Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Relatividad Especial
Diego Sarceño 201900109
2 de marzo de 2022

Tarea 4

1. Transformación Propia de Lorentz

Tomando la transformación propia de Lorentz $L_{+\uparrow}(\beta)$ aplicada al 4−vector

$$L_{+\uparrow}(\beta)\begin{pmatrix}t\\ \vec{r}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\gamma & -\gamma\beta^t \\ -\gamma\beta & I+\frac{\gamma-1}{\beta^2}\beta\beta^t\end{pmatrix}\begin{pmatrix}t\\ \vec{r}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t\gamma-\gamma\vec{\beta}^t\vec{r} \\ -\gamma t\vec{\beta}+\vec{r}+\frac{\gamma-1}{\vec{\beta}^t}\vec{\beta}\left(\vec{\beta}^t\vec{r}\right)\end{pmatrix}.$$

Dado que $\vec{\beta}$ es un vector columna, el producto $\vec{\beta}^t\vec{r}=\vec{\beta}\cdot\vec{r}$, con esto, se obtienen las dos relaciones buscadas

$$\begin{cases} t' = \gamma\left(t-\vec{\beta}\cdot\vec{r}\right) \\ \vec{r}' = -\gamma t\vec{\beta}+\vec{r}+\frac{\gamma-1}{\vec{\beta}^t}\vec{\beta}\left(\vec{\beta}\cdot\vec{r}\right)\end{cases}. \tag{1}$$

Para la segunda parte, sabiendo que $A^i = \begin{pmatrix}t^+\\ \vec{0}\end{pmatrix}$, utilizando el resultado temporal de (1) y dado que $\vec{r}=\vec{0}$, entonces

$$t^+ = \gamma t, \tag{2}$$

lo que implica que t^+ y t tienen el mismo signo.