

Отчёт №7 (вар.14)

Доверительное
оценивание и проверка
гипотез.

Романенко Демьян, М3238

16.06.2020

1 Постановка задачи

Для случайной величины $X \sim B(p)$, гипотезы $H_0 : p = p_0 = 0.45$, альтернативы $H_1 : p \neq p_0$ при $n = 100$, $k_n = 37$ построить доверительный интервал для $\gamma = 0.95$ и проверить гипотезу на основании наиболее мощного критерия $\alpha = 0.05$.

Информация Фишера для $X \sim B(p) : I(p) = \frac{1}{p(1-p)}$.

Величины $t_\gamma : \Phi_1(t_\gamma) = P(|\varepsilon| < t_\gamma) = \gamma$

γ	0.9	0.95	0.99
t_γ	1.65	1.96	2.58

2 Решение

2.1 Построение доверительного интервала

$$\text{ОМП} - \hat{\theta}_n = \hat{p}_n = \frac{k_n}{n} = \frac{37}{100} = 0.37$$

$$I(\hat{\theta}_n) = \frac{1}{0.37*(1-0.37)} \approx 4.29$$

$$p_0 = 0.45 \in I_n = \left[\hat{\theta}_n - \frac{t_{1-\alpha}}{\sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}}; \hat{\theta}_n + \frac{t_{1-\alpha}}{\sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}} \right] = \left[0.37 - \frac{1.96}{\sqrt{100*4.29}}; 0.37 + \frac{1.96}{\sqrt{100*4.29}} \right] \approx [0.27537; 0.46463]$$

Таким образом, гипотеза H_0 принимается.

2.2 Проверка гипотезы

$$\text{Проверка гипотезы в случае двусторонней альтернативы: } \Psi_{n,\alpha}^* = \begin{cases} 1, & \sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}|\hat{\theta}_n - \theta_0| \geq t_\gamma, \\ 0, & \sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}|\hat{\theta}_n - \theta_0| < t_\gamma; \end{cases}$$

$$\Psi_{n,\alpha}^* = \left[\sqrt{nI(\hat{\theta}_n)}|\hat{\theta}_n - \theta_0| \right] = \left[\sqrt{\frac{n}{p_0(1-p_0)}} \left| \frac{k_n}{n} - p_0 \right| \right] = \left[\sqrt{\frac{100}{0.45*(1-0.45)}} |0.37 - 0.45| \right] = [1.608 < t_\gamma = 1.96] = 0$$

Таким образом, гипотеза вновь принимается.

3 Вывод

В ходе лабораторной работы стало ясно, что гипотеза H_0 принимается.