

# PROBLEMA DE LOS $N$ CUERPOS

FÍSICA COMPUTACIONAL

Diego Sarceño

201900109

Guatemala, 28 de noviembre de 2022

## Resumen

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## 1. Problema de los $N$ Cuerpos

Las primeras ideas acerca del "problema de los  $n$  cuerpos" llegaron a comienzos del siglo XVII de la mano de Newton al decir que no es suficiente con especificar la posición inicial y la velocidad, o tampoco tres posiciones orbitales, sino que, para determinar con certeza la órbita de un planeta es necesario tomar en cuenta las fuerzas gravitatorias interactivas. Newton no lo plantea directamente, pero en sus "Principia" se deduce que el problema de los  $n$  es irresoluble.

Ya se ha visto en otros cursos (Mecánica Clásica 1 y 2) que simplificaciones de este problema son posibles de resolver o aproximar analíticamente. Estas son: El problema de los 2 cuerpos y el problema de los 3 cuerpos restringido. En este caso se tomarán todas las masas involucradas iguales ( $10^{18}kg$ ), además de restringir el movimiento de las mismas al plano  $xy$ .

## 2. Implementación

### 2.1. Posiciones Iniciales

Para las posiciones iniciales se utilizó una distribución uniforme de números en el rango de  $[-1, 1]$ , en unidades astronómicas ( $1UA = 1.5 \times 10^{11}m$ ). Para esto se utilizaron librerías como `<cstdlib>` y `<random>`; así como una semilla (seed) para que las pruebas realizadas se puedan replicar la simulación. Con esto se generan los arreglos para las coordenadas  $x$  e  $y$ .

## 2.2. Velocidades Iniciales

Dado que la distribución usada para colocar las partículas en la región dada es uniforme, entre más partículas se coloquen en dicha distribución, mejor será la aproximación a una distribución homogénea de masa. Teniendo esto, se supone una trayectoria circular inicial, entonces igualando la fuerza centrípeta y gravitacional, se tiene

$$\frac{m_i v_i^2}{r_i} = \frac{GMm_i}{r_i^2}, \quad r_i = \sqrt{x_{i0}^2 + y_{i0}^2}, \quad (1)$$

con  $M$  es la masa contenida en dicho círculo inicial, esta se puede calcular utilizando la densidad superficial de masa  $Nm_i/L^2$ . Con esto se obtiene que

$$v_i = \frac{\sqrt{G\pi Nm_i r_i}}{L}.$$

Además, es necesario añadirle la dirección aleatoria la cuál está dada por un vector unitario generado por la posición de la partícula

$$\mathbf{v}_{i0} = \frac{\sqrt{G\pi Nm_i r_i}}{L} \left( -\frac{y_{i0}}{r_i}, \frac{x_{i0}}{r_i} \right). \quad (2)$$

Aparte de esto, a cada partícula se le añade un valor adicional en cada dirección.

## 2.3. Ecuaciones de Movimiento

Para cada partícula se tiene una fuerza neta actuando sobre ella, con la ventaja de ser un sistema aislado. Cada una de estas fuerzas incluye la interacción del resto de partículas, por ende

$$\vec{F}_i = \sum_{i \neq j} -Gm_i m_j \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^3} \quad (3)$$

con  $|\vec{r}_i - \vec{r}_j|^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$ . Entonces, por segunda ley de Newton se tienen las siguientes ecuaciones de movimiento

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i &= \sum_{i \neq j} -\frac{Gm_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} (x_i - x_j), \\ \ddot{y}_i &= \sum_{i \neq j} -\frac{Gm_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} (y_i - y_j). \end{aligned}$$

## 3. Resultados

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## 4. Discusión de Resultados

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## 5. Conclusiones

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

## 6. Anexos

### 6.1. Código

## Referencias

- [1] DeVries, P. L., & Wolf, R. P. (1994). *A first course in computational physics. Computers in Physics*, 8(2), 178-179.