

년 월 일

Chapter 1 확인학습

[집합 및 함수]

이름 :

1. [정리1.1]

드모르간(De Morgan)의 법칙을 완성하시오.

$$(1) \left(\bigcup_{\lambda \in A} A_\lambda \right)^c =$$

$$(2) X - \left(\bigcap_{\lambda \in A} A_\lambda \right) =$$

2. [정리1.1]을 증명하시오.

(1)

(2)

3. [정리1.2]

분배법칙을 완성하시오.

$$(1) A \cap \left(\bigcup_{\lambda \in A} A_\lambda \right) =$$

$$(2) A \cup \left(\bigcap_{\lambda \in A} A_\lambda \right) =$$

4. [정리1.2] (1)을 증명하시오.

5. [정의1.2]

집합 A 에 대하여 \sim 가 동치관계가 되기 위한 3가지 공리를 쓰시오.

(1)

(2)

(3)

6. [예제1.1]

전체집합 X 에 대하여 \sim 가 동치관계인지 판정하시오.

(1) $X = 2^{\mathbb{R}}$, $A \sim B \Leftrightarrow A \subset B$

(2) $X = M_2(\mathbb{R})$, $A \sim B \Leftrightarrow B = P^{-1}AP$ 인 가역행렬 P 가 존재한다.

(단, $M_2(\mathbb{R})$ 는 2×2 실계수 행렬 전체의 집합이다.)

7. [정의1.3]

\sim 가 A 상의 동치관계일 때, $a \in A$ 에 대하여

(1) 동치류 $[a] = \{ \dots \}$

(2) 상(몫)집합 $A/\sim = \{ \dots \}$

8. [예제1.2]

$\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ 의 두 원소 x, y 에 대하여

$x \sim y \Leftrightarrow y = cx$ 인 양의 실수 c 가 존재한다.

라 정의할 때, \sim 가 동치관계임을 보이고 동치류와 상집합을 구하시오.

9. [정리1.3]

\sim 를 A 상의 동치관계, $[a]$ 를 $a \in A$ 의 동치류라 할 때,

(1) 모든 $a \in A$ 에 대해서 ()

(2) $a \sim b \Leftrightarrow$ ()

(3) $[a] = [b]$ 또는 ()

10. [정리1.3]을 증명하시오.

(1)

(2)

(3)

11. [정의1.4]

분할의 정의를 서술하시오.

12. [정리1.4]

\sim 를 A 상의 동치관계라 하면, ()은 A 의 분할이다.

13. [정리1.5]

\mathcal{A} 가 집합 A 의 분할이면 ()이 \mathcal{A} 가 되는 A 상의 ()가 존재한다.

14. [정의1.5]

(1) 단사함수의 정의를 서술하시오.

(2) 전사함수의 정의를 서술하시오.

(3) 전단사함수의 정의를 서술하시오.

15. [정의1.6]

 $f : X \rightarrow Y, A \subset X, B \subset Y$ 에 대하여(1) $f(A) = \{ \dots \}$ (2) $f^{-1}(B) = \{ \dots \}$

16. [예제1.3]

 $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times [0, 1], f(n) = \left(2n, \frac{1}{n}\right)$ 에 대하여

$$f^{-1}(P \times (0, 1)), f^{-1}\left(4\mathbb{N} \times \left[\frac{1}{2}, 1\right]\right)$$

을 구하시오. (단, P 는 소수 전체의 집합이다.)

17. [예제1.4]

주어진 함수 f 와 $A \subset \mathbb{R}^2$ 에 대하여 $f(A)$ 를 구하시오.

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f((x, y)) = x^2 + y, A = (1, 3) \times (1, 2)$$

18. [정리1.6, 예제1.5]

다음 포함관계를 채워 넣고, 등호가 성립하지 않는 것은 예를 구하시오.

등호가 성립하지 않는 예

- | | | |
|--|----------------------|---------------------------------|
| (1) $f\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right)$ | <input type="text"/> | $\bigcup_{i \in I} f(A_i)$ |
| (2) $f^{-1}\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right)$ | <input type="text"/> | $\bigcup_{i \in I} f^{-1}(A_i)$ |
| (3) $f\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right)$ | <input type="text"/> | $\bigcap_{i \in I} f(A_i)$ |
| (4) $f^{-1}\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right)$ | <input type="text"/> | $\bigcap_{i \in I} f^{-1}(A_i)$ |
| (5) $f(A - B)$ | <input type="text"/> | $f(A) - f(B)$ |
| (6) $f^{-1}(A - B)$ | <input type="text"/> | $f^{-1}(A) - f^{-1}(B)$ |

19. [정리1.6]을 증명하시오.

(1)

(4)

(5)

20. [정리1.7, 예제1.6]

$f : X \rightarrow Y$, $A \subset X$, $B \subset Y$ 에 대하여 빈칸을 채우고, 등호가 성립하지 않는 예를 구하시오.

- (1) $A \boxed{\quad} f^{-1}(f(A))$, f 가 ()함수이면 등호성립

등호가 성립하지 않는 예 :

- (2) $B \boxed{\quad} f(f^{-1}(B))$, f 가 ()함수이면 등호성립

등호가 성립하지 않는 예 :

21. [정리1.7]을 증명하시오.

- (1)

- (2)

22. [정의1.7]

- (1) 가부번집합의 정의를 서술하시오.

- (2) 가산집합의 정의를 서술하시오.

23. [정리1.8]

- (1) 가산집합의 부분집합은 ()이다.

- (2) 임의의 ()은 ()을 부분집합으로 가진다.

- (3) 가산집합의 ()은 가산집합이다.

24. [예제1.7]

다음을 보이시오.

(1) \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} 는 가부번 집합이다.

(2) \mathbb{Q}^c , \mathbb{R} 는 비가산 집합이다.

25. [예제1.8]

다음을 보이시오.

(1) A , B 가 가부번 집합이면 $A \times B$ 역시 가부번 집합이다.

(2) $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \dots$ 는 비가산 집합이다.

(3) $\mathcal{A} = \{A \mid A \text{는 } \mathbb{N} \text{의 유한 부분집합}\}$ 는 가부번 집합이다.

년 월 일

Chapter 2 확인학습

[위상공간]

이름 :

1. [정의2.1]

집합 X 에 대하여 X 의 부분집합족 \mathcal{I} 가 X 상의 위상이 되기 위한 공리 3가지를 서술하시오.

(1)

(2)

(3)

이 때, ()를 \mathcal{I} -열린집합 또는 열린집합이라 한다.

