Modelos de Programación Lineal

Unidad

Objetivos de Unidad

- Identificar problemas que puedan resolverse mediante programación lineal.
- Aplicar técnicas básicas de solución como el **método gráfico** y el **método simplex**.
- Comprender la formulación de modelos de optimización y su aplicación en transporte y asignación.
- Analizar el **problema primal y dual** en la programación lineal.
- Evaluar la sensibilidad de los modelos a cambios en los coeficientes de la función objetivo y restricciones.

Contenido

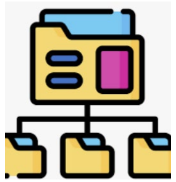
Bibliografía

- Taha, H. A. (2012). Investigación de Operaciones. Pearson. ISBN: 978-8483227022. Capítulos 2 y 3.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2010). Introducción a la Investigación de Operaciones. McGraw-Hill. ISBN: 978-6071503007. Capítulos 3 y 4.
- Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., & Sherali, H. D. (2011). Programación Lineal y Flujo en Redes. Pearson. ISBN: 978-6074421742. Capítulos 1, 2 y 5.
- Bronson, R. (1997). Investigación de Operaciones. McGraw-Hill. ISBN: 978-9701038003. Capítulos 3 y 6.

Programación Lineal (PL)

Definición: es una **técnica de IO** (técnica matemática) utilizada para **optimizar** un **objetivo** sujeto a ciertas **restricciones**

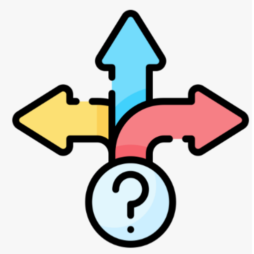
Objetivo: encontrar la **mejor solución** posible (máxima o mínima) dentro de un conjunto de **soluciones factibles**.



Aplicación: en problemas donde las relaciones entre las variables son **lineales**

1. Componentes de un modelo de PL

Un modelo de programación lineal está compuesto por:



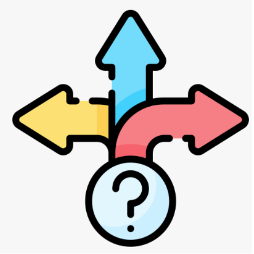
- **Variables de decisión (VD)**: Representan las **cantidades** a determinar (ejemplo: producción, recursos, presupuesto, tiempos, cantidades, iteraciones).

- **Función objetivo (FO)**: Expresa la meta que se busca alcanzar. (ejemplo: **maximizar** ganancia, **minimizar** costos).

- **Restricciones**: Limitaciones en el problema (ejemplo: disponibilidad de materias primas, demanda máxima).

1. Componentes de un modelo de PL

Un modelo de programación lineal está compuesto por:



- **Variables de decisión**: ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?

- **Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?

- **Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?

Ejemplo

- Una empresa debe transportar productos desde una bodega a dos puntos de ventas diferentes (**Tienda A** y **Tienda B**).
- Se dispone de dos tipos de **camiones**: Tipo 1 y Tipo 2, cada uno con diferentes capacidades y costos de operación.
- La empresa desea **minimizar el costo total** de operación, asegurando que se cubran las necesidades de transporte.
- El camión Tipo 1 tiene un costo operativo de **Bs 200**, por cada uno y una capacidad de transporte de **10 Toneladas**. El contrato limita como máximo el uso de 8 camiones Tipo 1
- El camión Tipo 2 tiene un costo operativo de Bs 150, por cada uno y una capacidad de transporte de 5 Toneladas. El contrato limita como máximo el uso de 10 camiones del Tipo 2
- **La empresa necesita transportar al menos 60 toneladas.**

Construcción del Modelo

- **Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?
  - Se busca
- **Variables de Decisión:** ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?
  - Se puede
- **Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?
  - .
  - .
  - .

Construcción del Modelo

- ❖ **Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?
  - Se busca **minimizar el costo total**:
- ❖ **Variables de Decisión:** ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?
  - Se puede **decidir cuántos camiones de cada tipo utilizar**
    - Tipo 1 (**x1**) y Tipo 2 (**x2**).
- ❖ **Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?
  - Se deben transportar **al menos** **60 toneladas**
  - No se pueden usar **más de** **8 camiones Tipo 1**
  - No se pueden usar **más de** **10 camiones Tipo 2**
  - No se pueden usar valores negativos de camiones.

Construcción del Modelo

Tabla de Datos del Problema

	Descripción	Camión Tipo 1 (x1)	Camión Tipo 2 (x2)
		Variables de Decisión	
PFO	**Costo por unidad**	200	150
Restricciones	Capacidad de transporte (toneladas)	10	5
	Máxima Disponibilidad permitido por tipo de Camión	8	10
	Demanda total **mínima** (restricción)	$10x_1 + 5x_2 \geq 60$	

Construcción del Modelo

❖**Variables de Decisión:** ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?

- Se puede decidir cuántos camiones de cada tipo utilizar
  - Tipo 1 (**x1**) y Tipo 2 (**x2**).

❖**Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?

- Se busca **minimizar el costo total**:

$$\min Z = 200x_1 + 150x_2$$

❖**Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?

1. Se deben transportar al menos **60 toneladas**
2. No se pueden usar más de **8 camiones Tipo 1**
3. No se pueden usar más de **10 camiones Tipo 2**
4. No se pueden usar valores negativos de camiones.

- $10x_1 + 5x_2 \geq 60$
- $x_1 \leq 8$
- $x_2 \leq 10$
- $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$

Construcción del Modelo

- **Variables de Decisión:** ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?
  - Se puede decidir cuántos camiones de cada tipo utilizar
    - Tipo 1 (**x1**) y Tipo 2 (**x2**).
- **Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?
  - Se busca **minimizar el costo total**:

$$\min Z = 200x_1 + 150x_2$$

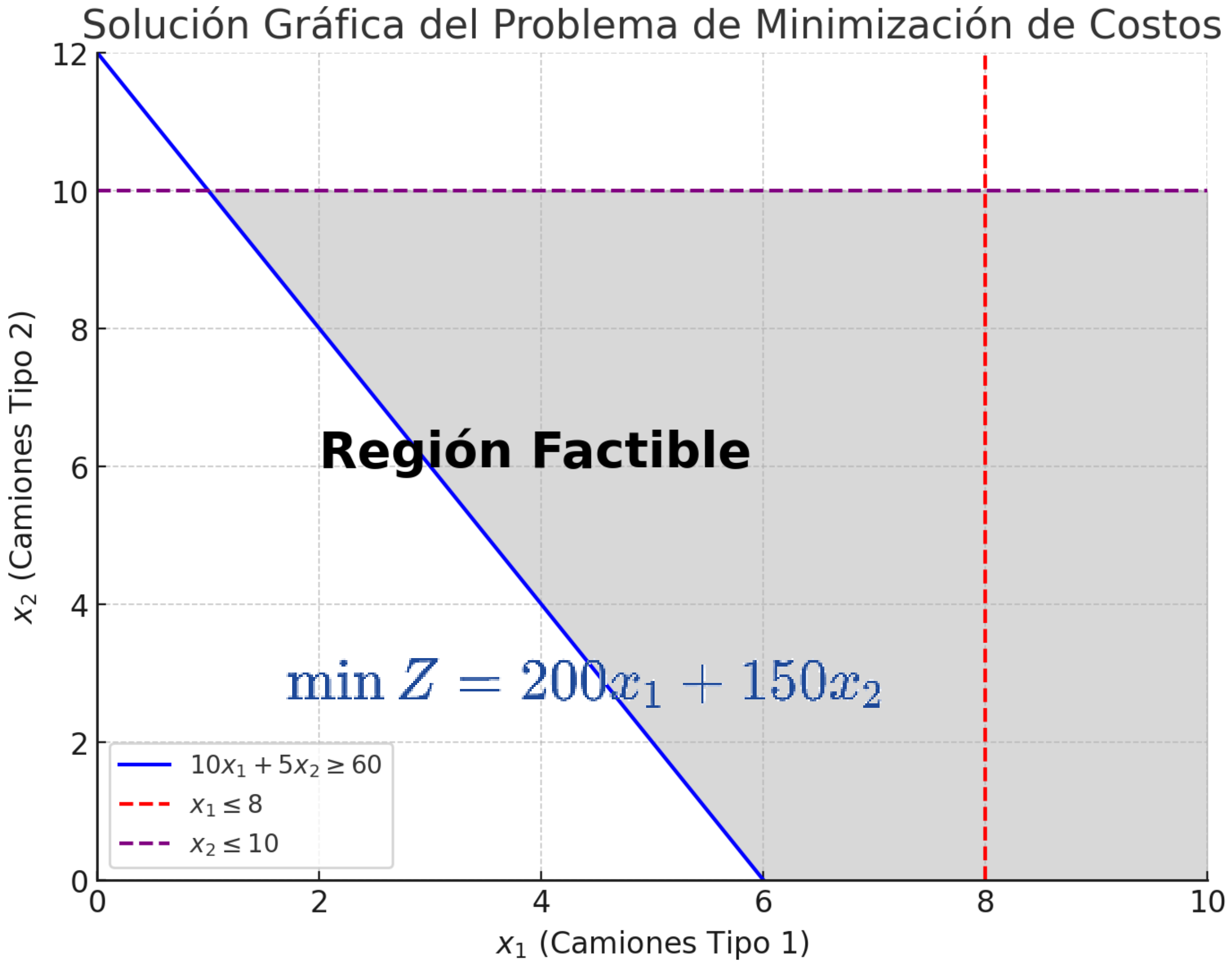
- **Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?

Uso/ consumo del recurso

Producción / disponibilidad disponible/ permitida

1. Se deben transportar al menos **60 toneladas**
2. No se pueden usar más de **8 camiones Tipo 1**
3. No se pueden usar más de **10 camiones Tipo 2**
4. No se pueden usar valores negativos de camiones.

- $\underbrace{10x_1 + 5x_2}_{\text{Uso/ consumo del recurso}} \geq 60$
- $x_1 \leq 8$
- $x_2 \leq 10$
- $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$



Solución:

- **X1: 6**
- **X2: 0**
- Costo: 200*6+150*0

Bs. 1200

❖ Para minimizar costos, **la empresa** debe utilizar **6 camiones** del **Tipo 1** y **no usar camiones** del **Tipo 2**.

Ejemplo 2

- Una empresa fabrica **dos tipos de productos**: **A y B**. Cada producto requiere dos tipos de recursos: **materia prima y horas de mano de obra**.
- La empresa busca **maximizar sus ganancias** teniendo en cuenta ciertas restricciones.
- El **producto A** tiene una ganancia de **Bs 50** por unidad . El **producto B** tiene una ganancia de **Bs 40** por unidad.
- La empresa tiene una **disponibilidad** de **500 Kg de materia prima** y de **400 horas** de **mano de obra** disponible.
- La producción del **producto A**, significa el consumo de **5 Kg de materia prima** y **4 horas** de trabajo por unidad
- La producción del **producto B**, significa el consumo de **3 Kg de materia prima y 2 horas** de trabajo por unidad
- Debido a limitaciones de mercado, la empresa tiene una **restricción de producción** de no mas de **80 unidades** de **producto A,** y **no mas** de **100 unidades** del **producto B.**

Construcción del Modelo

- **Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?

- **Variables de Decisión:** ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?

