第4章　电路的基本定理

4.1 叠加定理

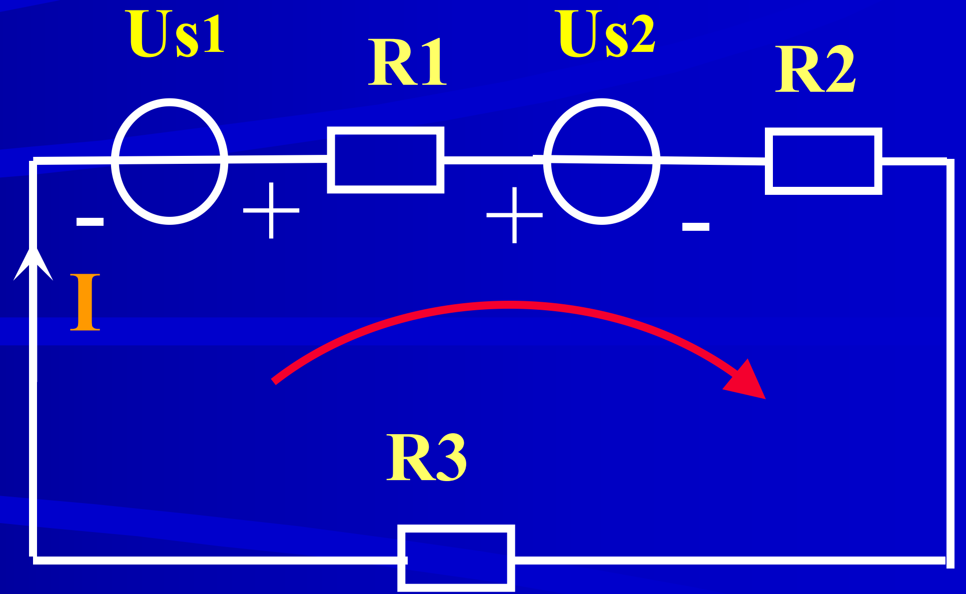
任何一个线性电路同时受到若干独立电源的作用时，在某一支路上产生的电压或电流等于每个电源单独作用时在该支路上产生的电压或电流的代数和。

例：根据KVL:

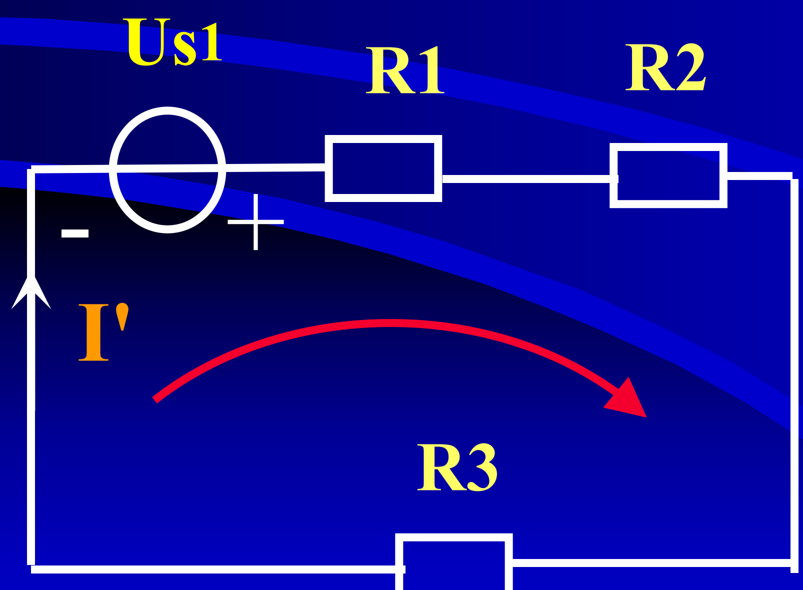
$$(R_1+R_2+R_3)I=U_{s1}-U_{s2}$$

所以：$$I=\frac{U_{s1}-U_{s2}}{R_1+R_2+R_3}$$

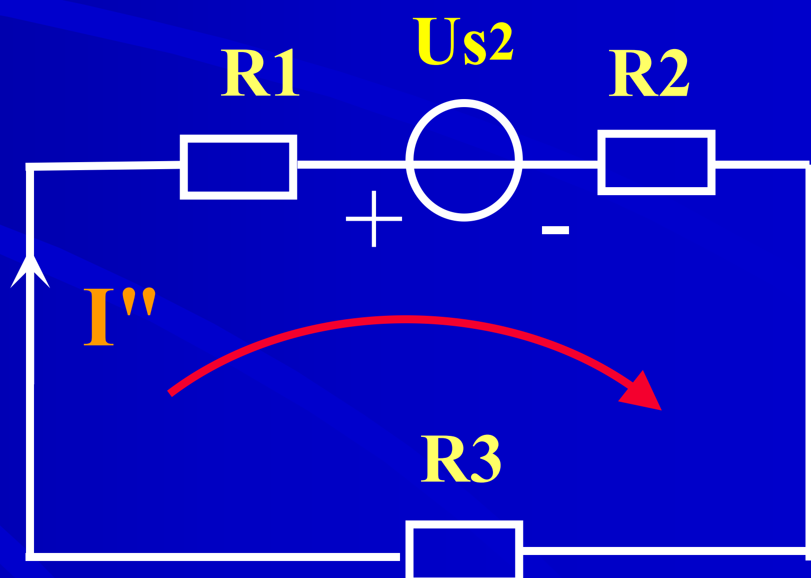
$$=\frac{U_{s1}}{R_{总}}+\frac{-U_{s2}}{R_{总}}=I'+I''$$



=



+



叠加定理的特点

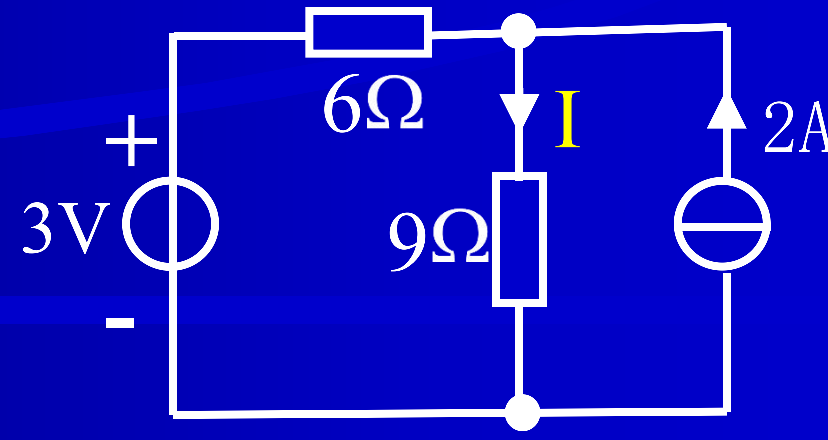
(1).叠加定理只适应线性电路中电压、电流的叠加，功率不能叠加。

(2).电压、电流的参考方向，与参考方向一致时相加，与参考方向相反时相减。

(3).某个独立电源单独作用于电路时，其它独立电源全部置零，但受控源要保留在电路中。

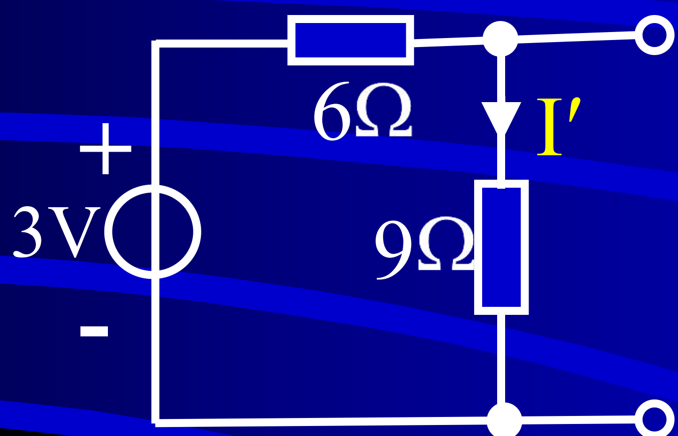
(4).电压源置零，用短路线代替；电流源置零，用开路线代替。

例1: 用叠加定理求9Ω上的电流。

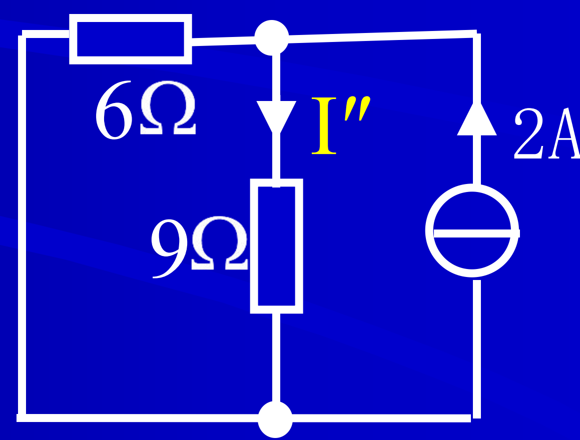


解：电路分解画为:

