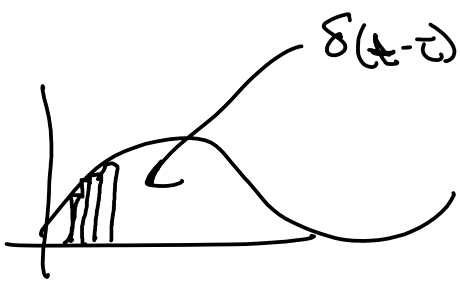
TALLER 12

Asincronico dado que nadie se conectó.

Considere la componente de una onda electromagnética en una cavidad láser de longitud l. Las ondas son generadas por una corriente $J(x)$ que impregna la cavidad y las paredes están hechas de un material conductor perfectamente reflectante, por lo que $E_z(0) = E_z(L) = 0$. La ecuación de Maxwell para la componente (polarizada en la dirección z) es

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - k^2\right) E_z(x) = \boxed{J(x),} \longrightarrow \text{fuente/source}$$

donde la constante k^2 es igual a $g\omega^2/c^2$ donde c es la velocidad de la luz, ω es la frecuencia angular de la luz y g es el coeficiente de ganancia (un número que describe la transferencia de energía de un medio a la onda electromagnética). Encuentre la solución general para E_z entre las paredes.



$G(x,y)$

pos. campo

pos. del paquete

$G(x,y)$ sol. $L(E_z(x)) = \delta$

$$\frac{\partial^2 G(x,y)}{\partial x^2} - k^2 G(x,y) = \delta(x-y)$$

buscamos una derivada discontinua

$$\int_{y-\varepsilon}^{y+\varepsilon} dx \, \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \underbrace{\int_{y-\varepsilon}^{y+\varepsilon} dx \, \delta(x-y)}_{=1} + \underbrace{\int_{y-\varepsilon}^{y+\varepsilon} dx \, k^2 G}_{\lim_{\varepsilon \to 0} \Rightarrow 0} .$$

$$\downarrow$$

$$\left.\frac{\partial G}{\partial x}\right|_{x=y+\varepsilon} - \left.\frac{\partial G}{\partial x}\right|_{x=y-\varepsilon} = 1$$

$$A(y)\, e^{kx} + B(y)\, e^{-kx}$$

Esperan soluciones diferentes.

$$L\,(x < y) \qquad R\,(x > y)$$

$$\begin{cases} G_L(x,y) = L_1(y)\, e^{kx} + L_2(y)\, e^{-kx} \\ G_R(x,y) = R_1(y)\, e^{kx} + R_2(y)\, e^{-kx} \end{cases}$$

$$G(0,y) = G(\ell,y) = 0 .$$

$$\Rightarrow \qquad L_1(y) = -L_2(y)$$

$$y \qquad R_2(y) = e^{2k\ell} R_1(y)$$

$$\begin{cases} G_L(x,y) = L_1'(y)\,\operatorname{senh}(kx) \\ \\ G_R(x,y) = R_1(y)\left(e^{kx} - e^{2kl}e^{-kx}\right) \end{cases}$$

$$= R_1'(y)\,\operatorname{senh} k(x-l)$$

1) Los soluciones deben ser iguales en $x=y$.

2) tienen salto de 1

$$L_1'(y)\,\operatorname{senh}(ky) = R_1'(y)\,\operatorname{senh} k(y-l)$$

$$k R_1'(y)\cosh(k(y-l)) = 1 + k L_1'(y)\cosh(ky)$$

Sistema 2x2.

$$L_1'(y) = \frac{1}{k}\,\frac{\operatorname{senh} k(y-l)}{\operatorname{senh}(kl)}$$

$$R_1'(y) = \frac{1}{k}\,\frac{\operatorname{senh}(ky)}{\operatorname{senh}(kl)}$$

$$G_L(x,y) = \frac{1}{k}\,\frac{\operatorname{senh} k(y-l)}{\operatorname{senh}(kl)}\,\operatorname{senh}(kx)$$

$$G_R(x,y) = \frac{1}{k}\,\frac{\operatorname{senh}(ky)}{\operatorname{senh}(kl)}\,\operatorname{senh} k(x-l)$$

$\uparrow$

paquetitos.

$$E_z(x) = \int_0^x dy\, G_R(x,y)\, J(y) + \int_x^l dy\, G_L(x,y)\, J(y)$$

$$\nabla^2\phi = \boxed{\frac{\rho}{\varepsilon_0}} \longrightarrow \text{fuente.}$$

$$\nabla\cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$