- **Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?

Construcción del Modelo

- **Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?
  - Se busca **maximizar ganancias**:
- **Variables de Decisión:** ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?
  - Las Unidades del Producto A y las del Producto B
    - Producto A (**xA**) y Producto B (**xB**).
- **Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?
  - Se dispone **de 500 Kg de materia prima**. Para producción, se utilizan **5 Kg** en el producto A y **3 Kg** en la del producto B
  - Se dispone de **400 Hrs** de mano de obra. Para producción, se utilizan **4 Hrs** en el producto A y **2 Hrs** en la del producto B
  - Limitaciones de mercado-Restricción de producción: Máximo de unidades **80** de **producto A**, y no mas de **100 unidades** del **producto B**.
  - No se pueden usar unidades negativas de Producto A y Producto B

Construcción del Modelo

Tabla de Datos del Problema

Variables de Decisión

	Descripción	Producto A (xA)	Producto B (xB)	Disponibilidad Total
PFO	**Ganancia por unidad**	50	40	
Restricciones	Disponibilidad de **Materia prima** por unidad (kg)	5	3	500
	Disponibilidad de **Mano de obra** por unidad (horas)	4	2	400
	Máximo de producción	80	100	

Construcción del Modelo

- *Producto A :* x_A
- *Producto B :* x_B

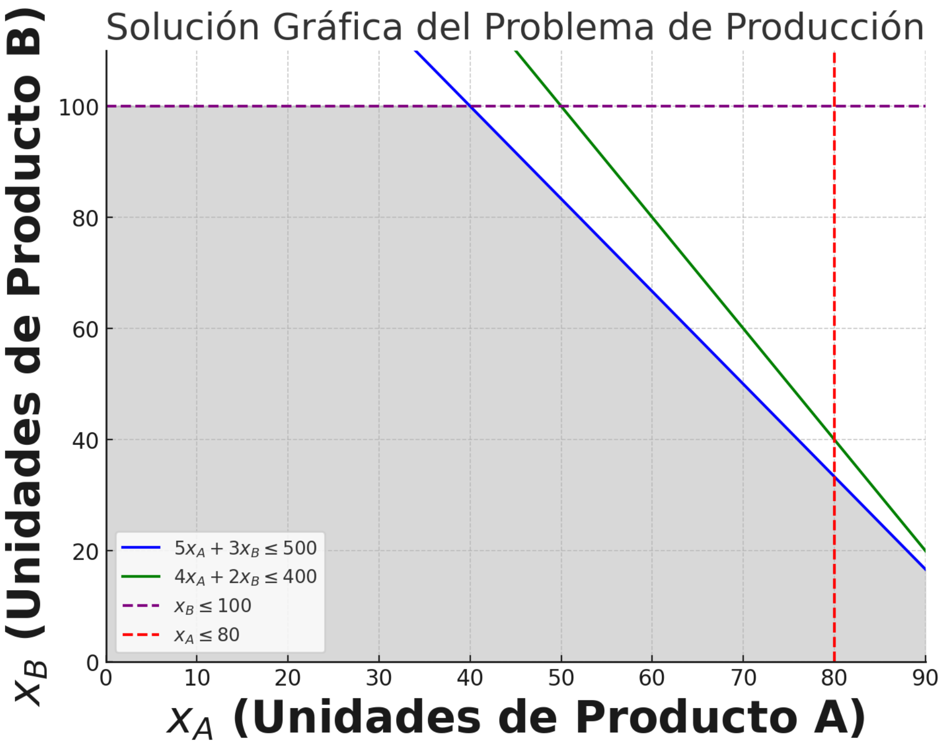
$$\max Z = 50x_A + 40x_B$$

	S.A
• **Disponibilidad de Materia Prima**	$5x_A + 3x_B \leq 500$
• **Disponibilidad de Mano de Obra**	$4x_A + 2x_B \leq 400$
• **Restricciones de Demanda (Mercado):**	
	$x_A \leq 80$
	$x_B \leq 100$
• **Restricciones de No Negatividad**	$x_A \geq 0,\ x_B \geq 0$

Solución del Problema

Tras resolver el modelo matemático, encontramos que la solución óptima es:

- **Cantidad óptima de Producto A (x_A): 40 unidades**
- **Cantidad óptima de Producto B (x_B): 100 unidades**
- **Ganancia máxima obtenida (Z): Bs. 6000**



Desafío Propuesto 1

- *En una fábrica se producen mesas y sillas, que pasan por res procesos (aserrado, ensamblado y acabado). En el aserradero se emplean 2 horas para el trabajo de las sillas y una hora para el trabajo de las mesas. En el ensamblado se emplean 2 horas para las sillas y 2 horas para las mesas. Finalmente, en el acabado se emplean 1 hora para las sillas y 3 horas para las mesas.*
  - *Se dispone de un total de 220 horas de aserradero, 240 horas de ensamblado y 270 horas de acabado.*
  - *Estructure el modelo matemático para maximizar las ganancias, si cada silla genera Bs. 400 de ganancia y cada mesa genera Bs. 500 de ganancia.*

Desafío Propuesto 2

1. *Construya el modelo matemático del siguiente enunciado, identifique la función objetivo, las variables de decisión, identifique las restricciones* ***(20 puntos)***

   Ana es una estudiante de ingeniería con dos proyectos importantes por completar: uno en Programación y otro en Simulación de Sistemas. El objetivo de Ana es maximizar el rendimiento académico que obtendrá al completar ambos proyectos. El rendimiento que obtiene es proporcional al tiempo que dedica a cada proyecto, con las siguientes características:

   - *Cada hora dedicada al proyecto de Programación le genera* ***5 puntos*** *de rendimiento.*
   - *Cada hora dedicada al proyecto de Simulación de Sistemas le genera* ***7 puntos*** *de rendimiento.*

   Sin embargo, Ana tiene las siguientes limitaciones:

   - *Solo puede dedicar* ***12 horas*** *en total a los dos proyectos esta semana.*
   - *Debe dedicar al menos* ***4 horas*** *al proyecto de Programación para completarlo satisfactoriamente.*
   - *Debe dedicar al menos* ***3 horas*** *al proyecto de Simulación de Sistemas para cumplir con los requerimientos mínimos.*

Desafío Propuesto 3

- La empresa **TECNOCARGA** debe preparar al menos **7 paquetes en total** de productos para su distribución diaria.
- Existen dos tipos de paquetes posibles:
  - **Paquete X** (más pequeño),
  - **Paquete Y** (más grande).
- El **costo** de preparar cada **Paquete X** es de **Bs. 17**, mientras que cada **Paquete Y** cuesta **Bs**. **35**.
- Por cuestiones de **espacio y manipulación** en la bodega, la combinación de paquetes no puede sobrepasar de **12 espacios.** El **Paquete X** ocupa **2 espacios** de almacenamiento mientras el **Paquete Y** es de **3 espacios**
  Determinar **cuántos Paquetes X y Paquetes Y** la empresa debe preparar para lograr el **costo mínimo**

Propuesto 4

- Una compañía de servicios en la nube administra dos tipos de **aplicaciones** que se pueden desplegar en sus servidores:
  - ❖**Aplicación X**: genera una **utilidad** de Bs. 1000 por despliegue.
  - ❖**Aplicación Y**: genera una **utilidad** de Bs. 2000 por despliegue, pero demanda mas recursos.
- **Restricciones de recursos**

1. Cada despliegue de Aplicación X consume **1 Gbps (unidades) de ancho de banda**, mientras que cada despliegue de Aplicación Y consume **2 Gbps de ancho de banda**. El proveedor solo dispone de **10 Gbps** de ancho de banda total.
2. Cada aplicación, sea X o Y, requiere **1 instancia de CPU virtual**. El proveedor tiene capacidad para alojar hasta **8 instancias** simultáneas.

Propuesto 5

Una empresa de soluciones tecnológicas produce dos tipos de **módulos de software**, llamados **Módulo X** y **Módulo Y**. Por requerimientos contractuales:

- Se debe garantizar **al menos 30** **"unidades de funcionalidad A".**
  - Cada **módulo X** aporta **6** unidades de A, y cada **módulo Y** aporta **3** unidades de A.
- Se debe garantizar **al menos 24** **"unidades de funcionalidad B".**
  - Cada **módulo X** aporta **2** unidades de B, y cada **módulo Y** aporta **8** unidades de B.

.

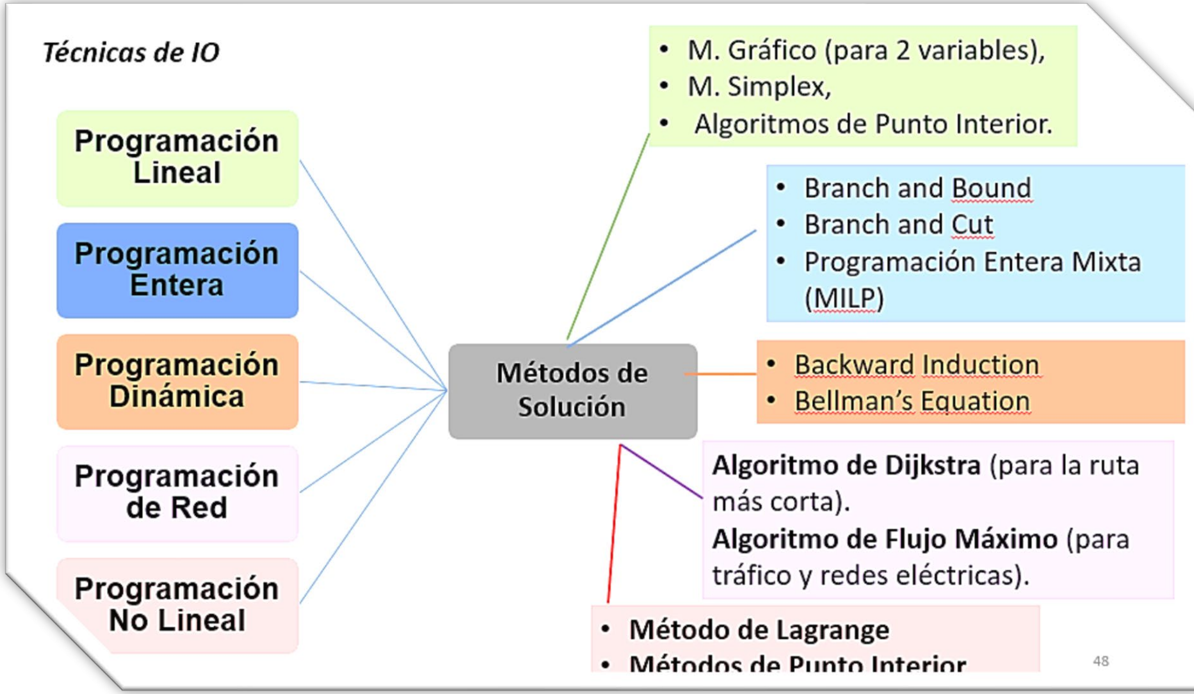
La **empresa tiene como meta** fabricar tantos **módulos de software** como sea posible, para expandir el mercado (**maximizar** la **cantidad total de módulos)**

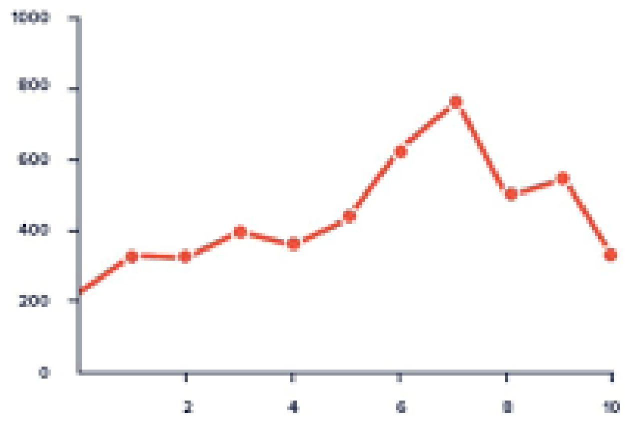
2. Modelos de optimización

- **Maximización**: Se busca obtener el mayor beneficio o ganancia posible.
- **Minimización**: Se busca reducir costos o desperdicios.
- Ejemplo de minimización: Minimizar el costo de transporte de mercancías entre dos ciudades considerando las restricciones de capacidad.
- **Región factible:** Conjunto de todas las **soluciones posibles (VD)**que **satisfacen simultáneamente** todas las restricciones de un problema de optimización.

