

Métodos matemáticos para la física

2do semestre 2021

Examen final

Indicaciones: Deje indicado en detalle todo el procedimiento para llegar a los resultados.

Horario de examen: 8:00 -10:30.

Hora límite para subir el examen a la plataforma de Uvirtual: 10:45.

1. Considere un cilindro de radio $\rho = a$ y altura $z = L$. El potencial eléctrico del cilindro en las paredes y en el fondo es igual a cero, mientras que en la cara superior el potencial es $\Phi = V$, con V constante. Encuentre el potencial en cualquier punto al interior del cilindro. No es necesario que realice la integración final para obtener los coeficientes del desarrollo en términos de las funciones base.

El Laplaciano en coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) es:

$$\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1)$$

2. Para $x = \{x_n\}_{n=1}^{\infty} \in l_{\infty}$ se define la norma

$$\|x\| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x_n|}{2^n} \quad (2)$$

Estudie si l_{∞} con dicha norma es un espacio de Banach.

3. Resuelva la ecuación diferencial usando un desarrollo de los autovectores correspondientes un problema de autovalores asociado al operador $L = \frac{d^2}{dx^2} + 4$:

$$y'' + 4y = x^2, \quad y(0) = y(1) = 0. \quad (3)$$

4. Considere un problema de Sturm-Liouville general. Plantee el problema y demuestre que el operador diferencial asociado, L , es autoadjunto con condiciones de frontera de Dirichlet. Mencione una aplicación física de este problema.