2. [정리2.1]

위상공간 (X, \mathcal{I}) 와 $G \subset X$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$G \in \mathcal{I} \Leftrightarrow \forall x \in G, \exists H \in \mathcal{I} \text{ s.t. } ()$$

3. [정의2.2]

임의의 집합 $X (\neq \emptyset)$ 에 대하여

(1) 비이산위상(밀착위상, indiscrete topology) :

(2) 이산위상(discrete topology) :

4. [정리2.2]

위상공간 (X, \mathcal{I}) 에 대하여 \mathcal{I} 가 이산위상일 필요충분조건을 쓰시오.

5. [정리2.2]를 증명하시오.

6. [예제2.1]

임의의 집합 $X(\neq \emptyset)$ 에 대하여 다음이 X 상의 위상임을 증명하시오.

(1) $\mathfrak{I}_f = \{A \subset X \mid X - A \text{는 유한집합}\} \cup \{\emptyset\}$: 여유한위상

(2) $\mathfrak{I}_c = \{A \subset X \mid X - A \text{는 가산집합}\} \cup \{\emptyset\}$: 여가산위상

7. [정리2.3]

(1) 유한집합 X 상의 여유한위상 \mathfrak{I} 는 ()이다.

(2) 가산집합 X 상의 여가산위상 \mathfrak{I} 는 ()이다.

8. [예제2.2]

다음 집합족이 \mathbb{R} 상의 위상임을 보이시오.

(1) $\mathfrak{I} = \{G \subset \mathbb{R} \mid \forall x \in G, \exists a, b \in \mathbb{R} \text{ s.t. } x \in (a, b) \subset G\}$: 보통위상

9. [예제2.3]

빈 칸에 O, X를 채워 넣으시오.

	(a, b)	$[a, b)$	$(a, b]$	$[a, b]$	$(-\infty, b)$	$(-\infty, b]$	(a, ∞)	$[a, \infty)$
보통위상의 원소								
하한위상의 원소								

10. [예제2.4]

\mathbb{R} 상의 보통위상에서 \mathbb{Q} 를 포함하고 \mathbb{R} 이 아닌 열린집합이 존재한다. 그러한 열린집합을 구하시오.

11. [예제2.5]

\mathbb{R} 상의 보통위상 \mathcal{J} , 하한위상 \mathcal{J}_l 에 대하여 $\mathcal{J} \neq \mathcal{J}_l$ 이 성립함을 보이시오.

12. [예제2.6]

열린집합의 임의의 교집합은 열린집합이 아니다. 그러한 예를 구하시오.

13. [정리2.4]

집합 X 와 위상공간 (Y, \mathcal{J}_Y) 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow (Y, \mathcal{J}_Y)$ 에 의하여 생성된 $\mathcal{J}_X = \{f^{-1}(G) \mid G \in \mathcal{J}_Y\}$ 는 X 상의 위상이 됨을 증명하시오.

14. [예제2.7]

\mathfrak{I} 를 \mathbb{R} 상의 보통위상이라 하자. 함수 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \\ -x, & x \in \mathbb{Q}^c \end{cases}$ 에 대하여 $\mathfrak{I}_1 = \{f^{-1}(G) | G \in \mathfrak{I}\}$ 라 할 때, $A = (-1, 1)$, $B = (1, 3)$ 이 \mathfrak{I}_1 의 원소인지 판정하시오.

15. [정리2.5]

위상공간 (X, \mathfrak{I}_X) 와 집합 Y 에 대하여 함수 $f: (X, \mathfrak{I}_X) \rightarrow Y$ 에 의하여 생성된 $\mathfrak{I}_Y = \{G \subset Y | f^{-1}(G) \in \mathfrak{I}_X\}$ 는 Y 상의 위상이 됨을 증명하시오.

16. [예제2.8]

\mathfrak{I} 를 \mathbb{R} 상의 보통위상이라 하자. 함수 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - [x]$ 에 대하여 $\mathfrak{I}_1 = \{G \subset \mathbb{R} | f^{-1}(G) \in \mathfrak{I}\}$ 라 할 때, $A = (-1, 1/2)$, $B = (1/2, 2)$ 가 \mathfrak{I}_1 의 원소인지 판정하시오.

17. [정의2.5]

닫힌집합의 정의를 서술하시오.

18. [정리2.6]

위상공간 X 에 대한 성질에 대해 빈칸을 완성하시오.

(1) ()은 닫힌집합이다.

(2) 닫힌집합의 임의의 ()은 닫힌집합이다.

(3) 닫힌집합의 유한 ()은 닫힌집합이다.

19. [예제2.9]

(1) $\mathfrak{I}_f : X$ 상의 여유한위상, $C : X - \text{폐집합} \Leftrightarrow$

(2) $\mathfrak{I}_c : X$ 상의 여가한위상, $C : X - \text{폐집합} \Leftrightarrow$

20. [예제2.10]

닫힌집합의 임의의 합집합은 닫힌집합이 아니다. 그러한 예를 구하시오.

21. [정의2.6]

(1) 집적점의 정의를 서술하시오.

(2) 유도집합의 정의를 서술하시오.

22. [정의2.7]

고립점의 정의를 서술하시오.

23. [예제2.11]

(1) 위상공간 (X, \mathfrak{I}) 에서 x 가 고립점이면 모든 $A \subset X$ 에 대하여 $x \notin A'$ 임을 증명하시오.

(2) \mathbb{R} 위의 위상 $\mathfrak{I} = \{(a, \infty) \mid a \in \mathbb{R}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ 에 대하여 \mathbb{Q}' 를 구하시오.

24. [정리2.7]

X : 위상공간, $F \subset X$ 에 대해 F : 닫힌집합 $\Leftrightarrow ()$

25. [정의2.8]

폐포의 정의를 서술하시오.

26. [정리2.8]

(1) \overline{A} 는 ()이다.

(2) F 가 A 를 포함하는 닫힌집합이면, ()

(3) A : 닫힌집합 \Leftrightarrow ()

27. [예제2.12]

집합 X 에 다음 위상이 주어질 경우 X 의 부분집합 A 에 대하여 A 의 폐포를 구하시오.

(1) 여유한위상

(2) 여가산위상

28. [정리2.9]

X : 위상공간, $A \subset X$ 에 대해 $x \in \overline{A}$ 일 필요충분조건을 서술하시오.

29. [예제2.13]

\mathbb{R} 에 하한위상이 주어질 때 $\overline{\mathbb{Q}}$ 를 구하시오.

30. [정의2.9]

조밀부분집합의 정의를 서술하시오.