2.3 Métodos de Solución PL

- ❑ Método gráfico.
- ❑ Método simplex.
- ❑ Variables de holgura y artificiales.





1. Método Grafico

Método Grafico

- Se usa cuando hay **dos variables de decisión.**
- Cada eje representa una variable de decisión.
- Las restricciones y la FO tienen que ser del tipo **lineal**
- Se representan las restricciones en un **gráfico cartesiano**
- Se identifica la región factible.
- La factibilidad y la acotación se puedan interpretar geométricamente

Método Grafico- Metodología

- A) **Identificación de la Función Objetivo**
  - Expresar la **función objetivo** en términos de las variables de decisión (X1, X2)
- B) **Representar Gráficamente las Restricciones**
  - Representar cada restricción en formato de ecuación
  - Convertir cada inecuación en una **ecuación de línea recta** (= en lugar de ≤ o ≥).
  - Para cada restricción **encontrar** los **puntos de intersección con los ejes**
    - x1=0 → resolver para x2
    - x2=0 → resolver para x1
    - Trazar la línea de cada restricción en el grafico
- C) **Sombrear la Región Factible**

Método Grafico- Metodología

- **C) Sombrear la Región Factible**
  - Si la restricción es **≤**, sombrear el área **debajo** de la línea.
  - Si la restricción es **≥**, sombrear el área **arriba** de la línea.
  - Determinar la intersección de todas las restricciones

Notas Importantes:

- La región factible es el área donde se superponen todas las soluciones de las restricciones.

- Si la región factible es cerrada y acotada, hay una solución óptima.

Método Grafico- Metodología

- D) **Buscar la Solución Óptima**
  - Los **Vértices** de la **Región Factible** (puntos extremos) son posibles soluciones óptimas
  - Para cada vértice dentro de la región factible evalué la FO
- E) **Evaluación de la Función Objetivo (FO)**
  - Si el problema es de **maximización**, seleccione el vértice con el **mayor valor** de FO.
  - Si el problema es de **minimización**, seleccione el vértice con el **menor valor** de FO.
  - **Verifique** que la solución respete todas las **restricciones** del problema

Construcción del Modelo

❖**Variables de Decisión:** ¿Qué **elementos** del problema puedo **controlar** o decidir directamente?

- Se puede decidir cuántos camiones de cada tipo utilizar
  - Tipo 1 (**x1**) y Tipo 2 (**x2**).

❖**Función objetivo**: ¿Qué quiero maximizar o minimizar?

- **Se busca minimizar el costo total:**

$$\min Z = 200x_1 + 150x_2$$

❖**Restricciones**: ¿Qué condiciones limitantes existen?

1. Se deben transportar al menos **60 toneladas**
2. No se pueden usar más de **8 camiones Tipo 1**
3. No se pueden usar más de **10 camiones Tipo 2**
4. No se pueden usar valores negativos de camiones.

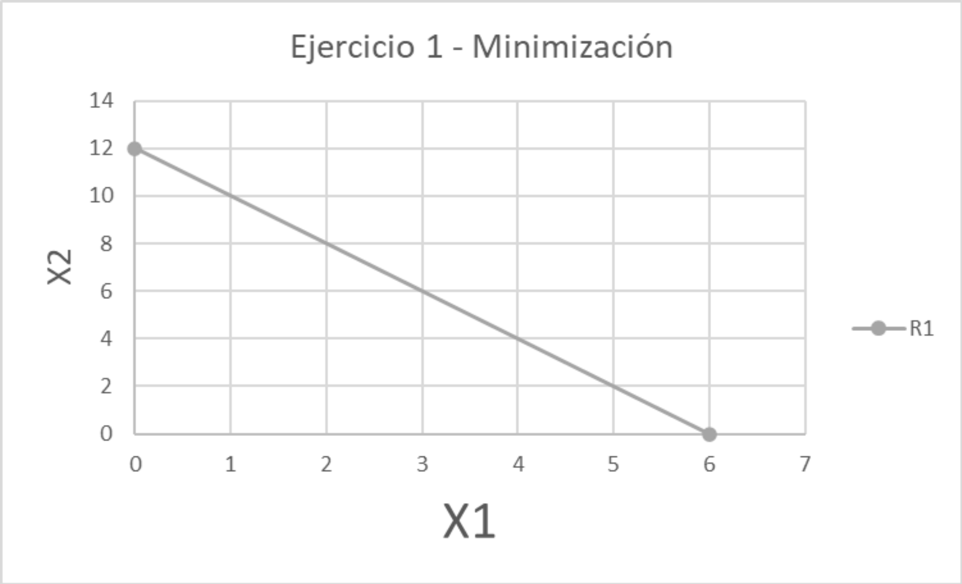
- $10x_1 + 5x_2 \geq 60$
- $x_1 \leq 8$
- $x_2 \leq 10$
- $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$

Método Grafico- Metodología

- A) **Identificación de la Función Objetivo**
- B) **Representar Gráficamente las Restricciones**

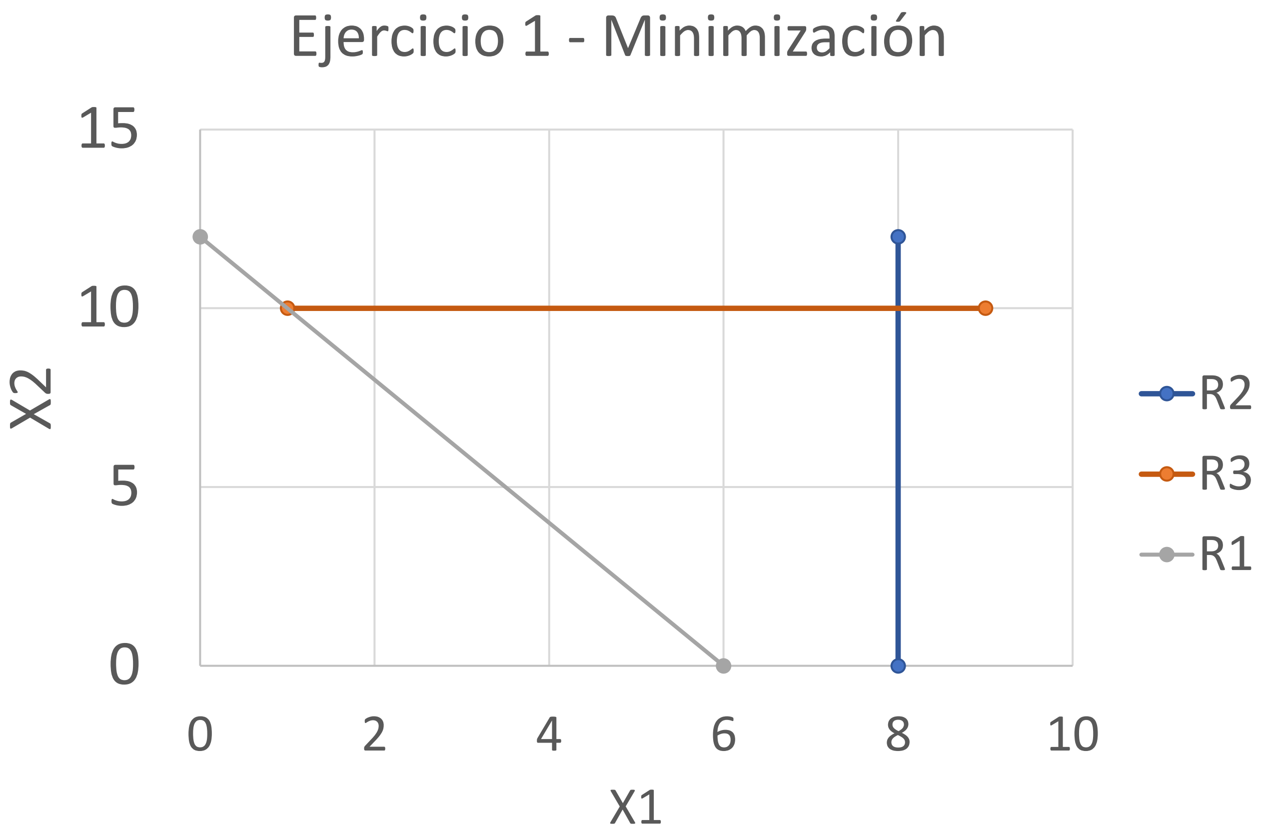
$$\min Z = 200x_1 + 150x_2$$

	R Inecuaciones	Ecuaciones
R1	$10x_1 + 5x_2 \geq 60$	$10x_1 + 5x_2 = 60$
R2	$x_1 \leq 8$	$x_1 = 8$
R3	$x_2 \leq 10$	$x_2 = 10$



