

Métodos Matemáticos para Física  
examen de recuperación  
curso 2do semestre 2021

**INDICACIONES:**

El examen inicia a las 8:00 am y finaliza a las 9:45 am. Deje constancia clara de todo el procedimiento utilizado para resolver el examen. Deberá enviar la solución al examen en formato pdf al correo: japonciano@ecfm.usac.edu.gt. Hora límite de entrega: 10:00 am.

1. Problema 1: Sea  $x \in E$  un espacio euclídeo. Considere un conjunto ortonormal  $\{e_i\}$ . Demuestre que de entre todas las sumas  $\sum_{k=1}^n c_k e_k$ , la suma parcial enésima de la serie de Fourier asociada es la que está a menor distancia de  $x$  respecto de la norma del espacio  $E$ .
2. Problema 2: La ecuación de Laplace en coordenadas polares  $(r, \theta)$  está dada por

$$u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 \quad (1)$$

- a) Use el método de separación de variables para encontrar la solución geneneral de esta ecuación en  $\mathbb{R}^2$  (Use la condición de periodicidad  $u(r, \theta + 2\pi) = u(r, \theta)$ ).
- b) Obtenga la solución de la ecuación dentro del círculo  $r = R$ , con la condición  $u(R, \theta) = f(\theta)$ .