



APUNTES IMPORTANTES

1. Postulados de la Mecánica Cuántica

Postulado 1: El estado de cualquier sistema físico está especificado por un vector de estado $|\psi(t)\rangle$ en un espacio \mathcal{H} . $|\psi(t)\rangle$ contiene toda la información necesaria del sistema. Cualquier superposición de vectores de estado, es un vector de estado.

Postulado 2: Para cada cantidad física medible A , llamada una variable dinámica u observable, le corresponde un operador hermítico lineal \hat{A} cuyos vectores propios forman una base completa.

Postulado 3: La medida de un observable A puede ser representado, formalmente, como la acción de \hat{A} sobre un vector de estado $|\psi(t)\rangle$. El único resultado posible de dicha medida es uno de los valores propios del operador \hat{A} . Si el resultado de una medida de A en un estado $|\psi(t)\rangle$ es a_n , el estado del sistema inmediatamente después de la medición cambia a $|\psi_n\rangle$:

$$\hat{A}|\psi(t)\rangle = a_n|\psi_n\rangle$$

donde $a_n = \langle\psi_n|\psi(t)\rangle$.

Postulado 4:

Espectro Discreto: Cuando se mide un observable A de un sistema con estado $|\psi\rangle$, la probabilidad de obtener uno de los valores propios no degenerados a_n de correspondiente operador \hat{A} está dado por

$$P_n(a_n) = \frac{|\langle\psi_n|\psi\rangle|^2}{\langle\psi|\psi\rangle} = \frac{|a_n|^2}{\langle\psi|\psi\rangle},$$

donde $|\psi_n\rangle$ es el estado propio de \hat{A} con valor propio a_n . Si el valor propio a_n es m -degenerado, P_n se convierte

$$P_n(a_n) = \frac{\sum_{j=1}^m |\langle\psi_n^j|\psi\rangle|^2}{\langle\psi|\psi\rangle} = \frac{\sum_{j=1}^m |a_n^{(j)}|^2}{\langle\psi|\psi\rangle}.$$

La acción de medir cambia el estado del sistema de $|\psi\rangle$ a $|\psi_n\rangle$. Si el sistema está ya en un estado propio $|\psi_n\rangle$ de \hat{A} , la medida de A produce con certeza el valor propio correspondiente: $\hat{A}|\psi_n\rangle = a_n|\psi_n\rangle$.

Espectro Continuo: La relacion vista anteriormente puede ser extendida para determinar la densidad de probabilidad en la que una medida de \hat{A} produce un valor entre a y $a + da$ en un sistema con estado inicial $|\psi\rangle$:

$$\frac{dP(a)}{da} = \frac{|\psi(a)|^2}{\langle\psi|\psi\rangle} = \frac{|\psi(a)|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(a')|^2 da'}.$$

Postulado 5: La evolución temporal del vector de estado $|\psi(t)\rangle$ de un sistema es gobernada por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo (a diferencia de los otros cuatro postulados, los cuales solo describen el sistema en cierto tiempo, este describe como el sistema evoluciona en el tiempo.)

$$i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi(t)\rangle,$$

donde \hat{H} es el operador hamiltoniano, el cual corresponde a la energía total del sistema.

2. Observables y Operadores

Observable	Operador
\vec{r}	\hat{R}
\vec{p}	$\hat{P} = -i\hbar \nabla$
$T = \frac{p^2}{2m}$	$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2$
$E = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{p}, t)$	$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \hat{V}(\hat{R}, t)$
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	$\hat{L} = -i\hbar \hat{R} \times \nabla$

3. Problemas Unidimensionales

Teorema 1

En un problema unidimensional los niveles de energía de un sistema de estado ligado son discretos y no degenerados.

Teorema 2

La función de onda $\psi_n(x)$ de un sistema unidimensional de estado ligado tiene n nodos si $n = 0$ corresponde al estado fundamental y $(n - 1)$ nodos si $n = 1$ corresponde al estado fundamental.

