

8강. 선택공리

연습문제 1. 실수집합 \mathbb{R} 에서 $\left\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ 의 최대원소, 최소원소, 상계, 상한, 하계, 하한을 구하시오.

연습문제 2. 전순서집합 $([0, 1], \leq)$ 은 정렬집합이 아님을 설명하시오.

연습문제 3. 임의의 서수 α, β, γ 에 대하여 다음 두 명제가 성립하지 않음을 각각 보이시오.

$$(1) \beta + \alpha = \gamma + \alpha \rightarrow \beta = \gamma$$

$$(2) \alpha \gamma = \beta \gamma \rightarrow \alpha = \beta$$

연습문제 4. 다음 네 명제들 중에서 거짓인 것을 고르고, 그 이유를 설명하시오.

$$\textcircled{1} \alpha < \beta \rightarrow \gamma + \alpha < \gamma + \beta$$

$$\textcircled{2} \alpha < \beta \rightarrow \alpha + \gamma < \beta + \gamma$$

$$\textcircled{3} \alpha < \beta \rightarrow \gamma \alpha < \gamma \beta$$

$$\textcircled{4} \alpha < \beta \rightarrow \alpha \gamma < \beta \gamma$$

— Index —

- 1. 선택공리
 - (1) 선택함수
 - (2) 선택공리
- 2. 동치인 명제
 - (1) 극대원리
 - (2) 조른의 원리
 - (3) 정렬원리
 - (4) 그 외의 명제들
- 3. 함의되는 명제

1. 선택공리

(1) 선택함수

집합 $X (\neq \emptyset)$ 의 부분집합들의
집합족을 $\{A_i\}$ 이라할 때
 $\forall i \in I, f(A_i) \in A_i$ 인 $f : \{A_i\} \rightarrow X$

— Index —

- 1. 선택공리
 - (1) 선택함수
 - (2) 선택공리
- 2. 동치인 명제
 - (1) 극대원리
 - (2) 조른의 원리
 - (3) 정렬원리
 - (4) 그 외의 명제들
- 3. 함의되는 명제

(2) 선택공리

공집합이 아닌 임의의 집합에 대한
선택함수가 존재한다.

참고> 선택공리는
‘공집합을 원소로 갖지 않는 서로소인
집합족 \mathcal{F} 의 원소들에서 하나씩 원소
를 선택하여 갖는 집합이 존재한다.’
라고도 해석이 가능하다.

— Index —

- 1. 선택공리
 - (1) 선택함수
 - (2) 선택공리
- 2. 동치인 명제
 - (1) 극대원리
 - (2) 조른의 원리
 - (3) 정렬원리
 - (4) 그 외의 명제들
- 3. 함의되는 명제

2. 동치인 명제

(1) 극대원리

임의의 부분순서집합은 극대인
쇄를 갖는다.

(2) 조른의 원리

모든 쇠가 위로 유계인 부분순서집합
은 극대원소를 갖는다.

— Index —

1. 선택공리
 - (1) 선택함수
 - (2) 선택공리
2. 동치인 명제
 - (1) 극대원리
 - (2) 조른의 원리
 - (3) 정렬원리
 - (4) 그 외의 명제들
3. 함의되는 명제

(3) 정렬원리

모든 집합은 정렬가능하다.

즉, 모든 집합은 적당한 순서관계를 부여하여 정렬집합으로 만들 수 있다.

— Index —

1. 선택공리
 - (1) 선택함수
 - (2) 선택공리
2. 동치인 명제
 - (1) 극대원리
 - (2) 조른의 원리
 - (3) 정렬원리
 - (4) 그 외의 명제들
3. 함의되는 명제

(4) 그 외의 명제들

라그랑주 원리
 타르스키 원리
 티호노프 원리
 타이히뮐러-투키 원리
 임의의 두 기수의 비교가능원리
 모든 벡터공간의 기저존재원리
 ...

— Index —

1. 선택공리
 - (1) 선택함수
 - (2) 선택공리
2. 동치인 명제
 - (1) 극대원리
 - (2) 조른의 원리
 - (3) 정렬원리
 - (4) 그 외의 명제들
3. 함의되는 명제

3. 함의되는 명제

괴델의 완전성 원리
 베르의 범주원리
 한-바나흐 원리
 바나흐-타르스키 역설
 닐센-슈라이어 원리
 모든 체의 대수적 폐포존재원리
 ...