

Homework - Phân tích độ phức tạp thuật toán đệ quy

Group 2 - Hoàng Long, Cẩm Nguyên

October 2023

1 Bài 1

- a) $T(n) = 3 * T(n-1)$
 $= 3 * 3 * T(n-2) = 3 * 3 * 3 * T(n-3)$
 $= 3^x * T(n-x)$
Với $x = n-1$, $T(n) = 3^{n-1} * T(1) = 3^{n-1} * 4$
Độ phức tạp thuật toán là $O(3^{n-1} * 4)$, áp dụng quy tắc bỏ hằng số, độ phức tạp là $O(3^{n-1})$

- b) $T(n) = 2 * T(\frac{n}{2}) + \frac{n}{2}$
 $= 2^2 * T(\frac{n}{4}) + 2 * \frac{n}{2}$
 $= 2^3 * T(\frac{n}{8}) + \frac{n}{4} + \frac{n}{2} + \frac{n}{2}$
 $= 2^x * T(\frac{n}{2^x}) + n * (\frac{1}{2^0} + \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{x-1}})$
 $= 2^x * T(\frac{n}{2^x}) + n * (2 - \frac{1}{2^x})$
Với $x = \log_2(n)$, $T(n) = 2^{\log_2(n)} * T(1) + n * (2 - \frac{1}{2^{\log_2(n)}}) = n + n * (2 - \frac{1}{n}) =$
 $n + 2 * n - n = 2 * n$
Độ phức tạp thuật toán là $O(2n)$, áp dụng quy tắc bỏ hằng số, độ phức tạp là $O(n)$

- c) Áp dụng định lí Master, $T(n)$ có $a = 7$ và $b^d = 4^2 = 16$, $a < b^d$ nên độ phức tạp là $O(n^d) = O(n^2)$

2 Bài 2

- a) Đây là thuật toán tìm kiếm nhị phân - Binary Search
b) Phần cơ sở:

```

if left > right:
    return -1
mid = (left + right) // 2
if b[mid] == val:
    return mid

```

Phần đệ quy:

```

elif b[mid] > val:
    return Search(val, left, mid - 1)
else:
    return Search(val, mid + 1, right)

```

3 Bài 3

- a) Gọi $F(n)$ là thời gian in n tờ giấy:

$$F(n) = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ 2, & n = 2 \\ F(n-2) + 2, & \text{các trường hợp khác} \end{cases}$$

Gọi $T(n)$ là số lần thực hiện phép toán cơ bản:

$$T(n) = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ 0, & n = 2 \\ T(n-2) + 1, & \text{các trường hợp khác} \end{cases}$$

- b) Thuật toán trên không cho ra thời gian tối ưu để in n tờ giấy trên 2 máy in. Xét $n = 3$, theo thuật toán thì sẽ in hai mặt của hai tờ bất kì trước (mất 2 giây), sau đó in hai mặt của tờ còn lại (mất 2 giây), tổng 4 giây. Trong khi ta có cách tối ưu hơn, ta in một mặt của tờ (1) và (2), sau đó in mặt còn lại của tờ (1) và một mặt của tờ (3), tiếp theo in mặt còn lại của tờ (2) và mặt còn lại của tờ (3). Với cách này ta chỉ mất 3 giây.

- c) Thuật toán đệ quy in ra thời gian ngắn nhất để in n tờ giấy trên 2 máy in:

Gọi $F(n)$ là thời gian ngắn nhất để in n tờ giấy

$$F(n) = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ 2, & n = 2 \\ F(n-2) + 2, & n \text{ là số chẵn} \\ F(n-1) + 1, & n \text{ là số lẻ} \end{cases}$$