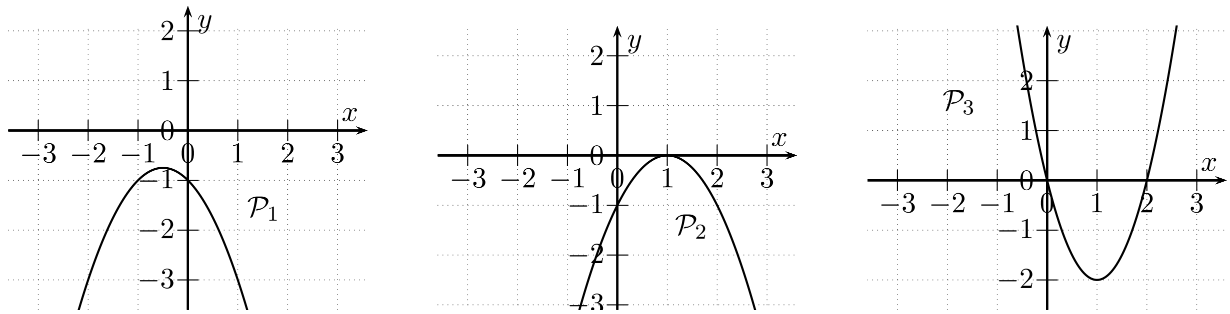
Devoirs surveillés de spé Maths en 1re

Année 2019-2020

Devoir n°1 : second degré . . . 2
Corrigé du devoir n°1 . . . 3
Devoir n°2 : probabilités conditionnelles . . . 6
Correction du devoir n°2 . . . 7
Devoir n°3 : probabilités et nombre dérivé . . . 9
Corrigé du devoir n°3 . . . 11
Devoir n°4 : suite arithmétiques . . . 13
Devoir surveillé n°5 : trigonométrie et suites . . . 14
Correction du devoir surveillé n°5 . . . 16
Devoir surveillé n°6 : suite seulement . . . 18
Correction du devoir n°6 . . . 19
Devoir n°7 : probabilités et suites . . . 20
Correction du devoir n°7 . . . 22
Devoir n°8 : variables aléatoires . . . 25

Exercice 1. **/1.5**

Les courbes $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ des figures ci-dessous sont des paraboles, représentatives de fonctions trinômes f_1, f_2 et f_3 du type $f(x) = ax^2 + bx + c$, de discriminant Δ.
Sans justifier, pour chacune de ces trois fonctions, préciser, sur votre copie, le signe de a et le signe de Δ.



Exercice 2. **/3.5**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. **a.** Démontrer que pour tout réel x, $f(x) = 4(x+1)^2 - 1$.
   b. Quel nom donne-t-on à cette forme de f ?
2. Dresser, en le justifiant, le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.
3. On sait que $f(-21) = 1599$. Donner, en justifiant la réponse, l'image de 19 par la fonction f.

Exercice 3. **/3**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $9x^2 + 8x = 0$
2. $5,3x^2 + 4,7x - 10 = 0$
3. $\dfrac{1}{25}x^2 + 4x + 100 = 0$

Exercice 4. **/5**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $-x^2 - 11x \leqslant 30$
2. $\dfrac{1}{4}x^2 + 3x \leqslant -9$
3. $-\dfrac{1}{2}x^2 + x - 1 < 0$

Exercice 5. **/7**

1. Soit N la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$N(t) = -5t^2 + 50t + 1\ 000$$
   a. Dresser le tableau de variation de la fonction N sur $\mathbb{R}$. En déduire le maximum de la fonction N.
   b. Établir le tableau de signes de $N(t)$. En déduire les solutions de l'inéquation $N(t) \geqslant 0$.
2. Des biologistes étudient l'impact d'un bactéricide sur une culture de bactéries. Ils estiment que le nombre de bactéries présentes dans la culture en fonction du temps (en min) est donné par :
$$N(t) = -5t^2 + 50t + 1\ 000.$$
   Utiliser les résultats des questions précédentes pour répondre aux suivantes :
   a. Quel est le nombre maximal de bactéries observables ?
   b. Combien de temps faut-il pour tuer l'ensemble des bactéries ?

Exercice 1.

- $\mathcal{P}_1$ est une parabole dont les « bras » sont orientés vers le bas donc $a < 0$. De plus, cette parabole ne rencontre **jamais** l'axe des abscisses donc $\Delta < 0$.

- $\mathcal{P}_2$ est une parabole dont les « bras » sont orientés vers le bas donc $a < 0$. De plus, cette parabole rencontre l'axe des abscisses **une seule fois** donc $\Delta = 0$.

- $\mathcal{P}_3$ est une parabole dont les « bras » sont orientés vers le haut donc $a > 0$. De plus, cette parabole rencontre l'axe des abscisses **deux fois** donc $\Delta > 0$.

Exercice 2.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2 + 8x + 3$ et on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. **a.** Pour tout réel x,

$$\begin{aligned} 4(x+1)^2 - 1 &= 4(x^2 + 2x + 1) - 1 \\ &= 4x^2 + 8x + 4 - 1 \\ &= 4x^2 + 8x + 3 \\ &= f(x) \end{aligned}$$

b. Cette forme de f se nomme la forme canonique.

2. Utilisons la question précédente. On a $a = 4$ donc $a > 0$. De plus, $\alpha = -1$ et $\beta = -1$: on peut donc dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$:

t	$-\infty$	-1	$+\infty$
Variations de f	$\searrow$	-1	$\nearrow$

3. La courbe représentative de la fonction f est une parabole ayant pour axe de symétrie la droite d'équation $x = -1$. Or $f(-21) = 1599$ et l'écart entre -21 et -1 est égale à 20. Cet écart étant le même entre -1 et 19, on a donc $f(19) = f(-21) = 1599$.

Exercice 3.

1. $9x^2 + 8x = 0 \Longleftrightarrow x(9x+8) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -\dfrac{8}{9}$ d'où : $\boxed{S = \left\{-\dfrac{8}{9}\,;\,0\right\}}$

2. $(a\,;\,b;\,c) = (5,3\,;\,4,7\,;\,-10)$ donc $a+b+c = 0$ et $x_1 = 1$ est solution de l'équation $5,3x^2 + 4,7x - 10 = 0$. Par ailleurs, $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$ donc $x_2 = -\dfrac{10}{5,3} = -\dfrac{100}{53}$ donc : $\boxed{S = \left\{-\dfrac{100}{53}\,;\,1\right\}}$

3. $(a\,;\,b;\,c) = \left(\dfrac{1}{25}\,;\,4\,;\,100\right)$ et $\Delta = 0$ donc l'équation a une unique solution réelle qui est $x_0 = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-4}{\frac{2}{25}} = -50$ donc : $\boxed{S = \{-50\}}$

Exercice 4.

1. $-x^2 - 11x \leqslant 30 \Longleftrightarrow -x^2 - 11x - 30 \leqslant 0$. On a $(a\,;\, b;\, c) = (-1\,;\, -11\,;\, -30)$ et $\Delta = b^2 - 4ac = (-11)^2 - 4 \times (-1) \times (-30) = 1$ donc $\Delta > 0$ ce qui prouve que le trinôme $-x^2 - 11x - 30$ a deux racines réelles qui sont $x_1 = -5$ et $x_2 = -6$. On dresse le tableau de signes de ce trinôme sachant que $a < 0$:

x	$-\infty$		-6		-5		$+\infty$
signe de $-x^2 - 11x - 30$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Conclusion : $\boxed{S =]-\infty\ -6] \cup [-5\ +\infty[}$

2. $\dfrac{1}{4}x^2 + 3x \leqslant -9 \Longleftrightarrow \dfrac{1}{4}x^2 + 3x + 9 \leqslant 0$. On a $\Delta = 0$ donc le trinôme $\dfrac{1}{4}x^2 + 3x + 9$ a une unique racine qui est $x_0 = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-3}{\frac{2}{4}} = -6$. On dresse le tableau de signe de $f(x)$ sachant que $a > 0$:

x	$-\infty$		-6		$+\infty$
signe de $\dfrac{1}{4}x^2 + 3x + 9$		$+$	0	$+$	

On en déduit que $\boxed{S = \{-6\}}$

3. On a $\Delta = -1 < 0$ donc le trinôme $-\dfrac{1}{2}x^2 + x - 1$ n'a pas de racine réelle. On dresse tout de même le tableau de signe de notre trinôme avec le fait que $a < 0$:

x	$-\infty$		$+\infty$
signe de $-\dfrac{1}{2}x^2 + x - 1$		$-$	

On en déduit que $\boxed{S = \mathbb{R}}$

Exercice 5.

