



Universidad de San Carlos de Guatemala

ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

# EVALUACIÓN DE VIABILIDAD DE TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA POR DISPERSIÓN DE THOMSON

PROTOCOLO DE TRABAJO DE GRADUACIÓN

Autor:

Diego Rodolfo Sarceño Ramírez  
201900109

Asesores:

Lic. José Alejandro Franco Altamirano  
PhD. Giovanni Ramírez García

Agosto, 2024

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Objetivos</b>	<b>3</b>
2.1. General . . . . .	3
2.2. Específicos . . . . .	3
<b>3. Justificación</b>	<b>4</b>
<b>4. Metodología</b>	<b>5</b>
<b>5. Marco Teórico</b>	<b>6</b>
5.1. Dinámica Relativista . . . . .	6
5.2. Bremsstrahlung y Dispersión de Thomson . . . . .	7
5.2.1. Bremsstrahlung . . . . .	7
5.2.2. Dispersión de Thomson . . . . .	7
5.3. Potencial de Liénard-Wiechert . . . . .	8
5.3.1. Ecuaciones de Maxwell . . . . .	8
5.4. Wakefield Acceleration . . . . .	8
<b>6. Índice Preliminar</b>	<b>9</b>
<b>7. Plan de Trabajo</b>	<b>11</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>12</b>

# 1. Introducción

La tomografía computarizada (TC) ha revolucionado diversos campos de la industria, la seguridad y la medicina. En el campo de la medicina ha dado la posibilidad de generar imágenes tridimensionales detalladas del interior del cuerpo humano, lo que permite diagnósticos más precisos y tratamientos más eficaces. Esta técnica se basa en la generación y detección de rayos X que atraviesan el cuerpo, formando imágenes seccionales que pueden ser reconstruidas para ofrecer una visión completa y no invasiva de estructuras internas [7]. La TC ha demostrado ser indispensable en diversas especialidades médicas, como la neurología, cardiología, y oncología, entre otras, donde la visualización detallada de tejidos y órganos es crucial para la toma de decisiones clínicas.

Tradicionalmente, los rayos X utilizados en la TC se generan a través del proceso de Bremsstrahlung, un fenómeno físico en el cual electrones de alta energía son frenados al pasar cerca de núcleos atómicos, resultando en la emisión de radiación en el rango de los rayos X [6]. Este proceso ha sido la base de la tecnología de TC durante décadas, proporcionando una fuente confiable y efectiva de rayos X. Sin embargo, este método también tiene limitaciones inherentes, como la dispersión no deseada de rayos X, que puede reducir la calidad de la imagen, y la dosis relativamente alta de radiación necesaria para obtener imágenes de alta resolución [7].

Con el avance de las tecnologías y la creciente necesidad de mejorar la calidad de las imágenes al mismo tiempo que se reduce la exposición a la radiación, se ha iniciado la exploración de métodos alternativos para la generación de rayos X. Uno de estos métodos es la Dispersión de Thomson, un proceso en el cual ondas electromagnéticas interactúan con electrones libres o ligados débilmente, siendo dispersados con una energía que depende del ángulo de dispersión y de la energía de los electrones [10]. Este enfoque podría ofrecer varias ventajas sobre el Bremsstrahlung, como una mayor precisión en la formación de imágenes y la posibilidad de reducir la dosis de radiación administrada al paciente, un aspecto crucial en la radiología moderna. Este método de generación de rayos X es un caso especial del efecto de "*Inverse Compton Scattering*" (ICS) a lo largo de este documento no se hará distinción entre estos dos conceptos.

