Universidad de San Carlos de Guatemala
Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas
Mecánica Cuántica 2
Diego Sarceño 201900109
14 de noviembre de 2022

# Hoja de Trabajo 5

**Ejercicio 1**

Dado el campo magnético $\mathbf{B} = B_o \cos\omega t\hat{\mathbf{z}}$, se tienen los siguientes incisos.

a) El hamiltoniano esta dado por la expresión $H(t) = -\vec{S}\cdot\vec{B}$, lo que da

$$\boxed{H(t) = -\frac{\hbar}{2}B_o \cos\omega t\,\sigma_z.}$$

b) Reescribiendo el hamiltoniano en términos de los valores propios del mismo

$$H(t) = -\frac{\hbar}{2}B_o \cos\omega t(-\left|1\right\rangle\!\left\langle 1\right| + \left|0\right\rangle\!\left\langle 0\right|),$$

Entonces, suponemos que $U(t) = u_1(t)\left|1\right\rangle\!\left\langle 1\right| + u_0(t)\left|0\right\rangle\!\left\langle 0\right|$, por lo que la ecuación diferencial se divide en dos, una para cada entrada, distinta de cero, de la matriz.

$$\frac{\partial u_1(t)}{\partial t} = -\frac{i}{2}B_o\cos\omega t\, u_1(t),$$
$$\frac{\partial u_0(t)}{\partial t} = -\frac{i}{2}B_o\cos\omega t\, u_0(t),$$

tomando $u_0(0) = u_1(0) = 1$, las soluciones a las ecuaciones diferenciales es

$$u_0(t) = e^{-i\lambda(t)}, \qquad u_1(t) = e^{i\lambda(t)}$$

con $\lambda(t) = -\frac{B_o\sin\omega t}{2\omega}$. Con esto, el operador evolución es

$$\boxed{U(t) = \begin{pmatrix} e^{-i\lambda(t)} & 0 \\ 0 & e^{i\lambda(t)} \end{pmatrix}.}$$

c) Para $t = 0$ se tiene $\left|S_x+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \left|\psi(0)\right\rangle$, entonces

$$\boxed{\left|\psi(t)\right\rangle = U(t)\left|\psi(0)\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} e^{-i\lambda(t)} \\ e^{i\lambda(t)} \end{pmatrix}.}$$

d) Encontramos la probabilidad utilizando

$$P(-\,\hbar/2\,) = \frac{\left|\left\langle S_x-|\psi(t)\right\rangle\right|^2}{\left\langle\psi(t)|\psi(t)\right\rangle},$$

desarrollando con ayuda de mathematica, se llega a

$$\boxed{P(-\,\hbar/2\,) = \frac{\sin\lambda(t)}{\cos 2\lambda(t)}.}$$