дуга $\smile{AE}$, по которой движется груз, очень мало отличается от полухорды AB. Поэтому можно считать, что груз маятника движется по хорде, вдоль которой мы направили координатную ось X.

Вместо равенства (1) мы должны теперь написать:

$$\vec{F} = \vec{F}_т + \vec{F}_{упр}. \qquad (2)$$

Запишем равенство (2) для проекций векторов сил на касательную к дуге $\smile{AE}$. Но при малом угле α можно считать, что эти проекции есть в то же время проекции на ось X:

$$F_x = (F_т)_x.$$

Проекция F_x равнодействующей $\vec{F}$ равна проекции $(F_т)_x$ силы тяжести $\vec{F}_т$, так как проекция на касательную силы упругости $\vec{F}_{упр}$ равна нулю.

Из рисунка 157 видно, что $(F_т)_x$ по модулю равно $mg \sin\alpha$. Из треугольника OBA имеем $\sin\alpha = \frac{x}{l}$, где x — отклонение груза от положения равновесия, l — длина подвеса. Тогда предыдущее выражение можно записать

$$F_x = -\frac{mg}{l}x. \qquad (3)$$

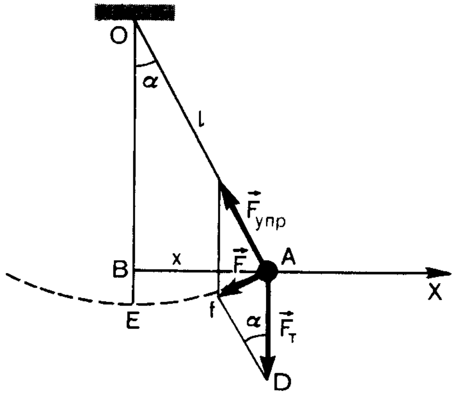
Знак «—» означает, что сила $\vec{F}$ направлена против смещения.

Период колебаний маятника. Сила $\vec{F}$ — это та сила, которая заставляет маятник колебаться. Из формулы (3) видно, что эта сила очень похожа на силу упругости, заставляющую колебаться пружинный маятник ($(F_{упр})_x = -kx$). Разница только в том, что вместо жесткости пружины k здесь стоит величина $\frac{mg}{l}$. Как и сила $\vec{F}_{упр}$, сила $\vec{F}$ пропорциональна отклонению x тела от положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению $\left(F_x = -\frac{mg}{l}x\right)$. В этом и состоит причина сходства движения математического и пружинного маятников. Одинаковые причины приводят к одинаковым следствиям. В таком случае значение периода колебаний математического маятника мы получим, если в формулу $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ вместо k подставим $\frac{mg}{l}$. Тогда период T колебаний математического маятника будет равен:

[redacted] (4)

Из формулы (4) видно, что период колебаний математического маятника не зависит от массы подвешенного груза и амплитуды колебаний (если она мала!).

Рис. 157



В данном месте Земли, где ускорение свободного падения g есть постоянная величина, период колебания маятника определяется только длиной его подвеса.

Поскольку любой маятник имеет вполне определенный период колебаний, маятники используют для регулировки хода часов. Применяются маятники с периодами колебаний 2 с (большие маятниковые часы), либо 1 с («ходики»).

Маятник находит также важное применение в геологической разведке. Известно, что в разных местах земного шара значения g различны. Различны они потому, что Земля — не вполне правильный шар. Кроме того, в тех местах, где залегают плотные породы, например некоторые металлические руды, значение g аномально высоко. Точные измерения g с помощью математического маятника иногда позволяют обнаружить такие месторождения.

График гармонического колебания. В предыдущем параграфе мы получили формулу, выражающую зависимость координаты колеблющегося тела от времени. Она относится не только к пружинному, но и к математическому маятнику.

Рис. 158

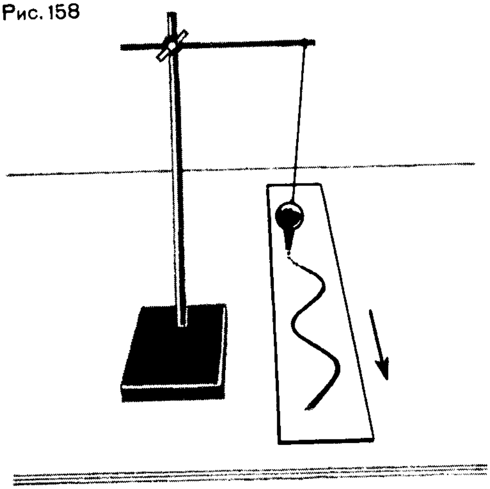


Рис. 159

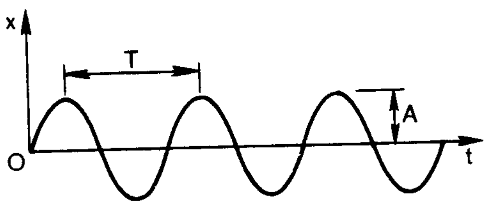
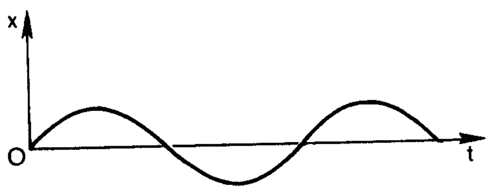
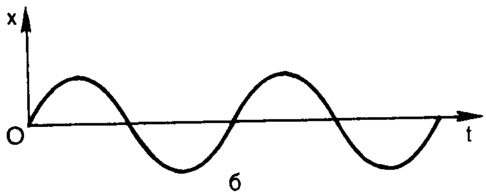


Рис. 160



а



б

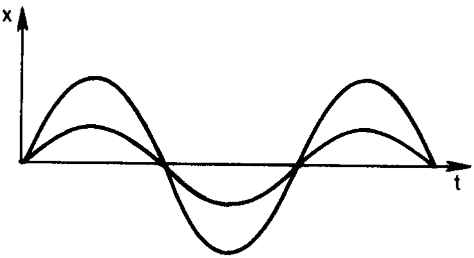
Более наглядное представление о характере гармонического колебания можно получить из графика такого движения. Изобразить такой график можно «поручить» самому колеблющемуся телу. Для этого к нему прикрепляют какое-нибудь легкое пишущее устройство (карандаш, перо), а под ним помещают бумажную ленту. Если во время колебаний маятника ленту двигать с некоторой постоянной скоростью в направлении, перпендикулярном направлению колебаний, то на ней появится кривая, каждая точка которой соответствует положению пера, а значит, и тела в различные моменты времени. На рисунках 158 и 159 показаны устройства для получения графика и сам график. Кривая, графически изображающая зависимость координаты от времени, называется *синусоидой*. Ранее мы установили, что координата x изменяется по закону *синуса* (формула 3, § 55).

Тот же результат (синусоиду) можно получить совсем просто. Возьмите в руки мел и чертите им на доске вверх-вниз, одновременно двигаясь вдоль доски (по возможности равномерно).

Вычерчивая таким способом график колебаний, мы, как говорят, «развертываем» колебание во времени. Равномерное движение бумажной ленты как бы символизирует течение времени. Такие графики-развертки очень наглядно показывают основные характеристики колебательного движения — амплитуду, период, а значит, и частоту (см. рис. 159). По графикам колебаний удобно сравнивать различные виды колебаний. На рисунке 160, *а, б*, например, показаны два колебания с одинаковой амплитудой, но с разными частотами. На рисунке 161 мы видим два колебания с одинаковыми частотами, но с разными амплитудами.

Напомним еще раз, что формула (3) и графики на рисунках 156—159 относятся к случаям, когда угол отклонения маятника от вертикали (т. е. от положения равновесия) мал. Он не должен превышать 5—10°.

Рис. 161



Вопросы

1. Какие силы действуют при движении математического маятника?

2. Какими должны быть нить и подвешенный к ней груз, чтобы маятник можно было считать математическим?

3. При каких отклонениях от положения равновесия колебания маятника будут гармоническими?

4. Чему равен период колебаний маятника с длиной подвеса 1 м?

5. Как изменится период колебаний маятника, если заменить груз другим, по массе вдвое меньшим?

6. Как изменится период колебаний маятника, если уменьшить длину подвеса в 4 раза?

7. Справедлива ли формула (3) предыдущего параграфа для математического маятника?

Упражнение 32

1. Маятник совершает 24 колебания за 30 с. Чему равны период и частота его колебаний?

2. Длина подвеса маятника 98 м. С какой частотой он колеблется? Чему равна амплитуда колебаний маятника, если он отклонен от вертикали на 5°?

3. Маятник, который на Земле совершал свободные колебания с частотой 0,5 Гц, был доставлен космонавтами на Луну. С какой частотой маятник будет колебаться на поверхности Луны, где ускорение свободного падения в 6 раз меньше, чем на Земле?

4. Два маятника отклонены от своих положений равновесия и одновременно отпущены. Первый маятник с длиной подвеса 4 м совершил за некоторый промежуток времени 15 колебаний. Второй за это же время совершил 10 колебаний. Какова длина второго маятника?

§ 57. КОЛЕБАНИЯ И ВНЕШНИЕ СИЛЫ

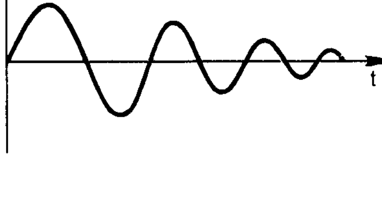
Мы познакомились с двумя колебательными системами — с пружинным и математическим маятниками. Пружинный маятник — это система «тело — пружина». Математический маятник — система «нить — груз — Земля». В этих системах, когда они выведены из состояния равновесия, возникают колебания, очень похожие друг на друга — гармонические колебания. При этом мы считали, что колебательное движение определяется в них *только* силами, действующими в самой системе. В пружинном маятнике — это сила упругости деформированной пружины. В математическом маятнике — это сила упругости натянутой нити и сила тяжести. Сходством этих сил и объясняется сходство движений в обеих системах. Внешние силы, в частности сила трения, на системы не действуют.

Колебания в таких системах, не подверженных действию внешних сил, называются *свободными*. Иногда их называют также *собственными* колебаниями.

Свободные колебания—«вечные» колебания. Колебательные системы, на которые не действуют внешние силы,— это замкнутые системы. А в замкнутой системе полная энергия сохраняется, происходит только превращение потенциальной энергии в кинетическую и обратно. Энергия колебаний определяется квадратом амплитуды колебаний. Поэтому свободные колебания — это колебания с *постоянной амплитудой*. Маятник, выведенный из положения равновесия, должен колебаться вечно!

Влияние силы трения. Затухание колебаний. Иногда действительно можно наблюдать колебания, длящиеся поразительно долго. Например, длинный маятник, отклоненный на малый угол, может в течение многих часов совершать колебания с постоянной амплитудой. Однако, как бы долго ни продолжались свободные колебания маятника, он в конце концов все-таки останавливается, колебания, как говорят, затухают. «Виновата» в этом сила трения, которая в реальных земных условиях действует на все, что движется.

Рис.162



Сила трения, как мы знаем, направлена в сторону, противоположную движению, поэтому она совершает отрицательную работу. А мы знаем (см. § 49), что если работа отрицательна, то полная механическая энергия уменьшается. Уменьшение энергии означает уменьшение амплитуды. В этом уменьшении амплитуды и состоит затухание колебаний. *Затухающие колебания — это колебания с уменьшающейся амплитудой.* Чем сила трения больше, тем быстрее уменьшается амплитуда. На рисунке 162 показан график такого затухающего колебания. Если сила трения достаточно велика, колебания вообще не возникают. Отклоненный от положения равновесия маятник просто постепенно возвращается в это положение.

Вынужденные колебания. Затухающие колебания нельзя считать свободными колебаниями, поскольку свободные колебания — это колебания с постоянной амплитудой.