En este trabajo se evaluará la viabilidad de la Dispersión de Thomson como una alternativa al método convencional de Bremsstrahlung en la tomografía computarizada. Para ello, se realizarán simulaciones comparativas utilizando el programa *Geant4*, una herramienta ampliamente utilizada en física de partículas y radiación que permite simular el transporte y deposición de energía en diferentes geometrías de diferentes fenómenos físicos relacionados a la radiación ionizante [1]. Estas simulaciones no sólo proporcionarán una comparación detallada de las características de los rayos X generados por ambos métodos, sino que también ayudarán a determinar el impacto potencial en la calidad de la imagen y la dosis de radiación en el contexto clínico. Con este estudio, se espera contribuir al desarrollo de nuevas tecnologías en la TC que mejoren tanto la seguridad como la efectividad de esta herramienta diagnóstica crucial.

## 2. Objetivos

### 2.1. General

Evaluar la viabilidad y efectividad de la Dispersión de Thomson como método para la generación de rayos X en tomografía computarizada, comparandolo con el método tradicional de Bremsstrahlung, mediante simulaciones de *Geant4*.

### 2.2. Específicos

1. Desarrollar un modelo teórico detallado del proceso de Dispersión de Thomson y su implementación en simulaciones de *Geant4*.
2. Realizar simulaciones en *Geant4* de tomografía computarizada utilizando Bremsstrahlung y Dispersión de Thomson para generar rayos X.
3. Comparar los resultados de las simulaciones de ambos métodos, evaluando eficiencia, dosis de radiación y precisión.
4. Implementar y comparar la reconstrucción de imágenes tomográficas obtenidas con cada método, evaluando la calidad y resolución de las imágenes.

### 3. Justificación

Realizar este proyecto es crucial debido a la necesidad constante de mejorar las técnicas de diagnóstico por imágenes en medicina. La tomografía computarizada, aunque fundamental, conlleva riesgos asociados a la exposición a radiación, lo cual subraya la importancia de explorar métodos alternativos de generación de rayos X. La Dispersión de Thomson emerge como una opción prometedora que podría no solo reducir la dosis de radiación, sino también mejorar la precisión de las imágenes, beneficiando así la seguridad y el bienestar de los pacientes.

Realizar este proyecto en Guatemala adquiere una relevancia aún mayor, considerando el contexto del país. Guatemala, como muchos otros países en desarrollo, enfrenta desafíos significativos en la modernización y el acceso a tecnologías médicas avanzadas. La implementación de métodos innovadores, como la Dispersión de Thomson, no solo contribuiría a la reducción de la brecha tecnológica en el sector salud, sino que también permitiría a los profesionales médicos locales ofrecer diagnósticos más seguros y precisos. Este tipo de avances podrían ser fundamentales para mejorar la calidad de atención médica en el país. Además, el desarrollo de proyectos de este tipo en Guatemala podría posicionar al país como un referente en la región en la aplicación de nuevas tecnologías médicas, impulsando así el progreso científico y tecnológico a nivel local.

Implementar este estudio en *Geant4*, un software reconocido por su precisión en simulaciones de física de partículas y aplicaciones médicas, ofrece una plataforma robusta para modelar y evaluar la viabilidad técnica de la Dispersión de Thomson. Esta herramienta no solo permitirá comparar este método con los convencionales, sino que también posibilitará el desarrollo de nuevas aplicaciones en el campo médico. Esto tiene el potencial de influir significativamente en la práctica clínica, mejorando los estándares de diagnóstico y tratamiento, así como en la salud pública al reducir la exposición a la radiación de los pacientes y profesionales de la salud.

Realizar este proyecto no solo se justifica por su impacto potencial en el campo médico, sino también por mi capacidad para llevarlo a cabo de manera efectiva. Con un enfoque en física y experiencia en simulaciones computacionales, estoy bien posicionado para utilizar herramientas como *Geant4* y explorar a fondo la Dispersión de Thomson. Mi compromiso con la investigación innovadora y la mejora continua en salud me motiva a llevar a cabo este proyecto, aplicando mis habilidades para contribuir al avance de técnicas de diagnóstico más seguras y precisas para beneficio de la comunidad médica y de los pacientes.

## 4. Metodología

**Revisión Bibliográfica:** se realizará una revisión de la literatura existente sobre el fenómeno a estudiar por medio de artículos específicos como el de S. Corde et al. [4] o el raelizado por Tajima, Toshiki y Dawson [12]; así como de libros especializados como el de John D. Jackson [8] o el de Gabor T. Herman [7].