31. [정리2.10]

X : 위상공간, $A \subset X$ 에 대해 $\overline{A} = A \cup (\quad)$

32. [정의2.10]

(1) 내점의 정의를 서술하시오.

(2) 내부의 정의를 서술하시오.

(3) 외부의 정의를 서술하시오.

(4) 경계의 정의를 서술하시오.

33. [정리2.11]

X : 위상공간, $A \subset X$ 에 대해 $x \in b(A)$ 일 필요충분조건을 서술하시오.

34. [예제2.14]

\mathbb{R} 위의 위상 $\mathfrak{I} = \{(a, \infty) \mid a \in \mathbb{R}\} \cup \{\emptyset, \mathbb{R}\}$ 에 대하여 $b(\mathbb{Q})$ 를 구하시오.

35. [정리2.12]

(1) 집합 A 의 내부는 A 에 포함되는 모든 (\quad)

(2) $\text{int } A$ 는 (\quad)

(3) $\text{int } A$ 는 A 의 (\quad)

즉, G 가 A 의 열린부분집합이면 (\quad)

(4) A 는 열린집합 $\Leftrightarrow (\quad)$

36. [예제2.15]

여유한 위상공간 \mathbb{R}_f 에서 \mathbb{Q} 의 내부, 외부, 경계를 구하시오.

37. [정리2.13]

X : 위상공간, $A \subset X$ 에 대해 $\overline{A} = (\quad) \cup (\quad)$

38. [정의2.11]

점열 $\{a_n\}$ 이 $b \in X$ 에 수렴한다의 정의를 서술하시오.

39. [예제2.16]

집합 $X = \{a, b, c\}$ 에 수열 $a_n = \begin{cases} a, & n = \text{홀수} \\ b, & n = \text{짝수} \end{cases}$ 이 주어져 있을 때 각각의 위상에 대하여 수렴값을 구하시오.

(1) \mathcal{I}_1 : 이산위상

(2) \mathcal{I}_2 : 비이산위상

40. [예제2.17]

\mathbb{R} 에 여가산위상이 주어져 있을 때 수열 a_n 이 수렴 $\Leftrightarrow (\quad)$

41. [예제2.17]를 증명하시오.

42. [정의2.12]

(X, \mathcal{I}) : 위상공간, \mathcal{B} 가 \mathcal{I} 의 기저가 되기 위한 조건을 쓰시오.

(1)

(2)

(\Leftrightarrow)

)

43. [예제2.18]

집합 $X(\neq \emptyset)$ 에 이산위상이 주어져 있을 때 기저 \mathcal{B} 를 구하시오.

44. [예제2.19]

(1) $\mathcal{B} = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$, $\mathcal{B}_l = \{[a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ 는 각각 보통위상, 하한위상의 기저임을 보이시오.

(2) $\mathcal{B}' = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ 은 보통위상의 기저이지만 $\mathcal{B}'_l = \{[a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ 는 하한위상의 기저가 아님을 보이시오.

45. [예제2.20]

\mathcal{B}_Y 가 위상공간 (Y, \mathcal{I}_Y) 의 기저라 하면 $\mathcal{B} = \{f^{-1}(B) \mid B \in \mathcal{B}_Y\}$ 는 함수 $f : X \rightarrow (Y, \mathcal{I}_Y)$ 에 의하여 생성된 X 상의 위상 $\mathcal{I}_1 = \{f^{-1}(G) \mid G \in \mathcal{I}_Y\}$ 에 대한 기저임을 증명하시오.

46. [정리2.14]

집합 $X(\neq \emptyset)$ 의 부분집합족 \mathcal{B} 가 두 조건

(1)

(2)

을 만족하면 \mathcal{B} 의 임의의 ()을 모아 놓은 집합족 \mathfrak{I} 는 X 상의 위상이 되고 \mathcal{B} 는 \mathfrak{I} 에 대한 기저이다.

47. [예제2.21]

집합 $X = \{a, b, c\}$ 에 대하여 $\mathcal{B} = \{\{a, b\}, \{b, c\}\}$ 의 원소들의 임의의 합집합을 모아 놓은 집합은 위상이 아님을 보이시오.

48. [정리2.15]

위상 $\mathfrak{I}, \mathfrak{I}'$ 에 대한 기저를 각각 $\mathcal{B}, \mathcal{B}'$ 라 할 때 $\mathfrak{I} \subset \mathfrak{I}'$ 이기 위한 필요충분조건을 쓰시오.

49. [정리2.15]를 증명하시오.

50. [예제2.22]

\mathbb{R} 상에 $\mathcal{B}_K = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\} \cup \{(a, b) - K \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ 를 기저로 갖는 위상을 K -위상이라 할 때, 상한위상과 K -위상의 포함관계를 설명하시오. ($K = \{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}$ 이다.)

51. [정의2.13]

(X, \mathfrak{I}) : 위상공간, S 가 \mathfrak{I} 의 부분기저가 되기 위한 조건을 쓰시오.

(1)

(2)

52. [예제2.23]

(1) $X = \{a, b, c, d, e\}$ 의 위상 $\mathfrak{I} = \{\emptyset, X, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c, d, e\}\}$ 에 대하여 $S = \{\{a, b\}, \{a, c, d, e\}\}$ 는 \mathfrak{I} 의 부분기저임을 보이시오.

(2) $\{(a, \infty), (-\infty, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ 은 \mathbb{R} 의 부분기저임을 보이시오.

53. [정의2.14]

집합 $X(\neq \emptyset)$ 의 부분집합족 \mathcal{A} 에 의해 생성된 위상 $\langle \mathcal{A} \rangle$ 의 정의를 서술하시오.

54. [정리2.16]

$X(\neq \emptyset)$ 의 부분집합족 \mathcal{A} 에 대하여 \mathcal{A} 는 $\langle \mathcal{A} \rangle$ 의 ()가 된다.

55. [예제2.24]

$X = \mathbb{Z}$ 이고 $\mathcal{A} = \{\{a, a+1\} \mid a \in \mathbb{Z}\}$ 일 때 \mathcal{A} 에 의해 생성된 위상을 구하시오.

56. [정의2.15]

(X, \mathfrak{T}) : 위상공간, \mathcal{B}_p 가 p 의 국소기저가 되기 위한 조건을 쓰시오.

(1)

(2)

57. [예제2.25]

\mathbb{R} 위에 다음 위상이 주어져 있을 때 각각의 위상에 대하여 0에 대한 국소기저를 구하시오.