1. a. L'abscisse du sommet est $t = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{-50}{2 \times (-5)} = 5$.

Son ordonnée est alors $N(5) = -5 \times 5^2 + 50 \times 5 + 1\ 000 = -125 + 250 + 1\ 000 = 1\ 125$.

De plus, $a = -5 < 0$ donc les branches sont orientées vers le bas.

On obtient alors le tableau de variations suivant :

t	$-\infty$		5		$+\infty$
variations de N		$\nearrow$	$1\ 125$	$\searrow$	

b. Pour établir le tableau de signes, nous devons déterminer les racines de N.

On calcule alors $\Delta = b^2 - 4ac = 50^2 - 4 \times (-5) \times 1\ 000 = 2\ 500 + 20\ 000 = 22\ 500 = 150^2 > 0$.

Il y a donc deux racines, $t_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-50 - \sqrt{150^2}}{2 \times (-5)} = \dfrac{-50 - 150}{-10} = 20$

et $t_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-50 + 150}{-10} = -10$.

De plus, $a = -5 < 0$, donc le tableau de signes est le suivant :

t	$-\infty$		-10		20		$+\infty$
signe de $N(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Les solutions de l'inéquation $N(t) \geqslant 0$ sont alors : $\mathcal{S} = [-10\,;\,20]$.

2. a. D'après le tableau de variations, le nombre maximal de bactéries observables est 1 125.

b. Il n'y a plus de bactérie au temps t pour lequel $N(t) = 0$. Or les racines de N sont -10 et 20, et nous cherchons une valeur positive. Donc il faut 20 minutes pour tuer l'ensemble des bactéries.

Exercice 1. **8 points**

Dans une usine, on utilise deux machines A et B pour fabriquer des pièces. La machine A assure 40% de la production et la machine B en assure 60%. On estime que 10% des pièces issues de la machine A ont un défaut et que 9% des pièces issues de la machine B ont un défaut.
On choisit une pièce au hasard et on considère les événements suivants :

A **:** « La pièce est produite par la machine A »

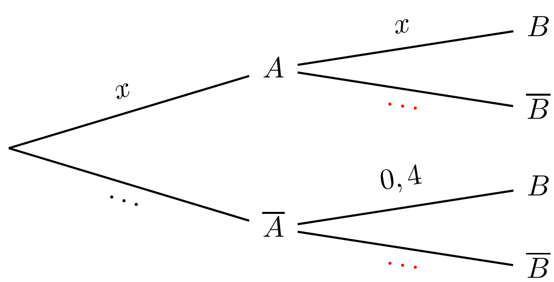
B **:** « La pièce est produite par la machine B »

D **:** « La pièce a un défaut »

1. Traduire la situation à l'aide d'un arbre pondéré. **..../2**
2. Calculer la probabilité que la pièce choisie présente un défaut et ait été fabriquée par la machine A. **..../1**
3. Démontrer que la probabilité $\mathbb{P}(D)$ de l'événement D est égale à $0,094$. **..../2**
4. On constate que la pièce choisie a un défaut.
Quelle est la probabilité que cette pièce provienne de la machine A ? **..../2**
5. Soit C un événement indépendant de D. On observe que $\mathbb{P}(C \cap D) = 0,02$.
Quelle est la probabilité de C ? **..../1**

Exercice 2. **6 points**

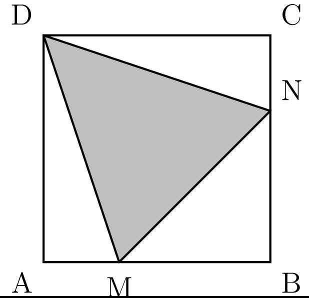
On considère l'arbre de probabilités suivant où x est une inconnue réelle.



1. Compléter l'arbre précédent. **..../1**
2. Démontrer que $\mathbb{P}(B) = x^2 - 0,4x + 0,4$. **..../3**
3. Sachant que $\mathbb{P}(B) = 0,61$, déterminer la ou les valeurs possibles de x. **..../2**

Exercice 3. **6 points**

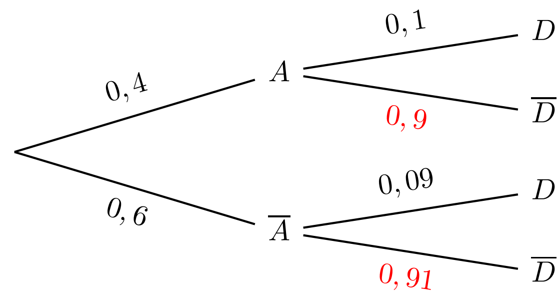
Soit ABCD un carré de côté 10 et x un réel. On construit le point M du segment [AB] tel que AM $= x$ et le point N du segment [BC] tel que BN $= 2x$.



1. À quel intervalle, que l'on notera I, appartient x ? *Aucune justification n'est attendue.* **..../1**
2. *Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en considération dans l'évaluation.*
Déterminer la position de M sur le segment [AB] pour que l'aire du triangle DMN soit minimale. **..../5**

Exercice 1.

1. Voici une modélisation de la situation avec un arbre pondéré :



2. On cherche $\mathbb{P}(A \cap D)$. Or $\mathbb{P}(A \cap D) = \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(D)$ donc $\mathbb{P}(A \cap D) = 0,4 \times 0,1 = 0{,}04$.

   Conclusion : la probabilité que la pièce choisie présente un défaut et ait été fabriquée par la machine A est égale à $0,04$.

3. A et B forment une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales, on peut écrire :

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(D) &= \mathbb{P}(A \cap D) + \mathbb{P}\left(\overline{A} \cap D\right) \\
&= \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(D) + \mathbb{P}\left(\overline{A}\right) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(D) \\
&= 0,04 + 0,6 \times 0,09 \\
&= 0,094
\end{aligned}$$

   Conclusion : la probabilité que la pièce choisie présente un défaut est bien égale à $0,094$.

4. On cherche $\mathbb{P}_D(A)$. Or : $\mathbb{P}_D(A) = \dfrac{\mathbb{P}(A \cap D)}{\mathbb{P}(D)}$ donc $\mathbb{P}_D(A) = \dfrac{0{,}04}{0{,}094} = \dfrac{20}{47}$.

   Conclusion : sachant que la pièce est défectueuse, la probabilité qu'elle ait été fabriquée par la machine A est égale à $\dfrac{20}{47}$.

5. C et D sont indépendants donc : $\mathbb{P}(C \cap D) = \mathbb{P}(C) \times \mathbb{P}(D)$. On a donc $\mathbb{P}(C) = \dfrac{\mathbb{P}(C \cap D)}{\mathbb{P}(D)} = \dfrac{0,02}{0,094}$ soit

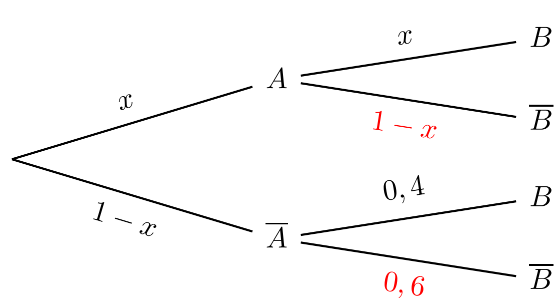
$$\mathbb{P}(C) = \frac{10}{47}$$

   .