**Modelado Teórico:** se explorará la teoría necesaria para describir el efecto de Dispersión de Thomson, detallando los principios físicos que lo sustentan. Esta exploración teórica permitirá entender cómo se genera y cómo se puede aplicar en la simulación computacional para mejorar la generación de rayos X en tomografía.

**Simulaciones en *Geant4*:** utilizando *Geant4*, se llevarán a cabo simulaciones de tomografía computarizada con rayos X generados tanto por Bremsstrahlung como por Dispersión de Thomson. Se analizarán parámetros clave como la resolución de imágenes, la dosis de radiación y la eficiencia de ambos métodos.

**Análisis Comparativo:** los resultados de las simulaciones serán comparados para determinar ventajas y desventajas de cada método en base a los parámetros mencionados anteriormente.

## 5. Marco Teórico

### 5.1. Dinámica Relativista

La dinámica relativista es esencial para describir el comportamiento de partículas cargadas que se mueven a velocidades cercanas a la de la luz. En este régimen, las leyes de la física clásica no son suficientes y es necesario aplicar la teoría de la relatividad especial de Albert Einstein para obtener una descripción precisa.

#### Conceptos Clave:

1. **Factor de Lorentz ( $\gamma$ ):** el factor de Lorentz es un multiplicador que mide cómo las cantidades físicas (como tiempo, longitud y masa) se dilatan o contraen en función de la velocidad de la partícula en relación con la velocidad de la luz. Se define como:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1)$$

donde  $v$  es la magnitud de la velocidad de la partícula y  $c$  es la magnitud de la velocidad de la luz en el vacío. Cuando  $v$  se aproxima a  $c$ ,  $\gamma$  se crece, lo que indica la importancia de los efectos relativistas.

2. **Momento Relativista ( $\mathbf{p}$ ):** a diferencia del momento clásico ( $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ ), el momento relativista incluye el factor de Lorentz y se expresa como

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}. \quad (2)$$

Aquí  $m$  es la masa en reposo de la partícula y  $\mathbf{v}$  su velocidad. Este ajuste es necesario porque a velocidades altas, la masa de la partícula aumenta, lo que influye en su inercia y en como responde a las fuerzas.

3. **Energía Relativista ( $E$ ):** la energía total de una partícula en el marco relativista también se modifica para incluir tanto la energía en reposo como la energía cinética. La energía total se describe por la famosa ecuación

$$E = \gamma mc^2. \quad (3)$$

Esta expresión unifica la energía cinética de la partícula en movimiento con su energía en reposo ( $E_o = mc^2$ ), subrayando que a altas velocidades, la energía total de la partícula puede ser significativamente mayor que la energía en reposo.

#### Ecuación de Movimiento Relativista:

La ecuación de movimiento para una partícula cargada sometida a campos eléctricos y magnéticos también se modifica en el contexto relativista. Esta ecuación se formula como [5]:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4)$$

donde  $\hat{\phi}p$  es el momento relativista,  $q$  es la carga de la partícula,  $\mathbf{v}$  es la velocidad de la partícula y  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  son los campos eléctrico y magnético, respectivamente.

Esta ecuación establece cómo el momento de una partícula cambia con el tiempo debido a la influencia de campos electromagnéticos. Es crucial para comprender cómo una partícula cargada, como un electrón, se acelera en presencia de estos campos, especialmente en situaciones donde los efectos relativistas no pueden ser ignorados.

## 5.2. Bremsstrahlung y Dispersión de Thomson

En el marco teórico de la física de radiación electromagnética, es crucial comprender los mecanismos de emisión de radiación por partículas cargadas aceleradas. Dos de los procesos más relevantes en este contexto son el *Bremsstrahlung* y la *Dispersión de Thomson (ICS)*

### 5.2.1. Bremsstrahlung

Bremsstrahlung, que significa “Radiación de Frenado” en alemán, ocurre cuando una partícula cargada, como un electrón, es acelerada (o desacelerada) al pasar cerca de un núcleo atómico o en un campo eléctrico fuerte. Este cambio en la velocidad de la partícula genera la emisión de radiación electromagnética.

