Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Relatividad Especial
Diego Sarceño 201900109
27 de febrero de 2022

Reseña

Reseña del caítulo 1.7 del libro de Tsamparlis.

1. Tema 1

La idea de esta sección es encontrar la transfomración del Lorentz de una manera algebraica. Esto inicia dada la ecuación

$$\eta = L^t \eta L, \tag{1}$$

donde $\eta = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$. Se supone una matriz arbitraria de bloques en el espacio cartesiano lorentziano

$$L = \begin{pmatrix} D & A \\ B & A \end{pmatrix} \tag{2}$$

con D una matriz 1×1, B un vector columna, C un vector fila y A una matriz 3×3. Sustituyendo esta trasformación en (1) se llega a un sistema de ecuaciónes matricial; el cual, para resolverse, es necesario dividirse en casos.

$$\begin{gathered} A^t A - C^t C = I_3 \\ B^t A - DC = 0 \\ B^t B - D^2 = -1 \end{gathered} \tag{3}$$

Caso 1: $C = 0$ y $A \neq 0$, lo que nos deja que $A^t A = I_3$, $B = 0$ y $D = \pm 1$. Con esto se construyen las transformaciones

$$R_+(E) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix} \qquad R_-(E) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}, \tag{4}$$

las cuales son trasformaciones euclideanas ortogonales, las cuales cumplen con las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} \det R_\pm(E) = \pm 1 \\ R_+^t(E) R_+(E) = R_-(E)^t R_-(E) = I_4 \\ R_+(E)^t R_-(E) = \eta \end{cases} \tag{5}$$

Caso 2: Para este caso se define $A = \text{diag}(K, 1, 1), |K| \geq 1$, $B^t = (B_1, B_2, B_3)$, $C = (C_1, C_2, C_3)$; dado esto, y tomando (3) implica que:

$$\begin{cases} C_1 = \pm\sqrt{K^2 - 1},\, C_2 = C_3 = 0 \\ B_1 = \pm\frac{D}{K}\sqrt{K^2 - 1},\, B_2 = B_3 = 0 \\ D = \pm|K| \end{cases} \tag{6}$$