Exercice 2.

On considère l'arbre de probabilités suivant où x est une inconnue réelle.

1. Voici l'arbre complété :



2. A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(B) &= \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}\left(\overline{A} \cap B\right)\\ &= \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}_A(B) + \mathbb{P}\left(\overline{A}\right) \times \mathbb{P}_{\overline{A}}(B)\\ &= x \times x + 0,4(1-x)\\ &= x^2 - 0,4x + 0,4\end{aligned}$$

3. $\mathbb{P}(B) = 0,61 \iff x^2 - 0,4x + 0,4 = 0,61 \iff x^2 - 0,4x - 0,21 = 0.$

$(a\,;\, b;\, c) = (1\,;\, -0,4\,;\, -0,21)$ et $\Delta = 1$ donc l'équation a deux solutions réelles distinctes que je vous laisse vérifier : $x_1 = 0,7$ et $x_2 = -0,3$. Or x désigne une probabilité donc $0 \leqslant x \leqslant 1$ donc $\boxed{x = 0,7}$.

Exercice 3.

1. On doit avoir $0 \leqslant 2x \leqslant 10$ donc $0 \leqslant x \leqslant 5$ d'où $I = [0\,;\, 5]$.

2. On commence par calculer l'aire du triangle DMN.

- $\mathscr{A}_{\text{ABCD}} = 10 \times 10 = 100$ u.a.
- $\mathscr{A}_{\text{AMD}} = \dfrac{10 \times x}{2} = 5x$ u.a.
- $\mathscr{A}_{\text{MBN}} = \dfrac{(10-x) \times 2x}{2} = -x^2 + 10x$ u.a.
- $\mathscr{A}_{\text{DCN}} = \dfrac{10 \times (10-2x)}{2} = -10x + 50$ u.a.
- $\mathscr{A}_{\text{DMN}} = 100 - 5x - (-x^2 + 10x - 10x + 50) = x^2 - 5x + 50$ u.a.

3. On a $\alpha = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{5}{2}$ et $a > 0$, on en déduit le tableau de variation de $\mathscr{A}_{\text{DMN}}$ sur $I = [0\,;\, 5]$:

x	0	$\frac{5}{2}$	5
variations de $\mathscr{A}_{\text{DMN}}$	$\searrow$		$\nearrow$

$\mathscr{A}_{\text{DMN}}$ est minimale lorsque le point M est situé sur le segment [AN] à une longueur de $2,5$ de celle de A.

Exercice 1. **5 points**

Dans un supermarché, on réalise une étude sur la vente de bouteilles de jus de fruits sur une période d'un mois.

- 40 % des bouteilles vendues sont des bouteilles de jus d'orange ;
- 25 % des bouteilles de jus d'orange vendues possèdent l'appellation « pur jus ».

Parmi les bouteilles qui ne sont pas de jus d'orange, la proportion des bouteilles de « pur jus » est notée x, où x est un réel de l'intervalle $[0\,;\,1]$.
Par ailleurs, 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus ».
On prélève au hasard une bouteille de jus de fruits passée en caisse. On définit les évènements suivants :
R : la bouteille prélevée est une bouteille de jus d'orange ;
J : la bouteille prélevée est une bouteille de « pur jus ».

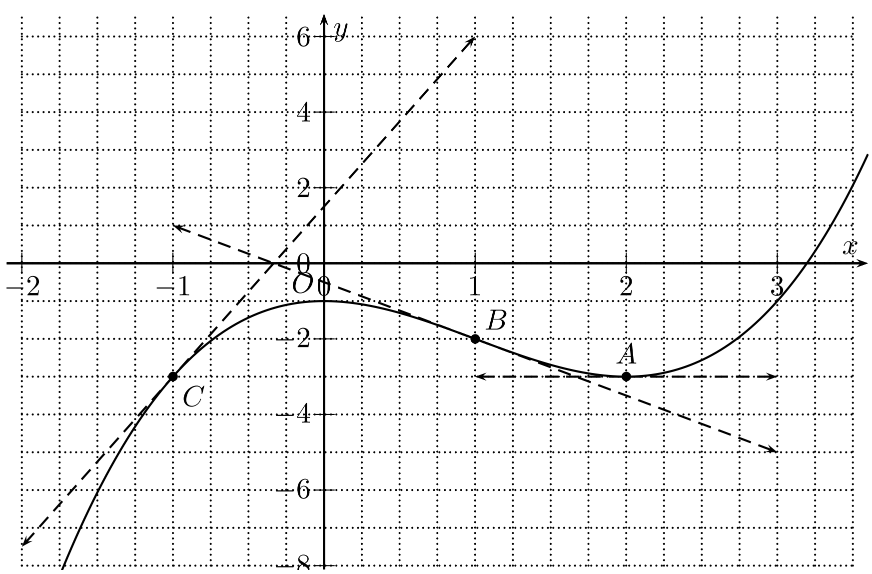
1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Déterminer la valeur exacte de x.

3. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ».
Calculer la probabilité que ce soit une bouteille de jus d'orange.

Exercice 2. **4 points**

On donne sur la figure ci-dessous la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f. Sont aussi tracées les droites tangentes à la courbe aux points A, B et C.



Avec la précision permise par le graphique :

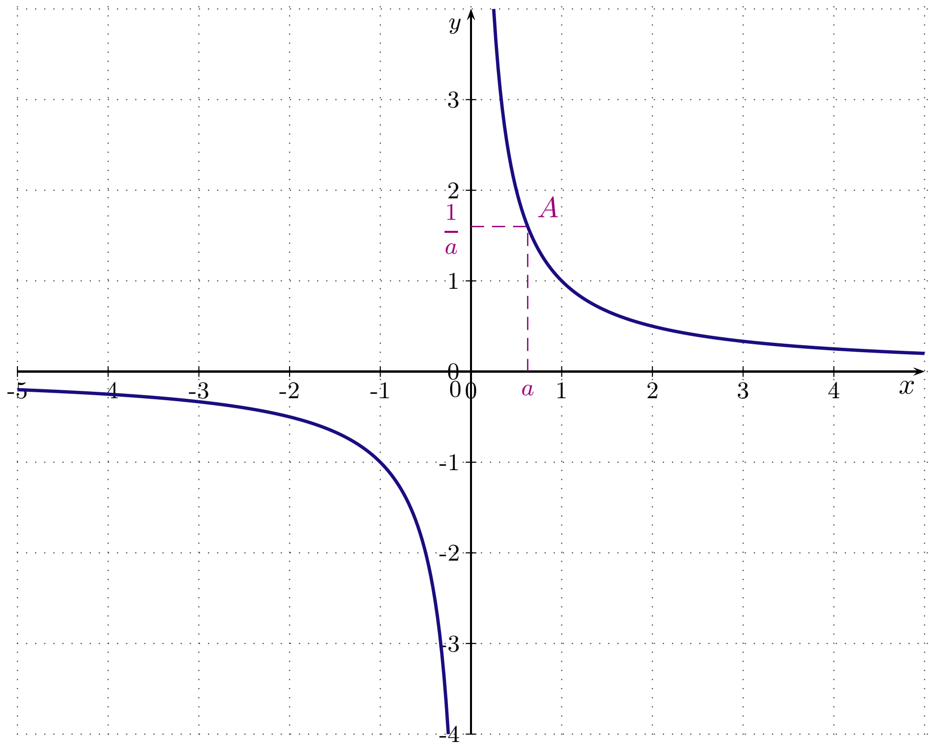
1. Donner, sans justifier, par lecture graphique $f(-1)$, $f(1)$ et $f(2)$

2. Donner, en justifiant, par lecture graphique $f'(-1)$, $f'(1)$ et $f'(2)$

3. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1.

