1강. 명제와 논리

1. 명제와 증명

(1) 명제와 연결사

명제 : 참, 거짓이 분명히 판단되는 문장

단순 명제 ▷ p, q, r, …

합성 명제 : 몇 개의 단순명제들이 연결사에 의해 결합된 명제

— Index —
1. 명제와 증명
(1) 명제와 연결사
(2) 진리표
(3) 연역적 추론
2. 명제함수와 부정
(1) 명제함수와 한정기호
(2) 명제의 부정
3. 함의와 동치
(1) 항진명제와 모순명제
(2) 함의와 동치

연결사 : 두 명제 p와 q에 대해

명칭	기호	읽는 법
부정	$\sim p$	not p
논리곱	$p \wedge q$	p and q
논리합	$p \vee q$	p or q
조건	$p \rightarrow q$	If p, then q
쌍조건	$p \leftrightarrow q$	p if and only if q

(2) 진리표

진리표 : 명제의 진리값을 표로 나타낸 것

---

* 5가지 연결사들에 대한 진리표

p	q	~p	p∧q	p∨q	p→q	p↔q
T	T	F	T	T	T	T
T	F		F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F		F	F	T	T

* 진리표를 이용하여 다음 명제들이 항상 참임을 증명해보자.

① $p \to q \equiv \sim p \vee q$
② $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
③ $p \to q \equiv \sim q \to \sim p$
④ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
⑤ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

(3) 연역적 추론

연역적 추론 : 이미 알고 있는 판단을 근거로 새로운 판단을 유도하는 것

---

* 연역적 방법을 이용하여 다음 명제들을 증명해보자.

$p \to (q \to r) \equiv p \wedge q \to r$
$(p \to q) \wedge (p \to r) \equiv p \to q \wedge r$
$(p \to r) \vee (q \to s) \equiv p \wedge q \to r \vee s$

2. 명제함수

(1) 명제함수와 한정기호

명제함수 : 변수 x 가 결정되어야만 참, 거짓이 판단되는 문장

한정기호 : 전칭기호와 존재기호

전칭기호 $\forall$: for every

존재기호 $\exists$: for some

── Index ──
1. 명제와 증명
(1) 명제와 연결사
(2) 진리표
(3) 연역적 추론
2. 명제함수와 부정
(1) 명제함수와 한정기호
(2) 명제의 부정
3. 함의와 동치
(1) 항진명제와 모순명제
(2) 함의와 동치

(2) 명제의 부정

두 명제 p와 q에 대해, x 의 모집단은 건드리지 않도록 하며 다음 4가지 원리를 모두 적용한다.

$\forall$	$\rightleftharpoons$	$\exists$
$\wedge$	$\rightleftharpoons$	$\vee$
p	$\rightleftharpoons$	~p
$<$	$\rightleftharpoons$	$\geq$

── Index ──
1. 명제와 증명
(1) 명제와 연결사
(2) 진리표
(3) 연역적 추론
2. 명제함수와 부정
(1) 명제함수와 한정기호
(2) 명제의 부정
3. 함의와 동치
(1) 항진명제와 모순명제
(2) 함의와 동치

* 다음 각 명제를 부정해보자.

$\forall x,\ x^2-2x+1\geq 0$

$\exists x,\ x^2=1 \rightarrow x=3$

$\exists x,\ \forall y,\ (p(x)\vee q(y))$

$(\forall x,\ p(x))\wedge(\exists y,\ q(y))$

3. 함의와 동치

(1) 항진명제와 모순명제

항진명제 : 모든 논리적 가능성의 진리값들이 참인 명제
▷ t

모순명제 : 모든 논리적 가능성의 진리값들이 거짓인 명제
▷ c

항진명제와 모순명제의 성질

: 임의의 명제 p에 대해서

$p \vee \sim p \equiv t$ $p \wedge \sim p \equiv c$

$t \vee p \equiv t$ $c \vee p \equiv p$

$t \wedge p \equiv p$ $c \wedge p \equiv c$

---

* 다음 각 명제를 증명해보자.

$\sim p \rightarrow c \equiv p$

$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) \equiv t$

(2) 함의와 동치

함의

항진인 조건문 $p \rightarrow q$를 논리적 함의라 하고 $p \Rightarrow q$ 로 나타내며 p는 q의 충분조건, q는 p의 필요조건이라 한다.

동치

항진인 쌍조건문 $p \leftrightarrow q$를 동치라 하고 $p \Leftrightarrow q$ 로 나타내며 p와 q는 서로의 필요충분조건이라 한다.

* 두 명제함수 $p(x)$, $q(x)$의 진리집합을 각각 P, Q라 할 때, 다음 각 명제를 증명해보자.

$p(x) \Rightarrow q(x) \equiv P \subseteq Q$

$p(x) \Leftrightarrow q(x) \equiv P = Q$

연습문제 1. 다음 각 명제를 증명하시오.

(1) $c \Rightarrow p \Rightarrow t$

(2) $p \rightarrow q \equiv \sim(p \wedge \sim q)$

(3) $p \rightarrow (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

(4) $p \rightarrow q \equiv (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \wedge \sim q)$

연습문제 2. {1, 2, 3} 이 대상영역일 때, 다음 각 명제를 부정하고 진리값을 말하시오.

(1) $\forall x,\ x+2<3$

(2) $\exists x,\ \forall y,\ x^2+y^2 \geq 12$

(3) $\forall x,\ \forall y,\ \exists z,\ x^2+y^2 \geq 2z^2$