

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный технический университет»
Факультет электроники и вычислительной техники
Кафедра «Физика»

Направление 010700.62

ОТЧЁТ

о производственной практике на _____
(наименование предприятия)

Тема: «Моделирование динамики электронного потока в скрещенных
электрическом и магнитном полях»

Руководитель практики от
организации

подпись

И.О.Фамилия

Руководитель практики от
университета

подпись

И.О.Фамилия

Студент гр. Ф-269

подпись

И.О.Фамилия

Отчёт защищён с оценкой _____

«_____» _____ 20__ г.

Аннотация

Целью данной работы является моделирование движения заряженных частиц в скрещенных электрическом и магнитном полях.

В первой части работы рассмотрены основные методы физического описания динамики нерелятивистских электронных потоков – формулировки дальнего действия и ближнего действия.

Во второй части рассмотрены типы вычислительной модели частиц – модели частица-частица, частица-сетка и частица-частица—частица-сетка.

Ключевые слова: нерелятивистский электронный пучок, методы частиц, численное моделирование, скрещенные электрическое и магнитное поля, уравнение Пуассона, закон Кулона, уравнение движения.

Содержание

Введение	4
1 Методы моделирования динамики электронных потоков (нерелятивистский случай)	4
2 Методики расчета полей пространственного заряда	6
2.1 Метод частица-частица	6
2.2 Метод частица-сетка	7
2.3 Метод частица-частица—частица-сетка	9
3 Выводы	9
Список литературы	10

Введение

Изучение процессов управления многими системами связано с моделированием потоков заряженных частиц и электрических полей. Особенно большое практическое значение такие исследования имеют для оптимального управления различными электростатическими устройствами, металлургическими процессами. Моделирование электрических полей дает возможность изучать электрические и магнитные потоки, а также потоки заряженных частиц, что актуально для разработки новых датчиков и СВЧ усилителей.

В современном математическом моделировании все более распространяются алгоритмы, известные под общим названием «методы частиц» [2]. Характерной особенностью этих методов является специальный способ дискретизации, при котором вводится множество дискретных объектов – модельных частиц, рассматриваемых как некоторая сетка подвижных узлов.

Методы частиц применяются к задачам, в которых рассматривается либо эволюция во времени некоторой среды, либо результат такой эволюции (см. работы [2], [3] и ссылки в них).

1 Методы моделирования динамики электронных потоков (нерелятивистский случай)

Самым простым и наиболее легким в реализации методом моделирования динамики электронных потоков является непосредственный расчет внешних сил, действующих на каждую i -частицу в отдельности. Внешние силы, в таком случае, определяются с использованием закона Кулона

$$\vec{F}_{ij} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}^3} \vec{r}_{ij} \quad (1.1)$$

и силы Лоренца

$$\vec{F}_i = e[\vec{v}_i \times \vec{B}_j],$$

или, если расписать магнитную индукцию \vec{B}_j :

$$\vec{F}_i = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 r_{ij}^3} [\vec{v}_i \times (\vec{v}_j \times \vec{r}_{ij})]. \quad (1.2)$$

Вторым методом моделирования динамики электронных потоков является расчет поля потенциальной энергии, из которого, затем, рассчитывается внешняя сила, действующая на i -частицу:

$$\vec{F} = -\nabla\Psi, \quad (1.3)$$

где $\nabla = \{\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\}$ – операция градиента, Ψ – поле потенциальной энергии.

Сила, действующая на частицу i , и ее потенциальная энергия даются соответственно выражениями

$$\vec{F}_i = \vec{F}(x, y, z) \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad \Psi_i = \Psi(x, y, z) \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i}. \quad (1.4)$$

Потенциальное поле связано с распределением источника посредством уравнения поля, например, уравнения Пуассона:

$$\Delta\varphi = -\rho/\epsilon_0, \quad (1.5)$$

где $\Psi_i = e\varphi_i$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, φ – электростатический потенциал, а ρ – плотность заряда.

Формулировки посредством дальнего действия (1.1)–(1.2) и ближнего действия (1.3)–(1.5) эквивалентны, то есть для заданного распределения частиц они задают одни и те же силы. Заданные внешние силы и потенциалы в выражениях дальнего действия заменяются заданными граничными условиями в уравнении поля [1].

Описание физических систем завершается заданием граничных условий и уравнений движения. Граничные условия определяют внешние силы и объем

пространства, в котором движутся частицы (расчетную область). Динамику описывают уравнения движения, например, уравнение движения Ньютона:

$$F_i = \frac{d}{dt}(m_i v_i), \quad \frac{d}{dt} \vec{r}_i = \vec{v}_i. \quad (1.6)$$

2 Методики расчета полей пространственного заряда

Выделяют три основных типа вычислительной модели частиц [1]: модель частица-частица (PP), модель частица-сетка (PM) и модель частица-частица—частица-сетка (P³M). В модели PP используется формулировка закона силы дальнего действия, в модели PM сила рассматривается как полевая величина и аппроксимируется на сетке, модель P³M является гибридной (PP и PM).