Exercice 3. **7 points**

On considère la fonction inverse f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ dont on donne la courbe représentative $\mathscr{H}$ ci-dessous :



1. Soit a un réel non nul. On se propose d'établir l'équation de la tangente à $\mathscr{H}$ au point A d'abscisse a. On rappelle que le taux de variation de f entre a et $a+h$ pour tout réel h non nul est donné par :

$$\tau(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

a. Démontrer que $\tau(h) = -\dfrac{1}{a(a+h)}$.

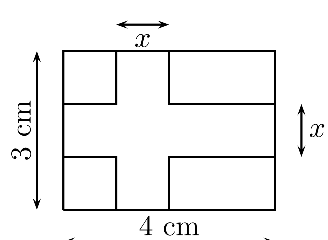
b. Calculer $\lim\limits_{h \to 0} \tau(h)$. En déduire que f est dérivable en a et préciser la valeur de $f'(a)$.

2. a. Soit A un point de $\mathscr{H}$ d'abscisse a non nulle.
Démontrer que la tangente à $\mathscr{H}$ au point d'abscisse a a pour équation $y = -\dfrac{1}{a^2}x + \dfrac{2}{a}$.

b. Proposer alors une construction simple de la tangente à $\mathscr{H}$ en un point A d'abscisse a non nulle et réaliser cette construction sur le graphique donné ci-dessus.

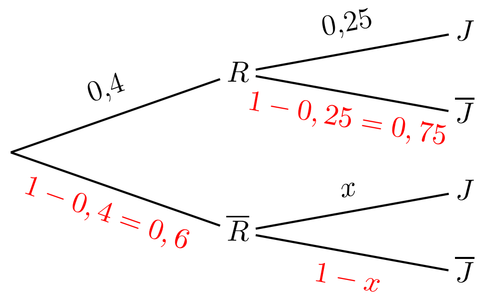
Exercice 4. **4 points**

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?



Exercice 1.

1. On représente cette situation à l'aide d'un arbre pondéré :



2. On sait que 20 % des bouteilles de jus de fruits vendues possèdent l'appellation « pur jus » donc $\mathbb{P}(J)=0,2$. Par ailleurs, R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers, d'après la formule des probabilités totales :
$\mathbb{P}(J)=\mathbb{P}(R\cap J)+\mathbb{P}\left(\overline{R}\cap J\right)=\mathbb{P}(R)\times\mathbb{P}_R(J)+\mathbb{P}\left(\overline{R}\right)\times\mathbb{P}_{\overline{R}}(J)=0,4\times0,25+0,6\times x=0,1+0,6x$

$$\left.\begin{array}{rcl}\mathbb{P}(J)&=&0,2\\ \mathbb{P}(J)&=&0,1+0,6x\end{array}\right\}\implies 0,2=0,1+0,6x\iff x=\frac{1}{6}$$

3. Une bouteille passée en caisse et prélevée au hasard est une bouteille de « pur jus ».
C'est une bouteille de jus d'orange avec la probabilité $\mathbb{P}_J(R)=\dfrac{\mathbb{P}(R\cap J)}{\mathbb{P}(J)}=\dfrac{0,1}{0,2}=\dfrac{1}{2}$

Exercice 2.

1. On a directement $f(-1)=-3$, $f(1)=-2$ et $f(2)=-3$.

2. Graphiquement $f'(a)$ désigne le coefficient directeur de la tangente (T_a) à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse a. Ainsi,

- $f'(-1)=\dfrac{\Delta_y}{\Delta_x}=\dfrac{9}{2}$
- $f'(1)=\dfrac{\Delta_y}{\Delta_x}=-\dfrac{3}{2}$
- $f'(2)=\dfrac{\Delta_y}{\Delta_x}=0$

3. On a $(T_{-1})\ :\ y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$ or $f'(-1)=\dfrac{9}{2}$ et $f(-1)=-3$ donc $y=\dfrac{9}{2}(x+1)-3$ soit $y=\dfrac{9}{2}x+\dfrac{9}{2}-\dfrac{6}{2}$ c'est-à-dire :

$$\boxed{(T_{-1})\ :\ y=\frac{9}{2}x+\frac{3}{2}}$$

Exercice 3.

1. a. Pour tout réel h non nul,

$$\begin{aligned}\tau(h)&=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\\&=\frac{\frac{1}{a+h}-\frac{1}{a}}{h}\\&=\frac{\frac{a-(a+h)}{a(a+h)}}{h}\\&=\frac{-1}{a(a+h)}\end{aligned}$$

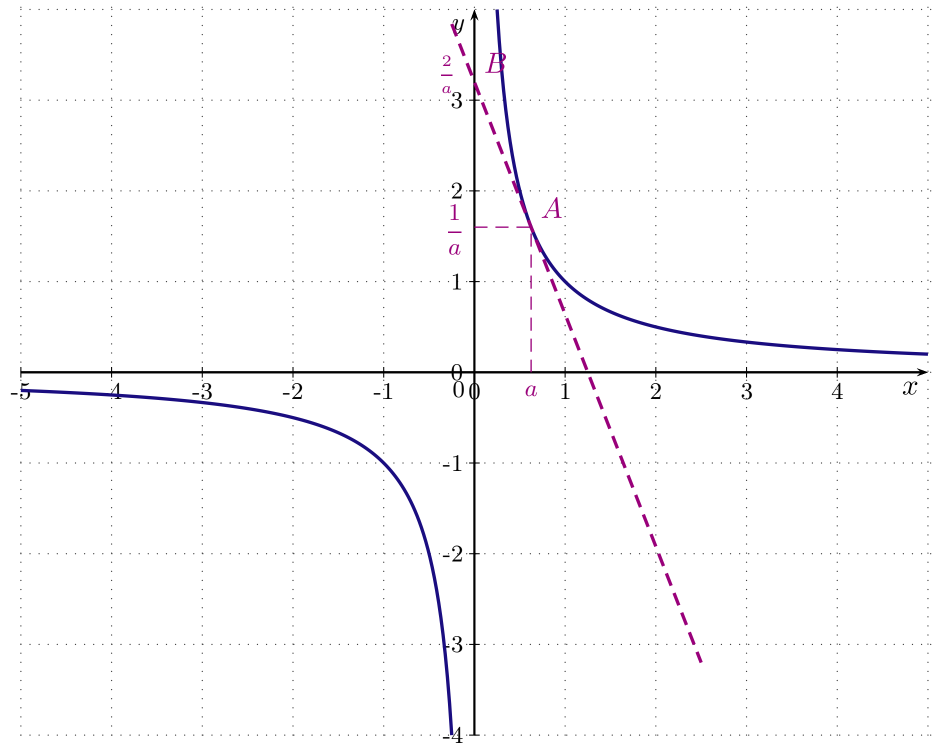
b. $\lim\limits_{h\to 0}\tau(h) = \lim\limits_{h\to 0}\dfrac{-1}{a(a+h)} = -\dfrac{1}{a^2}$ qui est une limite finie ce qui prouve que f est dérivable en a et que $f'(a) = -\dfrac{1}{a^2}$.