=



+

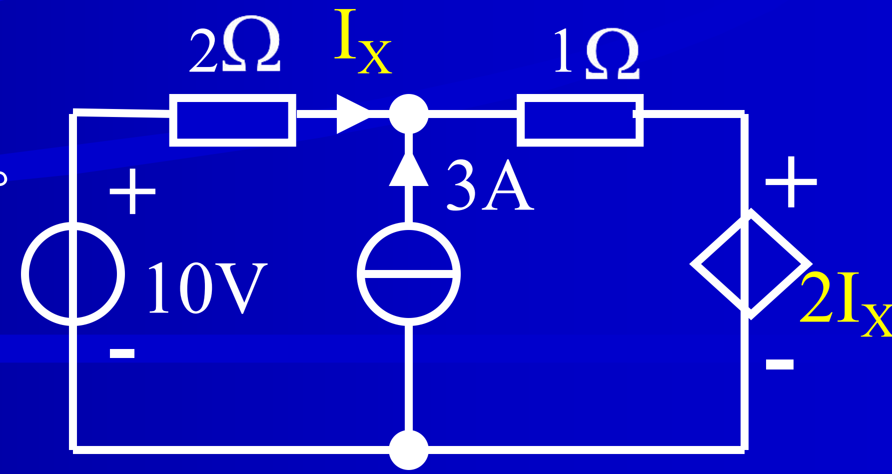


$I' = 3/(6+9) = 0.2\text{A}$

$$I'' = \frac{6}{6+9}2 = 0.8\text{A}$$

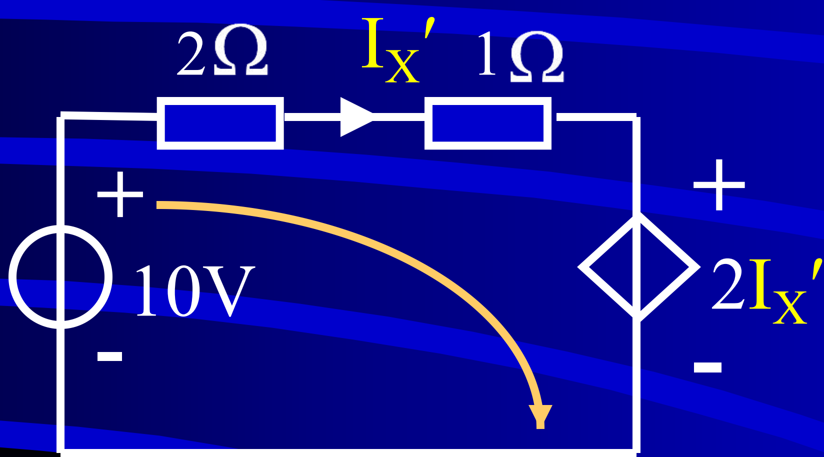
所以: $I = I' + I'' = 1\text{A}$

例2：用叠加定理求电流I_x。

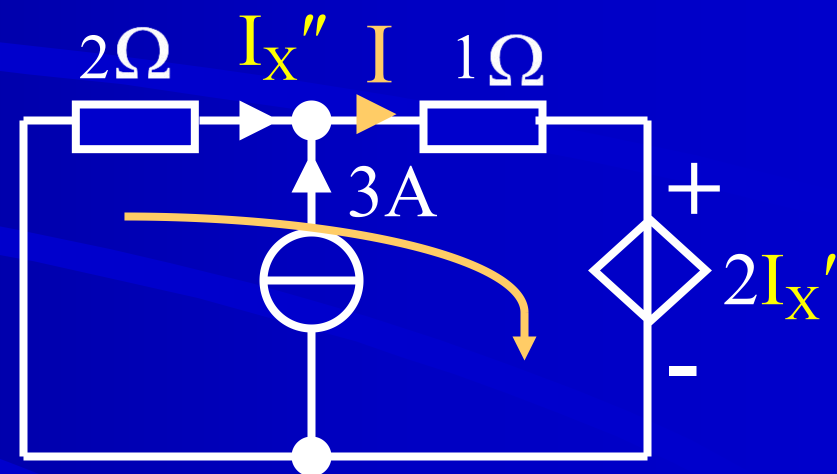


解： 电路分解画为：

=



+



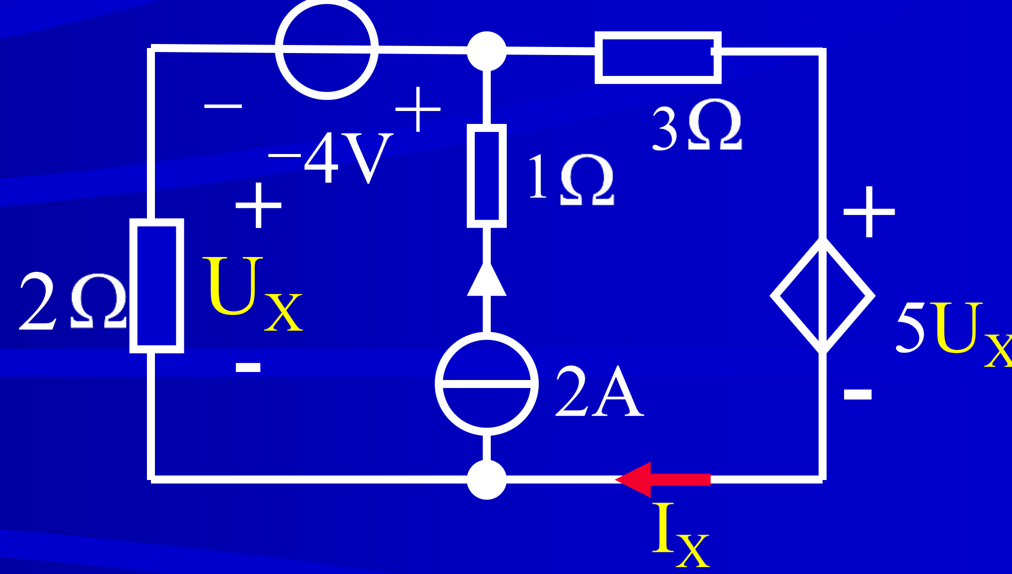
$$(2+1)I_X'+2I_X'=10$$

$$\therefore I_X'=10/5=2A$$

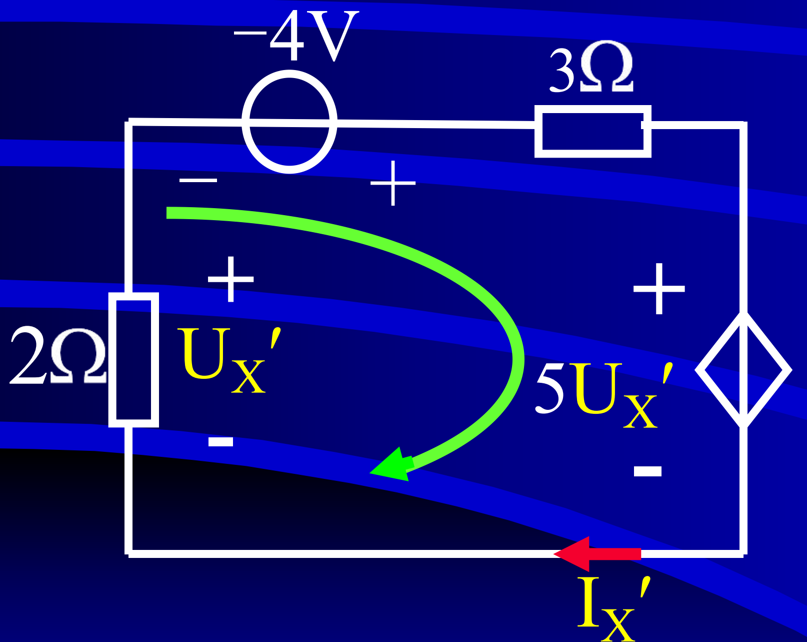
$$\left.\begin{array}{l} I_X''+3=I \\ 2I_X''+I+2I_X''=0 \end{array}\right\} I_X''=-0.6A$$

