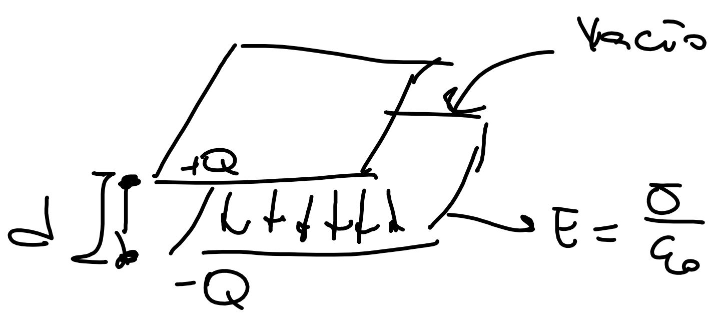
Capacitancia

$\Delta V_{ab} \propto Q$

$$C = \frac{Q}{\Delta V_{ab}}$$

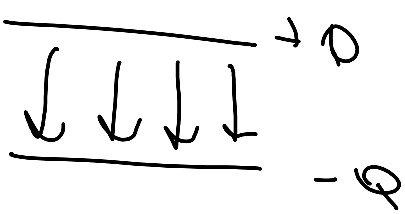
Capacitor $\rightarrow$ Almacenar energía $\Rightarrow$ Campo eléctrico.



$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$V_{ab} = E \cdot d$$

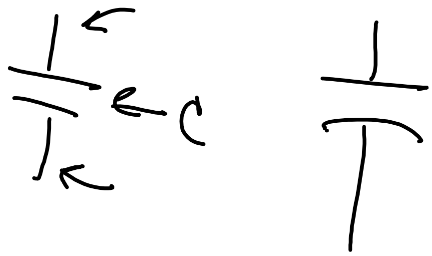
$$V_{ab} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$



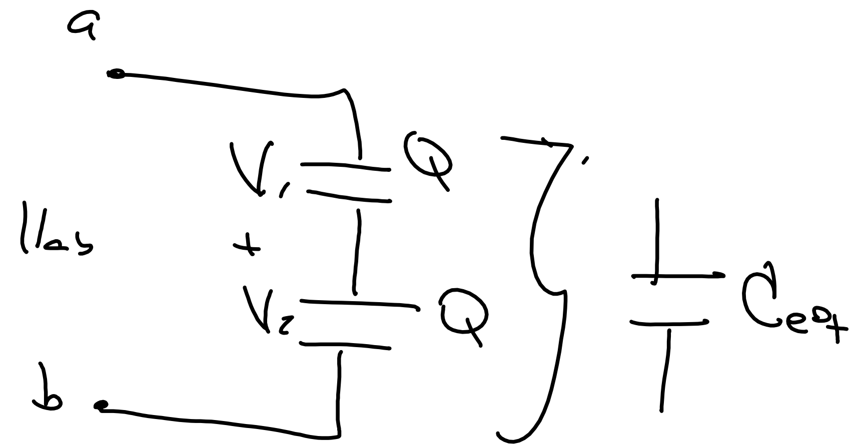
$$\frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$\hookrightarrow$ Capacitancia

Conexiones.



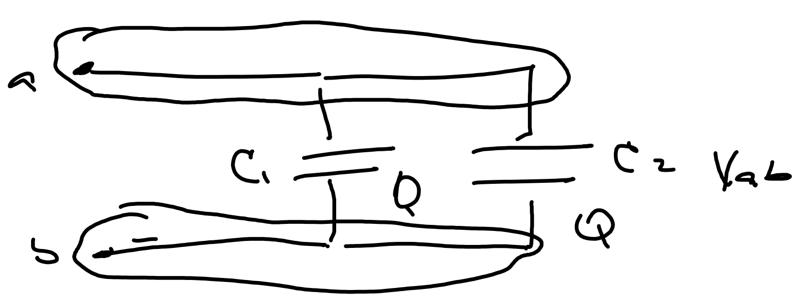
Serie:



$$V_{ab} = V_1 + V_2$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \leftarrow \frac{\cancel{Q}}{C_{eq}} = \frac{\cancel{Q}}{C_1} + \frac{\cancel{Q}}{C_2}$$

Paralelo:



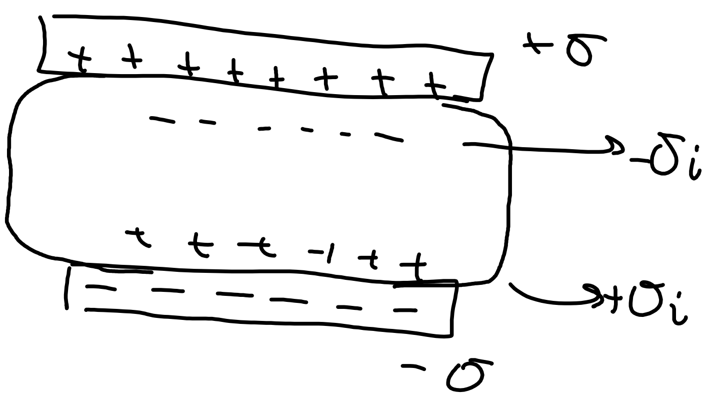
$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

Energía: $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$

Densidad de energía: $u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$

Dieléctricos



$$\frac{C}{C_0} = K \qquad (I)$$

$$E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0} \; ; \; E = \frac{E_0}{K}$$

$$\sigma_i = \sigma\left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

De (I)

$$C = \underbrace{K\epsilon_0}_{\epsilon}\frac{A}{d}$$

56. Se fabrica un capacitor a partir de dos placas cuadradas de lados ℓ y separación d. Las placas $+Q$ y $-Q$ son colocadas en las placas y después se retira la fuente de energía. En el interior del capacitor se inserta un material de constante dieléctrica κ, a cierta distancia x como se muestra en la figura P26.56. Suponga que d es mucho más pequeña que x. a) Determine la capacitancia equivalente del dispositivo. b) Calcule la energía almacenada en el capacitor. c) Determine la dirección y la magnitud de la fuerza ejercida sobre el dieléctrico. d) Obtenga un valor numérico para la fuerza cuando $x = \ell/2$, si $\ell = 5.00$ cm, $d = 2.00$ mm, el material dieléctrico es de vidrio ($\kappa = 4.50$) y el capacitor fue cargado a 2000 V antes de insertar el dieléctrico. *Sugerencia:* puede considerar el sistema como dos capacitores conectados en paralelo.

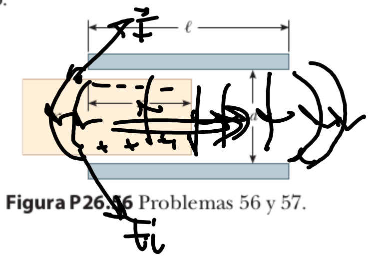
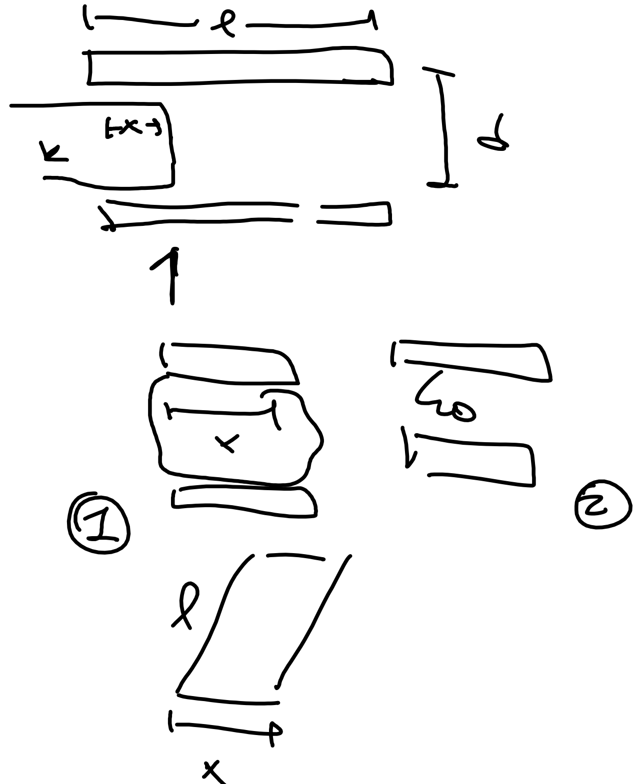


Figura P26.56 Problemas 56 y 57.



a)

$$C_1 = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} = \kappa\varepsilon_0 \frac{x\ell}{d}$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \frac{\ell(\ell - x)}{d}$$

$$C_{eq} = \frac{\ell\varepsilon_0}{d}\left[\ell + x(\kappa - 1)\right]$$

b)