- B) **Representar Gráficamente las Restricciones**

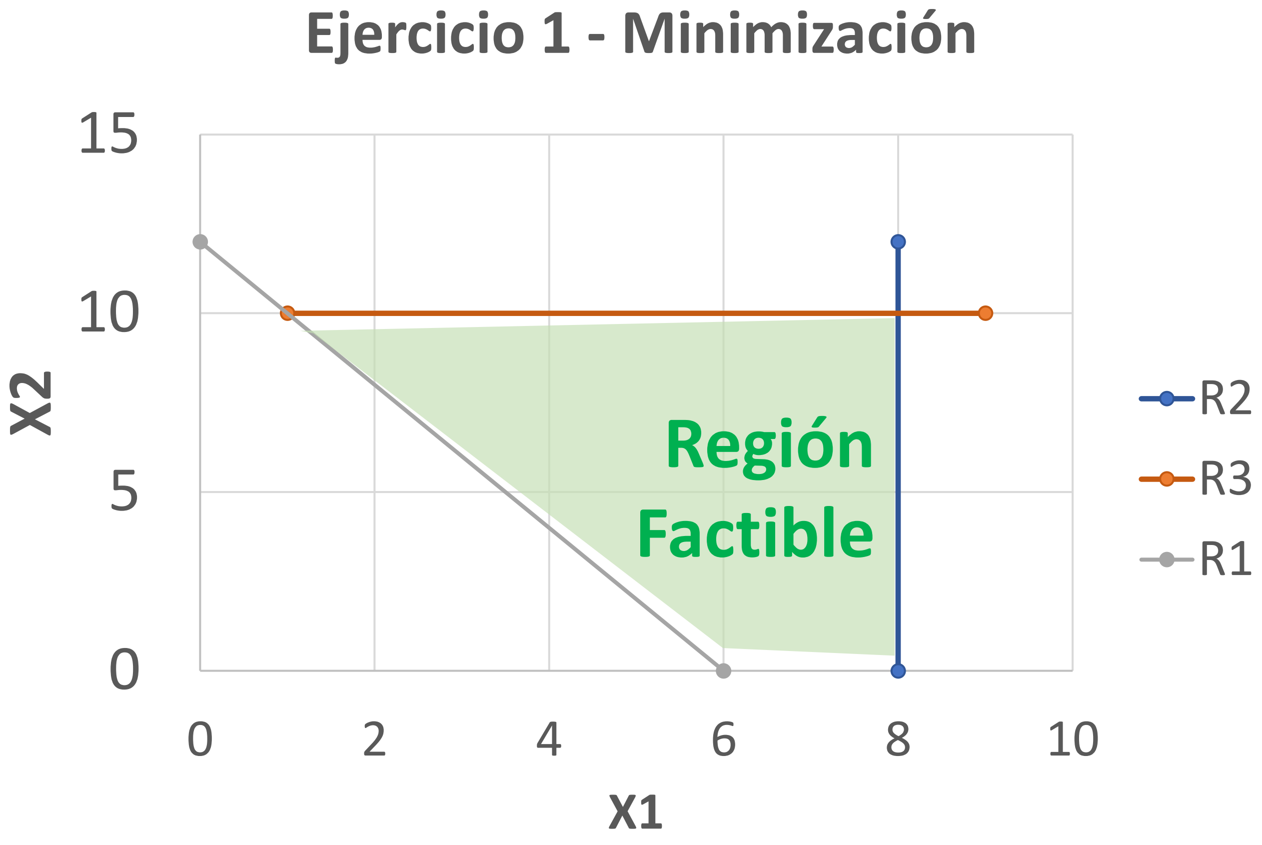
	R Inecuaciones	Ecuaciones
R1	$10x_1 + 5x_2 \geq 60$	$10x_1 + 5x_2 = 60$
R2	$x_1 \leq 8$	$x_1 = 8$
R3	$x_2 \leq 10$	$x_2 = 10$



Restricción	X1	X2
R2	8	0
	8	12
R3	1	10
	9	10
R1	0	12
	6	0

- B) **Representar Gráficamente las Restricciones**

	R Inecuaciones	**Ecuaciones**
R1	$10x_1 + 5x_2 \geq 60$	$10x_1 + 5x_2 = 60$
R2	$x_1 \leq 8$	$x_1 = 8$
R3	$x_2 \leq 10$	$x_2 = 10$



Restricción	**X1**	**X2**
R2	8	0
	8	12
R3	1	10
	9	10
R1	0	12
	6	0

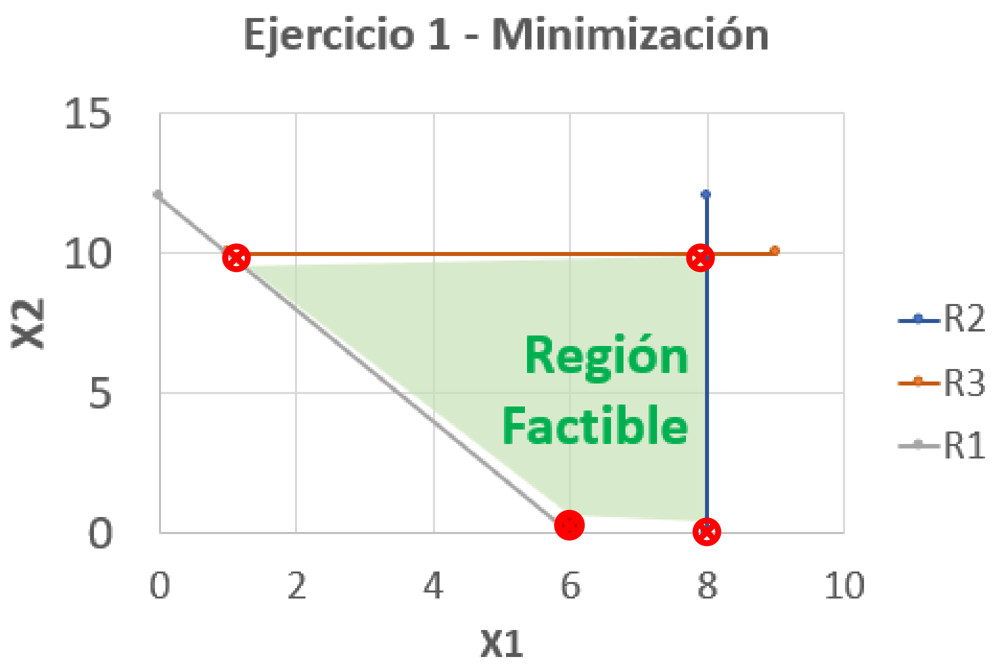
C) Sombrear la Región Factible

- D) **Buscar la Solución Óptima - Vértices Región Factible**

$$\min Z = 200x_1 + 150x_2$$

	Vertices RF		FO
Intersecciones	**X1**	**X2**	**Z**
R1-R3	1	10	1700
R2-R3	8	10	3100
R2-E	8	0	1600
R1-E	6	0	1200

$$R1 \rightarrow 10x_1 + 5x_2 = 60$$



E) Evaluación de la Función Objetivo (FO)

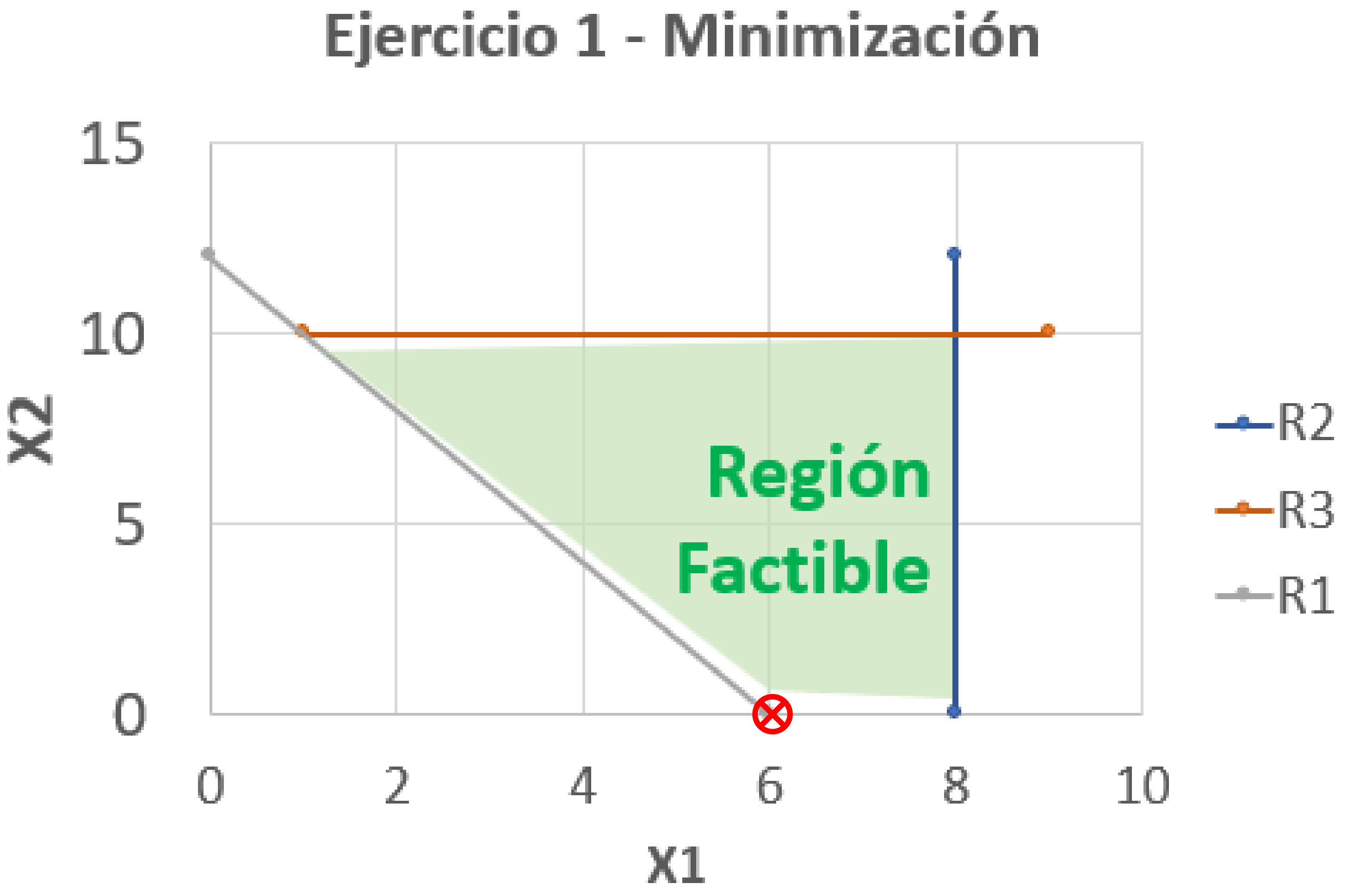
Si el problema es de **minimización**, seleccione el vértice con el **menor valor** de FO.

Verifique que la solución respete todas las restricciones del problema

E) Evaluación de la Función Objetivo (FO)

- **Verifique** que la solución respete todas las **restricciones** del problema

			Vertices RF		FO
Nro	**R Inecuaciones**	**Valor**	**X1**	**X2**	**Z**
R1	$10x_1 + 5x_2 \geq 60$	60	6	0	1200
R2	$x_1 \leq 8$	6			
R3	$x_2 \leq 10$	0			



Solución:

- **X1: 6**
- **X2: 0**
- Costo: 200*6+150*0
  Bs. 1200

❖ Para minimizar costos, **la empresa** debe utilizar **6 camiones** del **Tipo 1** y **no usar camiones** del **Tipo 2**.