Рассмотрим теперь случай, когда на колебательную систему действует внешняя сила, но не постоянная сила трения, а некоторая *периодически изменяющаяся* сила. Приведем такой пример. Стержень с небольшим изгибом (рис. 163) может вращаться в подшипниках с помощью рукоятки. К изгибу стержня прикреплен пружинный маятник. Направляющая щель дает возможность маятнику двигаться только вверх-вниз. Будем вращать стержень с некоторой постоянной частотой. Тогда на пружинный маятник будет действовать сила, которая изменяется периодически с той частотой, с которой вращается стержень. Как будет двигаться груз на пружине? Пружина с грузом — это колебательная система. У нее «свой» период колебаний

Рис. 163

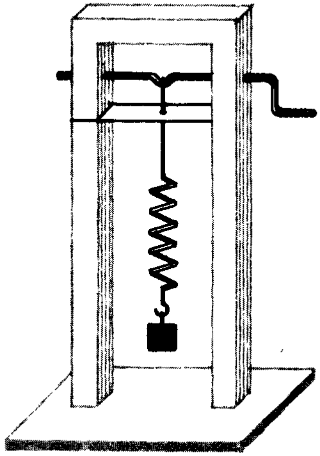
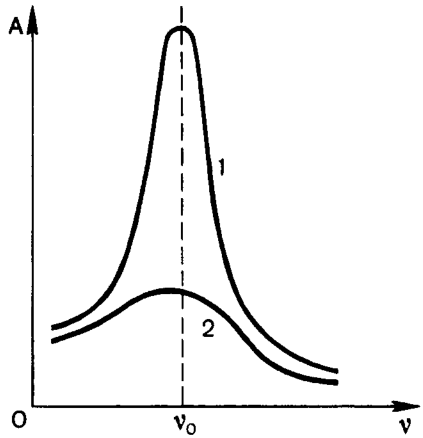


Рис. 164



$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ и «своя» частота $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ (этот период и эту частоту обычно называют собственным периодом, собственной частотой). Но сила, которая создается при вращении рукоятки, будет «навязывать» маятнику свою частоту, свой период колебаний. Колебания, которые совершает колебательная система при воздействии внешней периодической силы, называются *вынужденными колебаниями*, а периодическая сила, вызывающая такие колебания, называется *вынуждающей силой*. Итак, колебательная система, на которую действует внешняя периодическая сила, совершает вынужденные колебания. Частота вынужденных колебаний (период) равна частоте (периоду) вынуждающей силы.

Амплитуда вынужденных колебаний при данной частоте вынуждающей силы не изменяется, даже если на систему, кроме вынуждающей силы, действует и сила трения. Потеря энергии из-за трения восполняется за счет работы вынуждающей силы.

Резонанс. Будем изменять частоту вынуждающей силы. В нашем примере (см. рис. 163) это можно сделать, изменяя скорость вращения рукоятки. Опыт покажет, что амплитуда вынужденных колебаний существенно зависит от частоты вынуждающей силы. Изменяя частоту вынуждающей силы и измеряя амплитуду колебаний груза на пружине, мы увидим, что, когда частота вынуждающей силы приближается к *собственной* частоте пружинного маятника, амплитуда колебаний резко возрастает. Амплитуда колебаний максимальна, когда частота вынуждающей силы равна собственной частоте маятника. При дальнейшем росте частоты вынуждающей силы амплитуда уменьшается. Это *явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при равенстве частот вынуждающей силы и собственной частоты колебательной системы называется резонансом.* На рисунке 164 показана зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы.

Амплитуда достигает максимума при определенном значении частоты $\nu=\nu_0$, где ν_0 и есть собственная частота колебательной системы. На резкость максимума сильно влияет сила трения. Кривая *1* соответствует малой силе трения: максимум очень резкий. Кривая *2* соответствует большой силе трения: резкого максимума нет.

В чем причина явления резонанса? Почему растет амплитуда колебаний, когда частота вынуждающей силы приближается к частоте собственной?

Совпадение частот означает, что сила упругости в самой системе действует «в такт» с вынуждающей силой. Если сила упругости и вынуждающая сила в какие-то моменты действуют в одном направлении, то они складываются и их действие усиливается. И даже если вынуждающая сила мала, она приведет к росту амплитуды. Ведь эта малая сила добавляется к силе упругости пружины каждый период.

Явление резонанса может быть полезным, поскольку оно позволяет получить даже с помощью малой силы большое увеличение амплитуды колебаний. С другой стороны, резонанс может оказаться вредным и даже опасным. Если, например, на фундаменте установлена машина, в которой какие-нибудь части совершают периодические движения, то они передаются фундаменту и он будет совершать вынужденные колебания. Фундамент — это тоже колебательная система со своей собственной частотой. И если частота периодических движений совпадет с собственной частотой фундамента, то амплитуда его колебаний может возрасти настолько, что это приведет к его разрушению. Известны случаи, когда мосты разрушались при прохождении по ним «в ногу» военных отрядов, потому что случайно собственная частота колебаний моста оказывалась равной частоте солдатского шага. Поэтому с опасными результатами резонанса нужно бороться, т. е. его не допускать. Для этого нужно заранее рассчитать частоты колебаний машин, фундаментов, средств транспорта и т. д., с тем чтобы при обычных условиях их эксплуатации резонанс не мог наступить.

С явлением резонанса мы встречаемся и в повседневной жизни. Если в комнате задребезжали оконные стекла при проезде по улице тяжелого грузовика, то это значит, что собственные частоты колебаний стекла совпали с частотой колебаний машины.

Вопросы

1. Что такое вынужденные колебания? При каких обстоятельствах они возникают? С какой частотой происходят вынужденные колебания?

2. В чем состоит явление резонанса?

3. От чего зависит амплитуда вынужденных колебаний?

4. Какова роль силы трения при вынужденных колебаниях? Приводит ли сила трения к затуханию колебаний?

Упражнение 33

1. К концу пружины маятника, груз которого имеет массу 1 кг, приложена переменная сила, частота колебаний которой равна 16 Гц. Будет ли при этом наблюдаться резонанс, если жесткость пружины 400 Н/м?

2. Период собственных вертикальных колебаний железнодорожного вагона равен 1,25 с.

На стыках рельсов вагон получает периодические удары, вызывающие вынужденные колебания вагона. При какой скорости поезда возникнет резонанс, если длина каждого рельса между стыками 25 м?

САМОЕ ВАЖНОЕ В ВОСЬМОЙ ГЛАВЕ

В природе и технике большую роль играют *колебательные системы,* т. е. тела и устройства, которые, будучи выведены из состояния равновесия, совершают как бы «сами по себе» колебательное движение. Если при этом на систему не действуют внешние силы, эти колебания называются *свободными* или *собственными.*

Механическое колебательное движение — это движение, при котором координата колеблющегося тела, его скорость и ускорение повторяются через определенный промежуток времени, называемый *периодом* колебаний, или, что одно и то же, повторяются с определенной *частотой.* Между периодом T и частотой ν существует связь:

$$T=\frac{1}{\nu};\ \nu=\frac{1}{T}.$$

Период колебаний и частота колебаний пружинного маятника определяются соответственно формулами:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{и} \quad \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Период T колебаний и частота ν колебаний математического маятника определяются формулами:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};\ \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Сила трения, которую нужно считать внешней силой, вызывает постепенное уменьшение амплитуды колебаний. Такие колебания называют *затухающими* колебаниями.

Если внешней силой, приложенной к системе, является периодически изменяющаяся сила, то система совершает *вынужденные* колебания. Частота вынужденных колебаний равна частоте вынуждающей силы. При равенстве частоты вынуждающей силы и частоты собственной колебательной системы происходит резонанс — резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний.

ГЛАВА 9

ВОЛНЫ

КОЛЕБАНИЯ ПЕРЕДАЮТСЯ ОТ ТОЧКИ К ТОЧКЕ

Многим, наверное, приходилось видеть некошеное поле в ветренную погоду, когда, по словам поэта, «волнуется желтеющая нива». Глядя на такое поле, мы видим, что вдоль него что-то перемещается. Но что именно перемещается, неясно. Ведь стебли растений остаются на месте. Они лишь наклоняются, выпрямляются, снова наклоняются и т. д. Наблюдаемый нами процесс представляет собой *волну*.

Поместим на поверхность воды в сосуде легкий поплавок. Осторожно добавим еще один. Появление второго поплавка никак не отражается на первом, и можно считать, что поплавки не взаимодействуют. А теперь легкими нажатиями заставим один из поплавков совершать колебания. К этому второй поплавок не остается «равнодушным». Через некоторое время станет колебаться и он. Но при этом мы увидим, что от поплавка, который мы привели в колебательное движение, по воде «пошли круги». Эти круги — тоже волны.

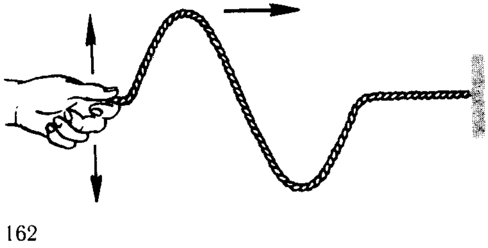
Еще один пример. Возьмем длинный шнур и закрепим один его конец, а другой приведем в колебательное движение (рис. 165). Мы увидим, что вдоль шнура что-то «бежит», хотя концы шнура остаются на месте. То, что «бежит» по шнуру — это тоже волна (такого рода волны так и называются бегущими).

§ 58. ЧТО ТАКОЕ ВОЛНА?

Что же распространяется вдоль поля, по воде, вдоль шнура?

Во всех трех примерах источником волн являются колебания. Колеблются стебли растений, деформируемые ветром, колеблются частицы воды, колеблется конец шнура. А колебания, возникшие в одном месте (например, на конце шнура), передаются другим частицам. То, что мы называем волной, и есть *распространение колебаний от точки к точке, от частицы к частице.*

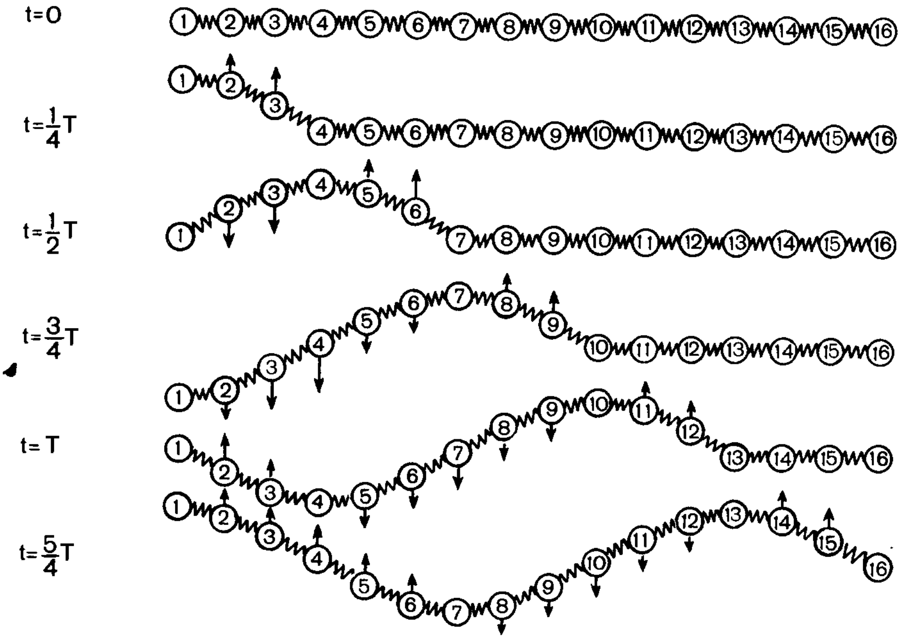
Рис. 165



Хорошей моделью образования волны в шнуре может служить цепочка маленьких шариков (точек), массой m каждый, между которымн действует сила упругости. Мы можем вообразить, что между шариками расположены маленькие пружинки (рис. 166).

