



ASOCIACIÓN DE ESTUDIANTES DE FÍSICA Y MATEMÁTICA  
LC GUATEMALA CITY-IAPS  
EXAMEN PRE-ELIMINATORIO PLANCKS MUNICH 2022 •

Febrero 2022

Lic. Física

**Instrucciones:** El examen consiste en varios ejercicios de diferentes campos de la física. Tendrán 6 horas para resolver la mayor cantidad posible. Cada ejercicio tendrá una puntuación de 20pts. Están permitidos libros de textos o fuentes electrónicas para auxiliarse. El propósito del examen es destacar a los mejores concursantes y representar al país en una competencia internacional, por lo que avocamos a su honestidad. Deben mandar las respuestas del examen de manera ordenada y legible en formato pdf al correo: [estudiantes.ecfm@gmail.com](mailto:estudiantes.ecfm@gmail.com)

## 1. Mecánica Clásica

### Partícula Libre

Dos partículas unidas por un resorte ideal con constante elástica  $k$ , y longitud de equilibrio cero. Cada partícula tiene masa  $m$  y carga  $q$ . Se aplica un campo eléctrico  $\vec{E} = E_0 \vec{e}_x$ . Para este problema considere la Fuerza de Coulomb entre las partículas, e ignore cualquier interacción magnética, relativista entre otras. Asuma que las partículas no chocan entre ellas.

- Si las partículas se deslizan a través de un alambre recto sin fricción paralelo al eje  $x$ , y la distancia entre las partículas  $d$  es constante. Encuentre el valor de  $d$ .
- Encuentre la aceleración del centro de masa del inciso anterior.
- Suponga que en el inciso a) la distancia  $d(t)$  sufre pequeñas oscilaciones alrededor del valor de equilibrio encontrado ¿Cuál es la frecuencia?

## 2. Electromagnetismo

Suponga que  $\phi = 0$  y que  $\mathbf{A} = A_0 \sin kx - \omega t \hat{y}$  con  $A_0, \omega, k$  constantes. Encuentre el campo eléctrico y el campo magnético, y verifique que satisfacen las ecuaciones de Maxwell en el vacío. ¿Que condiciones deben imponerse para  $\omega$  y  $k$ ?

### 3. Termodinámica

#### Ley de Stefan-Boltzmann

Considere dos placas paralelas en el vacío. Dichas placas están separadas por una distancia "d" muy pequeña respecto a lo largo de las mismas. Además, estas son opacas a la radiación y tienen una temperatura  $T_1$  y  $T_2$  respectivamente ( $T_1 > T_2$ ).

a) Si las placas tienen una potencia de emisión  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$ , demuestre que la energía neta  $W$ , transferida por unidad de área por segundo es:

$$W = (E_1 - E_2) \left( \frac{E_1}{\varepsilon_1} + \frac{E_2}{\varepsilon_2} - 1 \right)^{-1}$$

donde  $E_1$  y  $E_2$  es la potencia irradiada de un cuerpo negro a temperatura  $T_1$  y  $T_2$ .

b) Considerando que ambas placas se comportan como cuerpo negro, ¿Cuál es el valor de  $W$  si  $T_1 = 300 \text{ K}$  y  $T_2 = 4,2 \text{ K}$ ?

---

### 4. Mecánica Cuántica

#### Partícula en un campo magnético

Un electrón se encuentra en reposo en un campo magnético oscilante

$$\mathbf{B} = B_0 \cos(\omega t) \hat{\mathbf{k}}$$

donde  $B_0$  y  $\omega$  son constantes.

a) Construya la matriz Hamiltoniana para este sistema.

b) El electrón comienza (en  $t = 0$ ) con spin hacia arriba respecto al eje  $x$ ; es decir:

$$\chi(0) = \chi_+^{(x)} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Determine  $\chi(t)$  en cualquier instante de tiempo después.

c) Encuentre la probabilidad de obtener  $-\hbar/2$ , si se mide  $S_x$ .

d) ¿Cuál es el campo ( $B_0$ ) mínimo requerido para lograr una vuelta completa en  $S_x$ ?

---

### 5. Mecánica Estadística

#### Cristales

Considere un cristal de  $N$  átomos (que no interactúan entre si) donde  $N$  está en el orden de  $N \rightarrow 10^{23}$ . Estos átomos tienen los números cuánticos  $s = \frac{1}{2}$  y  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ . El momento magnético de la  $i$ -ésima partícula es

$$\mu_i = g\mu_B s_i$$

donde  $g$  es el factor de Landé y  $\mu_B = e\hbar/2mc$  es el magnetón de Bohr.

Considere además que el cristal está en equilibrio a la temperatura  $T$  y está colocado dentro de un campo magnético externo  $\vec{H} = H\hat{z}$

a) Demuestre que la función de partición es:

$$z = (2\cosh(\alpha))^N \quad \alpha = \frac{g\mu_B H}{2kT}$$

b) Encuentre una expresión para la entropía  $S$  y evalúe el caso límites cuando  $\alpha \ll 1$

Considere el caso de desmagnetización adiabática con el cual, el campo magnético se incrementa desde 0 hasta  $H_0$  mientras la muestra se mantiene a temperatura  $A$ . Posteriormente, la muestra se aísla térmicamente y el campo magnético se reduce hasta  $H_1$ , donde  $H_1 < H_0$ .

c) ¿Cuál es la temperatura final del cristal?

d) Encuentre las expresiones para la magnetización  $M$  y la susceptibilidad  $\chi$  que están definidas como:

$$M = \left\langle \sum_{i=1}^N (\mu_i)_z \right\rangle \quad \chi = M/H$$

---