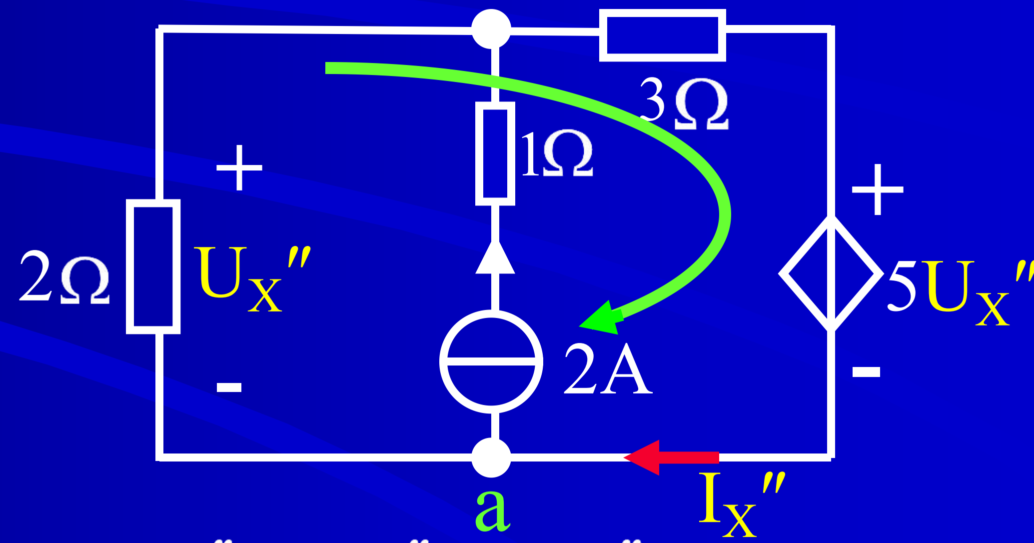
$$\therefore I_X=I_X'+I_X''=1.4A$$

例3：用叠加定理求I_X



解：电路分解为：



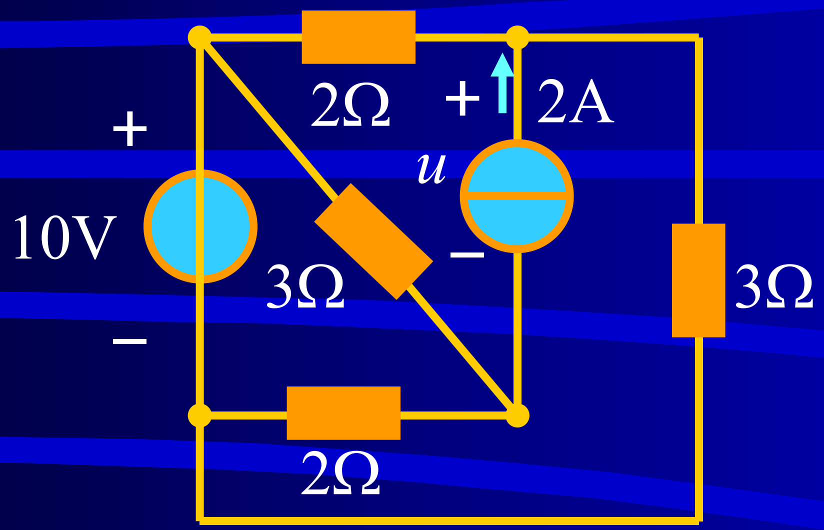


$$\begin{cases} 3I_X' + 5U_X' - U_X' + 4 = 0 \\ U_X' = -2I_X' \quad I_X' = 0.8A \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5U_X'' - U_X'' + 3I_X'' = 0 \\ 2(2 - I_X'') = U_X'' \quad I_X'' = 3.2A \end{cases}$$

$$I_X = I_X' + I_X'' = 4A$$

例4 求电流源的电压和发出的功率



解 10V电源作用：

$$u^{(1)}=\frac{3}{5}\times 10-\frac{2}{5}\times 10=2V$$

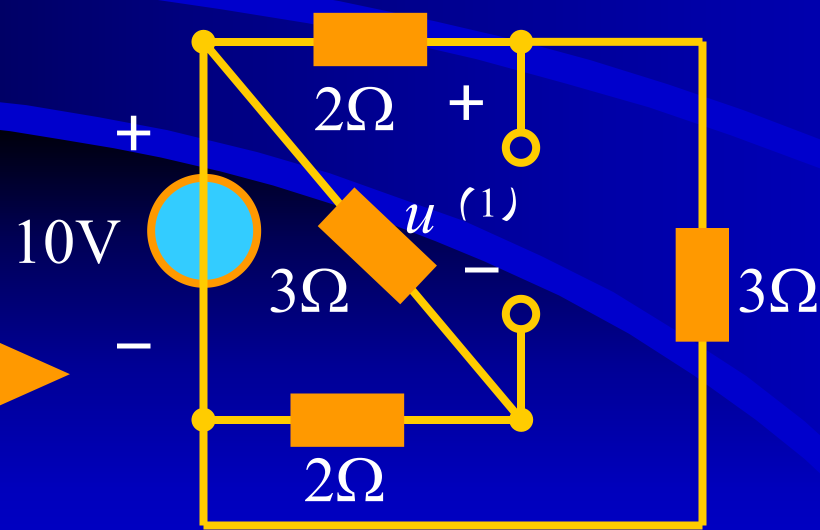
2A电源作用：

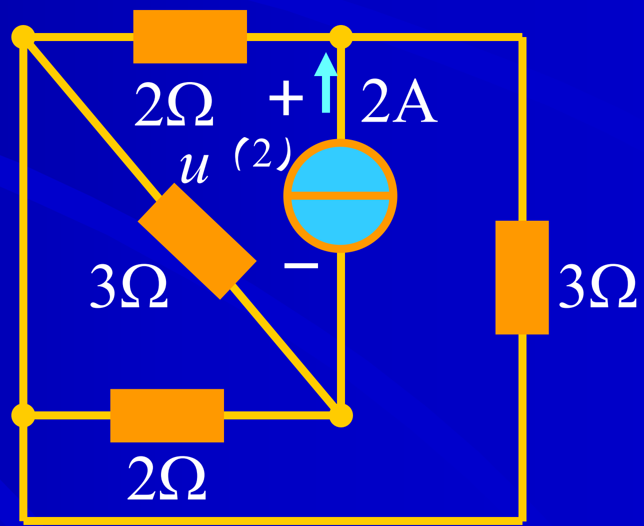
$$u^{(2)}=\frac{2\times 3}{5}\times 2\times 2=4.8V$$

$$u=u^{(1)}+u^{(2)}=6.8V$$

$$P=6.8\times 2=13.6W$$

画出分电路图

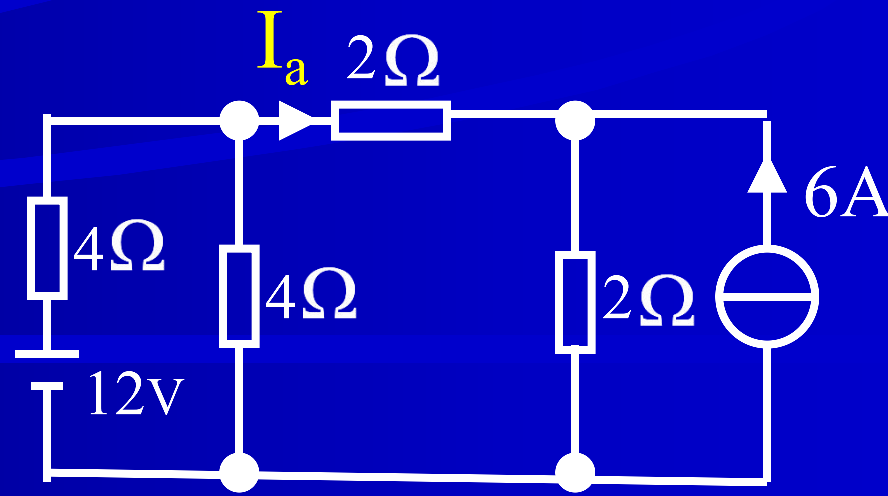




叠加定理的意义和应用

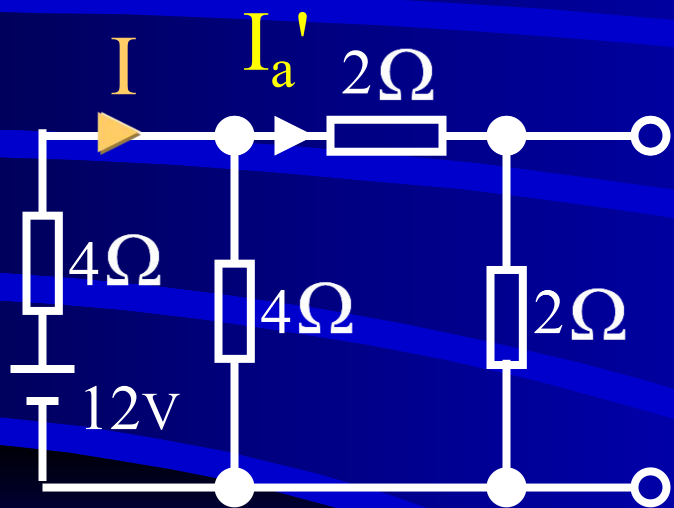
- 叠加定理是线性网络中最重要的性质，它有很高的理论价值。
- 在交流电路中用叠加定理计算不同频率电源产生的响应。
- 在动态电路中用叠加定理求电路的总响应。
- 在电路中增加新电源时，用叠加定理求电路中的值。

例5: 求电流I_a。

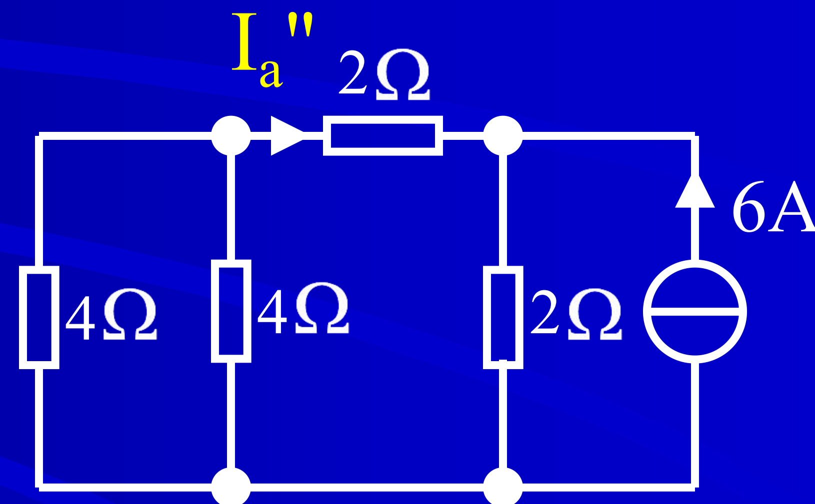


解: 电路分解画为:

=



+

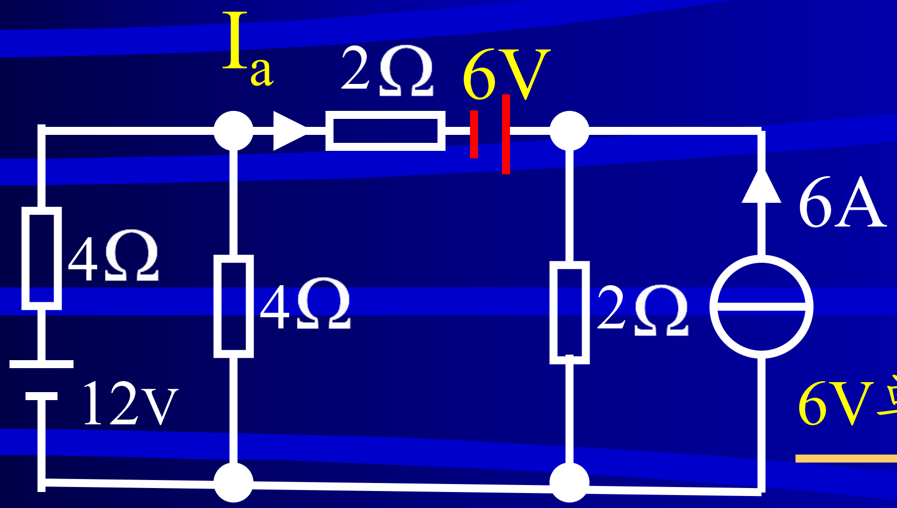


$$\because I = {}^{12}\!/_{6} = 2A$$

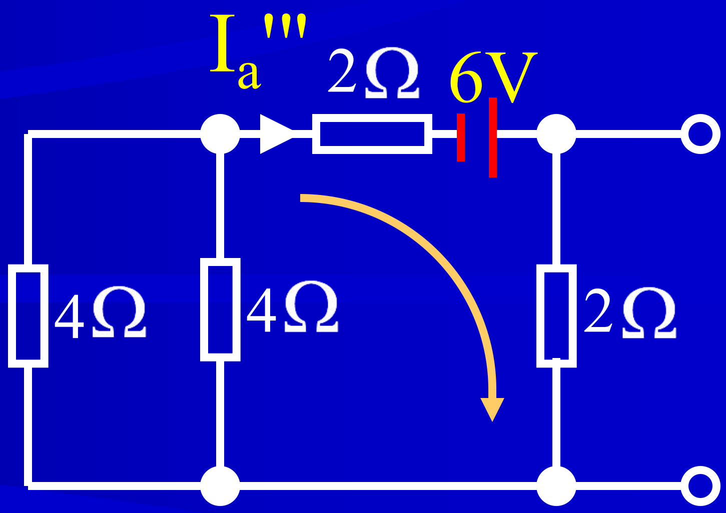
$$\therefore I_a' = {}^{4}\!/_{4+4} \times 2 = 1A$$

$$I_a'' = -2A$$

$$\therefore I_a = I_a' + I_a'' = -1A$$



6V单独作用

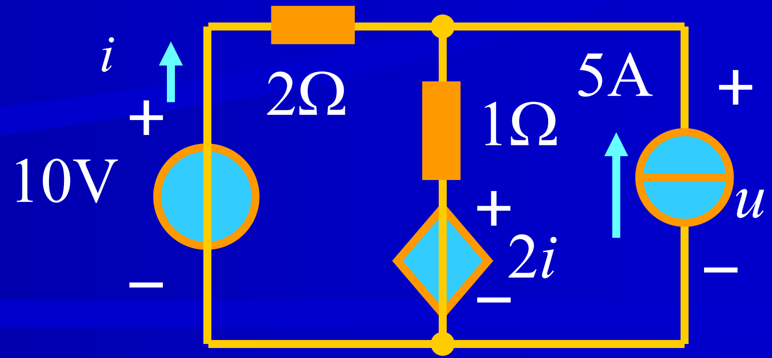


$$2I_a''' + 2I_a''' + (4//4)I_a''' = 6$$

$$\therefore I_a''' = 1A$$

$$\therefore I_a = I_a' + I_a'' + I_a''' = 0$$

例6 计算电压u和电流i。



解 10V电源作用：

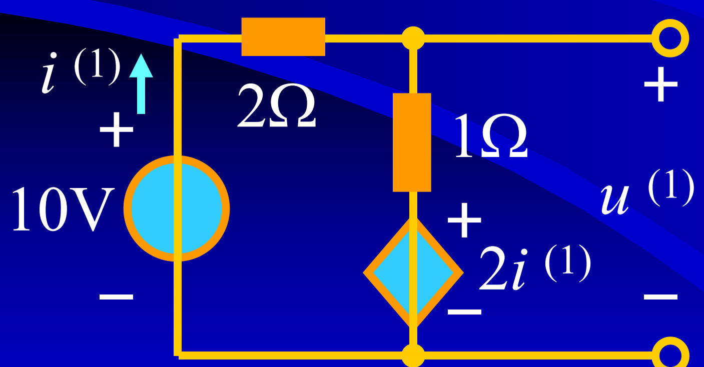
$$(2+1)\ i^{(1)}+2i^{(1)}=10 \qquad i^{(1)}=2A$$

$$u^{(1)}=1\times i^{(1)}+2i^{(1)}=3i^{(1)}=6V$$

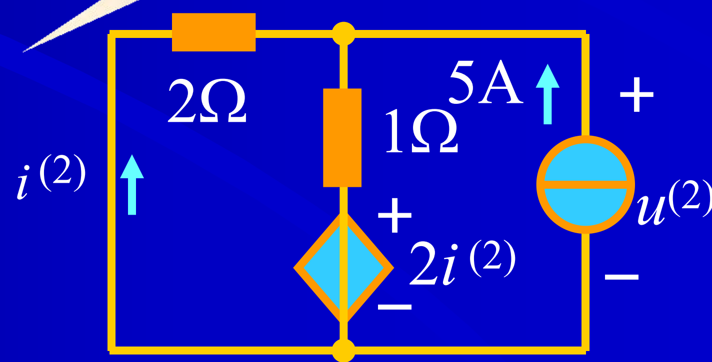
5A电源作用： $2i^{(2)}+1\times(5+i^{(2)})+2i^{(2)}=0 \qquad i^{(2)}=\text{-}1A$