El espectro de Bremsstrahlung es continuo y cubre un rango amplio de frecuencias, desde rayos X hasta frecuencias de radio (dependiendo de la energía del electrón). Este proceso es particularmente importante en astrofísica, en los aceleradores de partículas, y en los tubos de rayos X [9, 8].

Y este rango de frecuencias puede ser obtenido dado el espectro de energía radiada:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{Z^2 e^2}{8\pi^2 c} \left( \frac{Q}{Mc} \right)^2 (1 + \cos^2 \theta), \quad (5)$$

donde  $Z$  es el número atómico,  $\theta$  es el ángulo de incidencia,  $Q$  es el momento lineal del electrón y  $M$  su masa [8].

### 5.2.2. Dispersión de Thomson

La Dispersión de Thomson es un proceso en el cual un fotón es dispersado después de interactuar con una partícula cargada, generalmente un electrón. En el régimen no relativista, este fenómeno se puede entender utilizando la teoría clásica de la dispersión de Thomson, donde la energía del fotón incidente es mucho menor que la energía en reposo del electrón. Bajo estas condiciones, la frecuencia del fotón dispersado permanece esencialmente igual a la del fotón incidente, y la radiación resultante se dispersa de manera simétrica en todas las direcciones, con una ligera preferencia hacia la dirección opuesta a la de la partícula [4].

Sin embargo, cuando se considera el régimen relativista, donde los electrones se mueven a velocidades cercanas a la de la luz, la situación cambia drásticamente. Aquí, debido al efecto Doppler relativista, la energía del fotón dispersado puede aumentar significativamente, desplazando su frecuencia hacia el espectro de los rayos X o incluso hacia frecuencias más altas, dependiendo de la energía del electrón. Este proceso, a menudo denominado *Inverse Compton Scattering (ICS)* cuando se realiza en el marco relativista, es crucial en aplicaciones como los aceleradores de partículas y en la astrofísica de altas energías, donde permite generar haces de rayos X intensos o interpretar la radiación emitida por fuentes astrofísicas.

El espectro de energías generado por este proceso está dado por:

$$E = \frac{2\gamma^2(1 - \cos \alpha)}{1 + \gamma^2\theta^2 + \frac{a_o^2}{2} + \gamma \frac{\lambda_c}{\lambda_o}} E_o, \quad (6)$$

en donde  $a_o$  es el parámetro de intensidad de campo electromagnético,  $\alpha$ ,  $\lambda_o$  y  $E_o$  son los parámetros referentes a la onda electromagnética incidente,  $\gamma$  es el factor de Lorentz para el electrón,  $\theta$  es el ángulo de la onda dispersada y  $\lambda_c$  la longitud de onda de Compton [2].



### 5.3. Potencial de Liénard-Wiechert

El Potencial de Liénard-Wiechert describe los campos electromagnéticos generados por una partícula cargada que se mueve con una velocidad arbitraria. Este potencial es esencial para el análisis de la radiación emitida por cargas en movimiento y se deriva a partir de las ecuaciones de Maxwell en electrodinámica.

#### 5.3.1. Ecuaciones de Maxwell

El punto de partida es la ecuación de onda para el potencial  $vbA$  y el potencial escalar  $\phi$ , que derivan de las ecuaciones de Maxwell bajo la condición de calibración de Lorenz [6]:

$$\square^2 \mathbf{A} = -\mu_o \mathbf{J} \quad (7)$$

$$\square^2 \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_o}. \quad (8)$$

donde  $\square$  es el operador d'Alembertiano,  $\mathbf{J}$  es la densidad de corriente y  $\rho$  es la densidad de carga. El operador d'Alembertiano, también conocido como operador de onda, es un operador diferencial que aparece en las ecuaciones que describen la propagación de ondas y en la relatividad especial. Matemáticamente se define como  $\square^2 \equiv \nabla^2 - \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2}{\partial t^2}$ .