(1) 보통위상 :

(2) 하한위상 :

(3) 이산위상 :

(4) 비이산위상 :

58. [정리2.17]

X : 위상공간, \mathcal{B}_p : p 의 국소기저

$$(1) p \in A' \Leftrightarrow$$

$$(2) p \in \overline{A} \Leftrightarrow$$

$$(3) p \in b(A) \Leftrightarrow$$

$$(4) a_n \rightarrow p \Leftrightarrow$$

59. [예제2.26]

하한위상공간에서 $a_n = -\frac{1}{n}$ 의 수렴 값을 모두 구하시오.

60. [따름정리2.18]

\mathcal{B} : X 상의 위상의 기저

$$(1) p \in A' \Leftrightarrow$$

$$(2) p \in \overline{A} \Leftrightarrow$$

$$(3) p \in b(A) \Leftrightarrow$$

$$(4) a_n \rightarrow p \Leftrightarrow$$

61. [예제2.27]

[예제2.22]의 K 위상에서 K' 를 구하시오.

62. [예제2.28]

S 를 X 상의 위상의 부분기저라 하자.

- (1) $p \in B' \Leftrightarrow p \in A$ 인 임의의 $A \in S$ 에 대하여 $(A - \{p\}) \cap B \neq \emptyset$.
- (2) $p \in \overline{B} \Leftrightarrow p \in A$ 인 임의의 $A \in S$ 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$.
- (3) $p \in b(B) \Leftrightarrow p \in A$ 인 임의의 $A \in S$ 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset, A \cap B^c \neq \emptyset$.
- (4) $a_n \rightarrow p \Leftrightarrow p \in A$ 인 임의의 $A \in S$ 에 대하여 $\exists N \in \mathbb{N}$ s.t. $n \geq N \Rightarrow a_n \in A$.

위의 (1)~(4)에 대하여 맞으면 증명하고, 틀리면 반례를 제시하시오.

63. [정의2.16]

X, Y : 위상공간, $X \times Y$ 위에서의 적위상의 정의를 서술하시오.

64. [예제2.29]

X, Y : 위상공간, $\mathcal{B} = \{U \times V | U \in \mathfrak{I}_X, V \in \mathfrak{I}_Y\}$ 는 일반적으로 $X \times Y$ 위에서의 위상이 아님을 보이시오.

65. [정리2.19]

$\mathcal{B}_X : X$ 에 대한 기저, $\mathcal{B}_Y : Y$ 에 대한 기저일 때
 $X \times Y$ 상의 적공간의 기저 $\mathcal{B}_p = \{ \quad \}$

66. [정리2.19]를 증명하시오.

67. [정리2.20]

$A \subset X, B \subset Y$ 에 대하여 $\overline{A \times B} = (\quad)$
 $C : X - \text{폐집합}, D : Y - \text{폐집합} \Rightarrow (\quad)$

68. [정리2.20]을 증명하시오.

69. [정리2.21]

$A \subset X, B \subset Y$ 에 대하여 $\text{int}(A \times B) = (\quad)$

70. [예제2.30]

외부, 직접점, 경계가 [정리2.20], [정리2.21]와 같은 성질을 갖지 않는 예를 쓰시오.

71. [예제2.31]

하한위상공간과 이산위상공간의 적공간 $\mathbb{R}_l \times \mathbb{R}_d$ 의 부분집합 $A = [1, 3] \times (2, 4]$ 에 대하여 내부, 외부, 경계, 유도집합, 폐포를 구하시오.

72. [정의2.17]

(X, \mathcal{T}) : 위상공간, $A (\neq \emptyset) \subset X$ 에 대하여 A 의 상대위상의 정의를 서술하시오.

73. [예제2.32]

보통위상공간 \mathbb{R} 의 부분집합 $A = \{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}$ 의 상대위상을 구하시오.

74. [예제2.33]

(1) X 에 여유한위상이 주어져 있을 때, X 의 유한 부분집합 A 에 대하여 A 에서의 상대위상을 구하시오.

(2) X 에 여가산위상이 주어져 있을 때, X 의 가산 부분집합 A 에 대하여 A 에서의 상대위상을 구하시오.

75. [정리2.22]

(X, \mathcal{T}) : 위상공간, $C \subset A \subset X$

$C : A - \text{폐집합} \Leftrightarrow (\quad)$

76. [정리2.23]

$\mathcal{B} : X$ 에 대한 기저, $Y \subset X$ 일 때

$\mathcal{B}_Y = \{ \quad \} :$ 부분공간 Y 에 대한 기저

77. [정리2.24]

(X, \mathcal{I}) : 위상공간, $A \subset Y \subset X$
 $A : Y$ -열린집합, $Y : X$ -열린집합 $\Rightarrow ()$

78. [정리2.25]

(X, \mathcal{I}) : 위상공간, $A \subset Y \subset X$
 $A : Y$ -닫힌집합, $Y : X$ -닫힌집합 $\Rightarrow ()$

79. [예제2.34]

[정리2.24] [정리2.25]에서 $Y : X$ -열린(닫힌)집합이라는 조건이 빠졌을 때 성립하지 않는 예를 구하시오.

년 월 일

Chapter 3 확인학습

[연속함수]

이름 :

1. [정의3.1]

$(X, \mathcal{T}_X), (Y, \mathcal{T}_Y)$: 위상공간, 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 f 가 연속의 정의를 서술하시오.

2. [예제3.1]

함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여

(1) X 에 ()이 주어져 있으면 Y 에 어떤 위상이 주어지더라도 연속이다.

(2) Y 에 ()이 주어져 있으면 X 에 어떤 위상이 주어지더라도 연속이다.

3. [정리3.1]

함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 다음은 동치이다.

(1) $f: X \rightarrow Y$ 는 연속함수이다.

(2) Y 의 기저 \mathcal{B} 의 ()

(3) Y 의 부분기저 S 의 ()

4. [정리3.1]을 증명하시오.

5. [예제3.2]

보통위상공간 \mathbb{R} , 하한위상공간 \mathbb{R}_l 에 대하여 함수 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_l$, $f(x) = x$ 에 대하여 연속성을 조사하시오.

6. [정리3.2]

위상공간 X, Y, Z 에 대하여

(1) (\quad)는 연속이다.

(2) $f : X \rightarrow Y, g : Y \rightarrow Z$ 가 연속이면 (\quad)도 연속이다.

(3) 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 연속일 때 $A \subset X$ 에 대하여 (\quad)도 연속이다.

(4) A 가 X 의 부분공간일 때 (\quad)도 연속이다.

