Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Mecánica Cuántica 2
Diego Sarceño 201900109
23 de octubre de 2022

Tarea 1

Ejercicio 1
Solución: Para el estado
$$|S_n+\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|+\rangle + \frac{i}{2}|-\rangle.$$

a)

b)

c) La probabilidad de medir $\frac{\hbar}{2}$ en x para el estado mostrado $|S_n+\rangle$,
$$\frac{|\langle\psi_n|\psi\rangle|^2}{\langle\psi_n|\psi_n\rangle\langle\psi|\psi\rangle} = \frac{1}{2} = 50\,\%.$$
Donde $|\psi_n\rangle$ es el vector propio del valor propio $\frac{\hbar}{2}$ del operador S_x. Utilizamos las funciones que creamos el semestre pasado, en mi caso `GeneralProbability[`S_x`, `$|S_n+\rangle$`, `$\hbar/2$`]`.

d) Realizamos lo mismo que en en el ejercicio anterior, `GeneralProbability[`S_y`, `$|S_n+\rangle$`, `$-\hbar/2$`]`. Lo que nos da
$$P = 0.933 = 93.3\,\%.$$

e)

f) Teniendo $|\psi_o\rangle = |S_n+\rangle$ y el operador evolución $U(t) = e^{-\frac{it}{\hbar}H} = e^{-\frac{it}{\hbar}\omega S_z}$. Aplicando $|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi_o\rangle$, entonces
$$|\psi(t)\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-\frac{it}{\hbar}\omega S_z}|+\rangle + \frac{i}{2}e^{-\frac{it}{\hbar}\omega S_z}|-\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-\frac{i\omega t}{2}}|+\rangle + \frac{i}{2}e^{\frac{i\omega t}{2}}|-\rangle.$$

g) Con el resultado anterior, valuamos en un tiempo $t = \pi/\omega$.
$$\left|\psi(\frac{\pi}{\omega})\right\rangle = -\frac{i\sqrt{3}}{2}|+\rangle - \frac{1}{2}|-\rangle.$$

Ejercicio 2
Solución:

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

Ejercicio 3
Sabiendo que para las matrices de pauli se cumple que

$$[\sigma_j, \sigma_k] = 2i\varepsilon_{jkl}\sigma_l,$$

donde ε_{jkl} es el tensor de Levi−Civita. Entonces, sabiendo que los operadores en cada eje están definidos como $S_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x$, $S_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y$ y $S_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z$, entonces, reemplazando valores y utilizando la función `LeviCivitaTensor[3]` para encontrar los respectivos valores del mismo.

$$[S_x, S_z] = 2\left(\frac{\hbar^2}{4}\right)i\varepsilon_{xzy}\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\hbar^2}{2} \\ \frac{\hbar^2}{2} & 0 \end{pmatrix},$$

$$[S_y, S_z] = 2\left(\frac{\hbar^2}{4}\right)i\varepsilon_{yzx}\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & \frac{i\hbar^2}{2} \\ \frac{i\hbar^2}{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4
Solución: Teniendo que los operadores escalera se definen como

$$S_+ = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad S_- = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Y que $|S_y+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ y $|S_y-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$

a)

$$S_+ |S_y+\rangle = \begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

b)

$$S_+ |S_y-\rangle = \begin{pmatrix} -\frac{i}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

c)

$$S_- |S_y+\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

d)

$$S_- |S_y-\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$