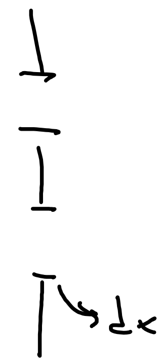
$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{Q^2 d}{2\ell\varepsilon_0(\ell + x(\kappa - 1))}$$

c)

$$\vec{F} = -\frac{dU}{dx}\hat{x}$$

$$= \frac{Q^2 d(\kappa - 1)}{2\ell\varepsilon_0\left[\ell + x(\kappa - 1)\right]^2}\hat{x}$$

60. Un capacitor de placas paralelas, con placas de área LW y separación de placa t, tiene la región entre sus placas llena con cuñas de dos materiales dieléctricos, como se muestra en la figura P26.60. Suponga que t es mucho menor que L y W. a) Determine su capacitancia. b) ¿La capacitancia debe ser la misma si se intercambian las etiquetas κ_1 y κ_2? Demuestre que su expresión tiene o no esta propiedad. c) Demuestre que, si κ_1 y κ_2 tienden igualmente a un valor común κ, su resultado se vuelve el mismo que la capacitancia de un capacitor que contiene un solo dieléctrico: $C = \kappa\epsilon_0 LW/t$.



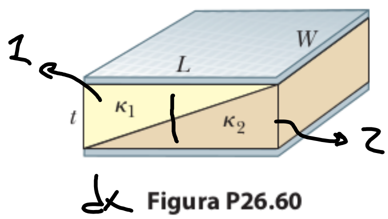
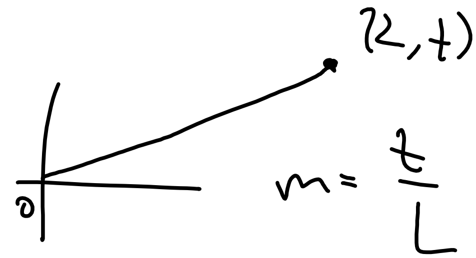


Figura P26.60



$$m = \frac{t}{L}$$

$$\boxed{y = \frac{t}{L}x}$$

$$dC_1 = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{W dx}{t - \frac{t}{L}x} = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{W dx}{t(1 - x/L)}$$

$$dC_2 = \kappa_2 \epsilon_0 \frac{W dx}{tx/L} = \kappa_2 \epsilon_0 \frac{W L dx}{tx}$$

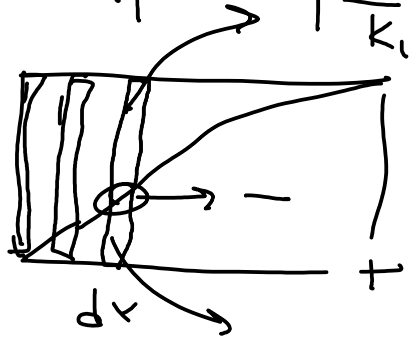
$$\frac{1}{dC_{eq}} = \left(\frac{tx}{\kappa_2 \epsilon_0 W L dx} + \frac{t(1 - x/L)}{\kappa_1 \epsilon_0 W dx} \right)^{-1}$$

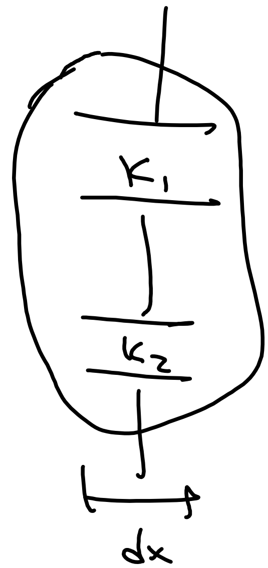
$$dC_{eq} = \frac{\kappa_1 \kappa_2 \epsilon_0 W L}{t} \left[\frac{dx}{x(\kappa_1 - \kappa_2) + \kappa_2 L} \right]$$

$$C = \frac{\kappa_1 \kappa_2 \epsilon_0 W L}{t} \int_0^L \frac{dx}{x(\kappa_1 - \kappa_2) + \kappa_2 L}$$

$$C = \frac{k_1 k_2 \varepsilon_0 w L}{t(k_1 - k_2)} \ln\left|\frac{k_1}{k_2}\right| \qquad k_1 > k_2$$

$$(k_2 - k_1) \qquad \ln\left|\frac{k_2}{k_1}\right|$$





$$k_1 = k_2(1+x)$$

$$\lim_{x \to 0} C = ?$$