$$u^{(2)}=-2i^{(2)}=-2\times(-1)=2V$$

$$u=6+2=8V \qquad i=2+(-1)=1A$$

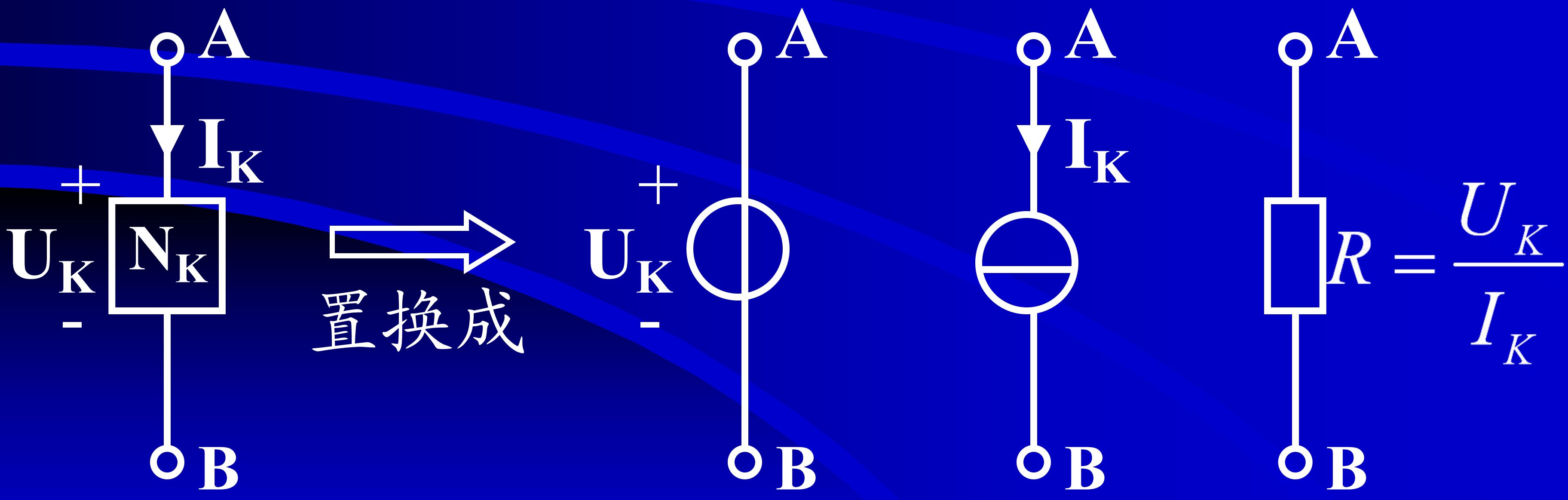


受控源始终保留



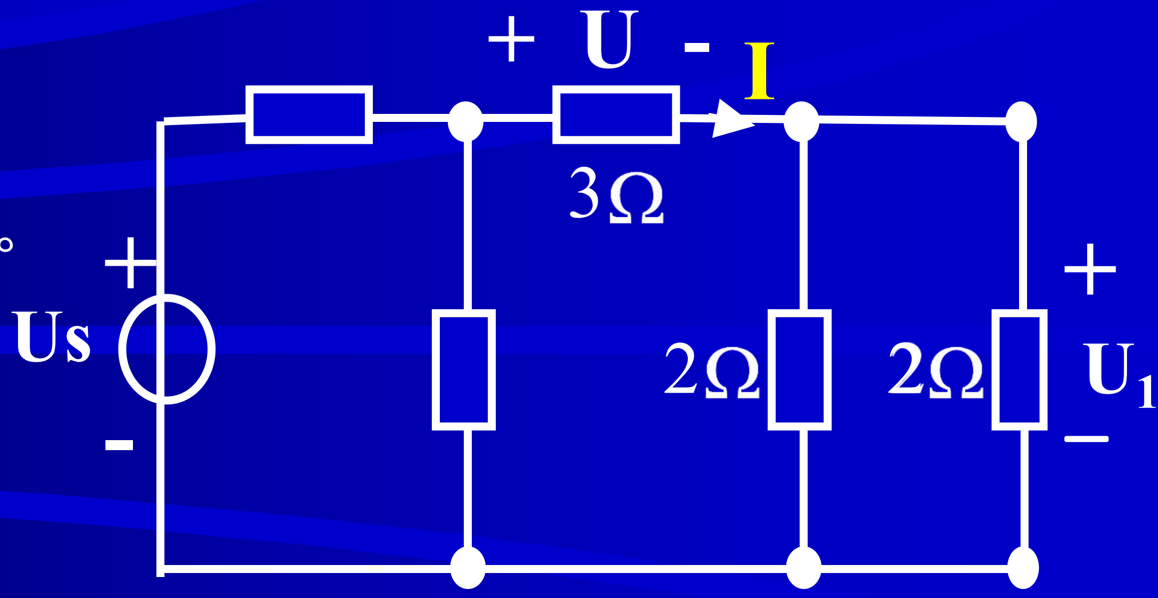
4.2 置换定理

任何线性或非线性电路，如果某条支路中的电流为I_K，端电压为U_K，那么这条支路都可以用一个元件去置换。



例7：

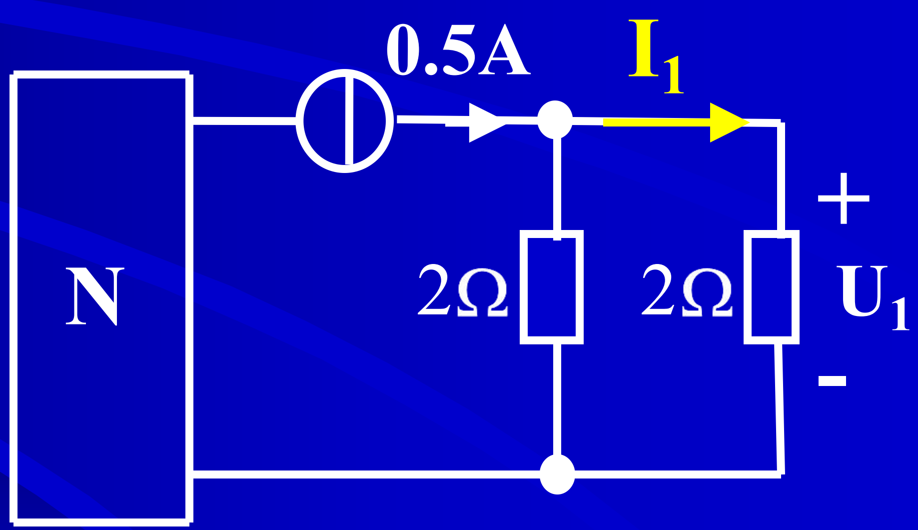
用置换定理求U_1。



已知 U=1.5V

解：I=1.5/3=0.5A

所以：3Ω支路用0.5A电流源代替。

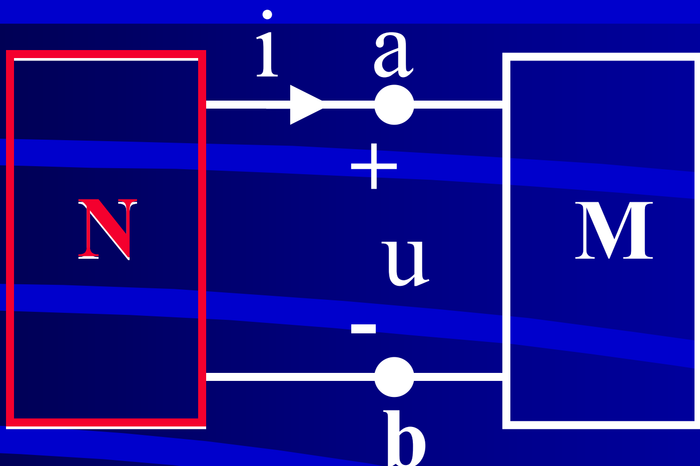


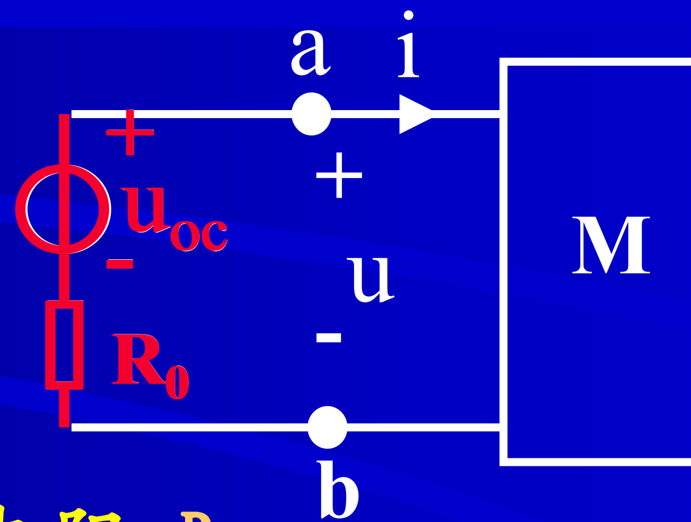
$$I_1 = \frac{2}{2+2} \cdot 0.5 = 0.25A$$

$$U_1 = 2 \cdot 0.25 = 0.5V$$

4.3 戴维南定理

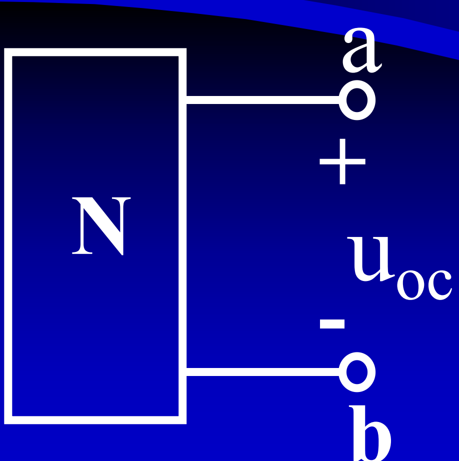
一.定义：线性含源单口网络N，就其端口来看，可以等效为一个电压源与电阻串联的支路。



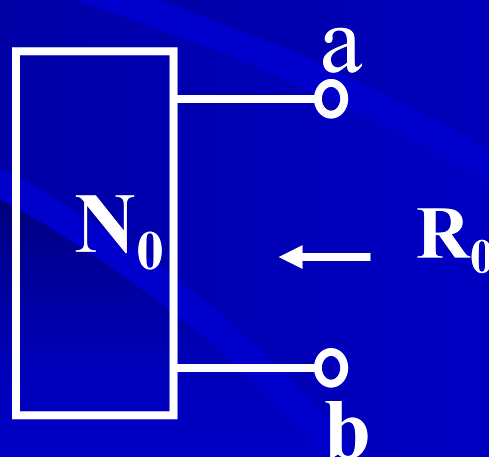


电压源电压u_{oc}

串联电阻 R_o



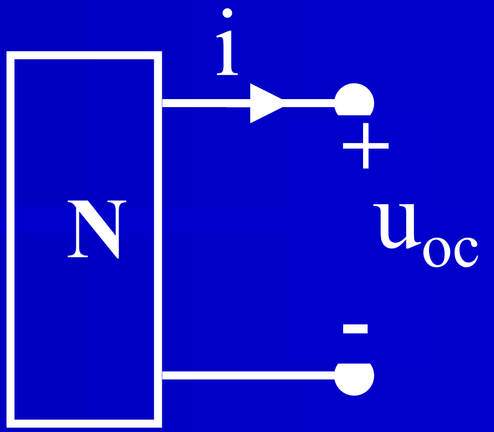
等于网络N的开路电压。



等于网络N中所有独立源为零值时所得网络N_o的等效电阻。

二. u_{oc}与R_o的 求法:

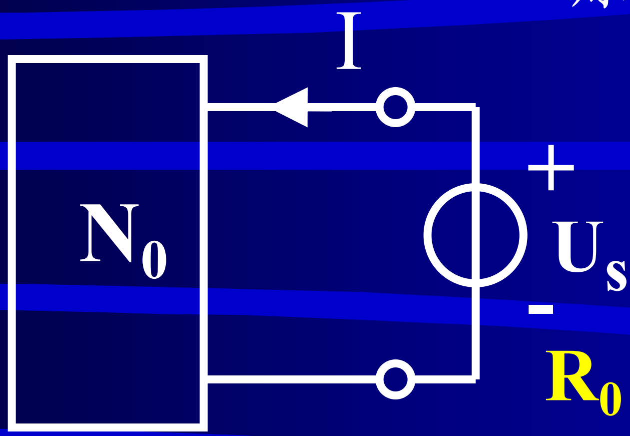
1.求u_{oc}: 把负载(或待求支路)断开,用节点法、网孔法、电源等效等方法,选其中最方便的解法。



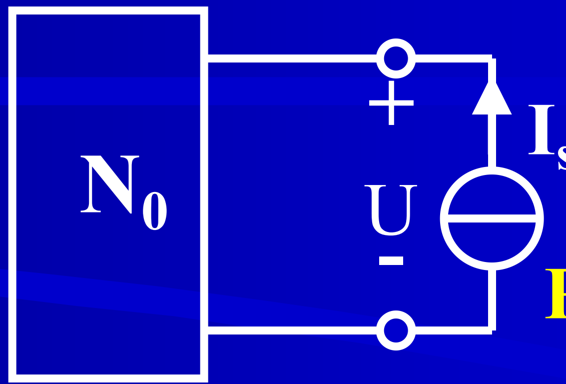
2.求R_o:

- (1)不含受控源时:将独立源置零后的纯电阻网络用串联、并联的方法求。
- (2)含受控源时:
  - (a) 外加电源法:
  - (b) 短路电流法:

1. 外加电源法： 将N中的独立源置零，在端口处加电压源或电流源，用激励与响应之比求R_o。



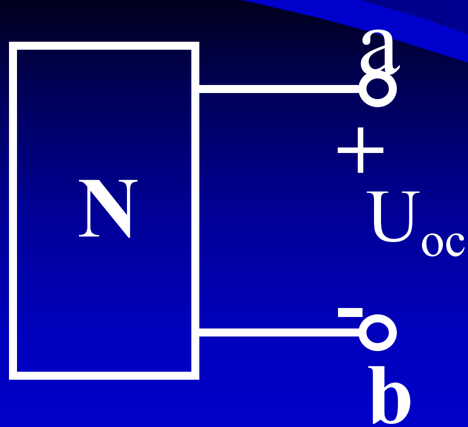
$R_0 = U_s / I$

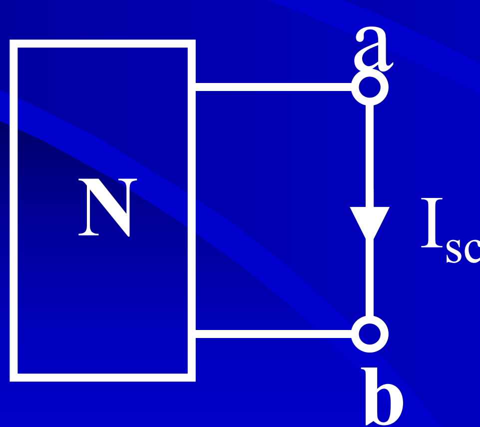


$R_0 = U / I_S$

2. 短路电流法：（要求两个量U_{oc}、I_{sc}）

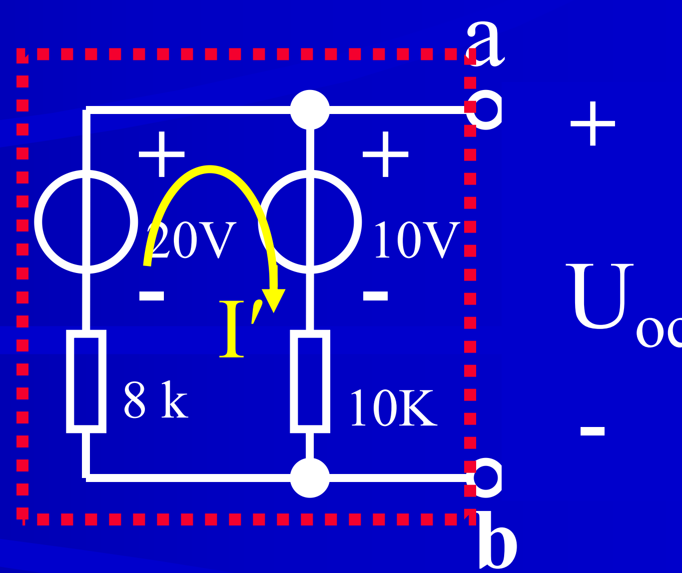
N中的电源全部作用时，任何有源单口网络的开路电压U_{oc}与短路电流I_{sc}的比值就是该网络的等效电阻R_o。





$R_o = U_{oc} / I_{sc}$

例8： 求12$K\Omega$上的电流I。



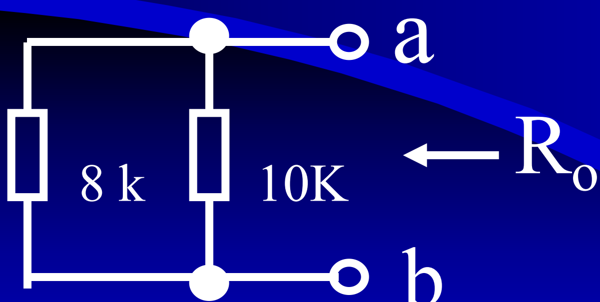
解： 1.把12K电阻断开求U_{oc}:

$$(8+10)I' = 20-10$$

$$\therefore I' = 0.556mA$$

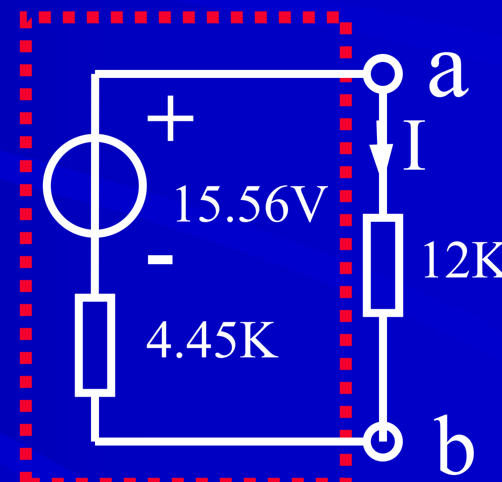
$$\therefore U_{oc} = 10+10I' = 15.56V$$

2.把网络中的电源置零求R_o:



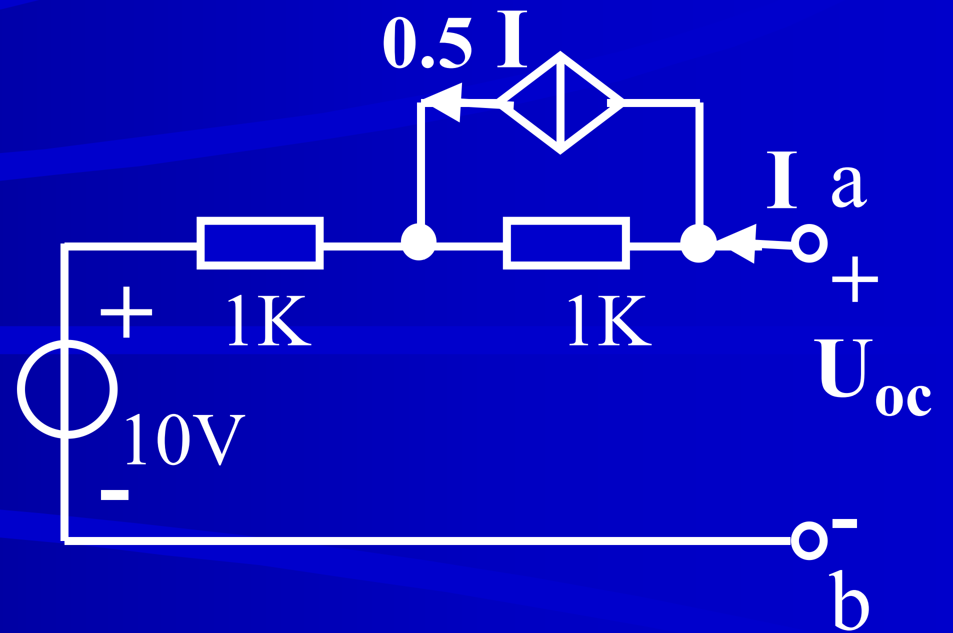
$$\therefore R_o = \frac{8 \cdot 10}{8+10} = 4.45K$$

所以：



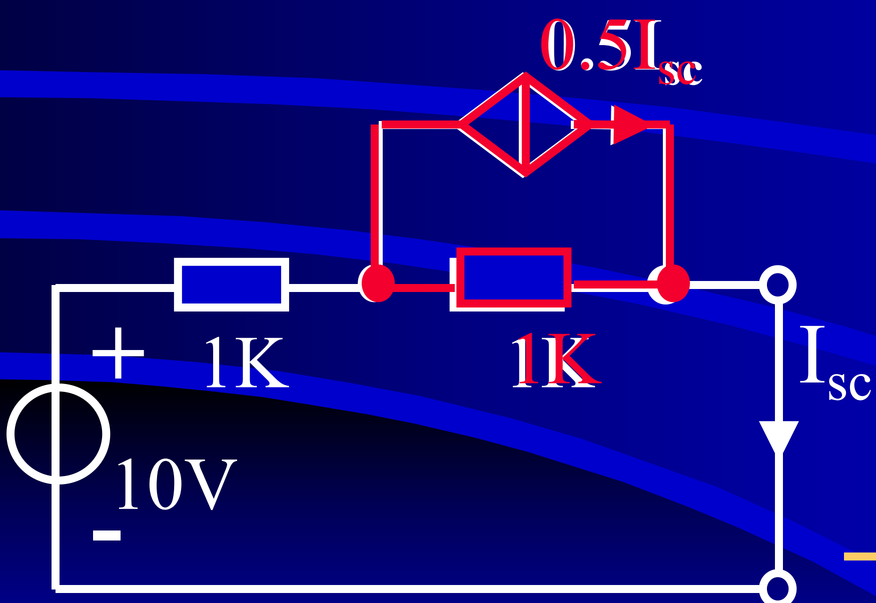
$$I = \frac{15.56}{4.45+12} = 0.946mA$$

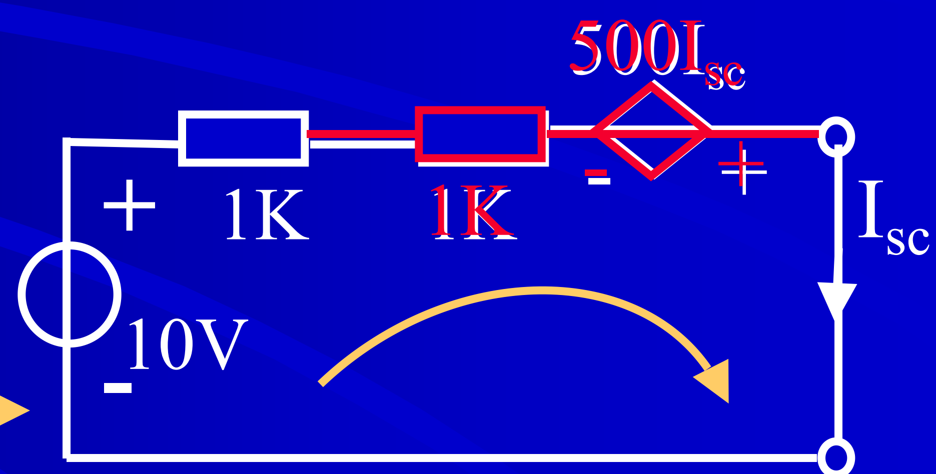
例9：求戴维南等效电路



解一：短路电流法:

$U_{oc}=U_{ab}=10V$



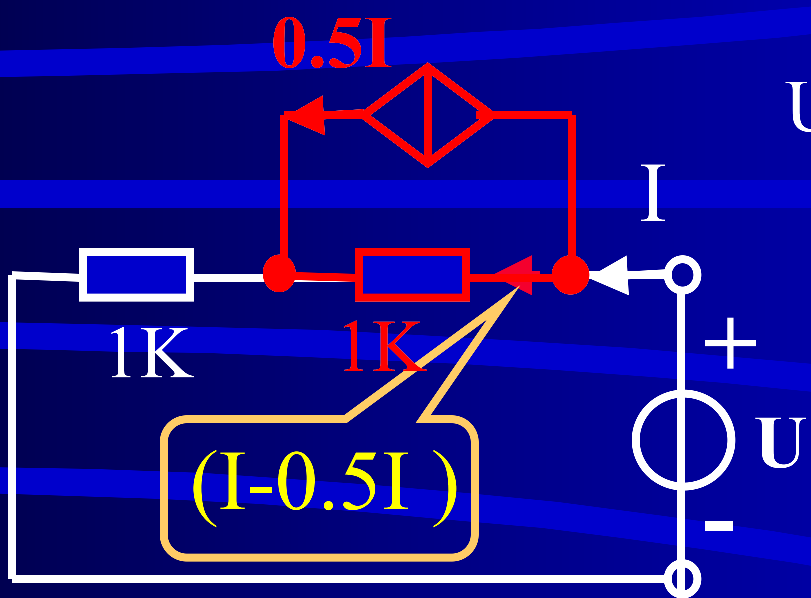


$2000I_{sc}-500I_{sc}=10$

$\therefore I_{sc}=1/150A$

$\therefore R_o=U_{oc}/I_{sc}=1500\Omega$

解二： 外加电压法：（求U_{oc}同解一）



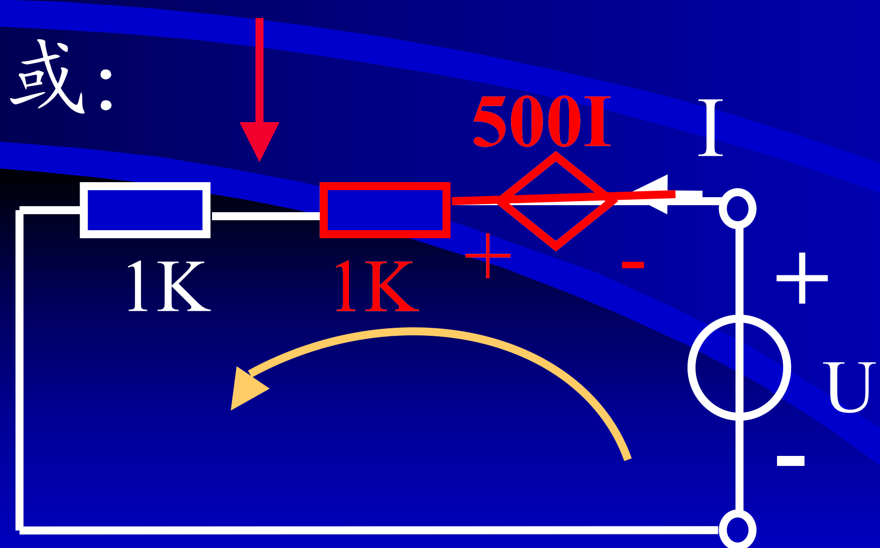
$$U=1000(I-0.5I)+1000I=1500I$$

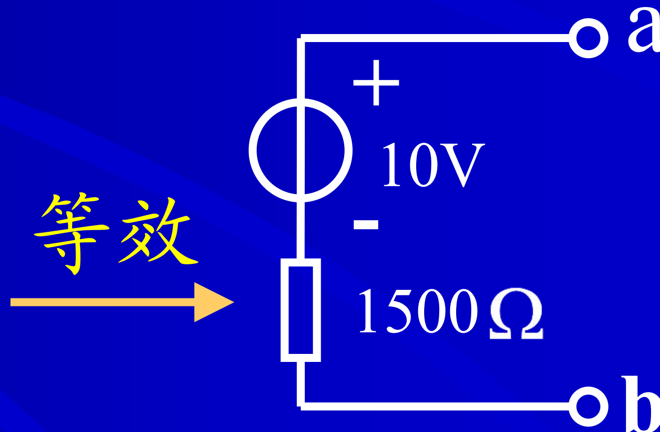
$$R_o=U/I=1500\,\Omega$$

$$U=2000I-500I=1500I$$

$$R_o=U/I=1500\,\Omega$$

或：





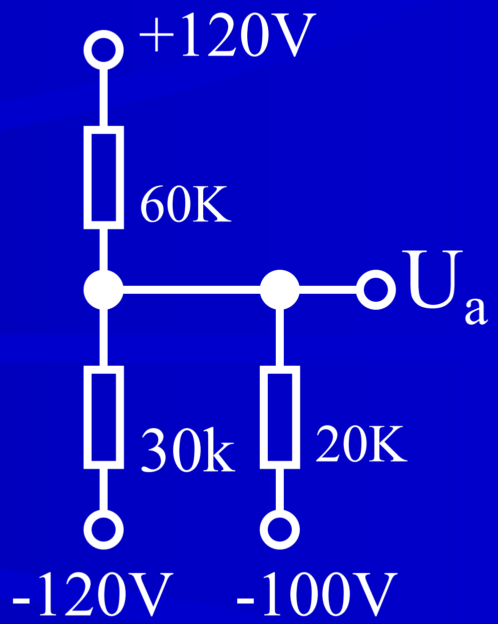
戴维南定理解题的步骤

1. 把待求电压或电流支路从原网络中分离开，就出现两个端钮。

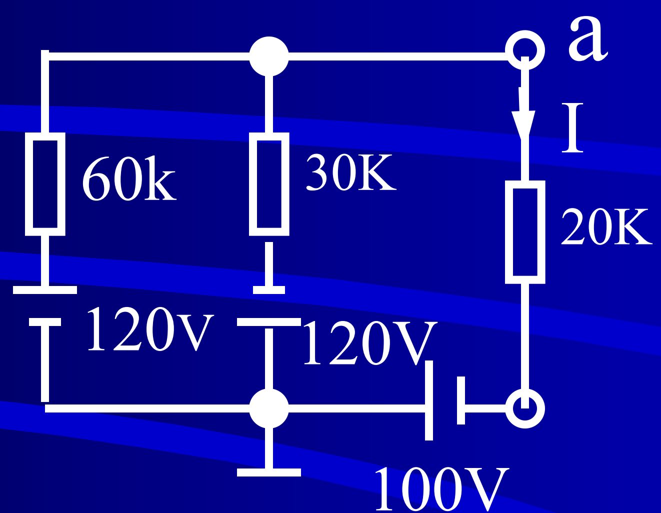
2. 把这条支路以外的部分用R_o、u_{oc}串联支路等效。

3. 把待求支路与求得的等效电路接通后，就可求出待求的电量。

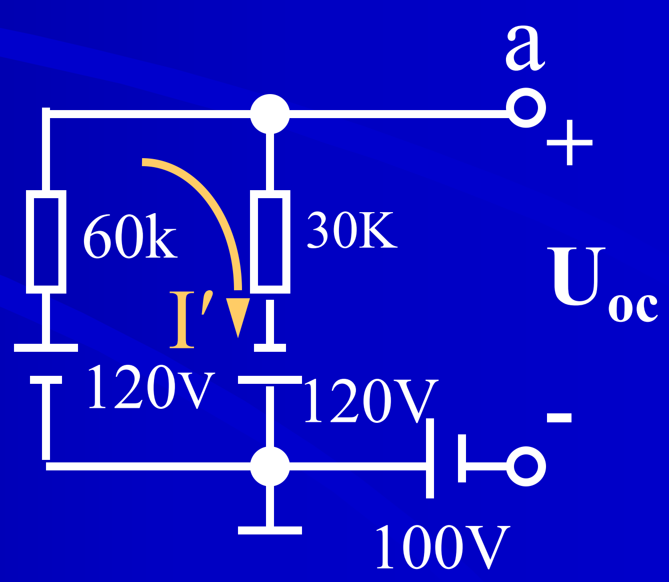
例10：求流过20K电阻上的电流及a点的电压U_a。



解： 1.先将原电路画成闭合电路



2.断开20K电阻，求U_{oc}



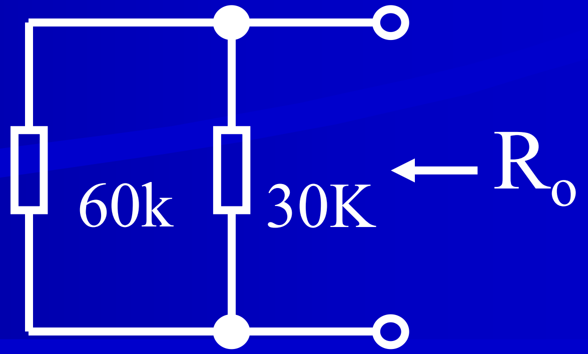
$$(60+30)I' = 120+120$$

$$\therefore I' = 240/90 = 8/3\text{mA}$$

$$U_{oc} = 30(8/3) - 120 + 100 = 60\text{V}$$

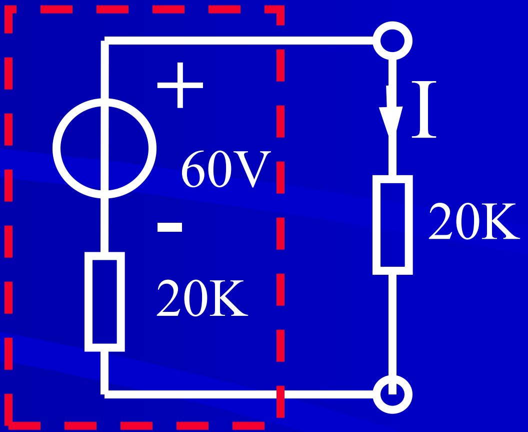
3.求R_o(电源置零)

