



As “primas” da Média

# Aula	7
<input checked="" type="checkbox"/> Preparada	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Revisada	<input checked="" type="checkbox"/>
<input checked="" type="checkbox"/> Lecionada	<input checked="" type="checkbox"/>

▼ A Média a que nos referimos é a Média Aritmética...

Já definimos a média (aritmética) como sendo:

$$\bar{x} = \mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Exemplo: Calcule a média aritmética dos seguintes valores: 4, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 27:

$$\bar{x} = \frac{4 + 18 + 19 + 21 + 22 + 25 + 26 + 27}{8} = 20,25$$

▼ Mas existem outros tipos de média...

▼ ...mais utilizadas:

▼ Média Ponderada

- A Média Ponderada de um conjunto de observações x_1, x_2, \dots, x_n com pesos ou ponderações p_1, p_2, \dots, p_n é definida como:

$$\bar{x}_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_i x_i}{\sum_{i=1}^n p_i} = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

- Exemplo: Suponha que os custos de produção e as quantidades produzidas por três centros de produção A, B e C de uma empresa sejam respectivamente, R\$ 1,20; R\$ 1,60; R\$ 1,05; 500; 200; 90. O custo médio de produção é dado por:

$$\bar{x}_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_i x_i}{\sum_{i=1}^n p_i} = \frac{1,20 \cdot 500 + 1,60 \cdot 200 + 1,05 \cdot 90}{1,20 + 1,60 + 1,05} = 245,46$$

▼ Média Aparada

- A Média Aparada se utiliza da ordenação dos dados que utilizamos com estatísticas de ordem (quantis) e exclui um percentual dos valores extremos, com o objetivo de retirar a influência de valores extremos.
- Assim, a **Média Aparada a um nível t%** de um conjunto de n observações x_1, x_2, \dots, x_n é definida como a média aritmética dos valores ordenados e com as t% observações extremas removidas.
 - Exemplo: Calcule a média aparada a 5% dos seguintes valores:
 - 2, 121, 143, 155, 178, 196, 217, 223, 244, 267, 282, 283, 285, 305, 308, 322, 354, 358, 389, 399, 400, 401, 408, 415, 420, 454, 458, 477, 521, 563, 588, 602, 621, 647, 682, 700, 721, 752, 794, 999
 - Temos 40 valores, se formos aparar 5% iremos retirar os 2 valores mais extremos, o maior e o menor, para então calcularmos a média aritmética dos demais. No caso, iremos retirar o 2 e o 999...

▼ ...menos utilizadas:

▼ Média Geométrica

- A Média Geométrica de um conjunto de n observações x_1, x_2, \dots, x_n é definida como:

$$\bar{x}_g = \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{n}} = (x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n}$$

- **Observação 1:** Repare que este cálculo pode não ter uma solução real se algum(ns) número(s) x_i for(em) negativo(s)...
- **Observação 2:** A média geométrica de um conjunto de números é sempre menor ou igual à média aritmética do mesmo conjunto de números (serão iguais se e somente se todos os números do conjunto forem iguais).
- **Observação 3:**

$$\log \bar{x}_g = \frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n)$$

- Ou seja, o logaritmo da média geométrica é igual à média aritmética dos logaritmos das observações. Assim, esta média é utilizada no cálculo de taxas médias de variação, principalmente em economia.
- Exemplo: Calcule a média geométrica dos seguintes valores: 4, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 27:

$$\bar{x}_g = (4 \times 18 \times 19 \times 21 \times 22 \times 25 \times 26 \times 27)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{4 \times 18 \times 19 \times 21 \times 22 \times 25 \times 26 \times 27}$$

▼ Média Harmônica

- A Média Harmônica de um conjunto de n observações x_1, x_2, \dots, x_n é definida como:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

- **Observação 1:** Esta média é menos afetada por valores discrepantes do as outras variantes de médias.
- **Observação 2:** A média harmônica é sempre menor ou igual à média geométrica (que por sua vez é menor ou igual à média aritmética).
- **Observação 3:** Utilizamos a média harmônica quando estamos tratando de grandezas e observações que sejam inversamente proporcionais, por exemplo, velocidade e tempo.
- Exemplo: Calcule a média harmônica dos seguintes valores: 4, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 27:

$$\bar{x}_h = \frac{8}{\frac{1}{4} + \frac{1}{18} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{25} + \frac{1}{26} + \frac{1}{27}} \cong 14,12$$

▼ Média Quadrática

- A Média Quadrática de um conjunto de n observações x_1, x_2, \dots, x_n é definida como:

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

- **Observação 1:** Esta média é mais afetada por valores discrepantes do as outras variantes de médias.
- **Observação 2:** A média quadrática é sempre maior ou igual à média aritmética.
- **Observação 3:** Utilizamos a média quadrática quando estamos tratando do afastamento médios dos dados em relação à média aritmética.
- Exemplo: Calcule a média quadrática dos seguintes valores: 4, 18, 19, 21, 22, 25, 26, 27:

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{4^2 + 18^2 + 19^2 + 21^2 + 22^2 + 25^2 + 26^2 + 27^2}{8}} \cong 21,38$$

▼ Relações de grandeza entre as variantes da média:

$$\overline{x}_h \leq \overline{x}_g \leq \overline{x} \leq \overline{x}_q$$