Пусть точка *1* отведена вверх и отпущена. Пружинка, связывающая ее с точкой *2*, при этом растянется, возникнет сила упругости, которая действует не только на точку *1*, но и на точку *2*. Начнет, следовательно, колебаться и точка *2*. Это приведет к деформации следующей пружинки, так что начнет совершать колебания и точка *3* и т. д. Так как у всех шариков одинаковые массы и у всех

Рис.166



пружинок одинаковые жесткости, то все шарики будут колебаться (каждый около своего положения равновесия) с одинаковыми периодами и одинаковыми амплитудами. Однако начнутся эти колебания неодновременно. Ведь все шарики обладают инертностью (у них есть масса!) и, значит, на изменение их скорости требуется время. Поэтому вторая точка начнет колебаться позже, чем первая, третья — позже, чем вторая, и т. д.

Длина волны. Допустим, что к тому моменту времени, когда точка *1* пройдет путь от положения равновесия до крайнего верхнего положения (на это уйдет четверть периода колебаний), успеют начать колебания точки *2* и *3* (см. рис. 166). Точки, правее третьей, еще покоятся. До них не дошла «очередь». К моменту, когда точка *1* вернется в положение равновесия, начнут свои колебания точки *4*—*6* и т. д.

Через промежуток времени, равный периоду колебаний шариков, шарик *1* завершит свое первое колебание. К этому времени соседняя точка *2* этого сделать не успеет, потому что она начала двигаться позже. Она и закончит свое первое колебание позже точки *1*. Еще позже это сделают точки *3, 4* и т. д.

На некотором расстоянии от точки *1* находится точка, которая «опаздывает» с началом колебаний ровно на один период (на рисунке 166 это точка *13*). Это значит, что за время, равное периоду колебания T, колебание «успело» распространиться до точки *13*. Эта точка начнет свое первое колебание в тот момент, когда точка *1* начнет свое второе колебание. Обозначим расстояние, на которое колебание распространяется за время T, греческой буквой λ. Называется оно *длиной волны.*

Ясно, что точка, расположенная на расстоянии 2λ от точки *1*, начнет свое первое колебание в тот момент, когда точка *1* начнет свое третье колебание, а точка *13* — второе. Эти точки, следовательно, движутся одинаково: они одновременно начинают двигаться вверх, вместе проходят положение равновесия, одновременно движутся вниз, одновременно заканчивают очередное колебание и начинают следующее. И не только они, но и любые точки, отстоящие одна от другой на расстояниях, равных 3λ, 4λ и т. д. Можно поэтому сказать, что длина волны равна расстоянию между двумя ближайшими точками в волне, движущимися одинаково и имеющими одинаковые отклонения от положения равновесия.

Реальные тела — это, конечно, не цепочка шариков с пружинками между ними. Но частицы в них реально существуют. Силы взаимодействия между ними тоже действуют. Поэтому и волны в них — тоже реально существуют.

Скорость волны. Волна — это распространение колебаний в пространстве. Поэтому можно говорить о скорости v этого распространения. Эта скорость называется *скоростью волны*. Мы только что видели, что за время, равное периоду T, колебание распространяется на расстояние, равное длине волны λ. Значит,

[redacted] (1)

Так как период T колебаний связан с частотой ν колебаний соотношением $T=\frac{1}{\nu}$, то $\lambda=\frac{v}{\nu}$, или

$$v=\lambda\nu. \qquad (2)$$

Скорость волны равна произведению частоты колебаний в волне на длину волны.

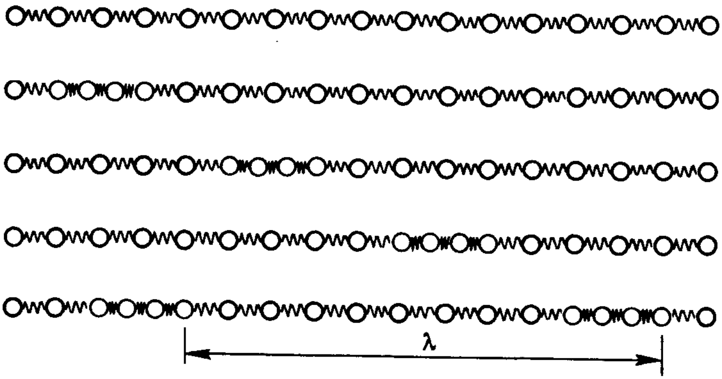
§ 59. ДВА ВИДА ВОЛН

Вернемся еще раз к нашей модели — цепочке шариков и пружинок. Мы видели, как распространяются в виде волны колебания, вызванные тем, что первая в цепи точка была отведена вверх, т. е. так, что эта точка, как и все остальные, колебалась вдоль вертикальных прямых. Колебания же распространялись вдоль горизонтальной линии. *Волны, распространяющиеся в направлении, перпендикулярном направлению колебаний частиц в волне, называются поперечными.*

Но волну вдоль цепочки можно вызвать и иначе. Первый шарик можно отвести не вверх или вниз, а вправо или влево. Это тоже заставило бы его колебаться, и эти колебания передавались бы вдоль цепочки, образуя волну. Но теперь частицы колеблются вдоль горизонтальной прямой, и вдоль этой же прямой распространяются колебания (рис. 167). *Волна, в которой колебания происходят вдоль той же прямой, что и их распространение, называется продольной волной.*

Когда в цепочке возбуждается поперечная волна (см. рис. 166), это приводит к видимому изменению формы цепочки. На ней появляются горбы и впадины. Расстояние между горбами так же, как и между впадинами, равно длине волны. Когда же в той же цепочке возникает продольная волна (см. рис, 167), цепочка остается прямой, но в ней образуются сгущения и разрежения. Расстояние между соседними сгущениями, как и между

Рис. 167



разрежениями, тоже равно длине волны. Вдоль поперечной волны «бегут» горбы и впадины, вдоль продольной — сгущения и разрежения.

Формулы, связывающие скорость волны с частотой и длиной волны, относящиеся к поперечной волне, справедливы и для продольной волны.

Обратим внимание на следующее. Для возникновения волны в среде необходима деформация, без нее не будет силы упругости. Для того чтобы возникла продольная волна, необходима деформация растяжения или сжатия. Растягиваться и сжиматься может любая среда — твердая, жидкая и газообразная. Поэтому продольные волны могут возникать и распространяться в любой среде. Для возникновения же поперечной волны требуется деформация другого вида. Это деформация сдвига (схематически она показана на рисунке 168 справа). А деформация сдвига возможна только в твердых телах. Поэтому поперечные волны могут возникать и распространяться только в твердых средах.

График волны. График колебаний (см. рис. 159) показывает, как изменяется координата *одной* колеблющейся точки со временем. В волне колеблются все точки, ее образующие. Поэтому график волны должен показать, как зависит координата *всех* точек волны от их места в волне. Такой график показан на рисунке 169. По оси ординат отложены значения отклонения x каждой точки от ее положения равновесия, по оси абсцисс — расстояние той или иной точки от некоторого начала, например от источника волны. Графики колебаний и волны не следует путать. Хотя они внешне похожи.

Рис. 168

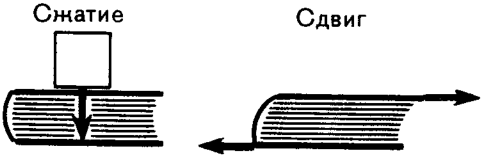
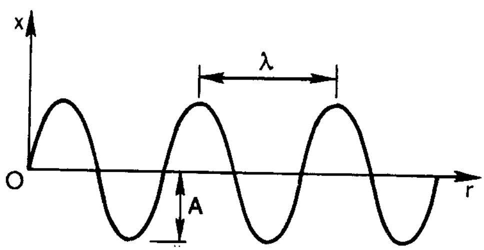


Рис. 169



Волна и энергия. С колебаниями, как мы знаем, связана энергия. Напомним, что она пропорциональна квадрату амплитуды колебаний. Поэтому вместе с колебаниями волной переносится и энергия колебаний, хотя сами носители этой энергии, колеблющиеся частицы, с волной не переносятся. Таким образом, волна оказывается также и переносчиком энергии.

Вопросы

1. Что такое волна? При каком условии возможно распространение волны?

2. Что такое скорость волны?

3. Как связаны между собой скорость, длина волны и частота колебаний частиц в волне?

4. Как связаны между собой скорость, длина волны и период колебаний частиц в волне?

5. Какая волна называется продольной? Поперечной?

6. В каких средах могут возникать и распространяться поперечные волны? Продольные волны?

Упражнение 34

1. Рыбак заметил, что гребни волн проходят мимо кормы его лодки, стоящей на якоре, через каждые 6 с. Он измерил расстояние между ближайшими гребнями и нашел, что оно равно 20 м. Какова скорость волны?

2. Волна с частотой колебаний 165 Гц распространяется в среде, в которой скорость волны равна 330 м/с. Чему равна длина волны?

3. Вдоль упругого шнура распространяется поперечная волна со скоростью 20 м/с, период колебаний точек шнура 0,5 с. Найдите длину волны.

§ 60. ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ

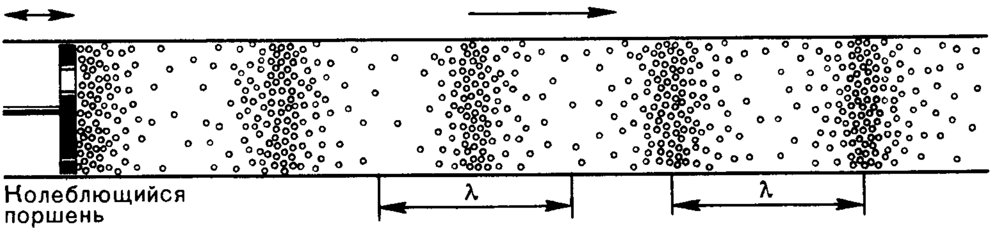
Человек живет в мире звуков. Звук — это то, что слышит ухо. Мы слышим голоса людей, пение птиц, звуки музыкальных инструментов, шум леса, гром во время грозы. Звучат работающие машины, движущийся транспорт и т. д.

Что такое звук? Как он возникает? Чем одни звуки отличаются от других?

Раздел физики, в котором изучаются звуковые явления, называется *акустикой.*

Звук — волна. Услышав какой-то звук, мы обычно можем установить, что он дошел до нас от какого-то источника. Рассматривая этот источник, мы всегда найдем в нем что-то колеблющееся. Если, например, звук исходит от репродуктора. то в

Рис. 170



нем колеблется мембрана — легкий диск, закрепленный по его окружности. Если звук издает музыкальный инструмент, то источник звука — это колеблющаяся струна, колеблющийся столб воздуха и др.

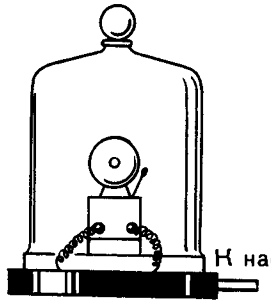
Но как звук доходит до нас? Очевидно, через воздух, который разделяет ухо и источник звука. Но распространяющиеся колебания — это волна. Следовательно, звук распространяется в виде волн. И кое-что о звуковых волнах мы можем сразу сказать. Если звуковая волна распространяется в воздухе, значит — это волна продольная, потому что в газе только такие волны и возможны.

В продольных волнах колебания частиц приводят к тому, что в газе возникают сменяющие друг друга области сгущения и разрежения. На рисунке 170 показана такая волна сгущений и разрежений.

То, что воздух — «проводник» звука, было доказано опытом, поставленным в 1660 г. Р. Бойлем. Если откачать воздух из-под колокола воздушного насоса (рис. 171), то мы не услышим звучания находящегося там электрического звонка.

Звук может распространяться также и в жидкой, и в твердой среде. Тот, кто нырял в реку или море, знает, что под водой хорошо слышны звуки гребных винтов теплоходов, удары камней и др. Звук движущегося поезда хорошо слышен, если приложить ухо к рельсу.

Рис. 171



Звуковые частоты. Если звук — это волна, распространяющаяся в воздухе, то он должен возникать всякий раз, когда частицы воздуха приходят в колебательное движение. Размахивание руками, например, тоже должно было бы вызвать звук: ведь машущие руки заставляют частицы колебаться. Известно, однако, что размахивание руками не воспринимается ухом как звук, хотя волна при этом возникает. Объясняется это тем, что ощущение звука создается только при определенных *частотах* колебаний в волне. Опыт показывает, что для органа слуха человека звуковыми являются только такие волны, в которых колебания происходят с частотами от 20 до 20 000 Гц. Размахивать руками 20 и более раз в секунду никто не может!