Método Grafico

Modelo de Maximización

Ejemplo Maximización

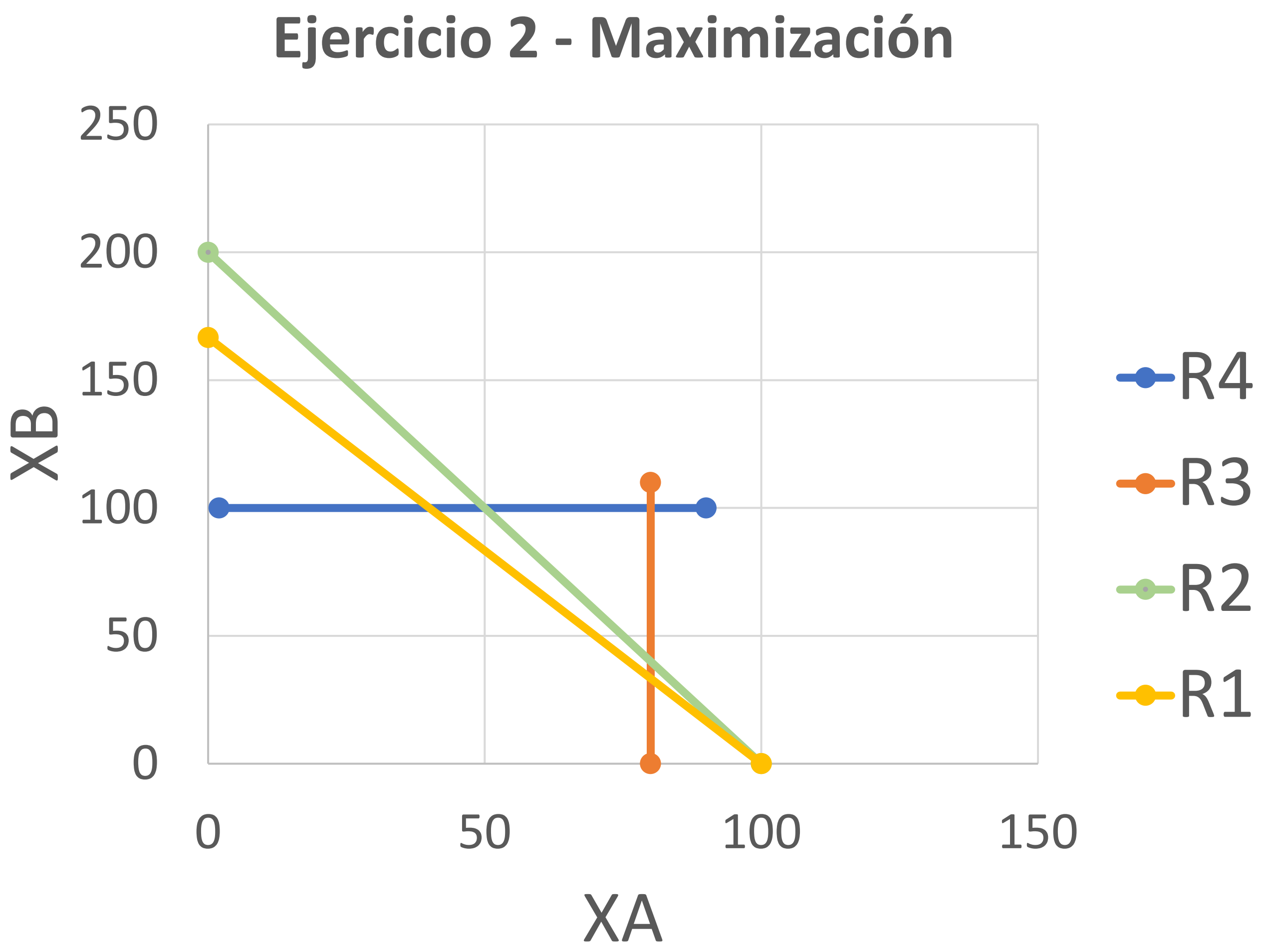
$$\max Z = 50x_A + 40x_B$$

	S.A
• **Disponibilidad de Materia Prima**	$5x_A + 3x_B \leq 500$
• **Disponibilidad de Mano de Obra**	$4x_A + 2x_B \leq 400$
• **Restricciones de Demanda (Mercado):**	
	$x_A \leq 80$
	$x_B \leq 100$
• **Restricciones de No Negatividad**	$x_A \geq 0,\ x_B \geq 0$

- *Producto A : xA*
- *Producto B : xB*

- A) **Identificación de la Función Objetivo** $\max Z = 50x_A + 40x_B$
- B) **Representar Gráficamente las Restricciones**

S.A
$5x_A + 3x_B = 500$
$4x_A + 2x_B = 400$
$x_A = 80$
$x_B = 100$
$x_A \geq 0, \ x_B \geq 0$

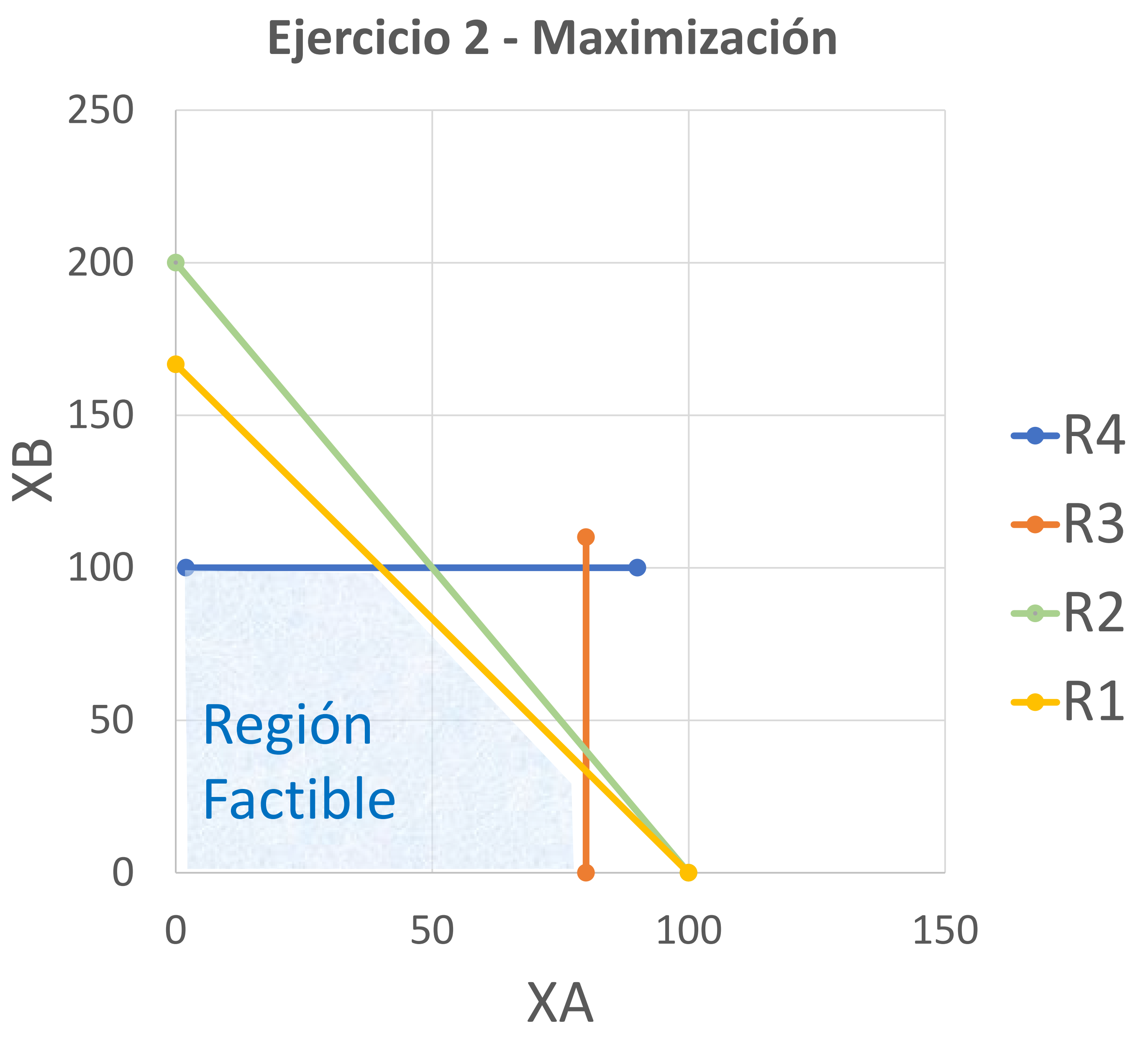


C) Sombrear la Región Factible

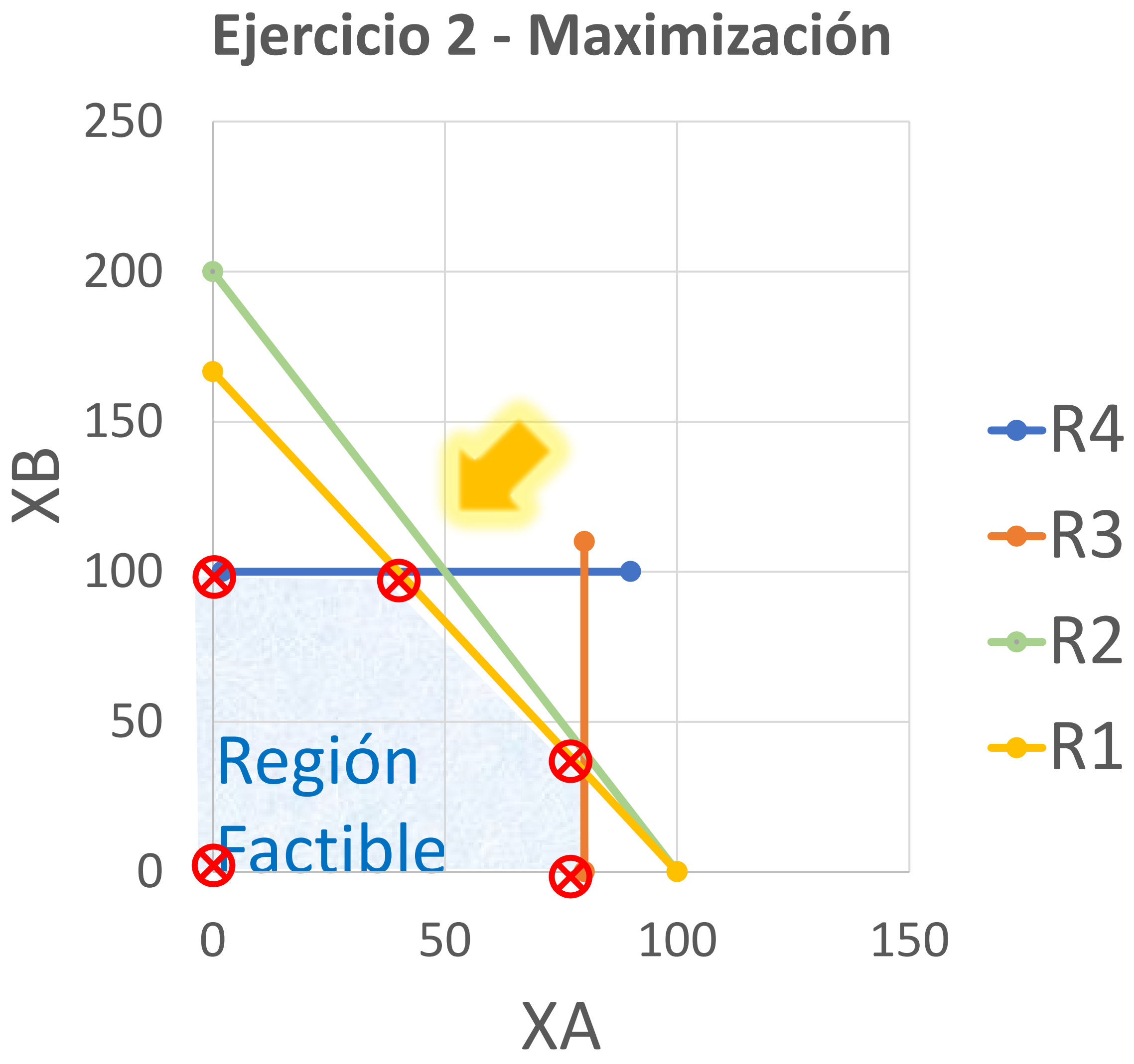
$$\max Z = 50x_A + 40x_B$$

Restricción	XA	XB
R1	100	0
	0	166 2/3
R2	0	200
	100	0
R3	2	100
	90	100
R4	80	10
	80	110

