

**Άσκηση 1<sup>η</sup>:**

1.

(0,-1,4): B

(4,0,-1): A

(2,2,-1): B

(3,-1,0): A

(-2,1,-3): B

(0,-2,-1): A

Αρχικό διάνυσμα βαρών ( $w_0, w_1, w_2, w_3$ ) = (1,1,-1,-1),  $\beta=0.2$ , και  $f$  η βηματική

A: 0, B: 1

ΕΠΟΧΗ	$x_k$	$y_k$	$w_k^T x_k$	$f(w_k^T x_k)$	$y_k - f(w_k^T x_k)$	$\beta(y_k - f(w_k^T x_k))x_k$	Νέα βάρη
1	(1, 0, -1, 4)	1	-2	0	1-0= 1	(0.2, 0, -0.2, 0.8)	(1.2, 1, -1.2, -0.2)
1	(1, 4, 0, -1)	0	5.4	1	0-1= -1	(-0.2, -0.8, 0, 0.2)	(1, 0.2, -1.2, 0)
1	(1, 2, 2, -1)	1	-1	0	1-0= 1	(0.2, 0.4, 0.4, -0.2)	(1.2, 0.6, -0.8, -0.2)
1	(1, 3, -1, 0)	0	3.8	1	0-1= -1	(-0.2, -0.6, 0.2, 0)	(1, 0, -0.6, -0.2)
1	(1, -2, 1, -3)	1	1	1	1-1= 0	(0, 0, 0, 0)	(1, 0, -0.6, -0.2)
1	(1, 0, -2, -1)	0	2.4	1	0-1= -1	(-0.2, 0, 0.4, 0.2)	(0.8, 0, -0.2, 0)
2	(1, 0, -1, 4)	1	1	1	1-1= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.8, 0, -0.2, 0)
2	(1, 4, 0, -1)	0	0.8	1	0-1= -1	(-0.2, -0.8, 0, 0.2)	(0.6, -0.8, -0.2, 0.2)
2	(1, 2, 2, -1)	1	-1.6	0	1-0= 1	(0.2, 0.4, 0.4, -0.2)	(0.8, -0.4, 0.2, 0)
2	(1, 3, -1, 0)	0	-0.6	0	0-0= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.8, -0.4, 0.2, 0)
2	(1, -2, 1, -3)	1	1	1	1-1= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.8, -0.4, 0.2, 0)
2	(1, 0, -2, -1)	0	1.2	1	0-1= -1	(-0.2, 0, 0.4, 0.2)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 0, -1, 4)	1	0.8	1	1-1= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 4, 0, -1)	0	-1.2	0	0-0= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 2, 2, -1)	1	0.8	1	1-1= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 3, -1, 0)	0	-1.2	0	0-0= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, -2, 1, -3)	1	2.6	1	1-1= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)
3	(1, 0, -2, -1)	0	-0.8	0	0-0= 0	(0, 0, 0, 0)	(0.6, -0.4, 0.6, 0.2)

Η διαδικασία σταματάει αφού πέρασε μια εποχή και τα βάρη δεν άλλαξαν.

Άρα τα τελικά βάρη είναι ( $w_0, w_1, w_2, w_3$ ) = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2).

2.

Για το διάνυσμα (-1, 2, 2) έχουμε:

$x_k$ : (1, -1, 2, 2), ( $w_0, w_1, w_2, w_3$ ) = (0.6, -0.4, 0.6, 0.2)

$w_k^T x_k = 0.6 + 0.4 + 1.2 + 0.4 = 2.6$

$f(w_k^T x_k) = 1$

Άρα το διάνυσμα (-1, 2, 2) ταξινομείται, από το εκπαιδευμένο perceptron, στην κλάση B.

### Άσκηση 2η:

$d_1: (0, -1, 4): B$                        $q: (-1, 2, 2)$   
 $d_2: (4, 0, -1): A$   
 $d_3: (2, 2, -1): B$   
 $d_4: (3, -1, 0): A$   
 $d_5: (-2, 1, -3): B$   
 $d_6: (0, -2, -1): A$

Για την απόσταση ισχύει  $\text{distance}(x,y) = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + (y_3 - x_3)^2}$

$$\text{distance}(q,d_1) = \sqrt{(0 - (-1))^2 + ((-1) - 2)^2 + (4 - 2)^2} = 3.7417$$

$$\text{distance}(q,d_2) = \sqrt{(4 - (-1))^2 + (0 - 2)^2 + ((-1) - 2)^2} = 6.1644$$

$$\text{distance}(q,d_3) = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (2 - 2)^2 + ((-1) - 2)^2} = 4.2423$$

$$\text{distance}(q,d_4) = \sqrt{(3 - (-1))^2 + ((-1) - 2)^2 + (0 - 2)^2} = 5.3852$$

$$\text{distance}(q,d_5) = \sqrt{((-2) - (-1))^2 + (1 - 2)^2 + ((-3) - 2)^2} = 5.1962$$

$$\text{distance}(q,d_6) = \sqrt{(0 - (-1))^2 + ((-2) - 2)^2 + ((-1) - 2)^2} = 5.0990$$

