

Nesse texto vamos explicar a mecanização da prova de que o tamanho da concatenação de duas listas é igual a soma do tamanho de cada lista individual no PVS. Para isso, é necessário se ter noção de como foram implementadas a estrutura da lista e as funções `length` e `append`. Então, queremos provar o

```
mylist[T: TYPE]: DATATYPE
BEGIN
  null: null?
  cons(car: T, cdr: mylist): notnull?
END mylist

length(l): RECURSIVE nat =
  CASES l OF
    null: 0,
    cons(car, cdr): 1 + length(cdr)
  ENDCASES
  MEASURE reduce_nat(0, (LAMBDA (x: T), (n: nat): n + 1))

append(l1, l2): RECURSIVE mylist[T] =
  CASES l1 OF
    null: l2,
    cons(car, cdr): cons(car, append(cdr, l2))
  ENDCASES
  MEASURE length(l1) + 1
```

seguinte lema: Para provar ele, vamos utilizar indução na lista `l1`.

```
length_append: LEMMA length(l1) + length(l2) = length(append(l1,l2))
```

## 1 Base de indução:

Como Base de indução, temos que provar a propriedade que queremos no caso em que `l1` é uma lista vazia. Esse caso é trivial tendo em vista a definição recursiva de `append` que faz com que a concatenação de uma lista vazia com `l2` seja a própria lista `l2`, e também o fato do tamanho da lista(`null`) ser zero por definição.

## 2 Passo de indução:

Como passo de indução, temos que provar que dado essa propriedade valha para uma lista `l1` qualquer, isso implica que a mesma propriedade vale para a união de um elemento qualquer com essa lista

$$\begin{aligned} length(l1) + length(l2) &= length(append(l1, l2)) \rightarrow length(cons(cons1\_var, l1)) + \\ length(l2) &= length(append(cons(cons1\_var, l1), l2)) \end{aligned}$$

Pela definição de `append`, temos que `append(cons(cons1_var, l1), l2) = cons(cons1_var, append(l1, l2))`. pela definição de `length`, temos que `length(cons(cons1_var, append(l1, l2)))` é igual a `1 + length(append(l1, l2))`. Por hipótese de indução,

temos que o tamanho do append de  $l1$  e  $l2$  é a soma do tamanho de cada uma, e como o tamanho da lista  $\text{cons}(\text{cons1\_var}, l1)$  é  $1 +$  o tamanho de  $l1$ , provamos nosso passo de indução, provando assim que para toda lista  $l1$  e  $l2$ , o tamanho da concatenação das duas listas é a soma do tamanho de cada lista separada