### 5.4. Wakefield Acceleration

*Wakefield Acceleration* es un mecanismo que utiliza ondas de plasma para acelerar partículas cargadas, como electrones, a velocidades relativistas. Este concepto es fundamental para entender cómo se pueden generar electrones de alta energía que interactúan con campos electromagnéticos en el proceso de Dispersión de Thomson [2]. El mecanismo de *Wakefield Acceleration* permite alcanzar gradientes de aceleración, es decir, campos eléctricos que son tres órdenes de magnitud más intensos que los logrados con las tecnologías convencionales. Este avance representa un progreso significativo en la capacidad de acelerar partículas en distancias mucho más cortas [3].

**Generación de Estructura de Aceleración:** Cuando un pulso de láser intenso o un haz de partículas atraviesa un plasma, genera una perturbación en la densidad de carga del plasma. Esta perturbación crea campos eléctricos muy fuertes detrás del pulso, conocidos como *wakefields*.

**Aceleración de Electrones:** Los electrones en la cola de la estructura de aceleración pueden ser atrapados y acelerados por estos campos eléctricos, alcanzando energías relativistas en distancias muy cortas comparadas con los aceleradores convencionales.

## 6. Índice Preliminar

1. Capitulo 1: Teoría sobre la Dispersión de Thomson.
  - 1.1 Potencial de Liénard-Wiechert.
    - 1.1.1 Solución a la ecuación de movimiento del electrón.
    - 1.1.2 Espectro de la Dispersión de Thomson.
    - 1.1.3 Fórmula de Larmor.
  - 1.2 Introducción a *Wakefield Acceleration* y a dinámica relativista.
  - 1.3 Ejemplos y Aplicaciones extras de la Dispersión de Thomson.
2. Capitulo 2: ¿Qué es la Tomografía Computarizada?
  - 2.1 Historia e Importancia de la Tomografía Computarizada.
    - 2.1.1 Primeros pasos y evolución de la TC.
    - 2.1.2 Aplicaciones Médicas.
    - 2.1.3 Usos en Investigación.
  - 2.2 Principios Básicos
    - 2.2.1 Interacción de Rayos X con la materia.
      - 2.2.1.1 Atenuación y Absorción de Rayos X.
      - 2.2.1.2 Coeficiente de Atenuación Lineal.
  - 2.3 Componentes y Tecnología.
    - 2.3.1 Fuente de Rayos X.
      - 2.3.1.1 Generación de Rayos X: Bremsstrahlung.
      - 2.3.1.2 Espectro de Rayos X y filtración.
    - 2.3.2 Algoritmo de Reconstrucción
3. Capitulo 3: Simulaciones en *Geant4* de Tomografía Computarizada.
  - 3.1 ¿Qué es *Geant4*?
    - 3.1.1 Descripción General de *Geant4*.
    - 3.1.2 Aplicaciones en Física Médica.
    - 3.1.3 Precisión en Simulaciones de Interacciones Radiación-Materia.
  - 3.2 Descripción de los Métodos Simulados.
    - 3.2.1 Método Tradicional de Generación de Rayos X: Bremsstrahlung.
    - 3.2.2 Generación de Rayos X mediante Dispersión de Thomson.
      - 3.2.2.1 Configuración y Modelado en *Geant4*.
  - 3.3 Metodología para la comparación de resultados.
    - 3.3.1 Diseño de la Simulación en *Geant4*.
    - 3.3.2 Criterios de Evaluación.
  - 3.4 Cuantificación de Parámetros Importantes.
    - 3.4.1 Calidad de Imagen.
    - 3.4.2 Dosimetría.