(5) $f : X \rightarrow Y$ 가 연속일 때 (\quad)을 $f(X)$ 로 제한한 사상 (\quad)도 연속이다.

7. [정리3.2]를 증명하시오.

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

8. [정리3.3]

함수 $f : X \rightarrow Y$ 에 대하여 다음은 동치이다.

(1) f 는 연속함수이다.

(2) 임의의 $A \subset X$ 에 대해서 (\quad)가 성립한다.

(3) $B : Y - \text{닫힌집합} \Rightarrow (\quad)$

9. [정의3.2]

함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 $p \in X$ 에서 연속의 정의를 서술하시오.

10. [예제3.3]

함수 $f : X \rightarrow Y$ 와 $x \in X$ 에 대하여 x 가 고립점이면 f 는 x 에서 연속임을 보이시오.

11. [예제3.4]

집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 위상 $\mathfrak{I}_X = \{\emptyset, X, \{1\}\}$, $\mathfrak{I}_Y = \{\emptyset, Y, \{a, b\}\}$ 가 주어질 때,

함수를 $f(1)=f(2)=a$, $f(3)=c$ 라 정의하자.

$G = \{a, b\}$ 라 하면 $G \in \mathfrak{I}_Y$ 이다.

$f^{-1}(G) = \{1, 2\} \not\subseteq \mathfrak{I}_X$ 이므로 f 는 1에서 불연속이다.

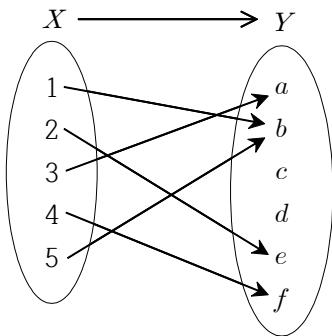
위의 설명이 잘못되었음을 보이시오.

12. [정리3.4]

함수 $f : X \rightarrow Y$ 와 $p \in X$ 에 대해 f 가 p 에서 연속일 필요충분조건을 서술하시오.

13. [예제3.5]

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 위상 $\mathfrak{I} = \{\emptyset, X, \{1\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 3, 4, 5\}, \{4, 5\}\}$ 를 정의하고 집합 $Y = \{a, b, c, d, e, f\}$ 에 기저 $\mathcal{B} = \{\{c\}, \{d\}, \{b, c\}, \{b, c, d, f\}, \{a, c, d, e\}\}$ 를 정의할 때 함수가 다음과 같이 정의되어 있다.



이 때 연속인 점을 모두 구하시오.

14. [정리3.5]

함수 $f : X \rightarrow Y$ 에 대하여 f 가 연속일 필요충분조건을 서술하시오.

15. [정리3.5]를 증명하시오.

16. [정의3.3]

위상동형과 위상동형사상의 정의를 서술하시오.

17. [정의3.4]

위상적성질의 정의를 서술하시오.

18. [예제3.6]

(1) 위상적성질의 예를 쓰시오.

(2) 위상적성질이 아닌 예를 쓰시오.

19. [정의3.5]

(1) 열린사상의 정의를 서술하시오.

(2) 닫힌사상의 정의를 서술하시오.

20. [예제3.7]

$S = \{\{a, a+1\} \mid a \in \mathbb{Z}\}$ 는 이산위상공간 $(\mathbb{Z}, \mathfrak{I})$ 의 부분기저이다. 비이산위상공간 $(\{1, 2\}, \tau)$ 에 대하여

$$f : (\mathbb{Z}, \mathfrak{I}) \rightarrow (\{1, 2\}, \tau), \quad f(a) = \begin{cases} 1, & a : \text{홀수} \\ 2, & a : \text{짝수} \end{cases}$$

라 하면 임의의 $G \subseteq S$ 에 대하여 $f(G) \in \tau$ 이지만 열린사상은 아님을 보이시오.

21. [예제3.8]

빈칸에 O, X를 채워 넣으시오. (\mathbb{R} 은 보통위상공간이다.)

예	연속	열린사상	닫힌사상
$id : \mathbb{R}_l \rightarrow \mathbb{R}$			
$f : \mathbb{R}_{ind} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \tan^{-1} x$			
$f : \mathbb{R}_{ind} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 2, & otherwise \end{cases}$			
$\pi_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$			
$f : \mathbb{R}_{ind} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x < 1 \\ 2, & otherwise \end{cases}$			
$id : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$			
$id : \mathbb{R}_{ind} \rightarrow \mathbb{R}$			
$f : \mathbb{R}_{ind} \rightarrow \mathbb{R}, \quad$ 상수함수			

22. [정의3.6]

상위상의 정의를 서술하시오.

23. [예제3.9]

보통위상공간 \mathbb{R} 에 대하여 함수 $f: \mathbb{R} \rightarrow \{a, b, c\}$ 를 $f(x) = \begin{cases} a, & x > 0 \\ b, & x = 0 \\ c, & x < 0 \end{cases}$ 라 정의할 때 $\{a, b, c\}$ 상의 상위상을 구하시오.

24. [정리3.6]

$(X, \mathfrak{I}_X), (Y, \mathfrak{I}_Y)$: 위상공간, 함수 $f: X \rightarrow Y$ 에 대하여 다음은 동치이다.

(1) \mathfrak{I}_Y 는 (\quad)

(2) $\mathfrak{I}_Y = \{ \quad \}$

(3) $f^{-1}(G) \in \mathfrak{I}_X \Leftrightarrow$

25. [정의3.7]

상함수의 정의를 서술하시오.

26. [예제3.10]

집합 $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{a, b\}$ 에 위상 $\mathfrak{I}_X = \{\emptyset, \{1\}, X\}, \mathfrak{I}_Y = \{\emptyset, Y\}$ 이 주어질 때,

함수를 $f(1) = f(2) = a, f(3) = b$ 라 정의하면 [정리3.6](3)을 만족하지만 열린사상이 아님을 보이시오.

27. [정리3.7]

(1) $f: (X, \mathfrak{I}_X) \rightarrow (Y, \mathfrak{I}_Y)$ 가 (\quad) 이면 f 는 상함수이다.

(2) $f: (X, \mathfrak{I}_X) \rightarrow (Y, \mathfrak{I}_Y)$ 가 (\quad) 이면 f 는 상함수이다.

28. [예제3.11]

사영함수 $\pi_1 : X \times Y \rightarrow X$ 는 상함수임을 보이시오.

29. [정의3.8]

자연사상(표준사상)의 정의를 서술하시오.