Вопросы

1. Что может быть источником звука?
2. Как распространяется звук?
3. Может ли звук распространяться в пространстве, лишенном вещества?
4. Всякая ли волна, достигшая органа слуха человека, вызывает ощущение звука?
5. Почему не воспринимаются как звуки волны, вызываемые биениями сердца? Колебаниями объема легких при дыхании?
6. Могут ли космонавты космических кораблей поддерживать связь между кораблями с помощью звуковых сигналов?

§ 61. СВОЙСТВА ЗВУКА

Ощущение звука вызывается звуковыми волнами, достигающими органа слуха — уха. Важнейшая часть этого органа — барабанная перепонка. Пришедшая звуковая волна вызывает вынужденные колебания перепонки с частотой колебаний в волне. Они и воспринимаются мозгом как звук.

Звуки бывают разные. Мы легко различаем свист и дробь барабана, мужской голос (бас) от женского (сопрано).

Чем же отличаются звуки друг от друга?

Тон звука. Об одних звуках говорят, что они *низкого* тона, другие мы называем звуками *высокого тона*. Ухо их легко различает. Звук, создаваемый большим барабаном, это звук низкого тона, свист — звук высокого тона. Простые измерения (развертка колебаний) показывают, что звуки низких тонов — это колебания малой частоты в звуковой волне. Звуку высокого тона соответствует бóльшая частота колебаний. Частота колебаний в звуковой волне определяет тон звука.

Существуют особые источники звука, испускающие единственную частоту, так называемый *чистый тон*. Это *камертоны* различных размеров — простые устройства, представляющие собой изогнутые металлические стержни на ножках (рис. 172). Чем больше размеры камертонов, тем ниже звук, который он испускает при ударе по нему.

Рис.172

Громкость звука. Звуки даже одного тона могут быть разной громкости. С чем связана эта характеристика звука? Нетрудно понять, что она связана с *энергией* колебаний в источнике и в волне. Энергия же колебаний определяется амплитудой колебаний. Громкость, следовательно, зависит от *амплитуды* колебаний. Но связь между громкостью и амплитудой не простая.

Самый слабый еще слышимый звук, дошедший до барабанной перепонки, приносит в 1 с энергию, равную примерно 10^{-16} Дж, а самый громкий звук (реактивного ракетного двигателя в нескольких метрах от него) — около 10^{-4} Дж. Следовательно, по мощности самый громкий звук примерно в тысячу миллиардов раз превосходит самый слабый. Но этого нельзя сказать о громкости звука. О звуках вообще нельзя сказать, что один из них в два, в три, а тем более в миллионы или в миллиарды раз громче другого. О звуках различной громкости говорят, что один громче другого не во столько-то раз, а *на* столько-то единиц. Единица громкости называется д е ц и б е л о м (дБ). Например, громкость звука шороха листьев оценивается 10 дБ, шепота — 20 дБ, уличного шума — 70 дБ. Шум громкостью 130 дБ ощущается кожей и вызывает ощущение боли. О громкости уличного шума, например, можно сказать, что она на 60 дБ больше громкости шороха листьев.

Скорость звука. Как и всякая

волна, звуковая волна характеризуется скоростью распространения колебаний в ней. С длиной волны λ и частотой колебаний ν скорость v связана уже известной нам формулой.

$$v = \lambda\nu.$$

Скорость звука различна в различных средах (веществах). Так, в воздухе при температуре 20 °С скорость звуковых волн (любых длин волн) равна 340 м/с. В других средах она может быть иной. В таблице приведены данные о скорости звука в разных средах.

Частицы жидкости, в которой распространяется звуковая волна, совершают вынужденные колебания с частотой, «навязанной» им колебаниями в источнике звука. Но длина волны даже одного и того же звука в разных средах различна, потому что различны скорости звука.

Вещество	Скорость звука, м/с
Воздух (при 20 °С)	343,1
Водород	1284
Вода	1483 (при 20 °С)
Железо	5850
Резина	1800
Морская вода	1530

Вопросы

1. От чего зависит громкость звука?

2. Звуковая волна переносит энергию. Зависит ли тон звука от энергии?

3. Звуки низкого или высокого тона имеют большую длину волны в данной среде?

Упражнение 35

1. Найдите длины звуковых волн человеческого голоса, высота тона которого соответствует частоте:

а) 80 Гц; б) 1400 Гц.

2. С вершины вертикальной скалы высотой 1000 м упал камень. Через какое время наблюдатель на вершине услышит звук от удара камня при его падении?

3. Удар грома был услышан через 8 с после того, как сверкнула молния. На каком расстоянии от наблюдателя произошел грозовой разряд?

4. Каким длинам волн соответствуют граничные значения частот, воспринимаемых человеком как звук? Расчет сделайте для воздуха.

5. Стрелок услышал звук от удара пули о мишень через 4 с после выстрела. На каком расстоянии находится мишень, если скорость пули 600 м/с?

§ 62. ЗВУКОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

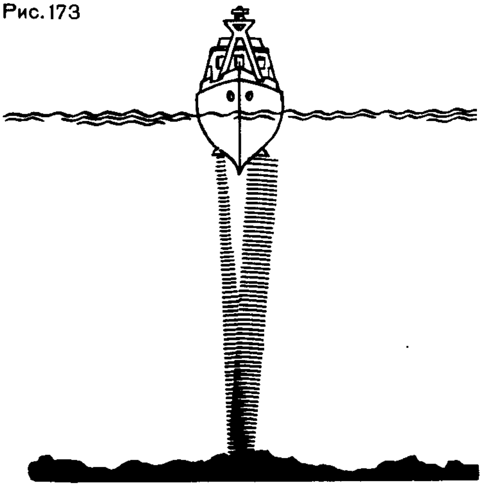
Отражение звука. Звуковая волна, распространяясь в некоторой среде, рано или поздно доходит до границы этой среды, а за ней начинается другая среда, состоящая из других частиц, в которой и скорость звука другая. На такой границе происходит явление *отражения* звуковой волны.

Почему отражается звук? Происходит это потому, что колебания, принесенные волной к границе, передаются частицам второй среды и они сами становятся источником новой звуковой волны. Эта вторичная волна распространяется не только во второй среде, но и в первой, откуда пришла первичная волна. Это и есть отраженная волна.

С явлением отражения звука связано такое известное явление, как *эхо*. Оно состоит в том, что звук от источника доходит до какого-то препятствия («препятствие» — это и есть граница двух сред!), отражается от него и возвращается к месту, где он возник. И если первичный звук и звук отраженный доходят до слушателя не одновременно, то он слышит звук дважды. Звук может испытать и несколько отражений. Тогда можно услышать звук много раз — отсюда, например, раскаты грома.

Звуколокация. На явлении эхо основан метод определения расстояний до различных предметов и обнаружения их месторасположений. В самом деле, допустим, что некоторым источником звука испущен звуковой сигнал и зафиксирован момент его испускания. Звук встретил какое-то препятствие, отразился от него, вернулся и был принят приемником звука. Если при этом был измерен промежуток времени между моментами испускания и приема, то

Рис. 173



легко найти и расстояние до препятствия. За измеренное время звук прошел расстояние, равное $2s$, где s — расстояние до препятствия. Если скорость звука v известна, то можно написать:

$$t=\frac{2s}{v}, \text{ или } s=\frac{vt}{2}$$

По этой формуле можно найти расстояние до отражателя сигнала. Но ведь надо еще знать, где он находится, в каком направлении от источника сигнал встретил его. Между тем звук распространяется по всем направлениям, и отраженный сигнал мог прийти с разных сторон. Чтобы избегнуть этой трудности, используют не обычный звук, а *ультразвук*.

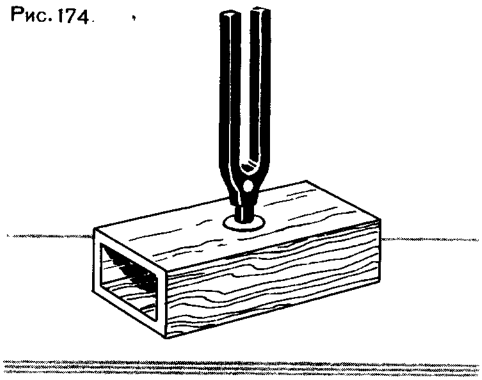
Ультразвуковые волны по своей природе такие же, как звуковые но они не воспринимаются человеком как звук. Это объясняется тем, что частота колебаний в них больше, чем 20 000 Гц. Такие волны наблюдаются в природе. Есть даже живые существа, способные их испускать и принимать. Ультразвуковые волны и притом большой мощности (большой амплитуды) можно создавать с помощью электрических и магнитных методов.

Главная особенность ультразвуковых волн состоит в том, что их можно сделать *направленными*, распространяющимися по определенному направлению от источника. Благодаря этому по отражению ультразвука можно не только найти расстояние (скорость ультразвуковых волн такая же, как и обычных), но и узнать, где находится тот предмет, который их отразил. Так можно, например, измерять глубину моря под кораблем (рис. 173).

Звуколокаторы (их называют и эхолокаторами) позволяют обнаруживать и определять местоположение различных повреждений в изделиях (пустоты, трещины, посторонние включения). В медицине ультразвук используют для обнаружения различных аномалий в теле больного — опухолей, искажений формы органов или их частей и т. д. Чем короче длина ультразвуковой волны, тем меньше размеры обнаруживаемых деталей. Ультразвук используется также для лечения некоторых болезней.

Акустический резонанс. Звуковые колебания, переносимые звуковой волной, могут служить вынуждающей, периодически изменяющейся силой для колебательных систем и вызывать в этих системах явление резонанса, т. е. заставить их звучать. Такой резонанс называют *акустическим резонансом*. Приведем простой пример. Выше мы упоминали об устройстве для получения чистого тона, т. е. звука одной частоты,— камертоне. Сам по себе этот прибор дает очень слабый звук, потому что площадь поверхности колеблющихся ветвей камертона, соприкасающейся с воздухом, мала и в колебательное движение приходит слишком мало частиц воздуха. Поэтому камертон обычно укрепляют

Рис. 174



на деревянном ящике (рис. 174), подобранном так, чтобы частота его собственных колебаний была равна частоте звука, создаваемого камертоном. Благодаря резонансу стенки ящика тоже начинают колебаться с частотой камертона. Это колебания большой амплитуды (резонанс!), да и площадь поверхности ящика велика, поэтому звук камертона оказывается значительно более громким. Ящик так и называют — *резонатор*. В музыкальных инструментах без резонаторов тоже нельзя обойтись. Ими служат деки. Без них, от одних струн, звуки были бы почти не слышны. Полость рта человека — тоже резонатор для голосовых связок.

Вопросы

1. Чем должны различаться две среды, чтобы на их границе происходило отражение звука?

2. Что такое эхо?

3. Что такое ультразвук? Какая его особенность позволяет использовать его для звуколокации?

4. Что такое акустический резонанс?

Упражнение 36

1. Наблюдатель находится на расстоянии 85 м от отвесной скалы. Через какое время он услышит эхо от произнесенного им восклицания?

2. Какова глубина моря, если посланный ультразвуковой сигнал, отразившись от морского дна возвратился через 1,2 с?

САМОЕ ВАЖНОЕ В ДЕВЯТОЙ ГЛАВЕ

Волна — это распространение колебаний в среде. Чтобы колебания могли распространяться, среда должна быть упругой.