#### 4. Capitulo 4: Reconstrucción de Imágenes.

##### 4.1 Importancia y Conceptos Básicos.

###### 4.1.1 Impacto en la Precisión Diagnóstica.

###### 4.1.2 Proyección y Retroproyección.

###### 4.1.3 Concepto de Imagen Tomográfica.

##### 4.2 Reconstrucción de Imágenes

# 7. Plan de Trabajo

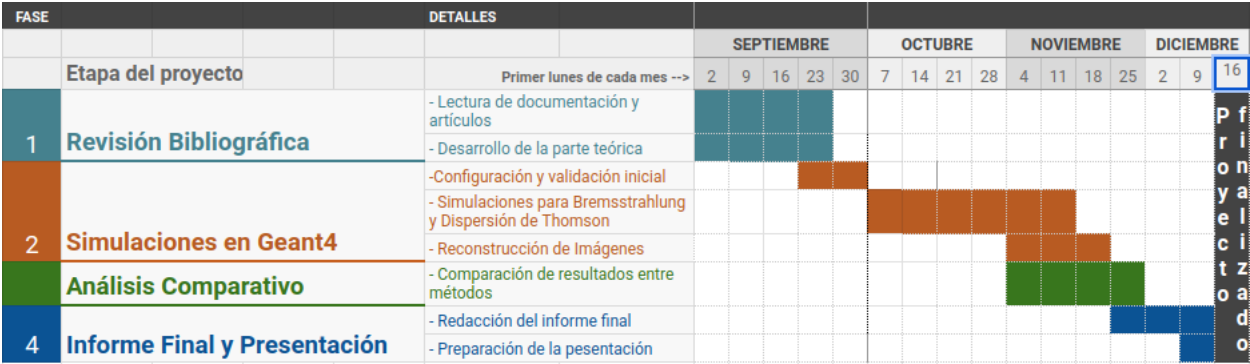


Figura 1: Distribución de trabajo a lo largo de los siguientes 3 meses.

## Bibliografía

- [1] Sea Agostinelli, John Allison, K al Amako, John Apostolakis, Henrique Araujo, Pedro Arce, Makoto Asai, D Axen, Swagato Banerjee, GJNI Barrand, et al. Geant4—a simulation toolkit. *Nuclear instruments and methods in physics research section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3):250–303, 2003.
- [2] Félicie Albert. Principles and applications of x-ray light sources driven by laser wakefield acceleration. *Physics of Plasmas*, 30(5), 2023.
- [3] Francis F Chen et al. *Introduction to plasma physics and controlled fusion*, volume 1. Springer, 1984.
- [4] Sébastien Corde, K Ta Phuoc, Guillaume Lambert, R Fitour, Victor Malka, Antoine Rousse, A Beck, and E Lefebvre. Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators. *Reviews of Modern Physics*, 85(1):1–48, 2013.
- [5] Eric Esarey and Carl B Schroeder. Physics of laser-driven plasma-based accelerators. Technical report, Ernest Orlando Lawrence Berkeley National Laboratory, 2003.
- [6] David J Griffiths. Introduction to electrodynamics fourth edition. *Cambridge University Press*, 2021.
- [7] Gabor T Herman. *Fundamentals of computerized tomography: image reconstruction from projections*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [8] John David Jackson. *Classical electrodynamics*. John Wiley & Sons, 2001.
- [9] George B Rybicki and Alan P Lightman. *Radiative processes in astrophysics*. John Wiley & Sons, 1991.
- [10] SG Rykovanov, CGR Geddes, JL Vay, CB Schroeder, Eric Esarey, and WP Leemans. Quasi-monoenergetic femtosecond photon sources from thomson scattering using laser plasma accelerators and plasma channels. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 47(23):234013, 2014.
- [11] Carl B. Schroeder, Eric Esarey, and Wim P. Leemans. Thomson scattering of electromagnetic waves by a relativistic oscillating electron. *Physics of Plasmas*, 9(6):2317–2322, 2002. doi: 10.1063/1.1482156.
- [12] Toshiaki Tajima and John M Dawson. Laser electron accelerator. *Physical review letters*, 43(4):267, 1979.