	S.A
• **Disponibilidad de Materia Prima**	$5x_A + 3x_B \leq 500$
• **Disponibilidad de Mano de Obra**	$4x_A + 2x_B \leq 400$
• **Restricciones de Demanda (Mercado):**	
	$x_A \leq 80$
	$x_B \leq 100$
• **Restricciones de No Negatividad**	$x_A \geq 0,\ x_B \geq 0$



D) **Buscar la Solución Óptima - Vértices Región Factible**



S.A
$5x_A + 3x_B = 500$
$4x_A + 2x_B = 400$
$x_A = 80$
$x_B = 100$
$x_A \geq 0,\ x_B \geq 0$

$$\max Z = 50x_A + 40x_B$$

	Vertices RF		FO
Intersecciones	XA	XB	Z
R4-E	0	100	4000
R1-R4	40	100	6000
R1-R3	80	33 1/3	5333 1/3
R3-E	80	0	4000
E-E	0	0	0

Intersecciones	XA	XB	Z
R1-R4	40	100	6000

Desafios

Desafío Propuesto 1

- *En una fábrica se producen mesas y sillas, que pasan por res procesos (aserrado, ensamblado y acabado). En el aserradero se emplean 2 horas para el trabajo de las sillas y una hora para el trabajo de las mesas. En el ensamblado se emplean 2 horas para las sillas y 2 horas para las mesas. Finalmente, en el acabado se emplean 1 hora para las sillas y 3 horas para las mesas.*
  - *Se dispone de un total de 220 horas de aserradero, 240 horas de ensamblado y 270 horas de acabado.*
  - *Estructure el modelo matemático para maximizar las ganancias, si cada silla genera Bs. 400 de ganancia y cada mesa genera Bs. 500 de ganancia.*

Desafío Propuesto 2

1. *Construya el modelo matemático del siguiente enunciado, identifique la función objetivo, las variables de decisión, identifique las restricciones* ***(20 puntos)***

   Ana es una estudiante de ingeniería con dos proyectos importantes por completar: uno en Programación y otro en Simulación de Sistemas. El objetivo de Ana es maximizar el rendimiento académico que obtendrá al completar ambos proyectos. El rendimiento que obtiene es proporcional al tiempo que dedica a cada proyecto, con las siguientes características:

   - *Cada hora dedicada al proyecto de Programación le genera* ***5 puntos*** *de rendimiento.*
   - *Cada hora dedicada al proyecto de Simulación de Sistemas le genera* ***7 puntos*** *de rendimiento.*

   Sin embargo, Ana tiene las siguientes limitaciones:

   - *Solo puede dedicar* ***12 horas*** *en total a los dos proyectos esta semana.*
   - *Debe dedicar al menos* ***4 horas*** *al proyecto de Programación para completarlo satisfactoriamente.*
   - *Debe dedicar al menos* ***3 horas*** *al proyecto de Simulación de Sistemas para cumplir con los requerimientos mínimos.*

Desafío Propuesto 3

- La empresa **TECNOCARGA** debe preparar al menos **7 paquetes en total** de productos para su distribución diaria.
- Existen dos tipos de paquetes posibles:
  - **Paquete X** (más pequeño),
  - **Paquete Y** (más grande).
- El **costo** de preparar cada **Paquete X** es de **Bs. 17**, mientras que cada **Paquete Y** cuesta **Bs**. **35**.
- Por cuestiones de **espacio y manipulación** en la bodega, la combinación de paquetes no puede sobrepasar de **12 espacios.** El **<u>Paquete X</u>** ocupa **2 espacios** de almacenamiento mientras el **<u>Paquete Y</u>** es de **3 espacios**
  Determinar **cuántos Paquetes X y Paquetes Y** la empresa debe preparar para lograr el **<u>costo mínimo</u>**

Propuesto 4

- Una compañía de servicios en la nube administra dos tipos de **aplicaciones** que se pueden desplegar en sus servidores:
    - ❖**Aplicación X**: genera una **utilidad** de Bs. 1000 por despliegue.
    - ❖**Aplicación Y**: genera una **utilidad** de Bs. 2000 por despliegue, pero demanda mas recursos.
- **Restricciones de recursos**

1. Cada despliegue de Aplicación X consume **1 Gbps (unidades) de ancho de banda**, mientras que cada despliegue de Aplicación Y consume **2 Gbps de ancho de banda**. El proveedor solo dispone de **10 Gbps** de ancho de banda total.
2. Cada aplicación, sea X o Y, requiere **1 instancia de CPU virtual**. El proveedor tiene capacidad para alojar hasta **8 instancias** simultáneas.

Propuesto 5

Una empresa de soluciones tecnológicas produce dos tipos de **módulos de software**, llamados **Módulo X** y **Módulo Y**. Por requerimientos contractuales:

- Se debe garantizar **al menos 30** **“unidades de funcionalidad A”.**
  - ❑ Cada **módulo X** aporta **6** unidades de A, y cada **módulo Y** aporta **3** unidades de A.
- Se debe garantizar **al menos 24** **“unidades de funcionalidad B”.**
  - ❑ Cada **módulo X** aporta **2** unidades de B, y cada **módulo Y** aporta **8** unidades de B.

.

La **empresa tiene como meta** fabricar tantos **módulos de software** como sea posible, para expandir el mercado (**maximizar** la **cantidad total de módulos)**

Propuesto 6

- Una empresa de **productos tecnológicos** elabora dos tipos de artículos: **Producto X** y **Producto Y**. Se desea **maximizar** la utilidad combinada de ambos productos, expresada por la función objetivo:

$$\max Z = x + 3y,$$

Sin embargo, la producción está sujeta a varias **restricciones**:

1. **Límite de capacidad global (1):**

   $x+y \leq 4x$

2. **Límite de capacidad global (2):**

   $x+y \leq 1$

3. **Requerimiento mínimo de ventaja de X sobre Y:**

   $x-y \geq 2$

Propuesto 7

Minimizar $\qquad Z = 2x + 3y,$

sujeto a:

$$\begin{aligned} 2x + y &\geq 2, \\ x + 2y &\geq 2, \\ x \geq 0, \quad y &\geq 0. \end{aligned}$$

Propuesto 8

Una empresa de software usa dos tipos de servidores en la nube para procesar solicitudes de clientes:

•**Servidor A** (más rápido y costoso): Puede procesar **80 tareas por hora** y cuesta **$50 por hora**.

•**Servidor B** (más económico y lento): Puede procesar **50 tareas por hora** y cuesta **$30 por hora**.

📌 **Restricciones:**

1) La empresa necesita procesar **al menos 400 tareas por hora**.
2) No puede contratar más de **10 servidores en total** (A + B ≤ 10).

📌 **Objetivo:**

Minimizar el costo total mientras se cumplen las restricciones.

2. Método Simplex

Método Simplex

- Procedimiento general para resolver problemas de PL
- Procedimiento **algebraico**, con **fundamentos** **geométricos**
- El método analiza solo las soluciones FEV (Soluciones en los vértices)
  - Solución inicial, **"solución básica factible"**, en el origen, VD=0
- Es un algoritmo **iterativo**
  - Se mueve de un **vértice del espacio factible** al siguiente
  - **Restricción**: El problema debe tener **soluciones factibles** en los vértices
- Desarrollado por Geroge Dantzing en 1947

Es un algoritmo iterativo que parte de una solución básica factible y se mueve de un vértice del espacio factible al siguiente, buscando mejorar la solución hasta que se alcanza el óptimo.

Metodología M. Simplex

1. **Formular el problema en su forma estandarizado**:
   - Expresar la FO y las restricciones en forma de **igualdades**, introduciendo variables de s/e si es necesario → **Ecuación frontera de restricción**
   - Asegurarse de que todas las variables de **decisión**, incluyendo las de **holgura**, y **exceso** sean **mayores o iguales a cero** (no negativas)

Variables Básicas

Variables de Holgura Slack, (S)	Variable de Exceso, Excess, (e)
se usa en las restricciones del tipo ≤	Se usa en restricciones del tipo ≥
Representa la cantidad de recurso sobrante o no utilizado	Representa el exceso sobre un límite o valor mínimo

- (≤) → + s
- (≥) → - e

Metodología M. Simplex

- 2. **Revisa la Solución Básica Factible Inicial:** El punto de partida del Método Simplex que satisface todas las restricciones del problema

❖ **Solución Básica**

  - Las **Variables** de **Decisión** (**variables <u>no básicas</u>**) se fijan en cero
  - Las **variables restantes** (**variables básicas**) se determinan resolviendo el sistema resultante.

❖ **Solución Básica Factible:** Al resolver el sistema de restricciones, las variables básicas son no negativas y cumplen todas las restricciones del problema.

Si no se cuenta con una SBFI, es IMPOSIBLE iniciar el método Simplex ***DIRECTAMENTE***

Metodología Método Simplex

3. **Construcción de la tabla inicial del Simplex**

- Reescribir la FO igualándola a cero
- Organizar las ecuaciones en una tabla (tabla simplex)

Metodología M. Simplex

3. **Construcción de la tabla inicial del Simplex**

Maximizar $\quad Z = \mathbf{cx},$

sujeta a:

$\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b} \quad$ y $\quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0},$

$$[\mathbf{A}, \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \mathbf{b}$$

- **x**, **b** y **0** son vectores columna
- **A** es la matriz
- **m**: Numero de restricciones
- **n** = Numero variables de decisión (**no básicas**)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Metodología M. Simplex

- **4. Pivoteo en la Tabla Simplex**

i. Identificación de la variable entrante:

Se selecciona la **variable no básica** con el **coeficiente** en la fila de Z

- **más negativo para maximización**
- **más positivo para minimización**

ii. Identificación de la variable de salida

- **Variable de Salida: Menor cociente positivo**

$$[\mathbf{A}, \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \boxed{\mathbf{b}}$$

$$\frac{RHS}{Coeficientes\ en\ Variable\ de\ Entrada}$$

Metodología M. Simplex

- **4. Pivoteo en la Tabla Simplex**
- cada iteración salta de un vértice a otro adyacente, eligiendo la mejor ruta para llegar al óptimo, por eso importan las variables entrantes y salientes

i. **Variable entrante**:
   - Controla la **Dirección de mejora** de Z
     - Si se elige mal no mejora la solución

ii. **Variable de salida**
   - Controla el Mantenimiento de la **factibilidad**
     - Si se elige mal podemos obtener soluciones no validas o infinitas

Metodología M. Simplex

- **4. Pivoteo en la Tabla Simplex**

iii. **Selección del Pivote :** Intersección de Variable de entrada y salida en la tabla Simplex

iv. **Actualización de la tabla (pivoteo)**

Se realizan operaciones básicas en renglones para convertir el **coeficiente pivote en 1** y los demás **elementos de su columna en 0**, obteniendo una nueva tabla Simplex.

