Problema 5:

Importamos nuestro paquete de funciones

In[1]:=
```
<< qmDS`
```

Dadas las matrices

In[2]:=
```
MatrixForm[H = ℏ * ω * {{1, 0, 0}, {0, -1, 0}, {0, 0, -1}}]
MatrixForm[B = b * {{1, 0, 0}, {0, 0, 1}, {0, 1, 0}}]
```

Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} \omega\hbar & 0 & 0 \\ 0 & -\omega\hbar & 0 \\ 0 & 0 & -\omega\hbar \end{pmatrix}$$

Out[3]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{pmatrix}$$

a) Evaluando si los operadores son compatibles

In[4]:=
```
Conmutator[H, B] // MatrixForm
```

Out[4]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vectores propios de los operadores

In[11]:=
```
Eigensystem[H]
Eigensystem[B]
```

Out[11]= {{-ω ℏ, -ω ℏ, ω ℏ}, {{0, 0, 1}, {0, 1, 0}, {1, 0, 0}}}

Out[12]= {{-b, b, b}, {{0, -1, 1}, {0, 1, 1}, {1, 0, 0}}}

In[6]:=
```
eigvH = Eigensystem[H][[2]]
eigvB = Eigensystem[B][[2]]
```

Out[6]= {{0, 0, 1}, {0, 1, 0}, {1, 0, 0}}

Out[7]= {{0, -1, 1}, {0, 1, 1}, {1, 0, 0}}

In[8]:=
```
eigvB
H.# & /@ eigvB
```

Out[8]= {{0, -1, 1}, {0, 1, 1}, {1, 0, 0}}

Out[9]= {{0, ω ℏ, -ω ℏ}, {0, -ω ℏ, -ω ℏ}, {ω ℏ, 0, 0}}

Con lo que encontramos la base común de eigenvectores, dado que al aplicar *H* a cada uno de los vectores propios de *B*, nos da un vector propio de *B* multiplicado por un valor propio de *H*.

b) Vemos cual de los siguientes conjuntos es un CSCO. {H} no lo es, puesto que sus valores propios son degenerados. {B} lo mismo que {H}. {H,B} forman un CSCO dado que cada vector propio se asocia a un par de valores propios diferente. Para $\{H^2, B\}$ sucede lo contrario, se tiene que un mismo par de valores propios se asocia a dos vectores propios distintos, por lo que no forman un CSCO.

In[10]:=
```
Conmutator[H.H, B] // MatrixForm
```

Out[10]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In[13]:=
```
Eigensystem[H.H]
Eigensystem[B]
```

Out[13]= $\{\{\omega^2 \hbar^2, \omega^2 \hbar^2, \omega^2 \hbar^2\}, \{\{0, 0, 1\}, \{0, 1, 0\}, \{1, 0, 0\}\}\}$

Out[14]= $\{\{-b, b, b\}, \{\{0, -1, 1\}, \{0, 1, 1\}, \{1, 0, 0\}\}\}$