2. **a.** On a $(T_a)\ :\ y = f'(a)(x-a)+f(a)$. Or $f'(a) = -\dfrac{1}{a^2}$ et $f(a) = \dfrac{1}{a}$ donc

$y = -\dfrac{1}{a^2}(x-a)+\dfrac{1}{a} = -\dfrac{1}{a^2}x+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a}$ soit :

$$\boxed{(T_a)\ :\ y = -\frac{1}{a^2}x+\frac{2}{a}}$$

b. (T_a) passe par le point A et a pour ordonnée à l'origine $\dfrac{2}{a}$ soit le double de $\dfrac{1}{a}$. Avec le compas, on prend l'écart de $\dfrac{1}{a}$ qui correspond à l'ordonnée du point A et on reporte cet écart deux fois à partir de l'origine du repère sur l'axe des ordonnées (vers le haut) et on obtient un point B : on trace alors la droite (AB) qui est la tangente à $\mathscr{H}$ au point d'abscisse a.



Exercice 4.

Pour que l'aire de la croix soit égale à l'aire restante du drapeau, il faut que l'aire de la croix soit égale à la moitié de celle de l'aire totale du rectangle soit de 6 cm^2.

Or l'aire de la croix peut se calculer en faisant la somme des aires de deux rectangles : l'un de largeur x cm et de longueur 3 cm (aire donc de $3x$ cm^2), l'autre de longueur 4 cm et de largeur x cm (aire donc de $4x$ cm^2). Néanmoins, il faut retrancher à cette aire le carré de côté x comptabilisée deux fois. $\mathscr{A}_{\text{croix}} = 7x - x^2$ avec $x \in [0\,;\,3]$.

$\mathscr{A}_{\text{croix}} = 6 \iff -x^2+7x-6 = 0$ dont $x_1 = 1$ est solution évidente car $a+b+c=0$ et $x_1x_2 = \dfrac{c}{a} = 6$ d'où $x = 6$ mais cette solution est impossible dans la mesure où $x \in [0\,;\ 1]$ donc la seule possibilité est $\boxed{x=1}$.

Exercice 1. **3 points**

On considère la suite arithmétique (u_n) dont chaque terme s'obtient grâce au programme suivant :

```
def suite(n):
    u=5
    for k in range(1,n+1):
        u=u+7
    return u
```

1. Préciser le premier terme u_0 et la raison r de la suite (u_n).

2. En déduire l'expression explicite de u_n.

3. En résolvant une inéquation, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 2\,019$.

Exercice 2. **3 points**

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \in \mathbb{N}^*$ par : $\begin{cases} u_1 & = & 8 \\ u_{n+1} & = & u_n - 5 \end{cases}$

1. Démontrer que la suite (u_n) est arithmétique. Préciser sa raison et son premier terme.

2. Déterminer l'expression explicite de u_n en fonction de n.

3. En déduire u_{365}.

Exercice 3. **2 points**

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 3n^2 - 7n + 5$.
La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Justifier.

Exercice 4. **2 points**

Soit a un réel et la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

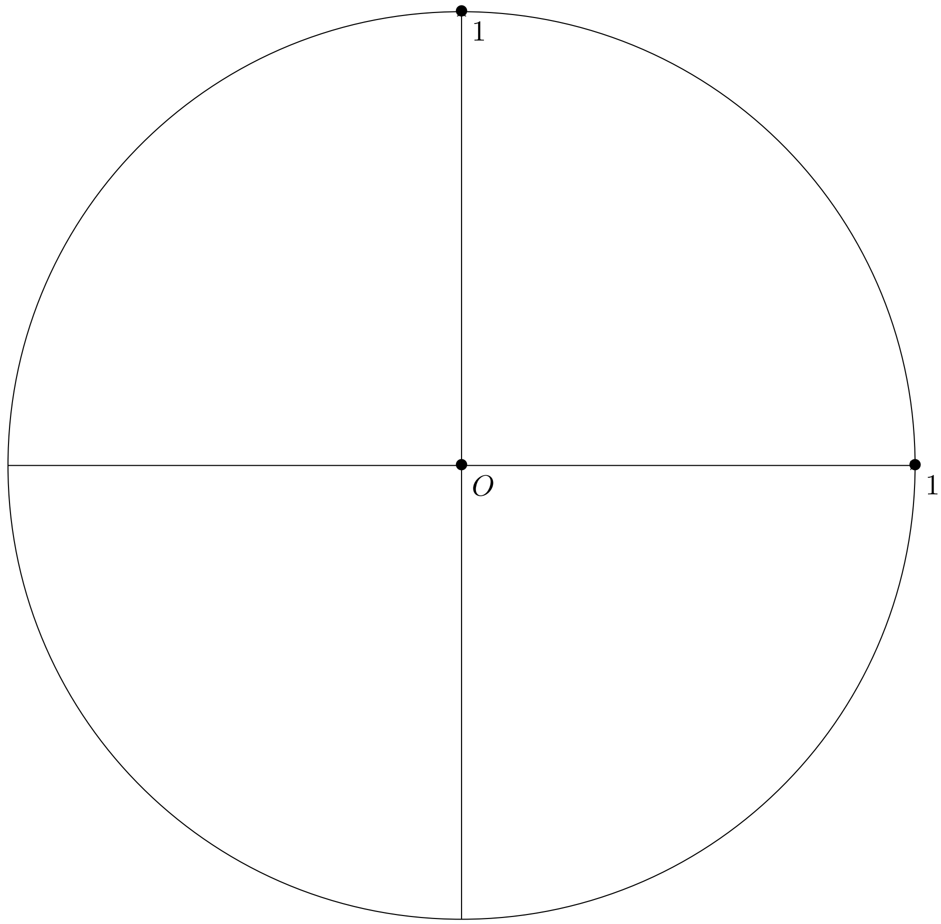
$$\begin{cases} u_0 & = & a \\ 3u_{n+1} - u_n & = & 2u_n - 2 \end{cases}$$

Exprimer u_{2019} en fonction de a.

Exercice 1. **3 points**

Placer sur le cercle trigonométrique ci-dessous avec le compas les points ayant pour image :

1. $\dfrac{7\pi}{3}$ **2.** $-\dfrac{11\pi}{6}$ **3.** $\dfrac{13\pi}{4}$



Exercice 2. **3 points**

1. Rappeler la périodicité des fonctions cos et sin.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\cos\left(4x - \dfrac{\pi}{7}\right)$.

Démontrer que f est périodique de période $\dfrac{\pi}{2}$.

Exercice 3. **14 points**

Les abeilles assurent la reproduction de plus des trois-quarts des espèces végétales du globe terrestre grâce à la pollinisation. Depuis une dizaine d'années, on constate une diminution du nombre de colonies d'abeilles à cause de l'évolution du climat et de l'utilisation d'insecticides pour protéger certaines cultures.

Partie A

On observe une colonie constituée de 40 000 abeilles. On estime que, dans cette colonie, 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle.
Déterminer, en justifiant, le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 50 000 individus.

Partie B

Après ce premier temps d'observation, un insecticide est régulièrement pulvérisé dans le champ près duquel les abeilles butinent.
On estime alors à 20 % la proportion d'abeilles de la colonie qui décèdent chaque jour à cause de cet insecticide. On suppose que le nombre de naissances et de décès de manière naturelle reste identique (1 000 naissances et 500 décès de manière naturelle).
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'individus de la colonie n jours après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0 = 50\,000$.

1. Démontrer qu'on peut modéliser cette situation par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 500.$$

2. Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 2\,500$.

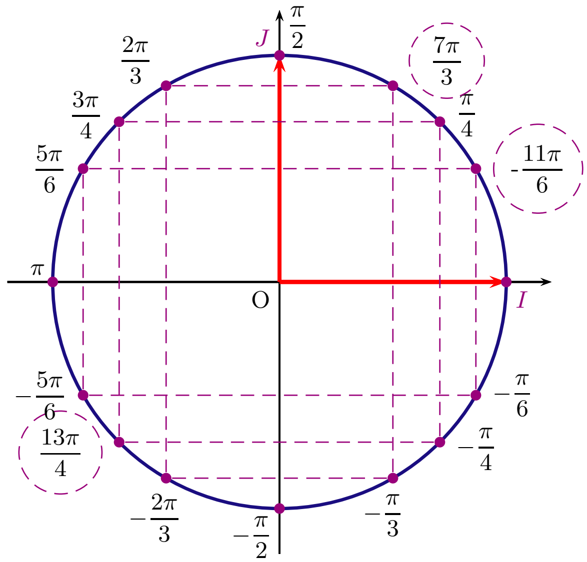
a. Montrer que, pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = 0,8v_n$.

b. En déduire la nature de la suite (v_n) et exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 47\,500 \times 0,8^n + 2\,500$.

4. Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus.
La colonie étudiée va-t-elle survivre ? Justifier la réponse.

Exercice 1.



Exercice 2.

1. Les fonctions cos et sin sont périodiques de période 2π.

2. Pour tout réel x,

$$\begin{aligned} f\left(x+\frac{\pi}{2}\right) &= 2\cos\left[4(x+\frac{\pi}{2})-\frac{\pi}{7}\right] \\ &= 2\cos(4x+2\pi-\frac{\pi}{7}) \\ &= 2\cos(4x+2\pi-\frac{\pi}{7}) \quad \text{car} \quad \cos(4x+2\pi-\frac{\pi}{7}) = \cos(4x-\frac{\pi}{7}) \\ &= f(x) \end{aligned}$$

Ce qui prouve bien que f est périodique de période $\frac{\pi}{2}$.

Exercice 3.

Partie A

Chaque jour il y a $1\,000$ naissances et 500 décès, donc chaque jour la colonie s'accroit de $1\,000-500=500$ individus.
Le nombre d'individus est représenté par une suite arithmétique de premier terme $a_0=40\,000$ et de raison $r=500$. Si n est le nombre de jours, il faut donc résoudre l'inéquation :
$40\,000+500n \geqslant 50\,000 \iff 500n \geqslant 10\,000 \iff n \geqslant 20$.

La population atteindra les $50\,000$ individus au bout de 20 jours.

Partie B

1. 20 % la proportion d'abeilles de la colonie décèdent chaque jour donc $C_{\mathrm{M}} = 1 - \dfrac{20}{100} = 0,8$. Par ailleurs, il y a chaque jour également 1 000 naissances et 500 décès de manière naturelle soit un accroissement de 500 abeilles en plus par jour donc pour tout entier naturel n on a :

$$u_{n+1} = 0,8u_n + 500.$$

2. On a donc $u_1 = 0,8 \times u_0 + 500 = 0,8 \times 40\,000 + 500 = 32\,000 + 500 = 32\,700$.
Un jour après le début des pulvérisations, le nombre d'abeilles est égal à 32 700.

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 2\,500$.

a. $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{array}{rcl} v_{n+1} & = & u_{n+1} - 2\,500 \\ & = & 0,8u_n + 500 - 2\,500 \\ & = & 0,8u_n - 2\,000 \\ & = & 0,8(v_n + 2\,500) - 2\,000 \\ & = & 0,8v_n \end{array}$$

b. v_{n+1} s'écrit sous la forme qv_n avec $q = 0,8$: la suite (v_n) est donc la suite géométrique de raison 0,8 de premier terme $v_0 = u_0 - 2\,500$ soit $v_n = 50\,000 - 2\,500 = 47\,500$.

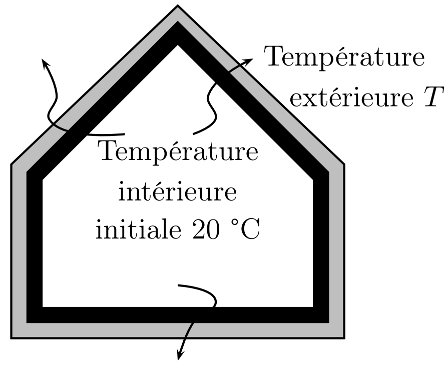
$\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0 \times q^n$ soit $v_n = 47\,500 \times 0,8^n$.

c. $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 2\,500 \iff u_n = v_n + 2\,500$, on en déduit donc que pour tout entier naturel n,

$$u_n = 47\,500 \times 0,8^n + 2\,500$$

4. Il faut résoudre l'inéquation $v_n < 5\,000$: à la calculatrice, on trouve $n = 14$ on peut en donc en déduire que le nombre d'abeilles passera au dessous du seuil de 5 000 individus durant le 14^e^ jour. Ceci montre qu'il existe un jour où la population passe sous les 5 000 : la colonie d'abeilles ne va donc pas survivre.

Exercice 4. ...../11



Température extérieure T
En plein hiver, en Europe, une maison est chauffée à 20 °C.
La température extérieure est notée T .
Dans tout l'exercice, on suppose que $T < 20$.
Température intérieure initiale 20 °C
Lorsque le chauffage est coupé, la température intérieure diminue par perte de chaleur.

On modélise cette situation par une suite (u_n) dont le terme général u_n désigne la température intérieure de la maison n heures après la coupure du chauffage.
Pour une maison en maçonnerie traditionnelle et une température extérieure T constante, on admet que, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,99u_n + \frac{T}{100} \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On suppose que la température extérieure T est égale à 0 °C. On a donc $T = 0$.

1. Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
2. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
3. Justifier que la suite (u_n) est décroissante.

Partie B

On suppose que la température extérieure T est égale à -15 °C. On a donc $T = -15$.

1. Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 0,99u_n - 0,15 \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

2. **a.** Calculer les termes u_1 et u_2.
   b. Dans ce cas, la suite (u_n) est-elle géométrique ? Justifier la réponse.
3. On souhaite déterminer, à l'aide d'un algorithme, le nombre d'heures à partir duquel la température intérieure devient strictement inférieure à 5 °C. On utilise pour cela l'algorithme incomplet ci-contre dans lequel U désigne un nombre réel et N un nombre entier naturel.

```
U ← 20
N ← 0
Tant que ...
    U ← ...
    N ← ...
Fin Tant que
```

   a. Compléter l'algorithme.
   b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'heures recherché.
4. En utilisant la calculatrice, conjecturer la limite de la suite (u_n) et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 4.

Partie A

1. Pour tout entier naturel n, u_{n+1} s'écrit sous la forme qv_n avec $q = 0,99$ ce qui montre que la suite (u_n) est la suite géométrique de raison 0,99 de premier terme $u_0 = 20$.
2. $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 q^n$ donc $u_n = 20 \times 0,99^n$.
3. On a $u_0 > 0$ et $0 < q < 1$ donc la suite géométrique (u_n) est décroissante.

Partie B

1. Avec $T = -15$ la relation de récurrence devient :

$$u_{n+1} = 0,99u_n + \frac{-15}{100} = 0,99u_n - 0,15 \quad \text{et} \ \ u_0 = 20.$$

2. **a.**
   - $u_1 = 0,99 \times u_0 - 0,15 = 0,99 \times 20 - 0,15 = 19,8 - 0,15 = 19,65$.
   - $u_2 = 0,99 \times u_1 - 0,15 = 0,99 \times 19,65 - 0,15 = 19,4535 - 0,15 = 19,3035$.

   b. On a $\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{19,65}{20} = 0{,}982\,5$ et $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{19,3035}{19,65} \simeq 0{,}982\,4$: donc la suite (u_n) n'est pas géométrique.
3. **a.** Voici l'algorithme complet :

$U \leftarrow 20$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U > 5$
$\quad U \leftarrow 0,99 \times U - 0,15$
$\quad N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que

   b. À l'aide de la calculatrice, la calculatrice donne $N = 56$ heures.
4. À l'aide de la calculatrice, il semble que la suite (u_n) ait pour limite -15 : à long terme, la température à l'intérieure de la maison sera égale à la température extérieure : $-15C$.