30. [예제3.12]

집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 위상 $\mathcal{T} = \{\emptyset, X, \{1, 2\}, \{3\}\}$ 을 준 위상공간 (X, \mathcal{T}) 상의 동치관계 $x \sim y \Leftrightarrow x \equiv y \pmod{2}$ 에 의한 상위상을 구하시오.

31. [정리3.8]

함수 $f : X \rightarrow Y$: 상함수

임의의 사상 $g : Y \rightarrow Z$ 가 연속이기 위한 필요충분조건을 서술하시오.

32. [정리3.9]

함수 $f : X \rightarrow Y$: 상함수, $x \sim y \Leftrightarrow f(x) = f(y)$

$\Rightarrow \sim$ 는 X 상의 동치관계, 자연사상 ()에 의한 상공간 X/\sim 은 Y 와 ()이다.

33. [예제3.13]

\mathbb{R}^2 에 다음과 같은 동치관계가 주어지면 \mathbb{R}^2/\sim 은 \mathbb{R} 과 위상동형임을 보이시오.

$$(x_1, y_1) \sim (x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$$

년 월 일

Chapter 4 확인학습

[거리공간]

이름 :

1. [정의4.1]

$X(\neq \emptyset)$, 다음 조건을 만족할 때, $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ 를 X 상의 거리함수라 한다.

임의의 $a, b, c \in X$ 에 대하여

(1)

(2)

(3)

(4)

2. [예제4.2]

집합 X 와 $a, b \in X$ 에 대하여 $d(a, b) = \begin{cases} 1, & a \neq b \\ 0, & a = b \end{cases}$ 라 정의하면 d 는 거리함수가 됨을 보이시오.

3. [예제4.3]

$C[0, 1] = \{f | f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ 은 연속함수}\}$ 와 $f, g \in C[0, 1]$ 에 대하여 다음과 같이 정의된 함수들은 모두 $C[0, 1]$ 상의 거리임을 보이시오.

$$(1) d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$$

$$(2) \quad e(f, g) = \sup \{ |f(x) - g(x)| \mid x \in [0, 1] \}$$

4. [정의4.2]

ϵ – 열린근방의 정의를 서술하시오.

5. [예제4.4]

\mathbb{R}^2 상의 d_1, d_2, d_∞ 에 대하여 $B_{d_1}(0, 1), B_{d_2}(0, 1), B_{d_\infty}(0, 1)$ 을 좌표평면에 도시하시오.
(단, $0 = (0, 0)$ 을 나타낸다.)

$$(1) \quad d_1(p, q) = \sum_{k=1}^n |a_k - b_k|$$

$$(2) \quad d_2(p, q) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (a_k - b_k)^2}$$

$$(3) \quad d_\infty(p, q) = \max\{|a_k - b_k| \mid k = 1, \dots, n\}$$

6. [정리4.1]

$d : X$ 상의 거리함수

$\mathcal{B} = \{ \}$ 는 [정리2.14]을 만족한다.

정리 2.14 공집합이 아닌 집합 X 의 부분집합족 \mathcal{B} 가 두 조건

$$(1) \quad X = \cup \mathcal{B}$$

(2) 임의의 $B_1, B_2 \in \mathcal{B}$ 와 임의의 $x \in B_1 \cap B_2$ 에 대하여 $x \in B_3 \subset B_1 \cap B_2$ 이 성립하는 $B_3 \in \mathcal{B}$ 가 존재한다.
을 만족하면 \mathcal{B} 의 임의의 합집합을 모아 놓은 집합족 \mathcal{J} 는 X 상의 위상이 되고 \mathcal{B} 는 \mathcal{J} 에 대한 기저이다.

7. [정의4.3]

거리위상의 정의를 서술하시오.

8. [예제4.5]

집합 X 에 이산거리함수 d 가 주어져 있을 때 \mathfrak{I}_d 는 이산위상임을 보이시오.

9. [정리 4.2]

(X, d) : 거리공간일 때 $G \in \mathfrak{I}_d$ 이기 위한 필요충분조건을 서술하시오.

10. [정리4.3]

$d, e : X$ 상의 거리일 때 $\mathfrak{I}_d \subset \mathfrak{I}_e$ 이기 위한 필요충분조건을 서술하시오.

11. [예제4.6]

$d, e : X$ 상의 거리

적당한 양수 k 가 존재하여 임의의 $x, y \in X$ 에 대하여 $d(x, y) \leq k e(x, y)$ 이면 $\mathfrak{I}_d \subset \mathfrak{I}_e$ 가 성립함을 보이시오.

12. [정의4.4]

동치거리함수의 정의를 서술하시오.

13. [예제4.7]

\mathbb{R}^n 상에서 d_1, d_2, d_∞ 는 동치거리임을 보이시오.

$$(1) \quad d_1(p, q) = \sum_{k=1}^n |a_k - b_k|$$

$$(2) \quad d_2(p, q) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (a_k - b_k)^2}$$

$$(3) \quad d_\infty(p, q) = \max\{|a_k - b_k| \mid k = 1, \dots, n\}$$

14. [정의4.5]

(1) 점 $x \in X$ 와 집합 A 사이의 거리 : $d(x, A) =$

(2) 두 집합 A, B 사이의 거리 : $d(A, B) =$

(3) 집합 A 의 지름 : $d(A) =$

유계집합 :

15. [예제4.8]

(1) $C[0, 1] = \{f | f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R} \text{ 은 연속함수}\}$ 에 $d(f, g) = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx$ 에 대하여 $d(f, A)$ 의 값을 구하

여라. (단, $f(x) = x$, A 는 모든 상수함수들의 집합)

(2) \mathbb{R}^2 에 $d_2(p, q) = \sqrt{\sum_{k=1}^n (a_k - b_k)^2}$ 가 주어질 때, $d(A, B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{(x, 0) | x \in \mathbb{R}\}, B = \{(x, 1/x) | x \in (0, \infty)\}$$

(3) \mathbb{Q} 에 이산거리 d 가 주어질 때, $d(\mathbb{Z})$ 의 값을 구하여라.

16. [예제4.9]

(X, d) : 거리공간, 임의의 $x, y \in X$ 에 대하여 $e(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ 로 정의되어 있을 때 (X, e) 가 유계인 거리공간이 됨을 증명하시오.

17. [정리4.5]

(X, d) : 거리공간, $x \in X$ 에 대하여

(1) $\mathcal{B}_x = \{ \quad \} : x$ 의 가산국소기저

(2) $\overline{A} = \{ \quad \}$

(3) 유한부분집합은 (\quad) 이다.

