Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Mecánica Clásica
Auxiliar: Diego Sarceño
16 de octubre de 2022

Taller 8

Instrucciones: Resuelva cada uno de los siguientes problemas a LaTeX o a mano con letra clara y legible, dejando constancia de sus procedimientos. No es necesaria la carátula, únicamente su identificaciónn y las respuestas encerradas en un cuadro.
Lectura Recomendada: *Secciones* 5.1*,* 5.2 *y* 5.3 *Classical Dynamics - Taylor y secciones* 3.1*,* 3.2*,* 3.3 *y* 3.4 *Classical Dynamics of Particles and Systems - Thornton & Marion.*

$\mathcal{S}$

Ejercicio 1
Demuestre que el camino seguido por un oscilador isotrópico en dos dimensiones, para $\alpha - \beta = \pm\,\pi/2$, es una elipse.
Hint: Reescriba $y(t) = A_y \sin(\omega t - \alpha + (\alpha - \beta))$.

$\mathcal{S}$

Ejercicio 2
Considere un oscilador anisotrópico en dos dimensiones.

1. Demuestre que si la razón entre las frecuencias $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ es un número racional entonces el movimiento es periódico.
2. Demuestre que si la razón entre las frecuencias $\frac{\omega_x}{\omega_y}$ es un número irracional entonces el movimiento nunca se repite.

$\mathcal{S}$

Ejercicio 3
Encuentre el periodo de oscilacion de una esfera sólida de masa M y radio R respecto a un punto en su superficie.

$\mathcal{S}$

Ejercicio 4
Un bote esta flotando en un gran contenedor de agua como se ve en la figura 1. El bote está en equilibrio sumergido una distancia d_o. Demuestre que si es empujado a una distancia d y se suelta, se inducirá un movimiento armónico. Encuentre su frecuencia de oscilación. Si $d_o = 20cm$, cual es el periodo?

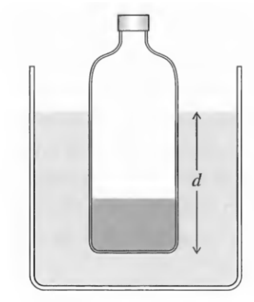

Figura 1: El bote tiene arena para que pueda flotar verticalmente. Esta en equilibrio a una profundidad de d_o.

Ejercicio 5
Considere un oscilador armónico simple con peroido τ. Sea $\langle f\rangle$ el valor promedio de cualquier variable $f(t)$, promediado durante un ciclo completo:

$$\langle f\rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau f(t)\,\mathrm{d}t\,.$$

Pruebe que $\langle T\rangle = \langle V\rangle = \frac{1}{2}E$ donde E es la energía total del oscilador.

Reto:

La masa mostrada en la figura 2 esta en reposo en una mesa sin fricción. Cada uno de los dos resortes identicos con costante k y longitud natural l_o. El punto de equilibrio está en el origen, y la distancia a no necesariamente igual a l_o. Demuestre que cuando la masa se mueve a una posición (x, y), con x y y pequeños, la energía potencial tiene la siguiente forma

$$V(x, y) = \frac{1}{2}k_x x^2 + \frac{1}{2}k_y y^2,$$

para un oscilador anisotrópico. También demuestre que si $a < l_o$ el punto de equilibrio del origen es inestable.

Figura 2: Problema reto.