Metodología **Método Simplex**

- 5. Iteración del Método Simplex
- Se repite el paso 4
  - **En maximización**: Se **continúa iterando** mientras haya coeficientes negativos en la fila de coeficientes de Z de la tabla simplex
  - **En minimización**: Se **continúa iterando** mientras haya **coeficientes positivos** en la fila de coeficientes de Z de la tabla simplex
- Cuando ya no hay que realizar iteraciones se ha encontrado la solución, se valida el cumplimiento de las restricciones y se obtiene el valor de Z

Ejercicio- Método Simplex

Una empresa fabrica sillas y mesas. La producción está limitada por los siguientes factores:

- **Espacio disponible**: Cada silla usa 1 unidad de espacio, y el máximo es 4 unidades.
- **Tiempo de trabajo**: Cada mesa requiere 2 horas, y el máximo disponible es 12 horas.
- **Material disponible**: Cada silla usa 3 unidades de material, cada mesa usa 2 unidades, y el total disponible es 18 unidades.

La empresa quiere maximizar sus ganancias. Cada silla genera Bs 30 y cada mesa genera Bs 50 de ganancia.

- Construye el modelo matemático, presente la solución del método grafico y resuelve paso a paso hasta completar el método simplex

Modelo Matemático

$$\boldsymbol{Max\ Z = 30X_S + 50X_M}$$

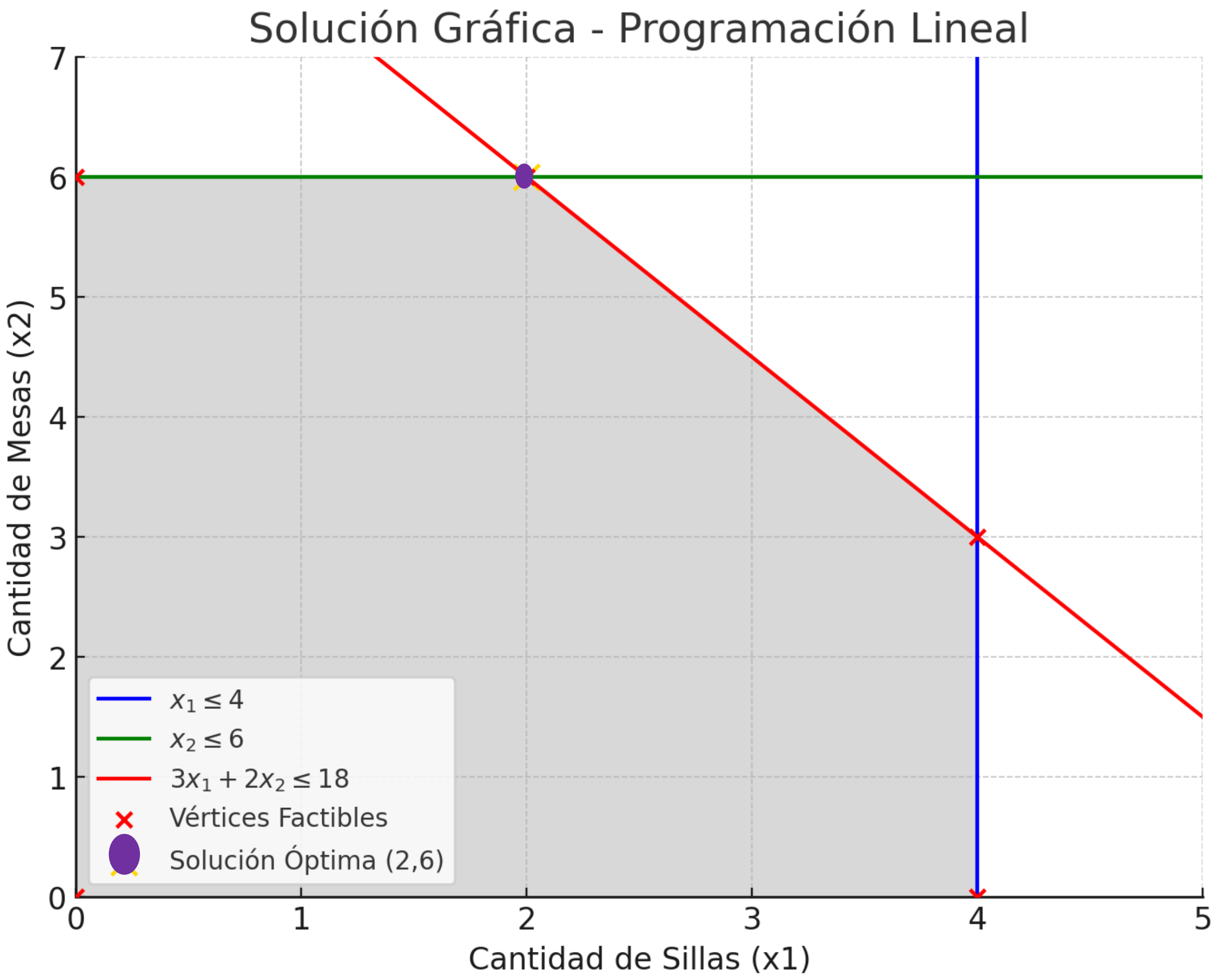
S.a. :

- R1: $X_S \leq 4$
- R2: $2X_M \leq 12$
- R3: $3X_S + 2X_M \leq 18$
- R4: $X_S \geq 0,\ X_M \geq 0$

- Espacio disponible
- Tiempo de trabajo
- Material disponible
- No negatividad

Solución M. Grafico

Vértice	xS	xM	Z
(0,0)	0	0	0
(4,0)	4	0	120
(0,6)	0	6	300
(4,3)	4	3	270
(2,6)	2	6	360



Solución Método Simplex

1. Formular el problema en su **formato estandarizado**:

- S: (≤)
- E:.(≥)

MODELO CANÓNICO

Forma original del modelo

$$Max\ Z = 30X_S + 50X_M$$

S.a. :

- R1: $X_S \leq 4$
- R2: $2X_M \leq 12$
- R3: $3X_S + 2X_M \leq 18$
- R4: $X_S \geq 0,\ X_M \geq 0$

MODELO ESTANDARIZADO

Forma aumentada del modelo

$$Max\ Z = 30X_S + 50X_M + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

S.a. :

R1: $X_S + S1 = 4$

R2: $2X_M + S2 = 12$

R3: $3X_S + 2X_M + S3 = 18$

R4: $X_j \geq 0,\ S_j \geq 0$

Solución Método Simplex

2. Revisar la Solución Básica Factible Inicial

Función objetivo Adaptada

$$\boldsymbol{Max\ Z = 30X_S + 50X_M} + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

S.a. :

R1: $X_S \qquad + \boldsymbol{S1} \qquad = 4$

R2: $2X_M \qquad + \boldsymbol{S2} \qquad = 12$

R3: $3X_S + 2X_M \qquad + \boldsymbol{S3} = 18$

R4: $X_j \geq 0,\ S_j \geq 0$

Solución Básica Factible Inicial

$X_S = 0\ , \boldsymbol{S1} = 4$

$X_M = 0\ , \boldsymbol{S2} = 12$

$X_S = 0\ y\ X_M = 0\ , \boldsymbol{S3} = 18$

$\boldsymbol{Z = 0}$

Metodología Método Simplex

$$Max\ Z = 30X_S + 50X_M$$

S.a. :

- R1: $X_S \leq 4$
- R2: $X_M \leq 12$
- R3: $3X_S + 2X_M \leq 18$
- R4: $X_S \geq 0,\ X_M \geq 0$

3. Construcción de la tabla inicial del Simplex

$$\boldsymbol{Z - 30X_S - 50X_M} = 0$$

R1: $X_S + \boldsymbol{S1} = 4$

R2: $2X_M + \boldsymbol{S2} = 12$

R3: $3X_S + 2X_M + \boldsymbol{S3} = 18$

	Var. Decisión			Var. Básica			Sol.
	Z	**X_S**	**X_M**	**S1**	**S2**	**S3**	**RHS**
FO	1	**-30**	**-50**	0	0	0	**0**
R1	0	**1**	**0**	1	0	0	**4**
R2	0	**0**	**2**	0	1	0	**12**
R3	0	**3**	**2**	0	0	1	**18**

Matriz de Coeficientes

Metodología M. Simplex

- **Variable entrante:** variable que **entra** al conjunto de **soluciones** positivas
- **Variable de salida:** Variable que **sale** de la base del conjunto de soluciones

• 4. Pivoteo en la Tabla Simplex

		Var. Decisión			Var. Básica			Sol.
		Z	X_S	X_M	S1	S2	S3	RHS
	FO	1	-30	-50	0	0	0	0
S1	R1	0	1	0	1	0	0	4
S2	R2	0	0	2	0	1	0	12
S3	R3	0	3	2	0	0	1	18

Menor Cociente
$4/0=\infty$
$12/2=$ **6**
$18/2 = 9$

- **Mínima razón** :
- Para asegurar que todas las variables básicas sigan siendo **no negativas**.
- .para no salir de la región factible

i. **Variable entrante: X_M (coeficiente mas negativo)**
ii. **Variable salida : S2 (Menor cociente)**
iii. **Selección del Pivote : 2**

Metodología M. Simplex

i. **Variable entrante: X_M**
ii. **Variable salida : S2**

4. Pivoteo en la Tabla Simplex

iv. Se realizan **operaciones básicas** en renglones para convertir el **pivote en 1** y los demás **elementos de su columna en 0**, obteniendo una nueva tabla Simplex

		Var. Decisión			Var. Básica			Sol.
		Z	X_S	X_M	S1	S2	S3	RHS
	FO	1	**-30**	**-50**	0	0	0	0
S1	R1	0	**1**	**0**	**1**	0	0	4
X_M	R2	0	**0**	**2**	0	**1**	0	12
S3	R3	0	**3**	**2**	0	0	**1**	18

Tabla simplex actualizada luego de Operaciones Básicas

OB		Z	Xs	Xm	S1	S2	S3	RHS
RP*50+RFO	FO	1	-30	0	0	25	0	300
***	R1	0	1	0	1	0	0	4
RP/2	R2	0	0	1	0	1/2	0	6
RP*-2+R3	R3	0	3	0	0	-1	1	6

Metodología M. Simplex

5. Iteraciones en la Tabla Simplex

- Al existir negativos en la FO, continuamos iterando
- Selección de nuevo Pivote
  - Ve: Xs
  - VS: S3
- Operaciones Básicas sobre renglones para dejar pivote en uno y demás elementos de columna en 0

Tabla simplex- Iteración 1

		Z	Xs	Xm	S1	S2	S3	RHS	Men. Coc.
	FO	1	-30	0	0	25	0	300	
S1	R1	0	1	0	1	0	0	4	4
X_M	R2	0	0	1	0	1/2	0	6	#¡DIV/0!
S3	R3	0	3	0	0	-1	1	6	2

Tabla simplex Actualizada - Iteracion 2

	OB		Z	Xs	Xm	S1	S2	S3	RHS
		FO	1	0	0	0	15	10	360
S1	RP*-1+R1	R1	0	0	0	1	1/3	- 1/3	2
X_M	****	R2	0	0	1	0	1/2	0	6
Xs	R3/3	R3	0	1	0	0	- 1/3	1/3	2

Seleccion de pivotes:
Columna pivote: coeficiente con mas negativo
Renglon pivot: regla del menor cociente

Metodología M. Simplex

5. Iteraciones en la Tabla Simplex

		Z	Xs	Xm	S1	S2	S3	RHS
	FO	1	0	0	0	15	10	360
S1	R1	0	0	0	1	1/3	- 1/3	2
X_M	R2	0	0	1	0	1/2	0	6
Xs	R3	0	1	0	0	- 1/3	1/3	2

$X_S = 2$

$X_M = 6$

$Z = 360$

Metodología M. Simplex

5. Iteraciones en la Tabla Simplex

$$\boldsymbol{Max\ Z = 30 * 2 + 50 * 6} = 360$$

S.a. :

- R1: $2 \leq 4$
- R2: $\mathbf{2} * \mathbf{6} \leq 12$
- R3: $3 * \mathbf{2} + 2 * \mathbf{6} \leq 18$
- R4: $X_S \geq 0,\ X_M \geq 0$

$\boldsymbol{X_S = 2}$

$\boldsymbol{X_M = 6}$

Z $= 360$

- ❖ La empresa debe fabricar 2 sillas y 6 mesas para obtener una ganancia máxima de Bs 360.

