Tarea 3

Física Atmosférica

Diego Sarceño

201900109

3 de marzo de 2023

Problema 10

Sabemos que $\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho = -g\frac{p}{RT}$; además, parauna atmosfera con potencial de temperatura uniforme

$$\theta = \left(\frac{p_o}{p}\right)^\kappa T = \text{cte} = T_o, \quad \Rightarrow \quad T = T_o\left(\frac{p}{p_o}\right)^\kappa.$$

Sustituyendo en lo anterior e integrando, se tiene

$$(p/p_o)^\kappa = -g\frac{\kappa z}{RT_o} + C,$$

valuando $p(0) = p_o$ se tiene $C = 1$, entonces

$$\boxed{p(z) = p_o\left[1 - \frac{\kappa g z}{RT_o}\right]^{\frac{1}{\kappa}}.}$$

Problema 12

a) La temperatura del entorno crece de acuerdo a $\Gamma_d = g/c_p$, por lo que la temperatura del paquete

$$T_p = T_e(z) + \Gamma_d\delta z = T_e(z) + \frac{g}{c_p}\omega\delta t,$$

dado que la temperatura del entorno varía linealmente, para una nueva altura $z - \delta z$

$$T_e(z - \delta z) = T_e(z) - \frac{\mathrm{d}T_e}{\mathrm{d}z}\delta z = T_e(z) - \frac{\mathrm{d}T_e}{\mathrm{d}z}\omega\delta t.$$

El exceso de temperatura del paquete es

$$\delta T = T_p - T_e(z-\delta z) = T_e(z) + \frac{g}{c_p}\omega\delta t - \left(T_e(z) - \frac{\mathrm{d}T_e}{\mathrm{d}z}\omega\delta t\right) = \left(\frac{\mathrm{d}T_e}{\mathrm{d}z} + \frac{g}{c_p}\right)\omega\delta t \boxed{= \Lambda_e\omega\delta t.}$$

b) La pérdida de calor por unidad de volumen la podemos escribir como

$$\delta\mathcal{Q} = \rho c_p \delta T = \rho c_p \Lambda_e \omega,$$

$$\boxed{\frac{\delta\mathcal{Q}}{\delta t} = \rho c_p \Lambda_e \omega.}$$

Ahora

$$\int_0^\infty \frac{\delta \mathcal{Q}}{\delta t}\,\mathrm{d}z = \int_0^\infty \rho c_p \Lambda_e \omega\,\mathrm{d}z\,,$$

haciendo un cambio de variables $\rho\,\mathrm{d}z = -g^{-1}\,\mathrm{d}p$

$$= \int_{p_s}^{0} \frac{c_p}{g}\Lambda_e \omega\,\mathrm{d}p\,.$$

$\square$