**Задача 1.** *Есть 10 различных марок шоколада. Количество способов подарить трём девочкам по шоколадке равно?*

**Решение.** Каждая девочка может получить шоколадку любой марки. Поскольку все девочки и все марки различны, то количество способов подарить шоколадки девочкам в точности равно количеству размещений с повторениями $\overline{A}_{10}^{3} = 10^3$.

**Задача 2.** *Сколькими способами можно составить расписание авиарейсов на завтра, если всего имеется 7 рейсов, а в день осуществляется от двух до четырех перелётов?*

**Решение.** Если в день осуществляется только два рейса, то первый можно выбрать $7$ способами, а второй уже только $6$ способами. То есть расписание из двух рейсов можно составить $A_7^2 = 7 \cdot 6 = 42$ способами. Аналогично, если в день состоится 3 рейса, то расписание можно составить $A_7^3 = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ способами, а для 4 рейсов в день $- A_7^4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$. Всего получаем $42 + 210 + 840 = 1092$ способа составить расписание.

**Задача 3.** *Сколькими способами можно вручить призы в 5 различных номинациях (в каждой номинации только один приз), если в соревновании участвуют 10 человек?*

**Решение.** Приз в любой из $5$ номинаций может достаться любому из $10$ участников соревнований, то есть количество способов выдать призы в точности равно количеству размещений с повторениями $\overline{A}_{10}^{5} = 10^5 = 100000.$

**Задача 4.** *Сколькими способами можно вручить призы в 5 различных номинациях (в каждой номинации только один приз), если в соревновании участвуют 10 человек, при условии, что каждый участник может получить не более одного приза?*

**Решение.** Приз в первой номинации может достаться любому из $10$ участников соревнований, во второй — любому из $9$ участников (получивший первый приз другие призы получать не может), в третьей — любому из $8$ участников, и т.д. То есть количество способов выдать призы в точности равно количеству размещений без повтореий $A_{10}^5 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240.$

**Задача 5.** *В семье семеро детей: старший — мальчик, дальше — девочка, девочка, мальчик, мальчик, мальчик и младшая — девочка. Сколькими способами родители могут выбрать имена, если они выбирают из 10 мужских и 13 женских имен и хотят, чтобы имена не повторялись?*

**Решение.** Количество способов выбрать имена сыновьям равно количеству размещений без повторений $A_{10}^{4} = \frac{10!}{6!}$, аналогично, количество способов выбрать имена дочерям равно $A_{13}^{3} = \frac{13!}{10!}$. Общее количество способов выбрать имена детям равно $\frac{10!}{6!} \cdot \frac{13!}{10!} = \frac{13!}{6!} = 7 \cdot \ldots \cdot 13 = 8648640.$

**Задача 6.** *Жених и невеста выбирают трехъярусный свадебный торт. На выбор имеются 5 типов ярусов (бисквитный, йогуртовый, чизкейк и т.д.). Сколько различных тортов может предложить кондитер, если бисквитных ярусов может быть не больше двух, а ярусов любого другого типа не больше одного?*

**Решение.** Нужно рассмотреть 3 случая: в торте нет бисквитных ярусов, ровно один бисквитный ярус и ровно два бисквитных яруса.

В первом случае (бисквитный ярус использовать нельзя) количество способов испечь торт равно количеству размещений без повторений $A_{4}^{3} = 24$.

Во втором случае (ровно один бисквитный ярус) нужно сначала разместить для бисквитный ярус, для это всего $3$ варианта, а затем выбрать оставшиеся два яруса из $4$ типов и определить для них места, то есть $A_{4}^{2} = 12$ способов. Всего получаем $3 \cdot 12 = 36$ тортов.

В третьем случае (ровно два бисквитных яруса) нужно выбрать место для "небисвкитного" яруса на любом из $3$ уровней, а затем выбрать тип для этого яруса из оставшихся $4$ типов $A_{4}^{1} = 4$ способами. Всего получаем $3 \cdot 4 = 12$ тортов.

Суммируя результаты для всех трех случаев, получаем $24 + 36 + 12 = 72$ различных торта.

**Задача 7.** *В университете десятибальная система оценок:* $1 - 2 -$ *"неудовлетворительно",* $3 - 4 -$ *"удовлетворительно",* $5 - 7 -$ *"хорошо" и* $8 - 10 -$ *"отлично". Сколькими способами можно поставить оценки 5 студентам, если известно, что экзамен сдали все (т.е. нет неудовлетворительных оценок)?*

**Решение.** Каждый студент может получить любую из $8$ оценок от $3$ до $10$. То есть общее число способов поставить удовлетворительные и более высокие оценки студентам равно количеству размещений с повторениями $\overline{A}_{8}^{5} = 8^{5} = 32768.$

**Задача 8.** *Группа из 4 студентов пришла в столовую. Сколькими способами они могут занять очередь друг за другом, если Маша и Таня хотят стоять рядом, а Коля не хочет быть последним?*

**Решение.** Приведём здесь решение перебором. Другое решение, которое годится и в общем случае написано в решении к следующей задаче.

Пара Маша-Таня занимает либо 1-2, либо 2-3, либо 3-4 места. Это 6 вариантов.

Если пара Маша-Таня занимает 1-2 или 2-3 места, то Коля занимает 3 и 1 место соответственно, а оставшийся студент - 4 место.

Если пара Маша-Таня занимает 3-4 место, то Коля занимает 1 или 2 место. То есть в этом случае вариантов будет 2.

Итого: $2 + 2 + 2 * 2 = 8$ вариантов.

**Задача 9.** *Группа из 8 студентов пришла в столовую. Сколькими способами они могут занять очередь друг за другом, если Маша и Таня хотят стоять рядом, а Коля не хочет быть последним?*

**Решение.** Так как Маша и Таня хотят стоять рядом, то можно считать, что они занимают одно место вдвоём. Соответственно, мест становится $7$, но надо учесть, что девочки могут между собой поменяться местами (Маша-Таня и Таня-Маша). Поэтому количество всех очередей надо будет удвоить.

Коля не хочет быть последним, поэтому для него есть $6$ возможных мест в очереди. Остальные могут занять места $6 \cdot 5 \dots 1 = 6!$ способами.

В итоге получаем, что количество способов занять очередь равно
$2 \cdot 6 \cdot 6! = 8640.$

Mark as completed