Ejemplo 2

- (≤) → + s
- (≥) → - e

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$

$s.a$:

$$x_1 + 2x_3 \leq 4 \quad \text{(R1)}$$
$$2x_2 + 3x_3 \leq 12 \quad \text{(R2)}$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 18 \quad \text{(R3)}$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1. **Formular el problema en su formato estandarizado:**

$Z=3x_1+5x_2+4x_3+0s_1+0s_2+0s_3$

$$x_1 + 2x_3 + S_1 = 4$$
$$2x_2 + 3x_3 + S_2 = 12$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + S_3 = 18$$

Forma aumentada del modelo

2. **Revisar la Solución Básica Factible Inicial**

- x_1 =0
- $x_2 = 0$
- x_3 =0

- $s_1 = 4$
- $s_2 = 12$
- $s_3 = 18$

- Z=0

Ejemplo 2

3. **Construcción de la tabla inicial del Simplex**

Forma aumentada del modelo

$$Z - 3x_1 - 5x_2 - 4x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_3 + s_1 = \boxed{4} \qquad s_1$$
$$2x_2 + 3x_3 + s_2 = \boxed{12} \qquad s_2$$
$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + s_3 = \boxed{18} \qquad s_3$$

	VD			VB					MC
Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS		
1	-3	-5	-4	0	0	0	0	R0	
0	1	0	2	1	0	0	4	R1	Ind
0	0	2	3	0	1	0	12	R2	6
0	3	2	1	0	0	1	18	R3	9

PRIMERA ITERACIÓN

4. Selección de Pivotes en la Tabla Simplex

- **Variable entrante: X2** → **(coeficiente mas negativo)**
- **Variable salida : S2** → **(Menor cociente positivo)**
- **Selección del Pivote : 2**

x_2
- **Variable entrante:** variable que **entra** al conjunto de **soluciones** positivas

S_2
- **Variable de salida:** Variable que **sale** de la base del conjunto de soluciones

- PRIMERA ITERACIÓN

4. Pivoteo en la Tabla Simplex

	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS	
		VD			VB				
	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS	
	1	-3	-5	-4	0	0	0	0	$R0$
s_1	0	1	0	2	1	0	0	4	$R1$
$x_2 \rightarrow$ ~~s_2~~	0	0	2	3	0	1	0	12	$R2$
s_3	0	3	2	1	0	0	1	18	$R3$

iv. Operaciones Básicas en Renglones

- Convertir el pivote en 1: **RP=R2/2**

	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS	
		VD			VB				
	Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS	
	1	-3	-5	-4	0	0	0	0	$R0$
s_1	0	1	0	2	1	0	0	4	$R1$
X_2	0	0	1	3/2	0	1/2	0	6	$R2$
s_3	0	3	2	1	0	0	1	18	$R3$

- ***Tabla Simplex Actualizada- Primera Iteración***

x_2
- **Variable entrante:** variable que **entra** al conjunto de **soluciones** positivas

S_2
- **Variable de salida:** Variable que **sale** de la base del conjunto de soluciones

PRIMERA ITERACIÓN

4. Pivoteo en la Tabla Simplex

		VD			VB			
	Z	**X1**	**X2**	**X3**	**S1**	**S2**	**S3**	**RHS**
R0	1	-3	-5	-4	0	0	0	0
s_1 **R1**	0	1	0	2	**1**	0	0	4
X_2 **R2**	0	0	**1**	3/2	0	**1/2**	0	6
s_3 **R3**	0	3	2	1	0	0	**1**	18

iv. operaciones básicas en renglones

- R0=RP***5**+R0

Z	0	***(5)+1**	=	1
X1	0	***(5)**-3	=	-3
X2	1	***(5)** -5	=	**0**
X3	3/2	***(5)** -4	=	7/2
S1	0	***(5)** +0	=	0
S2	1/2	***(5)** +0	=	5/2
S3	0	***(5)** +0	=	0
RHS	6	***(5)** +0	=	30

	VD			VB			
Z	**X1**	**X2**	**X3**	**S1**	**S2**	**S3**	**RHS**
1	-3	0	7/2	0	5/2	0	30
0	0	**1**	3/2	0	**1/2**	0	6

PRIMERA ITERACIÓN

4. Pivoteo en la Tabla Simplex

		VD			VB		
Z	**X1**	**X2**	**X3**	**S1**	**S2**	**S3**	**RHS**
1	-3	**0**	7/2	0	5/2	0	30
0	1	**0**	2	**1**	0	0	4
0	0	**1**	3/2	0	**1/2**	0	6

$R0$

s_1 $R1$

X_2 $R2$

s_3 $R3$

iv. operaciones básicas en renglones

- R2=**** (no es necesario operar, ya es 0)

		VD			VB		
Z	**X1**	**X2**	**X3**	**S1**	**S2**	**S3**	**RHS**
1	-3	**0**	7/2	0	5/2	0	30
0	1	**0**	2	**1**	0	0	4
0	0	**1**	3/2	0	**1/2**	0	6

PRIMERA ITERACIÓN

4. Pivoteo en la Tabla Simplex

			VD			VB			
		Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS
	R0	1	-3	0	7/2	0	5/2	0	30
s_1	R1	0	1	0	2	1	0	0	4
X_2	R2	0	0	1	3/2	0	1/2	0	6
s_3	R3	0	3	2	1	0	0	1	18

RP

iv. **operaciones básicas** en renglones

- R3=RP*(-2)+R3

Z	0 *(-2) + 0	=	0
X1	0 *(-2) + 3	=	3
X2	1 *(-2) +2	=	0
x3	3/2*(-2) +1	=	-2
S1	0 *(-2) +0	=	0
S2	1/2*(-2) +0	=	-1
S3	0 *(-2) +1	=	1
RHS	6 *(-2) +18	=	6

			VD			VB			
		Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS
	R0	1	-3	0	7/2	0	5/2	0	30
s_1	R1	0	1	0	2	1	0	0	4
X_2	R2	0	0	1	3/2	0	1/2	0	6
s_3	R3	0	3	0	-2	0	-1	1	6

- ***Tabla Simplex Actualizada- Primera Iteración***

			VD			VB				
		Z	**X1**	**X2**	**X3**	**S1**	**S2**	**S3**	**RHS**	**M.C**
	R0	1	-3	**0**	7/2	0	5/2	0	30	
s_1	*R1*	0	1	**0**	2	**1**	0	0	4	4
X_2	*R2*	0	0	**1**	3/2	0	**1/2**	0	6	#¡DIV/0!
x_1 $\cancel{s_3}$	*R3*	0	3	**0**	-2	0	-1	**1**	6	2

- ***Tabla Simplex Actualizada- Primera Iteración***

- ?Siguen existiendo negativos en el R0?

Más negativo en x1: **-3**

→ **entra x1**

✓ VS: S3 (menor cociente)

Ejemplo 2

5. Iteraciones en la Tabla Simplex

			VD			VB				
		Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS	M.C
R0		1	-3	0	7/2	0	5/2	0	30	
R1	s_1	0	1	0	2	1	0	0	4	4
R2	$\boldsymbol{X_2}$	0	0	1	3/2	0	1/2	0	6	#¡DIV/0!
R3	X_1	0	3	0	-2	0	-1	1	6	2

- Ve: X1
- VS: S3
- Operaciones Básicas sobre renglones para dejar pivote en uno y demás elementos de columna en 0

	VD			VB				
Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS	
1	-3	0	7/2	0	5/2	0	30	R0=RP*3+RO
0	1	0	2	1	0	0	4	R1=RP*(-1)+R1
0	0	1	3/2	0	1/2	0	6	****
0	3	0	-2	0	-1	1	6	RP=RP/3

	VD			VB			
Z	X1	X2	X3	S1	S2	S3	RHS
1	0	0	3/2	0	3/2	1	36
0	0	0	8/3	1	1/3	-1/3	2
0	0	1	3/2	0	1/2	0	6
0	1	0	-2/3	0	-1/3	1/3	2

Ejemplo 2

5. Iteraciones en la Tabla Simplex

		VD			VB			
	Z	**X1**	**X2**	**X3**	**S1**	**S2**	**S3**	**RHS**
	1	0	0	3/2	0	3/2	1	**36**
s_1	0	0	0	8/3	1	1/3	-1/3	2
X_2	0	0	1	3/2	0	1/2	0	6
X_1	0	1	0	-2/3	0	-1/3	1/3	2

$$X_1 = 2$$

$$X_2 = 6$$

$$X_3 = 0$$

$$Z = 36$$

$$\text{Maximizar } Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$$

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_3 &\leq 4 \quad (\text{R1}) \\ 2x_2 + 3x_3 &\leq 12 \quad (\text{R2}) \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 18 \quad (\text{R3}) \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

- $R1$: $X_1 + 2X_3 \leq 4 = 2 + 2*0 = \mathbf{2} \leq 4$
- R2: $2X_2 + 3X_3 = 2*\mathbf{6} + 3*0 = \mathbf{12} \leq 12$
- R3: $3X_1 + 2X_2 + X_3 = 3*\mathbf{2} + 2*\mathbf{6} + 0 = \mathbf{18} \leq 18$

Desafios

$Maximizar \quad Z = 3x_1 + 3x_2$

$Sujeto\ a$:

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

Desafío 1

$Maximizar$

$$Z = 20x + 30y$$

$Sujeto\ a$:

$$x + 2y \leq 500$$
$$2x + y \leq 400$$
$$y \leq 225$$
$$x, y \geq 0$$

Desafío 2

$Maximizar$

$$Z = 5x_1 + 17x_2 + 30x_3$$

$Sujeto\ a$:

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 100$$

$$x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 180$$

$$x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 60$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Desafío 3

$$\text{Maximizar } Z = 3x_1 + 4x_2$$

$Sujeto\ a$:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 40 \\ x_1 + 2x_2 \leq 60 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Desafío 4

$Maximizar$ $Z = 50x_1 + 80x_2$

$Sujeto\ a$:

$$x_1 + 2x_2 \leq 120$$
$$x_1 + x_2 \leq 90$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Desafío 5

$$\max Z = 7x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$Sujeto\ a$:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 30, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 45, \\ x_1,\, x_2,\, x_3 \geq 0. \end{cases}$$