18. [정리4.6]

(X, d) : 거리공간

$A, B : X$ 의 서로소인 폐부분집합 $\Rightarrow (\quad)$ 열린집합 G, H 가 존재해서 (\quad)

19. [정의4.6]

거리화가능의 정의를 서술하시오.

20. [예제4.10]

다음 위상공간의 거리화가능 여부를 판정하시오.

(1) 이산위상공간 (X, D)

(2) 보통위상공간 $(\mathbb{R}, \mathcal{U})$

(3) (X, \mathfrak{I}) , $(X = \{a, b, c\}, \mathfrak{I} = \{\emptyset, X, \{a\}, \{a, b\}\})$

년 월 일

Chapter 5 확인학습

[가산성]

이름 :

1. [정의5.1]

제 1 가산공간의 정의를 서술하시오.

2. [예제5.1]

다음 위상공간의 제 1 가산성을 조사하시오.

(1) 거리공간

(2) 보통위상공간 \mathbb{R}

(3) 이산위상공간 \mathbb{R}_D

(4) 하한위상공간 \mathbb{R}_l

(5) 여유한위상공간 \mathbb{R}_f

(6) 여가산위상공간 \mathbb{R}_c

3. [예제5.2]

연속함수 $f : X \rightarrow Y$ 에 대하여 X 가 제1가산공간이지만 $f(X)$ 는 제1가산공간이 되지 않는 예를 구하시오.

4. [정리5.1]

제 1 가산은 위상적 성질임을 보이시오.

5. [정리5.2]

(1) X : 제 1 가산공간 \Rightarrow 부분공간 A : 제 1 가산공간

(2) X, Y : 제 1 가산공간 \Leftrightarrow ()

6. [정리5.2]을 증명하시오.

7. [정리5.3]

X : 제 1 가산공간 \Rightarrow () 존재

8. [정리5.4]

X : 제 1 가산공간, $x \in X$, $A \subset X$ 일 때 $x \in \overline{A}$ 이기 위한 필요충분조건을 서술하시오.

9. [예제5.3]

[정리5.4]에서 제 1 가산공간이라는 조건이 빠졌을 때 성립하지 않는 예를 구하시오.

10. [정의5.2]

점열연속의 정의를 서술하시오.

11. [정리5.5]

X : 제 1 가산공간일 때 $f : X \rightarrow Y$ 가 연속이기 위한 필요충분조건을 서술하시오.

12. [예제5.4]

[정리5.5]에서 제 1 가산공간이라는 조건이 빠졌을 때 성립하지 않는 예를 구하시오.

13. [정의5.3]

제 2 가산공간의 정의를 서술하시오.

14. [정리5.6]

X : 제 2 가산공간 $\Rightarrow ()$

15. [예제5.5]

다음 위상공간의 제 2 가산성을 조사하시오.

(1) 보통위상공간 \mathbb{R}

(2) 이산위상공간 \mathbb{R}_D

(3) 하한위상공간 \mathbb{R}_l

(4) 여유한위상공간 \mathbb{R}_f

(5) 여가산위상공간 \mathbb{R}_c

16. [정의5.4]

(1) 피복의 정의를 서술하시오.

(2) 열린피복의 정의를 서술하시오.

(3) 유한(가산) 부분피복을 포함하고 있다의 정의를 서술하시오.

17. [정의5.5]

린델래프 공간(Lindelöf space)의 정의를 서술하시오.

18. [정리5.7]

$X : (\quad) \Rightarrow X : \text{린델래프 공간}$

19. [예제5.6]

[정리5.7]의 역이 성립하지 않는 예를 구하시오.

20. [정의5.6]

가분공간의 정의를 서술하시오.

21. [예제5.7]

다음 위상공간이 가분공간이 되는지 조사하시오.

(1) 보통위상공간 \mathbb{R}

(2) 이산위상공간 \mathbb{R}_D

(3) 하한위상공간 \mathbb{R}_l

(4) 여유한위상공간 \mathbb{R}_f

(5) 여가산위상공간 \mathbb{R}_c

22. [정리5.8]

$X : (\quad) \Rightarrow X :$ 가분공간

23. [예제5.8]

[정리5.8]의 역이 성립하지 않는 예를 구하시오.

24. [정리5.9]

위상공간 (X, \mathfrak{I}) 이 거리화 가능하면 다음은 동치이다.

(1) $(X, \mathfrak{I}) :$

(2) $(X, \mathfrak{I}) :$

(3) $(X, \mathfrak{I}) :$

년 월 일

Chapter 6 확인학습

[분리공리]

이름 :

1. [정의6.1]

T_0 -공간의 정의를 서술하시오.

2. [예제6.1]

$X = \{a, b\}$, $\mathcal{I} = \{\emptyset, X, \{a\}\}$ 는 T_0 -공간임을 보이시오.

3. [정의6.2]

T_1 -공간의 정의를 서술하시오.

4. [정리6.1]

X : 위상공간에 대하여 다음은 동치이다.

(1) X 는 T_1 -공간이다.

(2) X 의 임의의 한 점 부분집합은 ()

(3) X 의 임의의 유한 부분집합은 ()

5. [정리6.2]

(1) $X : T_1$ -공간 \Rightarrow () : T_1 -공간

(2) $X, Y : T_1$ -공간 \Leftrightarrow () : T_1 -공간

6. [정의6.3]

T_2 -공간(Hausdorff space)의 정의를 서술하시오.

7. [정리6.3]

T_2 -공간에서 수렴하는 점열은 ()

8. [정리6.3]를 증명하시오.

9. [정리6.4]

다음은 동치이다.

(1) X 는 T_2 -공간이다.

(2) $\Delta = \{(x, x) \mid x \in X\}$ 는 $X \times X$ 에서 ()이다.

10. [정리6.5]

(1) $X : T_2$ -공간 \Rightarrow () : T_2 -공간

(2) $X, Y : T_2$ -공간 \Leftrightarrow () : T_2 -공간

11. [정리6.5] (1)을 증명하시오.

12. [정리6.6]

X : 위상공간, $Y : T_2$ -공간, $f, g : X \rightarrow Y$: 연속함수

(1) $\{x \in X \mid f(x) = g(x)\} : X$ 에서 ()이다.

(2) $D : X$ 의 (), 모든 $x \in D$ 에 대하여 () $\Rightarrow f = g$

13. [정의6.4]

(1) 정칙공간의 정의를 서술하시오.

(2) T_3 -공간의 정의를 서술하시오.