Exercice 2. (30 minutes) **5 points**

En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 20 % de son intensité lumineuse. L'intensité lumineuse est exprimée en candela (cd).
On utilise une lampe torche qui émet un rayon d'intensité lumineuse réglée à 400 cd.
On superpose n plaques de verres identiques (n étant un entier naturel) et on désire mesurer l'intensité lumineuse I_n du rayon à la sortie de la n-ième plaque.
On note $I_0 = 400$ l'intensité lumineuse du rayon émis par la lampe torche avant de traverser les plaques (intensité lumineuse initiale). Ainsi, cette situation est modélisée par la suite (I_n).

1. Montrer, par un calcul, que $I_1 = 320$.

2. **a.** Exprimer, pour tout entier naturel n, I_{n+1} en fonction de I_n.
b. En déduire la nature de la suite (I_n). Préciser sa raison et son premier terme.
c. Exprimer, pour tout entier naturel n, I_n en fonction de n.
d. Conjecturer la limite de la suite (I_n) à la calculatrice. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. On souhaite déterminer le nombre minimal n de plaques à superposer afin que le rayon initial ait perdu 70 % de son intensité lumineuse initiale après sa traversée des plaques.
a. Afin de déterminer le nombre de plaques à superposer, on considère la fonction Python suivante :

```python
def nombrePlaques(J):
    I=400
    n=0
    while I>J:
        I=0.8*I
        n=n+1
    return n
```

Préciser, en justifiant, la valeur du nombre j de sorte que l'appel nombrePlaques(j) renvoie le nombre de plaques à superposer.
b. Déterminer, en le justifiant, le nombre de plaques que l'on doit superposer pour répondre au problème posé.

Exercice 3. (15 minutes) **3 points**

Afin de tester l'efficacité d'un médicament contre le cholestérol, des patients nécessitant d'être traités ont accepté de participer à un essai clinique organisé par un laboratoire.
Dans cet essai, 60 % des patients ont pris le médicament pendant un mois, les autres ayant pris un placebo (comprimé neutre).
On étudie la baisse du taux de cholestérol après l'expérimentation.
On constate une baisse de ce taux chez 80 % des patients ayant pris le médicament.
On ne constate aucune baisse pour 90 % des personnes ayant pris le placebo.
On choisit au hasard un patient ayant participé à l'expérimentation et on note :

- M l'évènement « le patient a pris le médicament » ;
- B l'évènement « le taux de cholestérol a baissé chez le patient ».

1. Compléter l'arbre pondéré donné en annexe page 2.

2. Traduire en français l'événement $M \cap B$ et calculer sa probabilité.

3. Calculer la probabilité de l'évènement B.

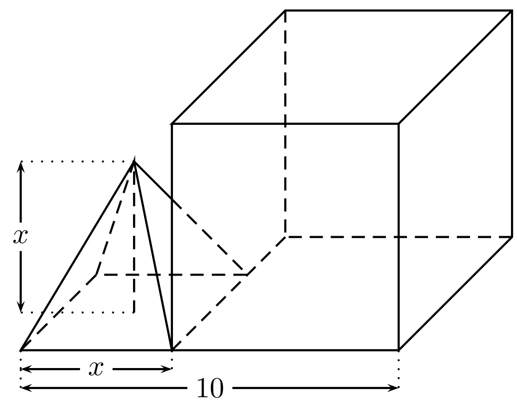
4. Calculer la probabilité qu'un patient ait pris le médicament sachant que son taux de cholestérol a baissé.

Exercice 4. (45 minutes) **7 points**

On rappelle que le volume d'une pyramide est le tiers du produit de l'aire de sa base par sa hauteur.

Au centre d'un hall d'exposition, on doit monter deux stands en toile réservés à l'accueil des visiteurs.
Le premier a la forme d'une pyramide régulière à base carrée et le second celle d'un cube ; ils sont accolés à la base par un côté et s'étalent sur une longueur totale de 10 m.

Pour des raisons esthétiques, le responsable de la décoration exige que la hauteur de la pyramide soit égale au côté de sa base et souhaite que l'aire totale occupée au sol par ces deux stands soit la plus petite possible. Le responsable technique souhaite que le volume total de ces deux stands soit le plus petit possible pour permettre une économie d'énergie.



Ils s'adressent à l'ingénieur en chef (c'est vous hahaha!!!) pour qu'il trouve la meilleure solution.

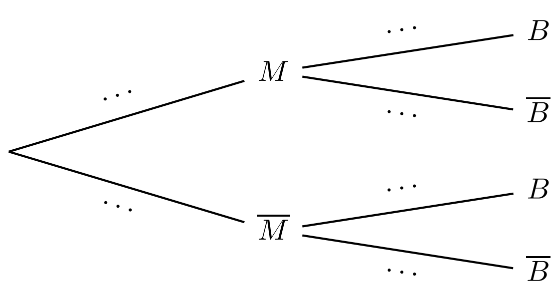
On note x la longueur, et donc la hauteur, en mètres de la pyramide, x étant compris entre 0 et 10. On note $\mathcal{A}$ la fonction qui à x associe l'aire totale occupée au sol par les deux stands et $\mathcal{V}$ la fonction qui à x associe leur volume total, ces deux fonctions étant définies sur $[0\,;\,10]$.

1. a. Vérifier que $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 20x + 100$.
   b. Calculer la dérivée de $\mathcal{A}$ puis étudier son signe sur $[0\,;\,10]$.
   c. En déduire le tableau de variation de $\mathcal{A}$ et préciser son minimum sur $[0\,;\,10]$.

2. a. Démontrer que $\mathcal{V}(x) = -\dfrac{2}{3}x^3 + 30x^2 - 300x + 1\,000$.
   b. Calculer la dérivée de $\mathcal{V}$ puis étudier son signe sur $[0\,;\,10]$.
   c. En déduire le tableau de variation de la fonction $\mathcal{V}$ sur $[0\,;\,10]$.
   d. En déduire que $\mathcal{V}$ admet un minimum sur $[0\,;\,10]$ et donner l'arrondi à l'unité de ce minimum.

3. Vous êtes l'ingénieur : quelle valeur entière de x choisiriez-vous ? Expliquer votre choix.

Annexe de l'exercice 2.



Exercice 2.

1. On a $C_{\text{M}} = 1 - \dfrac{20}{100} = 0,8$ donc $I_1 = 0,8 \times I_0 = 0,8 \times 400$ donc $I_1 = 320$.

2. **a.** De manière analogue, pour tout entier naturel n, $I_{n+1} = \left(1 - \dfrac{20}{100}\right) I_n$ soit $I_{n+1} = 0,8 I_n$.

   b. I_{n+1} s'écrit sous la forme $q \times I_n$ avec $q = 0,8$: on en déduit que la suite (I_n) est géométrique de raison $q = 0,8$ et de premier terme $I_0 = 400$.

   c. $\forall n \in \mathbb{N}$, $I_n = I_0 \times q^n$ donc $I_n = 400 \times 0,8^n$.

   d. À la calculatrice, il semble que la limite de la suite (I_n) soit égale à 0. Si on superpose un très grand nombre de plaques de verres identiques, l'intensité lumineuse du rayon sera nulle.

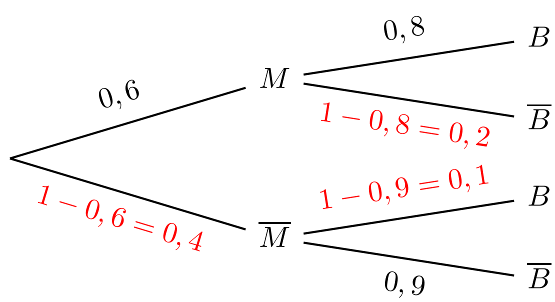
3. On souhaite déterminer le nombre minimal n de plaques à superposer afin que le rayon initial ait perdu 70 % de son intensité lumineuse initiale après sa traversée des plaques.

   a. Pour que le rayon initial ait perdu 70 % de son intensité lumineuse initiale après sa traversée des plaques, l'intensité doit passer en dessous des 30 % de 400 soit 120 cd. On en déduit que la valeur de j est donc 120.

   b. On détermine la plus petite valeur de n telle que $I_n < 120$.
   On a $I_8 \simeq 128,2 > 120$ et $I_9 \simeq 109 < 120$, on en déduit donc qu'il faut superposer 9 plaques pour répondre au problème posé.