2.1 Метод частица-частица

Метод частица-частица является простейшим с вычислительной и понятийной точки зрения. В некоторый момент времени t система описывается набором положений и скоростей частиц $\{x_i(t), y_i(t), z_i(t), v_i(t); i = 1, N_p\}$. Цикл временного шага пересчитывает эти величины, используя формализм дальнего действия (1.1)—(1.2) и уравнения движения (1.6) для получения состояния системы в более поздний момент времени $t + dt$.

Схема цикла временного шага метода PP:

1. Вычислить силы Обнулить накопители сил

for ($i = 0, i < N_p, i++$)

$F_i = 0;$

Накопить силы

```
for (i = 0, i < Np, i++)  
  for (j = i + 1, j < Np, j++)  
  {  
    Fi += Fij;  
    Fj -= Fij;  
  }
```

2. Проинтегрировать уравнения движения

```
for (i = 0, i < Np, i++)  
  {  
    vi += Fi/midt;  
    xi += vixdt;  
    yi += viydt;  
    zi += vizdt;  
  }
```

3. Изменить значение счетчика времени

$t += dt;$

Однако, такая простая схема вычислений используется только в небольшом числе случаев, в основном при количестве частиц $N_p < 10^3$ из-за больших вычислительных затрат. Так, для ЭВМ, выполняющей 10^6 операций в секунду, при $N_p = 10^5$ на один временной шаг потребуются ~ 1 сутки.

2.2 Метод частица-сетка

В методе частица-сетка используется формализм близкодействия и уравнение поля для потенциала (1.3)—(1.5). В результате сила вычисляется гораздо

быстрее, но менее точно, чем при использовании метода РР.

Полевые величины, которые заполняют всю расчетную область, приближенно представляются значениями в регулярно расположенных узлах сетки. Дифференциальные операторы, такие как лапласиан Δ , заменяются конечно-разностными аппроксимациями на этой сетке. Потенциалы и силы в месте положения частицы вычисляются посредством интерполяции по массиву сеточных значений. Сеточные плотности рассчитываются с помощью обратной процедуры раздачи характеристик частицы, в данном случае – заряда, в ближайшие узлы сетки для того, чтобы получить сеточные значения, в данном случае – плотность заряда.

Цикл шага по времени в методе РМ:

1. Задание начального состояния: $\vec{r}_i(0), \vec{v}_i(0)$.
2. Вычисление ρ_k, j_k в узлах сетки.
3. Решение уравнений поля φ_k, d_k .
4. Дифференцирование потенциалов для \vec{E}_k, \vec{B}_k .
5. Интерполяция сил (полей) на частицы \vec{F}_i .
6. Запоминание промежуточной информации и частичная обработка.
7. Решение уравнений движения $t += dt, \{\vec{r}_i(t); \vec{v}_i(t)\}$.

Наиболее принципиальным является этап 2 – раздача заряда. Именно по способу его решения различаются используемые модели. Этап 1 – задание начального состояния – также весьма важен для правильного описания реальной системы.

Этот метод выигрывает по скорости у метода РР: на ЭВМ, выполняющей 10^6 операций в секунду, при $N_p = 10^5$ на один временной шаг требуется всего ~ 4.5 с, когда при использовании метода РР на один шаг требовались сутки. Однако

этот огромный выигрыш в скорости достигается ценой потери разрешения в поле потенциала и силы. Поля потенциала и силы одиночного точечного заряда на расстояниях, меньших шага сетки H , представляются неточно.

2.3 Метод частица-частица—частица-сетка

Метод Р³М сочетает в себе точность РР и скорость вычислений РМ. В нем действующие между частицами силы расщепляются на две части:

$$\vec{F}_{ij} = \vec{F}_{ij}^m + \vec{F}_{ij}^k,$$

где \vec{F}_{ij}^m – сила, действующая со стороны усредненного поля, определенного по методу РМ на сетке, а \vec{F}_{ij}^k – короткодействующая быстроменяющаяся сила, определяемая по РР методу, но только от ближайших частиц на нескольких межчастичных расстояниях.

3 Выводы

Удобнее всего моделировать динамику электронного потока методом частица-частица—частица-сетка: он соединяет в себе и достаточно большую точность вычислений метода РР, и быстроту вычислений метода РМ. Минусом последних методов является громоздкость выражения аппроксимации потенциала — численного решения уравнения Пуассона в трехмерном пространстве.

Список литературы

1. **Хокни, Р.** Численное моделирование методом частиц: Пер. с англ. [Текст]. / Хокни Р., Иствуд Дж.– М. Мир, 1987. – 640 с.
2. **Leonard A.** Vortex methods for flow simulation [Текст]. / Leonard A. – J. Comp. Phys., 1980. – с. 289-335
3. **Григорьев, Ю.Н.** Численное моделирование методами частиц-в-ячейках [Текст]. / Ю.Н. Григорьев, В.А. Вшивков, М.П. Федорук – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2004. – 360с.