Частота колебаний в волне определяется частотой колебаний в источнике. Длина же волны зависит также от скорости распространения волны в данной среде. Скорость волны, частота колебаний и длина волны связаны соотношением

$$v = \lambda \nu.$$

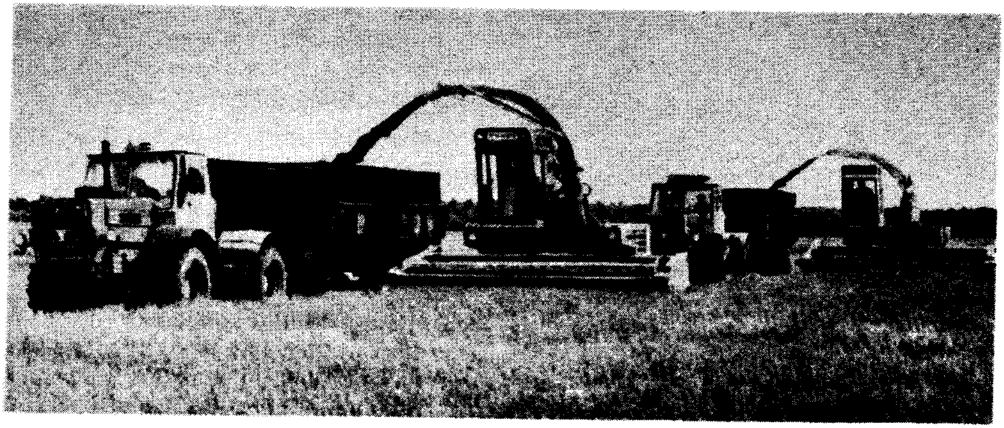
Частным и очень важным случаем волн являются звуковые волны. Звуковые волны доходят до органа слуха человека через воздух. Следовательно, звуковые волны в воздухе — волны продольные.

Человеком воспринимаются как звуки только волны с частотой колебаний в пределах 20—20 000 Гц. Волны с большей частотой колебаний называются ультразвуковыми. Они широко используются в технике для звуколокации, а также для воздействия на вещество.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы познакомились с элементами одной из важнейших физических наук, называемой классической механикой или механикой Ньютона. Важность этого раздела физики определяется тем, что многие величины, введенные в механике, встречаются и используются во всех других разделах физики.

Мы видели, что законы механики позволяют понять и объяснить любые явления, связанные с движениями тел, тел любых — от гигантских небесных тел до мельчайших частиц. И не только объяснить, но и предсказать. Когда-то неожиданные появления на небесном своде комет люди считали проявлениями каких-то таинственных сил, предвещающих людям беды и несчастья. Знание законов механики позволило понять, что ничего таинственного, сверхъестественного в кометах нет, что это тела, движущиеся под действием гравитационной силы, открытой Ньютоном. Их движение можно точно вычислить. Такие вычисления показали, например, что комета, названная в честь Эдмонда Галлея, современника Ньютона, появится в начале 1986 г. И она появилась в «назначенное» время. Законы Ньютона позволили вычислить положение кометы для любого момента времени, причем настолько точно, что можно было отправить космические корабли для «встречи» с кометой и ее изучения. В свою очередь, движение самих кораблей было заранее вычислено по законам механики. И законы эти и вычисления по формулам, выражающим эти законы, «не подвели» — встреча кораблей с кометой состоялась.

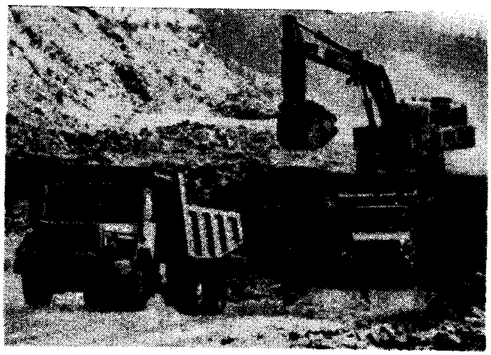


Уборку зеленой массы на силос ведут самоходные кормозаготовительные комбайны «Ярославец»

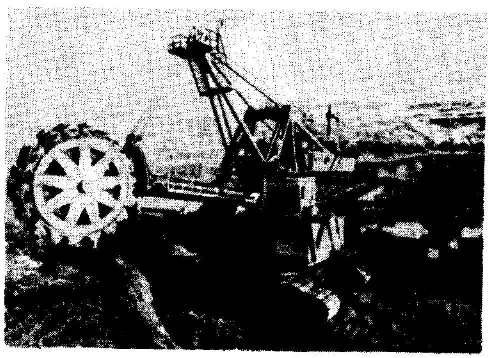
Механика — это наука о движении тел, т. е. о явлении, наблюдаемым каждым, о явлении, играющем огромную роль в жизни человека, в технике. Повседневная жизнь человека, его труд тесно связаны с движением. Само название науки о движении и названия ее разделов — кинематика и динамика вошли в повседневную нашу жизнь: кинематограф, гидродинамика, аэродинамика, механизм, энергетика, механизация и т. д.

Механизация — это переход от ручного труда к труду с помощью машин. А во всякой машине есть что-то движущееся. И рассчитать машину нельзя без использования законов механики. Построенные человеком машины успешно работают, тем самым доказывая правильность и точность законов механики.

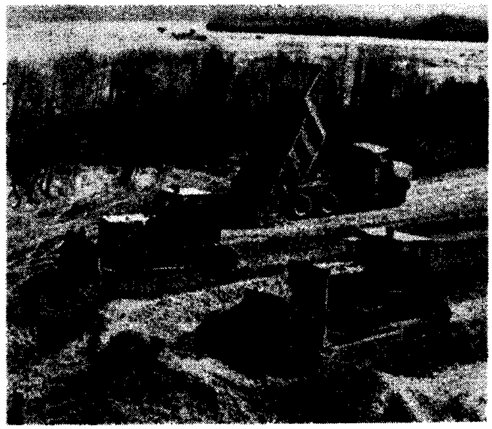
Механизация — это избавление человека от тяжелого ручного труда, многократное увеличение его производительности. Когда-то при строи-



Проходка выемки под полотно железной дороги выполняется ковшовыми экскаваторами



Добыча угля ведется с помощью высокопроизводительных роторных экскаваторов



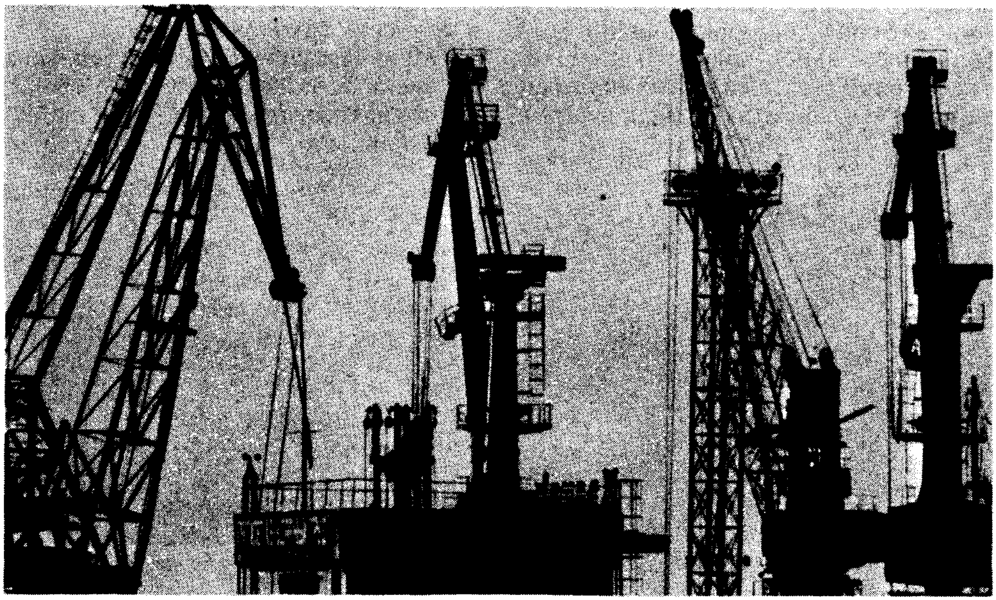
Земляные работы производятся с помощью бульдозеров

тельстве зданий рабочие переносили на себе кирпичи и другие материалы. Сейчас это делают подъемные краны. При строительстве железных дорог орудиями строителей были лом, лопата, кирка, тачка. О том, как тяжел и изнурителен был труд, мы знаем из стихотворения Н. А. Некрасова «Железная дорога»:

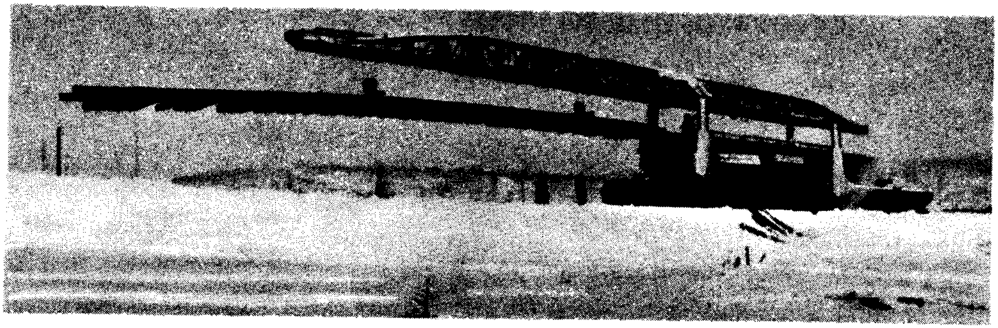
Мы надрывались под зноем, под холодом,
С вечно согнутой спиной.

Теперь на помощь строителям пришли экскаваторы, бульдозеры, путеукладчики и другие машины. Механизация коренным образом изменила одну из основных отраслей хозяйства — земледелие.

Механизация — процесс непрерывный. Совершенствование машин, повышение их производительности, облегчение труда на них — всем этим постоянно занимается промышленность. Все большую роль при этом начинают играть роботы. В последние десятилетия механизация производства стала дополняться автоматизацией. Автоматизация со-



Портальные краны — первые помощники современных грузчиков



Укладка рельсов на земляное полотно строящейся железной дороги производится путеукладчиком

стоит в том, что управление машинами, контроль их работы передаются специальным устройствам — автоматам, которые сами являются механизмами, машинами. В частности, роботы — это тоже автоматические устройства, машины.

Механизация и автоматизация — это благо для людей. Но нельзя забывать и о вредных последствиях, связанных с ними.

Современная техника прямо или косвенно воздействуют на окружающий нас мир природы. Тяжелые тракторы и другие сельскохозяйственные машины уплотняют почву на полях, снижая ее плодородие. Плотины гидроэлектростанций и водохранилища губят рыбные запасы, затопляют леса и пахотные земли. Электростанции, на которых сжигается топливо, загрязняют атмосферу. Атомные электростанции таят в себе опасность радиоактивных загрязнений и т. д. Поэтому в высшей степени важно, развивая технику, учитывать данные экологии — науки о взаимодействии организмов (растений и животных) между собой и с окружающей средой.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ[1]

1. ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ ТЕЛА ПРИ РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ

Цель работы: вычислить ускорение, с которым скатывается шарик по наклонному желобу. Для этого измеряют длину перемещения $\vec{s}$ шарика за известное время t. Так как при равноускоренном движении без начальной скорости $s=\frac{at^2}{2}$, то, измерив s и t, можно найти ускорение шарика. Оно равно: $a=\frac{2s}{t^2}$.

Никакие измерения не делаются абсолютно точно. Они всегда производятся с некоторой погрешностью, связанной с несовершенством средств измерения и другими причинами. Но и при наличии погрешностей имеется несколько способов проведения достоверных измерений. Наиболее простой из них — вычисление среднего арифметического из результатов нескольких независимых измерений одной и той же величины, если условия опыта не изменяются. Это и предлагается сделать в работе.

Средства измерения: 1) измерительная лента; 2) метроном.

Материалы: 1) желоб; 2) шарик; 3) штатив с муфтами и лапкой; 4) металлический цилиндр.

[1] В составлении инструкций к лабораторным работам принимали участие Ю. И. Дик и Г. Г. Никифоров.

Порядок выполнения работы

1. Укрепите желоб с помощью штатива в наклонном положении под небольшим углом к горизонту (рис. 175). У нижнего конца желоба положите в него металлический цилиндр.