Ο ταξινομητής πλησιέστερου γείτονα με βάση τις παραπάνω αποστάσεις επιλέγει ως κοντινότερο γείτονα τον  $d_1$ , ο οποίος ανήκει στην κλάση B, και άρα ταξινομεί το διάνυσμα  $(-1, 2, 2)$  στην κλάση B

Ο ταξινομητής 3 πλησιέστερων γειτόνων με βάση τις παραπάνω αποστάσεις επιλέγει ως τους 3 κοντινότερους γείτονες τους:  $d_1$ , ο οποίος ανήκει στην κλάση B

$d_3$ , ο οποίος ανήκει στην κλάση B

$d_6$ , ο οποίος ανήκει στην κλάση A

Άρα ταξινομεί το διάνυσμα  $(-1, 2, 2)$  στην κλάση δηλαδή που ανήκει η πλειοψηφία των 3 κοντινότερων γειτόνων του, δηλαδή στην κλάση B.

### Άσκηση 3η:

51% άντρες στη χώρα

1. Η πιθανότητα κάποιος που επιλέχθηκε να είναι άνδρας είναι 51% αφού στη χώρα υπάρχουν 51% άνδρες και η επιλογή γίνεται τυχαία άρα είναι ανεξάρτητα.  $P(A|E) = P(A) = 0.51$

2.  $P(K|A) = 0.095$ ,  $P(K|\Gamma) = 0.017$

Η πιθανότητα κάποιος να είναι καπνιστής είναι:  $P(K) = P(K|A) \cdot P(A) + P(K|\Gamma) \cdot P(\Gamma) = 0.095 \cdot 0.51 + 0.017 \cdot 0.49 \Rightarrow P(K) = 0.05678$

Άρα  $P(A|K \wedge E) = P(K|A) \cdot P(A) / P(K) = (0.095 \cdot 0.51) / 0.05678 \Rightarrow P(A|K) = 0.8533$

#### Άσκηση 4<sup>η</sup>:

$$A_1 = 0.2/x_1 + 1/x_2 + 0.8/x_3$$

$$A_2 = 1/y_1 + 0.09/y_2$$

$$B = 0.7/z_1 + 1/z_2$$

Κανόνας: αν η X είναι  $A_1$  και η Y είναι σχετικά  $A_2$ , τότε η Z είναι B

Θέλουμε το Y να είναι σχετικά  $A_2$  άρα θα εφαρμόσουμε έναν λεκτικό τροποποιητή στην  $A_2$  που θα μας δώσει ένα νέο ασαφές σύνολο, το  $HA_2$ , στο οποίο είναι ένα στοιχείο όταν αυτό το στοιχείο είναι σχετικά  $A_2$ . Αφού θέλουμε να είναι σχετικά θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση  $h(a) = \sqrt{a}$  και ισχύει  $HA_2(x) = h(A_2(x))$ .

$$\text{Άρα } HA_2 = 1/y_1 + 0.3/y_2$$

Ο ασαφής κανόνας ερμηνεύεται ως: το  $\langle X, Y, Z \rangle$  είναι R, όπου  $R(x, y, z) = J_{\min} \left( i(A_1(x), HA_2(y)), B(z) \right)$

$$J_{\min} \left( i(A_1(x), HA_2(y)), B(z) \right) = \min \{ i(A_1(x), HA_2(y)), B(z) \}$$

Με χρήση του συνήθη τελεστή τομής  $i(A_1(x), HA_2(y)) = 0.2/x_1, y_1 + 0.2/x_1, y_2 + 1/x_2, y_1 + 0.3/x_2, y_2 + 0.8/x_3, y_1 + 0.3/x_3, y_2$

$$\text{Άρα } R(x, y, z) = \min \{ i(A_1(x), HA_2(y)), B(z) \} = 0.2/x_1, y_1, z_1 + 0.2/x_1, y_1, z_2 + 0.2/x_1, y_2, z_1 + 0.2/x_1, y_2, z_2 + 0.7/x_2, y_1, z_1 + 1/x_2, y_1, z_2 + 0.3/x_2, y_2, z_1 + 0.3/x_2, y_2, z_2 + 0.7/x_3, y_1, z_1 + 0.8/x_3, y_1, z_2 + 0.3/x_3, y_2, z_1 + 0.3/x_3, y_2, z_2$$

Αν  $X=x_2$  και  $Y=y_1$  τότε το ασαφές σύνολο εξόδου του συστήματος είναι  $B'=0.7/z_1 + 1/z_2$