Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Estadística 1
Diego Sarceño 201900109
19 de marzo de 2022

Tarea 4

1. Distribución de Probabilidad Discreta

273

Dada la variable aleatoria X con distribución $\{1, \ldots, n\}$. Calculamos lo siguiente

- **E(X)** Por definición

$$E(X) = \sum_{i=0}^{n} x_i f(x_i) = \frac{1}{n} \underbrace{\sum_{i=0}^{n} x_i}_{\frac{n(n+1)}{2}} = \frac{n+1}{2}.$$

- **E(X²)** Por definición

$$E(X^2) = \sum_{i=0}^{n} x_i^2 f(x_i) = \frac{1}{n} \underbrace{\sum_{i=0}^{n} x_i^2 x_i^2}_{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6}.$$

- **V(X)** Por definición de varianza

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n+1}{2},$$

simplificando con Mathematica (porque ya no estamos para estos trotes xD)

$$V(X) = \frac{n^2 - 1}{12}.$$

2. Distribución de Probabilidad de Bernoulli

286

Teniendo la varianza para la distribución de Bernoulli $V(X) = p(1-p)$, encontramos p para maximizar $V(X)$,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}p} V(X) = 1 - 2p = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{p = \frac{1}{2}}.$$

3. Distribución de Probabilidad Binomial

305

Dados los datos $p = 0.9$ y $n = 20$, queremos obtener la probabilidad de no tener el ni el mínimo de éxito, es decir, $x = 18$, por ende queremos la probabilidad acumulada hasta $x = 17$. Utilizando la siguiente función de R: `pbinom(17, size = 20, prob = 0.9)`. Con dicha función se tiene $P(X \leq 17) = \sum_{x=0}^{17} \binom{20}{x} p^x (1-p)^{20-x} = 0.3230732$.

4. Distribución de Probabilidad Geométrica