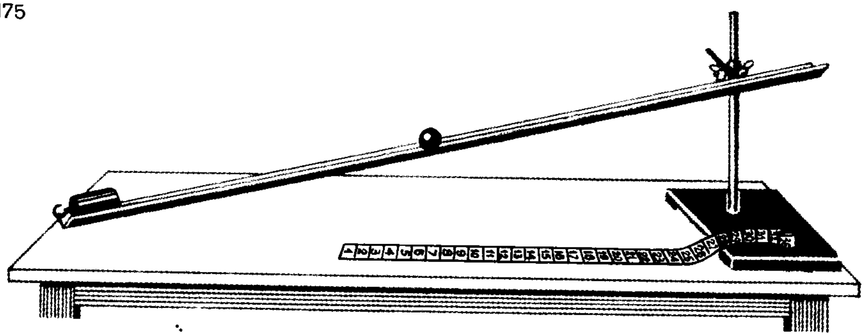
2. Пустив шарик (одновременно с ударом метронома) с верхнего конца желоба, подсчитайте число ударов метронома до столкновения шарика с цилиндром. Опыт удобно проводить при 120 ударах метронома в минуту.

3. Меняя угол наклона желоба к горизонту и производя небольшие передвижения металлического цилиндра, добивайтесь того, чтобы между моментом пуска шарика и моментом его столкновения с цилиндром было 4 удара метронома (3 промежутка между ударами).

4. Вычислите время движения шарика.

5. С помощью измерительной ленты определите длину перемещения $\vec{s}$ шарика. Не меняя наклона желоба (условия опыта должны оставаться неизменными), повторите опыт пять раз, добиваясь снова совпадения четвертого удара метронома с ударом шарика о металлический цилиндр (цилиндр для этого можно немного передвигать).

Рис. 175



6. По формуле

$$s_{ср} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5}{5}$$

найдите среднее значение модуля перемещения, а затем рассчитайте среднее значение модуля ускорения: $a_{ср} = \frac{2s_{ср}}{x^2}$.

7. Результаты измерений и вычислений занесите в таблицу:

Номер опыта	s, м	$s_{ср}$, м	Число ударов метронома	t, с	$a_{ср}$, м/с^2

2. ИЗМЕРЕНИЕ ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИНЫ

Цель работы: найти жесткость пружины из измерений удлинения пружины при различных значениях силы тяжести $\vec{F}_т = m\vec{g}$, уравновешивающей силу упругости $\vec{F}_{упр}$, на основе закона Гука: $k = \frac{F_{упр}}{|x|}$. В каждом из опытов жесткость определяется при разных значениях силы упругости и удлинения, т. е. условия опыта меняются. Поэтому для нахождения среднего значения жесткости нельзя вычислить среднее арифметическое результатов измерений. Воспользуемся графическим способом нахождения среднего значения, который может быть применен в таких случаях. По результатам нескольких опытов построим график зависимости модуля силы упругости $F_{упр}$ от модуля удлинения $|x|$. При построении графика по результатам опыта экспериментальные точки могут не оказаться на прямой, которая соответствует формуле $F_{упр} = k|x|$. Это связано с погрешностями измерения. В этом случае график надо проводить так, чтобы примерно одинаковое число точек оказалось по разные стороны от прямой. После построения графика возьмите точку на прямой (в средней части графика), определите по нему соответствующие этой точке значения силы упругости и удлинения и вычислите жесткость k. Она и будет искомым средним значением жесткости пружины $k_{ср}$.

Результат измерения обычно записывается в виде выражения $k = k_{ср} \pm \Delta k$, где Δk — наибольшая абсолютная погрешность измерения. Из курса алгебры (VII класс) известно, что относительная погрешность (ε_k) равна отношению абсолютной погрешности Δk к значению величины k: $\varepsilon_k = \frac{\Delta k}{k}$, откуда $\Delta k = \varepsilon_k k$. Существует правило для расчета относительной погрешности: если определяемая в опыте величина находится в результате умножения и деления приближенных величин, входящих в расчетную формулу, то относительные погрешности складываются. В данной работе $k = \frac{mg}{|x|}$.

Поэтому

$$\varepsilon_k = \varepsilon_m + \varepsilon_g + \varepsilon_x \ldots \qquad (1)$$

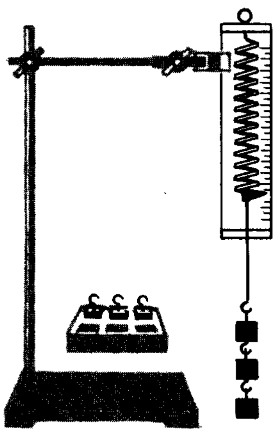
Средства измерения: 1) набор грузов, масса каждого равна $m_0 = 0{,}100$ кг, а погрешность $\Delta m_0 = 0{,}002$ кг; 2) линейка с миллиметровыми делениями.

Материалы: 1) штатив с муфтами и лапкой; 2) спиральная пружина.

Порядок выполнения работы

1. Закрепите на штативе конец спиральной пружины (другой конец пружины снабжен стрелкой-указателем и крючком — рис. 176).

Рис. 176



2. Рядом с пружиной или за ней установите и закрепите линейку с миллиметровыми делениями.

3. Отметьте и запишите то деление линейки, против которого приходится стрелка-указатель пружины.

4. Подвесьте к пружине груз известной массы и измерьте вызванное им удлинение пружины.

5. К первому грузу добавьте второй, третий и т. д. грузы, записывая каждый раз удлинение $|x|$ пружины. По результатам измерений заполните таблицу:

Номер опыта	m, кг	mg[1], Н	$\lvert x\rvert$, м

6. По результатам измерений постройте график зависимости силы упругости от удлинения и, пользуясь им, определите среднее значение жесткости пружины $k_{ср}$.

7. Рассчитайте наибольшую относительную погрешность, с которой найдено значение $k_{ср}$ (из опыта с одним грузом). В формуле (1)

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0{,}002\ \text{кг}}{0{,}100\ \text{кг}} = 0{,}02;$$

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} = \frac{0{,}02\ \text{м/с}}{10\ \text{м/с}^2} = 0{,}002;$$

так как погрешность при измерении удлинения $\Delta x = 1$ мм, то

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} = \frac{1\ \text{мм}}{25\ \text{мм}} = 0{,}04.$$

8. Найдите $\Delta k = \varepsilon_k k_{ср}$ и запишите ответ в виде: $k = k_{ср} \pm \Delta k$.

---

[1] Прннять $g \approx 10$ м/с^2.

3. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Цель работы: определить коэффициент трения деревянного бруска, скользящего по деревянной линейке, используя формулу $F_{тр}=\mu P$. С помощью динамометра измеряют силу, с которой нужно тянуть брусок с грузами по горизонтальной поверхности так, чтобы он двигался равномерно. Эта сила равна по модулю силе трения $F_{тр}$, действующей на брусок. С помощью того же динамометра можно найти вес бруска с грузом. Этот вес по модулю равен силе нормального давления $\vec{N}$ бруска на поверхность, по которой он скользит. Определив таким образом значения силы трения при различных значениях силы нормального давления, необходимо построить график зависимости $F_{тр}$ от P и найти среднее значение коэффициента трения (см. работу № 2).

Основным измерительным прибором в этой работе является динамометр. Динамометр имеет погрешность $\Delta_д=0{,}05$ Н. Она и равна погрешности измерения, если указатель совпадает со штрихом шкалы. Если же указатель в процессе измерения не совпадает со штрихом шкалы (или колеблется), то погрешность измерения силы равна $\Delta F=0{,}1$ Н.

Средства измерения: динамометр.

Материалы: 1) деревянный брусок; 2) деревянная линейка; 3) набор грузов.

Порядок выполнения работы

1. Положите брусок на горизонтально расположенную деревянную линейку. На брусок поставьте груз.

2. Прикрепив к бруску динамометр, как можно более равномерно тяните его вдоль линейки. Заметьте при этом показание динамометра.

3. Взвесьте брусок и груз.

4. К первому грузу добавьте второй, третий грузы, каждый раз взвешивая брусок и грузы и измеряя силу трения.

По результатам измерений заполните таблицу:

Номер опыта	P, Н	ΔP, Н	$F_{тр}$, Н	$\Delta F_{тр}$, Н

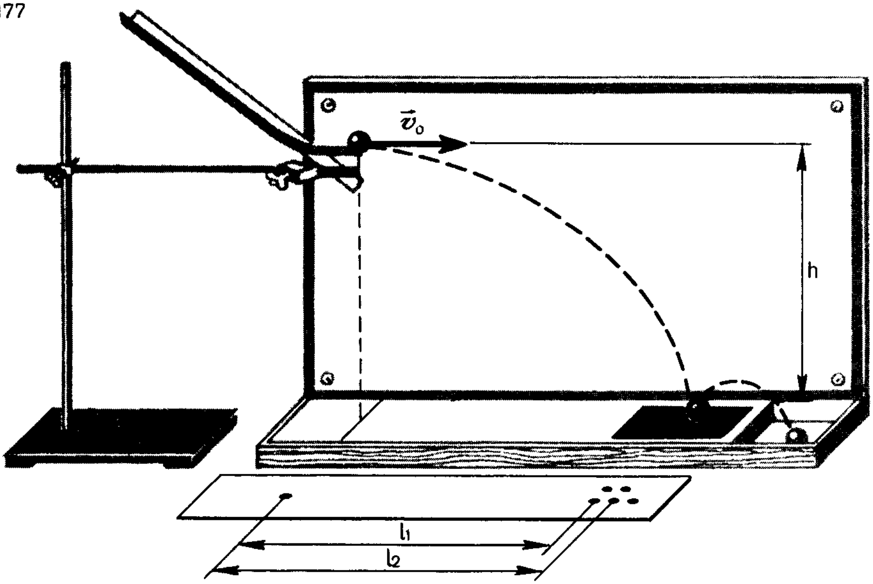
5. По результатам измерений постройте график зависимости силы трения от силы давления и, пользуясь им, определите среднее значение коэффициента трения $\mu_{ср}$ (см. работу № 2).

6. Рассчитайте максимальную относительную погрешность измерения коэффициента трения. Так как $\mu=\frac{F_{тр}}{P}$, то $\varepsilon_\mu=\varepsilon_{F_{тр}}+\varepsilon_P=\frac{\Delta F_{тр}}{F_{тр}}+\frac{\Delta P}{P}$ (1) (см. формулу (1) работы № 2).

Из формулы (1) следует, что с наибольшей погрешностью измерен коэффициент трения в опыте с одним грузом (так как в этом случае знаменатели имеют наименьшее значение).

7. Найдите абсолютную погрешность $\Delta\mu=\varepsilon_\mu\mu_{ср}$ и запишите ответ в виде: $\mu=\mu_{ср}\pm\Delta\mu$.

Рис. 177



4. ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА, БРОШЕННОГО ГОРИЗОНТАЛЬНО

Цель работы: измерить начальную скорость, сообщенную телу в горизонтальном направлении при его движении под действием силы тяжести.

Если шарик брошен горизонтально, то он движется по параболе. За начало координат примем начальное положение шарика. Направим ось X горизонтально, а ось Y — вертикально вниз. Тогда в любой момент времени t $x = v_0 t$, а $y = \frac{gt^2}{2}$. Дальность полета l — это значение координаты x, которое она будет иметь, если вместо t подставить время падения тела с высоты h. Поэтому можно записать: $l = v_0 t$; $h = \frac{gt^2}{2}$. Отсюда легко найти время падения t и начальную скорость v_0:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ и } v_0 = \frac{l}{t}, \text{ или } v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Если несколько раз пускать шарик в неизменных условиях опыта (рис. 177), то значения дальности полета будут иметь некоторый разброс из-за влияния различных причин, которые невозможно учесть. В таких случаях за значение измеряемой величины принимается среднее арифметическое результатов, полученных в нескольких опытах.

Средства измерения: линейка с миллиметровыми делениями.

Материалы: 1) штатив с муфтой и лапкой; 2) лоток для пуска шарика; 3) фанерная доска; 4) шарик; 5) бумага; 6) кнопки; 7) копировальная бумага.