Exercice 3.

1. On traduit les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré :



2. $M \cap B$ désigne l'événement « le patient a pris le médicament et son taux de cholestérol a baissé ».

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(M \cap B) &= \mathbb{P}(M) \times \mathbb{P}_M(B) \\ &= 0,6 \times 0,8 \\ &= 0,48 \end{aligned}$$

3. M et $\overline{M}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(B) &= \mathbb{P}(M \cap B) + \mathbb{P}\left(\overline{M} \cap B\right) \\ &= \mathbb{P}(M) \times \mathbb{P}_M(B) + \mathbb{P}(\overline{M}) \times \mathbb{P}_{\overline{M}}(B) \\ &= 0,6 \times 0,8 + 0,4 \times 0,1 \\ &= 0,52 \end{aligned}$$

4. On cherche $\mathbb{P}_B(M)$.

$\mathbb{P}_B(M) = \dfrac{\mathbb{P}(M \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0,48}{0,52} = \dfrac{12}{13}$.
On en déduit La probabilité qu'un patient ait pris le médicament sachant que son taux de cholestérol a baissé est égale à $\dfrac{12}{13}$.

Exercice 4.

1. a. Pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$, on a $\mathcal{A}(x) = x^2 + (10 - x)^2$ soit $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 20x + 100$.

b. La fonction $\mathcal{A}$ est dérivable sur $[0\,;\,10]$ et pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,10]$ on a $\mathcal{A}'(x) = 4x-20$. On étudie le signe de $\mathcal{A}'(x)$ sur $[0\,;\,10]$. Or $4x - 20 = 0 \iff x = 5$. On peut établir le signe de $\mathcal{A}'(x)$ et le tableau de variation de $\mathcal{A}$ sur $[0\,;\,10]$ (avec le fait que $4 > 0$) :

x	0		5		10
signe de $\mathcal{A}'(x)$		$-$	0	$+$	

c. On en déduit le tableau de variation de $\mathcal{A}$:

x	0		5		10
signe de $\mathcal{A}'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de $\mathcal{A}$	100	$\searrow$	50	$\nearrow$	100

On en déduit que $\mathcal{A}$ est minimale si $x = 5$ mètres et cette aire minimale est égale à 50 m^2.

2. a. On a :

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}(x) &= \frac{1}{3}x^2 \times x + (10 - x)^3 \\
&= \frac{1}{3}x^3 + (10 - x)(100 - 20x + x^2) \\
&= \frac{1}{3}x^3 + 1000 - 200x + 10x^2 - 100x + 20x^2 - x^3 \\
&= -\frac{2}{3}x^3 + 30x^2 - 300x + 1000
\end{aligned}$$

b. La fonction $\mathcal{V}$ est dérivable sur $[0\,;\,10]$. $\forall x \in [0\,;\,10],\ \mathcal{V}'(x) = -2x^2 + 60x - 300$.
On étudie le signe du trinôme $-2x^2+60x-300$. On résout donc l'équation $-2x^2+60x-300 = 0$. On a $(a\,;\,b\,;\,c) = (-2\,;\,60\,;\,-300)$ et $\Delta = 60^2 - 4 \times (-2) \times (-300) = 1200 > 0$ donc le trinôme a deux racines réelles distinctes qui sont :
$x_1 = \dfrac{-60 - \sqrt{1200}}{-4} = 15 + 5\sqrt{3}$ et $x_2 = \dfrac{-60 + \sqrt{1200}}{-4} = 15 - 5\sqrt{3}$. On peut donc dresser le tableau de signes du trinôme $-2x^2 + 60x - 300$ sur $\mathbb{R}$ $(a < 0)$:

x	$-\infty$		$15-5\sqrt{3}$		$15+5\sqrt{3}$		$+\infty$
signe de $\mathcal{V}'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On se restreint alors à l'intervalle $[0\,;\,10]$:

x	0		$15-5\sqrt{3}$		10
signe de $\mathcal{V}'(x)$		$-$	0	$+$	

c. On en déduit le tableau de variation de la fonction $\mathcal{V}$ sur $[0\,;\,10]$:

x	0		$15-5\sqrt{3}$		10
signe de $\mathcal{V}'(x)$		$-$	0	$+$	
Variation de $\mathcal{V}$	1000	$\searrow$	$\simeq 134$	$\nearrow$	$\dfrac{1000}{3}$

d. Le minimum de $\mathcal{V}$ est environ égal à 134 m^3 atteint pour $x = 15-5\sqrt{3} \simeq 6,3$ m.

3. Le minimum de $\mathcal{V}$ est obtenu pour $x = \simeq 6,3$. On prend les valeurs entières proches de $6,3$. On a $\mathcal{V}(6) \simeq 136$ et $\mathcal{V}(7) \simeq 141$ donc on choisit $x = 6$ m.

Exercice 1. **8 points**

Dans une ville, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie a donné les résultats suivants :

— 70 % des ménages pratiquent le tri sélectif ;

— parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio ;

— parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 10 % consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard (tous les ménages ayant la même probabilité d'être choisis) et on note :
T l'évènement « le ménage pratique le tri sélectif » et $\overline{T}$ son évènement contraire ;
B l'évènement « le ménage consomme des produits bio » et $\overline{B}$ son évènement contraire.

Les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. **a.** Donner sans justification la probabilité $\mathbb{P}(T)$ de l'évènement T.

   b. Donner sans justification $\mathbb{P}_T(B)$ et $\mathbb{P}_{\overline{T}}(B)$

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

3. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement : « le ménage pratique le tri sélectif et consomme des produits bio ».

   b. Montrer que la probabilité que le ménage consomme des produits bio est égale à 0,31.

4. Calculer la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio (le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au centième).

5. Cette ville décide de valoriser les ménages ayant un comportement éco-citoyen. Pour cela, elle donne chaque année un chèque de 20 € aux ménages qui pratiquent le tri sélectif et un chèque de 10 € aux ménages qui consomment des produits bio sur présentation de justificatifs (les deux montants peuvent être cumulés).

   Soit S la somme d'argent reçue par un ménage.

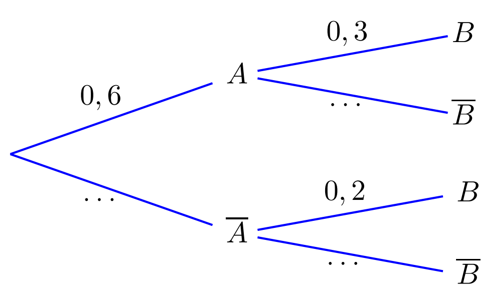
   a. Quelles sont les différentes valeurs que peut prendre S ? (on n'attend pas de justification).

   b. Donner la loi de probabilité de S.

   c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi et interpréter ce résultat.

Exercice 2. **2 points**

L'arbre de probabilités ci-dessous représente une situation où A et B sont deux évènements, dont les évènements contraires sont respectivement notés $\overline{A}$ et $\overline{B}$.



Alors

a. $\mathbb{P}_A(B) = 0,18$ **b.** $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,9$ **c.** $\mathbb{P}_A\left(\overline{B}\right) = 0,7$ **d.** $\mathbb{P}(B) = 0,5$

Avec le même arbre, la probabilité de l'évènement B est égale à :

a. 0,5 **b.** 0,18 **c.** 0,26 **d.** 0,38