14. [예제6.2]

$K = \{1/n \mid n \in \mathbb{N}\}$ 에 대하여 $\mathcal{B}_K = \{(a, b), (a, b) - K \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ 를 기저로 갖는 실수상의 위상을 \mathbb{R}_K 라 하면 \mathbb{R}_K 는 T_2 -공간이지만 T_3 -공간이 아님을 보이시오.

15. [정리6.7]

다음은 동치이다.

(1) X : 정칙공간

(2) 임의의 열린집합 U 와 임의의 $x \in U$ 에 대하여 ()를 만족하는 열린집합 G 가 존재한다.

16. [정리6.8]

(1) X : 정칙공간(T_3 -공간) \Rightarrow () : 정칙공간(T_3 -공간)

(2) X, Y : 정칙공간(T_3 -공간) \Leftrightarrow () : 정칙공간(T_3 -공간)

17. [정의6.5]

(1) 정규공간의 정의를 서술하시오.

(2) T_4 -공간의 정의를 서술하시오.

18. [예제6.3]

(1) 하한위상공간 \mathbb{R}_l 은 T_4 -공간임을 보이시오. (어려우면 skip하세요!)

(2) 정규공간이지만 정칙공간이 아닌 예를 구하시오.

19. [정리6.9]

(1) X : 정규공간, Y : () $\Rightarrow Y$: 정규공간(2) X : T_4 -공간, Y : () $\Rightarrow Y$: T_4 -공간

20. [정리6.10]

() \Rightarrow () \Rightarrow () \Rightarrow () \Rightarrow ()

역은 성립하지 않는다.

21. [예제6.4]

빈칸에 \circlearrowleft , \times 를 채워 넣으시오. (\mathbb{R} 은 보통위상공간이다.)

	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4	거리공간
$X = \{a, b\}, \mathcal{J} = \{\emptyset, X, \{a\}\}$						
$\mathbb{R}_f, \mathbb{R}_c$						
\mathbb{R}_K						
$\mathbb{R}_l \times \mathbb{R}_l$						
\mathbb{R}_l						
\mathbb{R}, \mathbb{R}_d						

년 월 일

Chapter 7 확인학습

[컴팩트 공간]

이름 :

1. [정의7.1]

컴팩트공간의 정의를 서술하시오.

2. [예제7.1]

다음 위상공간의 컴팩트 여부를 조사하시오.

(1) 보통위상공간 \mathbb{R}

(2) 이산위상공간 \mathbb{R}_D

(3) 하한위상공간 \mathbb{R}_l

(4) 여유한위상공간 \mathbb{R}_f

(5) 여가산위상공간 \mathbb{R}_c

3. [정리7.1]

(X, τ) : 위상공간, $A \subset X$ 일 때 다음은 동치이다.

(1) () – 열린집합으로 이루어진 A 의 임의의 열린피복이 유한 부분피복을 가진다.

(2) () – 열린집합으로 이루어진 A 의 임의의 열린피복이 유한 부분피복을 가진다.

4. [정리7.2]

연속함수 $f: X \rightarrow Y$, $A : X$ 의 컴팩트 부분집합 $\Rightarrow ()$

5. [정리7.2]를 증명하시오.

6. [정리7.3]

$X :$ 컴팩트공간, $A : () \Rightarrow A :$ 컴팩트

7. [정리7.3]을 증명하시오.

8. [정리7.4]

$X : (), A :$ 컴팩트 부분집합 $\Rightarrow A : ()$

9. [정리7.4]를 증명하시오.

10. [정리7.5]

$X : \text{컴팩트}, (\quad) \Rightarrow X : (\quad)$

11. [정리7.6]

Tychonoff 정리를 서술하시오.

12. [정리7.7]

Heine-Borel 정리를 서술하시오.

년 월 일

Chapter 8 확인학습

[연결공간]

이름 :

1. [정의8.1]

(1) 비연결공간의 정의를 서술하시오.

(2) 연결공간의 정의를 서술하시오.

 \emptyset 과 임의의 한 점 집합은 항상 ()이다.

2. [예제8.1]

 $X = \{a, b, c\}$ 에 대하여 $\mathfrak{I}_i, i = 1, 2, 3$ 이 다음과 같이 주어져 있을 때, (X, \mathfrak{I}_i) 의 연결성을 확인하시오.

$$\mathfrak{I}_1 = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b, c\}\}, \mathfrak{I}_2 = \{\emptyset, X, \{a\}, \{a, b\}\}, \mathfrak{I}_3 = 2^X$$

3. [예제8.2]

 $X = \{a, b, c\}, \mathfrak{I} = \{\emptyset, X, \{a, c\}, \{b, c\}, \{c\}\}$ 이고 $A = \{a, b\}$ 일 때 A 의 연결성을 확인하시오.

4. [정리8.1]

보통위상공간 \mathbb{R} , $A \subset \mathbb{R}$ 에 대해 다음은 동치이다.(1) A 는 \mathbb{R} 의 ()(2) $x, y \in A$ 이고 $x < z < y$ 이면 ()가 성립한다.

$$A : \text{연결} \Leftrightarrow A : ()$$

5. [정리8.2]

다음은 동치이다.

(1) 위상공간 X : 연결공간(2) 위상공간 X 에서 개폐집합은 ()밖에 없다.

6. [정리8.2]을 증명하시오.

7. [정리8.3]

연속함수 $f : X \rightarrow Y$, $A : X$ 의 연결 부분집합 $\Rightarrow ()$

8. [정리8.3]을 증명하시오.

9. [정리8.4]

$A :$ 위상공간 X 의 연결 부분집합 $\Rightarrow ()$ 인 B 도 연결집합이다.

10. [정리8.5]

$\{A_\lambda | \lambda \in \Lambda\} : X$ 의 연결부분공간들의 집합족, $() \Rightarrow \bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda :$ 연결집합

11. [정리8.5]를 증명하시오.

12. [정리8.6]

$X, Y :$ 연결공간 $\Rightarrow (\quad) :$ 연결공간

13. [정의8.2]

성분의 정의를 서술하시오.

14. [정리8.8]

$X :$ 위상공간, $x \in X$ 에 대하여 A 가 x 를 포함하는 성분일 필요충분조건을 서술하시오.

15. [예제8.3]

유클리드 공간의 부분공간 \mathbb{Q} 에 대하여 모든 성분을 구하시오.

16. [정의8.3]

호의 정의를 서술하시오.

17. [정의8.4]

호상연결공간의 정의를 서술하시오.

18. [예제8.4]

X 가 밀착위상공간이면 X 는 호상연결공간임을 보이시오.

19. [정리8.9]

$X :$ 호상연결공간 $\Rightarrow X : (\quad)$