Порядок выполнения работы

1. С помощью штатива укрепите фанерную доску вертикально. При этом той же лапкой зажмите выступ лотка. Загнутый конец лотка должен быть горизонтальным (см. рис. 177).

2. Прикрепите к фанере кнопками лист бумаги шириной не менее 20 см и у основания установки на полоску белой бумаги положите копировальную бумагу.

3. Повторите опыт пять раз, пуская шарик из одного и того же места лотка, уберите копировальную бумагу.

4. Измерьте высоту h и дальность полета l. Результаты измерения занесите в таблицу:

Номер опыта	h, м	l, м	$l_{ср}$, м	$v_{0ср}$, м/с

5. Рассчитайте среднее значение начальной скорости по формуле

$$v_{0ср}=l_{ср}\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

6. Пользуясь формулами $x=v_{0ср}t$ и $y=\frac{gt^2}{2}$, найдите координату x тела (координата y уже подсчитана) через каждые 0,05 с и постройте траекторию движения на листе бумаги, прикрепленном к фанерной доске:

t, с	0	0,05	0,10	0,15	0,2
x, м	0				
y, м	0	0,012	0,049	0,110	0,190

7. Пустите шарик по желобу и убедитесь в том, что его траектория близка к построенной параболе.

5. ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПО ОКРУЖНОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ УПРУГОСТИ И ТЯЖЕСТИ

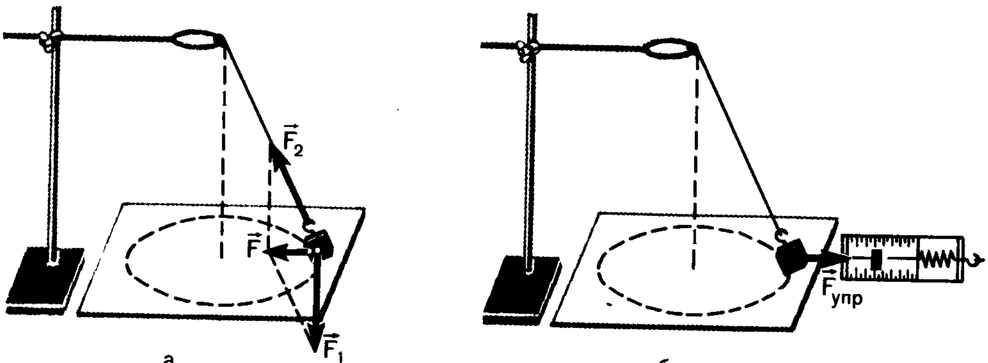
Цель работы: убедиться в том, что при движении тела по окружности под действием нескольких сил их равнодействующая равна произведению массы тела на ускорение: $\vec{F}=m\vec{a}$. Для этого используется конический маятник (рис. 178, *а*). На прикрепленное к нити тело (им в работе является груз из набора по механике) действуют сила тяжести $\vec{F}_1$ и сила упругости $\vec{F}_2$. Их равнодействующая равна

$$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2.$$

Сила $\vec{F}$ и сообщает грузу центростремительное ускорение

$$a=\frac{4\pi^2r}{T^2}$$

Рис.178



а б

(r — радиус окружности, по которой движется груз, T — период его обращения).

Для нахождения периода удобно измерить время t определенного числа N оборотов. Тогда $T = \frac{t}{N}$ и $a = \frac{4\pi^2 N^2}{t^2} r$ (1). Модуль равнодействующей $\vec{F}$ сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ можно измерить, скомпенсировав ее силой упругости $\vec{F}_{упр}$ пружины динамометра так, как это показано на рисунке 178, *б*.

Согласно второму закону Ньютона, $\frac{F}{ma} = 1$. При подстановке в это равенство полученных в опыте значений $F_{упр}$, m и a может оказаться, что левая часть этого равенства отличается от единицы. Это и позволяет оценить погрешность эксперимента.

С р е д с т в а и з м е р е н и я: 1) линейка с миллиметровыми делениями; 2) часы с секундной стрелкой; 3) динамометр.

М а т е р и а л ы: 1) штатив с муфтой и кольцом; 2) прочная нить; 3) лист бумаги с начерченной окружностью радиусом 15 см; 4) груз из набора по механике.

Порядок выполнения работы

1. Нить длиной около 45 см привяжите к грузу и подвесьте к кольцу штатива.

2. Одному из учащихся взяться двумя пальцами за нить у точки подвеса и привести во вращение маятник.

3. Второму учащемуся измерить лентой радиус r окружности, по которой движется груз. (Окружность можно начертить заранее на бумаге и по этой окружности привести в движение маятник.)

4. Определите период T обращения маятника при помощи часов с секундной стрелкой.

Для этого учащийся, вращающий маятник, в такт с его оборотами произносит вслух: нуль, нуль и т. д. Второй учащийся с часами в руках, уловив по секундной стрелке удобный момент для начала отсчета, произносит: «нуль», после чего первый вслух считает число оборотов. Отсчитав 30—40 оборотов, фиксирует промежуток времени t. Опыт повторяют пять раз.

5. Рассчитайте среднее значение ускорения по формуле (1), учитывая, что с относительной погрешностью не более 0,015 можно считать $\pi^2 = 10$.

6. Измерьте модуль равнодействующей $\vec{F}$, уравновесив ее силой упругости пружины динамометра (см. рис. 178, *б*).

7. Результаты измерений занесите в таблицу:

Номер опыта	t, с	$t_{ср}$, с	N	m, кг	r, м	a, м/с²	$F_{упр}$, Н

8. Сравните отношение $\frac{F_{упр}}{ma}$ с единицей и сделайте вывод о погрешности экспериментальной проверки того, что центростремительное ускорение сообщает телу векторная сумма действующих на него сил.

6. ИЗУЧЕНИЕ РАВНОВЕСИЯ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСКОЛЬКИХ СИЛ

Ц е л ь р а б о т ы: установить соотношение между моментами сил, приложенных к плечам рычага при его равновесии. Для этого к одному из плеч рычага подвешивают один или несколько грузов, а к другому прикрепляют динамометр (рис. 179). С помощью этого динамометра измеряют модуль силы $\vec{F}$, которую необходимо приложить для того, чтобы рычаг находился в равновесии. Затем с помощью того же динамометра измеряют модуль веса грузов $\vec{P}$. Длины плеч рычага измеряют с помощью линейки. После этого определяют абсолютные значения моментов M_1 и M_2 сил $\vec{P}$ и $\vec{F}$:

$$M_1 = Pl_1 \text{ и } M_2 = Fl_2.$$

Вывод о погрешности экспериментальной проверки правила моментов можно сделать, сравнив с единицей отношение: $\frac{M_1}{M_2}$.

С р е д с т в а   и з м е р е н и я: 1) линейка; 2) динамометр.

М а т е р и а л ы: 1) штатив с муфтой; 2) рычаг; 3) набор грузов.

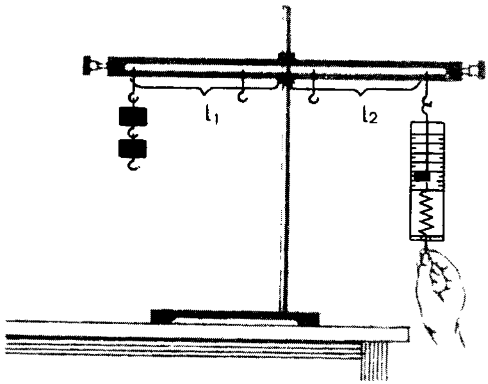
Порядок выполнения работы

1. Установите рычаг на штатив и уравновесьте его в горизонтальном положении с помощью расположенных на его концах передвижных гаек.

2. Подвесьте в некоторой точке одного из плеч рычага груз.

3. Прикрепите к другому плечу рычага динамометр и определите силу, которую необходимо приложить к рычагу для того, чтобы он находился в равновесии.

Рис.179



4. Измерьте с помощью линейки длины плеч рычага.

5. С помощью динамометра определите вес груза $\vec{P}$.

6. Найдите абсолютные значения моментов сил $\vec{P}$ и $\vec{F}$

7. Найденные величины занесите в таблицу:

l_1, м	l_2, м	P, Н	F, Н	$M_1 = Pl_1$, Н·м	$M_2 = Fl_2$, Н·м

8. Сравните отношение $\frac{M_1}{M_2}$ с единицей и сделайте вывод о погрешности экспериментальной проверки правила моментов.

7. ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

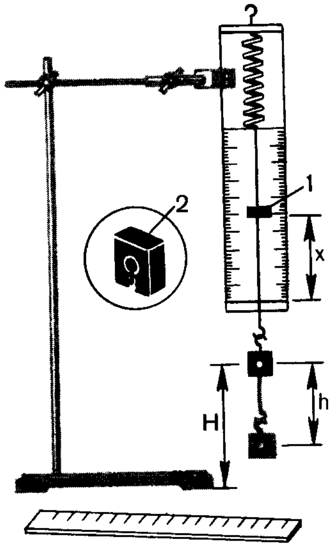
Ц е л ь   р а б о т ы: сравнить две величины—уменьшение потенциальной энергии прикрепленного к пружине тела при его падении и увеличение потенциальной энергии растянутой пружины.

С р е д с т в а   и з м е р е н и я: 1) динамометр, жесткость пружины которого равна 40 Н/м; 2) линейка измерительная; 3) груз из набора по механике; масса груза равна $(0{,}100 \pm 0{,}002)$ кг.

М а т е р и а л ы: 1) фиксатор; 2) штатив с муфтой и лапкой.

Для работы используется установка, показанная на рисунке 180. Она представляет собой укрепленный на штативе динамометр с фикса-

Рис. 180



тором *1*. Пружина динамометра заканчивается проволочным стержнем с крючком. Фиксатор (в увеличенном масштабе он показан отдельно — помечен цифрой *2*) — это легкая пластинка из пробки (размерами 5×7×1,5 мм), прорезанная ножом до ее центра. Ее насаживают на проволочный стержень динамометра. Фиксатор должен перемещаться вдоль стержня с небольшим трением, но трение все же должно быть достаточным, чтобы фиксатор сам по себе не падал вниз. В этом нужно убедиться перед началом работы. Для этого фиксатор устанавливают у нижнего края шкалы на ограничительной скобе. Затем растягивают и отпускают.

Фиксатор вместе с проволочным стержнем должен подняться вверх, отмечая этим максимальное удлинение пружины, равное расстоянию от упора до фиксатора.

Если поднять груз, висящий на крючке динамометра, так, чтобы пружина не была растянута, то потенциальная энергия груза по отношению, например, к поверхности стола равна mgH. При падении груза (опускание на расстояние $x=h$) потенциальная энергия груза уменьшится на $E_1=mgh$, а энергия пружины при ее деформации увеличивается на $E_2=\frac{kx^2}{2}$.

Порядок выполнения работы

1. Груз из набора по механике прочно укрепите на крючке динамометра.

2. Поднимите рукой груз, разгружая пружину, и установите фиксатор внизу у скобы.

3. Отпустите груз. Падая, груз растянет пружину. Снимите груз и по положению фиксатора измерьте линейкой максимальное удлинение x пружины.

4. Повторите опыт пять раз.

5. Подсчитайте $E_{1\text{ср}}=mgh_{\text{ср}}$ и $E_{2\text{ср}}=\frac{kx^2_{\text{ср}}}{2}$.

6. Результаты занесите в таблицу:

Номер опыта	$x_{\max}$, м	$x_{\text{ср}}=h_{\text{ср}}$	$E_{1\text{ср}}$, Дж	$E_{2\text{ср}}$, Дж	$\frac{E_{1\text{ср}}}{E_{2\text{ср}}}$

7. Сравните отношение $\frac{E_{1\text{ср}}}{E_{2\text{ср}}}$ с единицей и сделайте вывод о погрешности, с которой был проверен закон сохранения энергии.

8. ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА

Цель работы: вычислить ускорение свободного падения из формулы для периода колебаний математического маятника:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1)$$

Для этого необходимо измерить период колебания и длину подвеса маятника. Тогда из формулы (1) можно вычислить ускорение свободного падения:

$$g=\frac{4\pi^2}{T^2}l. \qquad (2)$$

Средства измерения: 1) часы с секундной стрелкой; 2) измерительная лента ($\Delta_л$ = =0,5 см).

Материалы: 1) шарик с отверстием; 2) нить; 3) штатив с муфтой и кольцом.

Порядок выполнения работы

1. Установите на краю стола штатив. У его верхнего конца укрепите при помощи муфты кольцо и подвесьте к нему шарик на нити. Шарик должен висеть на расстоянии 3—5 см от пола.

2. Отклоните маятник от положения равновесия на 5—8 см и отпустите его.

3. Измерьте длину подвеса мерной лентой.

4. Измерьте время Δt 40 полных колебаний (N).

5. Повторите измерения Δt (не изменяя условий опыта) и найдите среднее значение $\Delta t_{ср}$.

6. Вычислите среднее значение периода колебаний $T_{ср}$ по среднему значению $\Delta t_{ср}$.

7. Вычислите значение $g_{ср}$ по формуле:

$$g_{ср}=\frac{4\pi^2}{T^2_{ср}}l. \qquad (3)$$

8. Полученные результаты занесите в таблицу:

Номер опыта	l, м	N	Δt, с	$\Delta t_{ср}$, с	$T_{ср}=\frac{\Delta t_{ср}}{N}$	$g_{ср}$, $\frac{м}{с^2}$

9. Сравните полученное среднее значение для $g_{ср}$ со значением $g=9{,}8$ м/с^2 и рассчитайте относительную погрешность измерения по формуле:

$$\varepsilon_g=\frac{|g_{ср}-g|}{g}$$

ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ

№ 1. **1.** $s_x = 4$ м; $s_y = -3$ м. **2.** $x=2{,}2$ м; $y=4$ м; ≈ 6 м. **3.** 13 км.

№ 2. **1.** $\approx 3{,}5$ км к юго-востоку; 42 мин. **2.** 90 км/ч. **3.** 3,4 км.

№ 3. **1.** 7,5 м. **2.** 0,1 м/с.

№ 4. **1.** 950 км/ч; 850 км/ч. **2.** 225 с. **3.** $x=72$ км; $y=1440$ км; $z=8$ км. Ось OX направлена с запада на восток, ось OY — с юга на север, ось OZ — вертикально вверх.

№ 5. **1.** 70 км/ч. **2.** ≈ 55 км/ч.

№ 6. **1.** 10 с. **2.** 2,5 м/с^2. **3.** $\approx 6{,}3$ с. **4.** 64 800 км/ч.

№ 7. **1.** 27 м; 4 с; 8 м. **2.** 1-е тело движется равномерно, 2-е и 3-е равноускоренно. В момент времени, соответствующий точке A: $v_{1x}=v_{2x}=2$ м/с; $v_{3x}=0{,}5$ м/с и точке B: $v_{1x}=v_{3x}=2$ м/с; $v_{2x}=8$ м/с; $a_{1x}=0$; $a_{2x}=2$м/с^2; $a_{3x}=0{,}5$ м/с^2. **3.** а) $a_{1x}=1$ м/с^2; $a_{2x}=0{,}5$ м/с^2; $a_{3x}=-0{,}5$ м/с^2. **4.** а) $OA=9$ м/с; $OB=3$ м/с; $OC=5$ с; б) $a_{1x}=a_{2x}=1$ м/с^2; $a_{3x}=-1{,}8$ м/с^2. **5.** $\approx 6{,}7$ м/с^2; ≈ 750 м. **6.** 0,6 м. **7.** 2,4 км. **8.** $1{,}6 \cdot 10^4$ км. **9.** $\approx 3{,}8$ м/с^2. **10.** ≈ 500 м. **11.** ≈ 700 м.

№ 8. **1.** $\approx 3{,}1$ м/с. **2.** $\approx 2{,}3$ м/с^2. **3.** $\approx 7{,}8$ км/с. **4.** ≈ 19 м/с. **5.** $\approx 2{,}7 \cdot 10^{-3}$ м/с^2.

№ 9. **1.** 6 м/с. **2.** 2 см; 6 см. **3.** 12 см.

№ 10. **1.** 1. **2.** 30 см/с.

№ 11. **1.** 9,8Н. **2.** 4 кН. **3.** 2400 Н. **4.** Ложно: время не в 2, а в $\sqrt{2}$ раза меньше. **5.** Нет. **6.** 0,25 м/с^2; 0,2 м/с^2.

№ 12. **1.** $\approx 0{,}17$ Н. **2.** $\sim 2 \cdot 10^{20}$ Н. **3.** В 560 раз. **4.** $3 \cdot 10^4$ м/с.

№ 13. **1.** 5 кг. **2.** ≈ 2600 км. **3.** $\approx 1{,}6$ Н; В $\approx 6{,}3$ раза меньше. **4.** $\approx 3{,}7$ м/с^2.

№ 14. **1.** Во всех случаях 4900 Н. **2.** а) 1010 Н; б) 980 Н; в) 940 Н; г) 0. **3.** Уменьшится на 5600 Н. **4.** 9,80 Н; $\approx 9{,}77$ Н.

№ 15. **1.** 78 м. **2.** $\approx 10{,}5$ с; ≈ 103 м/с. **3.** 1 с; 9,8 м/с. **4.** ≈ 11 м/с. **5.** ≈ 20 м/с; 15 м. **6.** 46 м. **7.** 78 м; 39 м/с. **8.** 75 м; 10 м/с; 10 м/с.

№ 16. **1.** 1,3 м; 1,0 с; 8,8 м. **2.** 2,8 м.

№ 17. **1.** 90 мин. **2.** 5,59 км/с. **3.** 4700 км. **4.** 36 000 км. **5.** 16 об/сут; 1 об/сут.

№ 18. **1.** 49 Н. 2. ≈ 1100 кг. **3.** 75 Н.

№ 19. **1.** 10 м/с. **2.** $\approx 3{,}4$ с; ≈ 34 м.

№ 20. **1.** 2 м/с. **2.** 30°. **3.** ≈ 10 м/с^2. **4.** 5,5 м/с^2. **5.** ≈ 16 Н.

№ 21. **1.** 10 кг·м/с. **2.** а) $3 \cdot 10^4$ кг·м/с; б) $6 \cdot 10^4$ кг·м/с. **3.** 0,2 кг·м/с. 2 Н. **4.** $\sim 20\,000$ кг·м/с; 1000 кг. **5.** $\approx 3{,}4$ с.

№ 22. **1.** 5,5 м/с. **2.** 0,3 м/с. **3.** 4,5 кг.

№ 23. **1.** 500 Дж; $\approx 0{,}66$. **2.** $-1{,}1 \cdot 10^5$ Дж.

№ 24. **1.** 180 Дж; ≈ 11 м/с. **2.** $-4{,}5 \cdot 10^8$ Дж. **3.** $4 \cdot 10^{10}$ Дж. **4.** 40 Н; по радиусу; $A=0$. **5.** 200 кДж; 1000 кг. **6.** ≈ 34 м.

№ 25. **1.** -120 Дж. **2.** $\approx -1{,}1 \cdot 10^4$ Дж. **3.** $2{,}74 \cdot 10^5$ Дж. **4.** $2{,}7 \cdot 10^5$ Дж; $\approx 1{,}6 \cdot 10^6$ Дж.

№ 26. **1.** 8 Дж. **2.** ≈ 16 Дж. **3.** 0,085 Дж. **4.** Удлинения отличаются знаком, а потенциальные энергии одинаковы. **5.** на 0,02 Дж. **6.** 8 Дж.

№ 27. **1.** 46 м. **2.** 2000 м. **3.** 230 кг. **4.** 290 Дж; 590 Дж. **5.** На 0,01 м.

№ 28. **1.** -240 Дж. **2.** 2,7 кДж. **3.** 36 км/ч. **4.** Кинетическая энергия уменьшилась на 1500 Дж. **5.** -700 кДж. **6.** Двигалось в воздухе.

№ 29. **1.** 7200 Н. **2.** 8 т. **3.** 360 кДж. **4.** $7{,}9 \cdot 10^{13}$ Дж. **5.** 20 кВт.

№ 30. **1.** 6 т. **2.** 5700 Н. **3.** 77 т. **4.** 20%.

№ 31. **1.** 3 Гц. **2.** 30 Н/м. **3.** 0,02 кг.

№ 32. **1.** 1, 25 с; 0,8 Гц. **2.** $\approx 0{,}05$ Гц; 8,5 м. **3.** 0,2 Гц. **4.** ≈ 9 м.

№ 33. **1.** Нет. **2.** 72 км/ч.

№ 34. **1.** $\approx 3{,}3$ м/с. **2.** 2 м. **3.** 10 м.

№ 35. **1.** 4,25 м; 0,24 м. **2.** ≈ 17 с. **3.** 2,7 км. **4.** ≈ 17 м; $\approx 1{,}7$ см. **5.** $\approx 1{,}7$ км.

№ 36. **1.** 0,5 с. **2.** ≈ 918 м.

ПРЕДМЕТНО-ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Учебное издание

Кикоин Исаак Константинович
Кикоин Абрам Константинович

ФИЗИКА

Учебник для 9 класса средней школы

Зав. редакцией *В. А. Обменина*
Редактор *Т. П. Каткова*
Художник *В. Я. Сиднин*
Художественный редактор *В. М. Прокофьев*
Технические редакторы *Г. В. Субочева, Е. Н. Зелянина*
Корректоры *И. А. Корогодина, Л. Н. Михайлова*
Макет издания разработан *В. П. Богдановым.*

ИБ № 14032

Подписано к печати с диапозити
20. 03. 91. Формат $70 \times 90^1/_{16}$. Бум. офсет
Гарнит. литературная. Печать офсетная.
печ. л. 14,04+0,29 форз. Усл. кр.-отт. 29
Уч.-изд. л. 12,62+0,48 форз. Цена 1 р. 80 к

Ордена Трудового Красного Знамени изд
льство «Просвещение» Министерства печ
и массовой информации РСФСР. 129
Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано при посредстве В/О «Внеш
гиздат».
Отпечатано Графишер Гросбетриб Пёс
ГмбХ · Эйн Мондрук-Бетриб
Gedruckt bei Graphischer Großbetrieb Pöß
GmbH · Ein Mohndruck-Betrieb

№	Фамилия и имя ученика	Учебный год	Состояние учебника	
			в начале года	в конце года
1				
2				
3				
4				

озитивов
фсетная.
ная. Усл.
т. 29,25.
80 к.

издате-
печати
129846,
41.

нешторг-

Пёснек

Pößneck

да

Производные единицы СИ

Наименование величины	Наименование единицы	Обозначение единицы
Скорость	метр в секунду	м/с
Ускорение	метр на секунду в квадрате	$м/с^2$
Сила	ньютон	Н
Жесткость	ньютон на метр	Н/м
Импульс	килограмм на метр в секунду	кг·м/с
Импульс силы	ньютон-секунда	Н·с
Работа, энергия	джоуль	Дж
Мощность	ватт	Вт
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$
Частота периодического процесса	герц	Гц

Большие и малые величины

Расстояние	10^{26} м	-расстояние до наиболее удаленного от нас объекта, который можно наблюдать с помощью современного телескопа
	10^{-15} м	-диаметр атомных ядер
Скорость	$3\cdot10^{8}$ м/с	- максимальная скорость- скорость света в вакууме
Ускорение	10^{23} м/с^2	- с таким ускорением движется электрон в атоме водорода
Время	10^{17} с	-возраст Земли
	10^{-24} с	-за такое время свет проходит расстояние, равное диаметру ядра атома водорода
Масса	10^{30} кг	-масса Солнца
	10^{-30} кг	-масса электрона
Плотность	$4\cdot10^{17}$ кг/м^3	- плотность ядерного вещества
	10^{-21} кг/м^3	- средняя плотность межзвездного вещества
Мощность	6 млн.кВт	-мощность Красноярской ГЭС