$R_o= 60//30 = 20K$



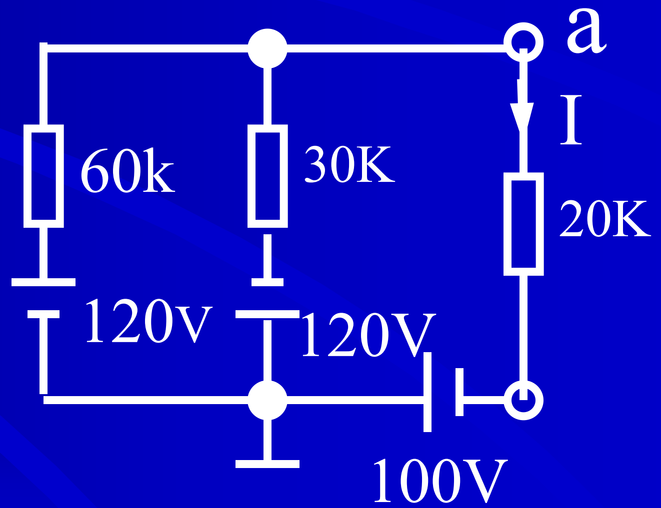
4.接上20K后求电流I

$$I = \frac{60}{20+20} = 1.5\ mA$$

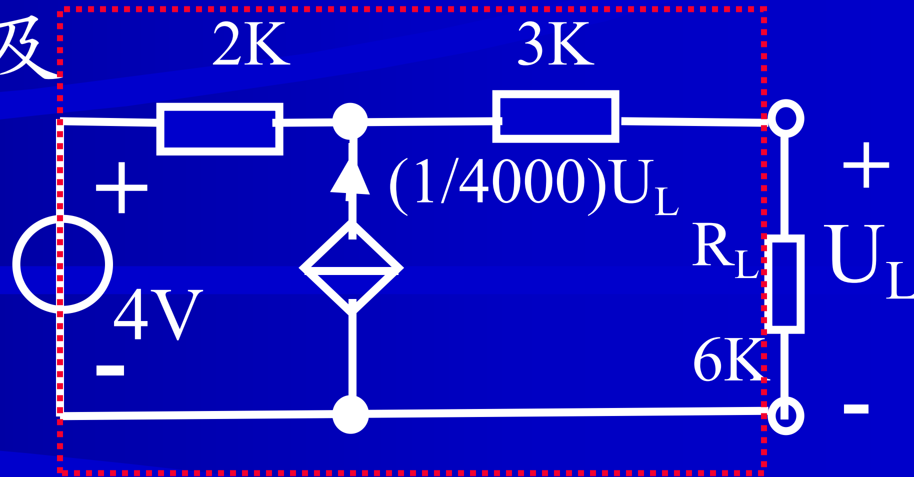


5.求U_a(在原电路求)

$U_a=20 \times 1.5 - 100 = -70V$

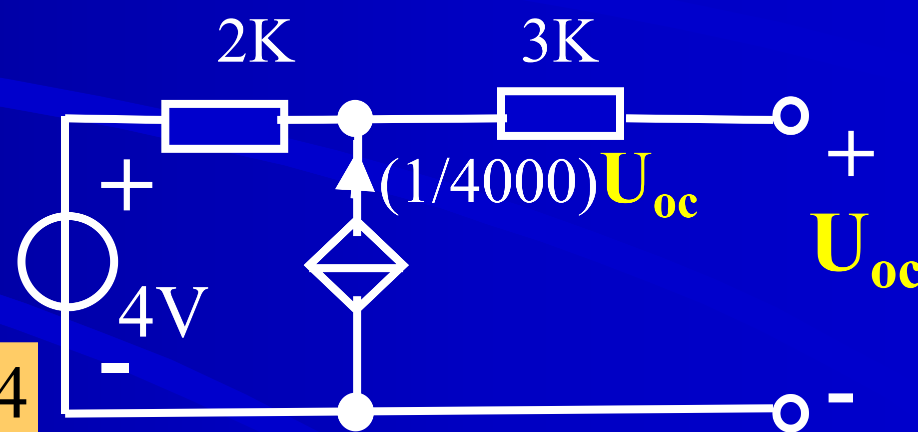


例11：求戴维南等效电路及R_L两端的电压U_L。



解：1.断开6K电阻求U_{oc}。

（R_L去掉后，开路电压U_{oc}就是控制量，所以受控源为(1/4000)U_{oc}）

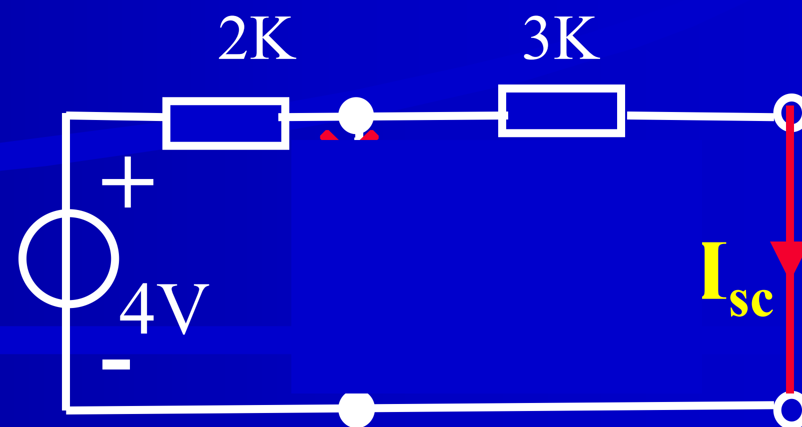


$$U_{OC} = [(1/4000)U_{OC}]\times 2000+4$$

$$= (1/2)U_{oc}+4$$

$$\therefore U_{oc} = 8V$$

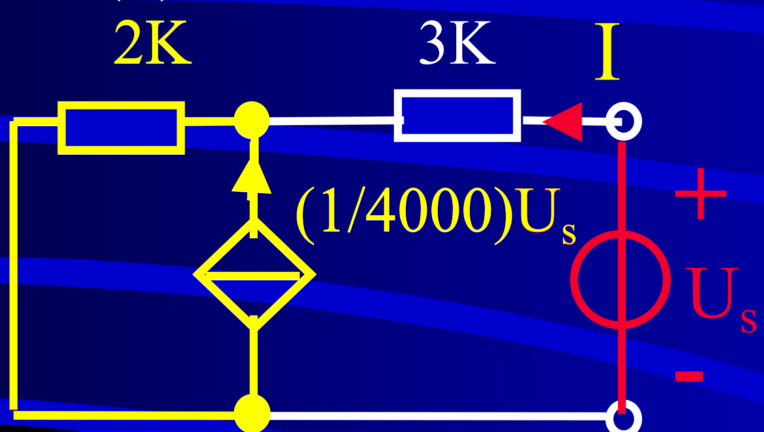
2.求R_o： (a)短路电流法



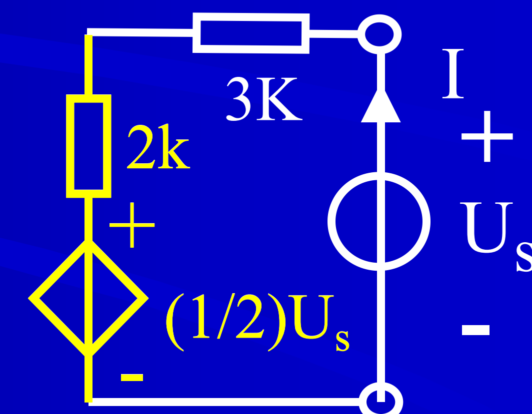
$I_{sc}= 4/(2+3) =0.8mA$

$\therefore R_o= U_{oc}/I_{sc} = 8/0.8 \boxed{=10K\Omega}$

(b)外加电源法



等效

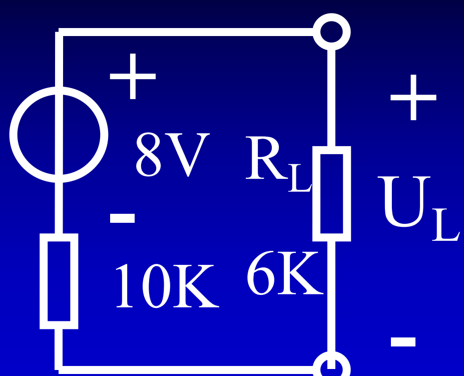


$U_s=5000I+(1/2)U_s$

$\therefore U_s=10000I$

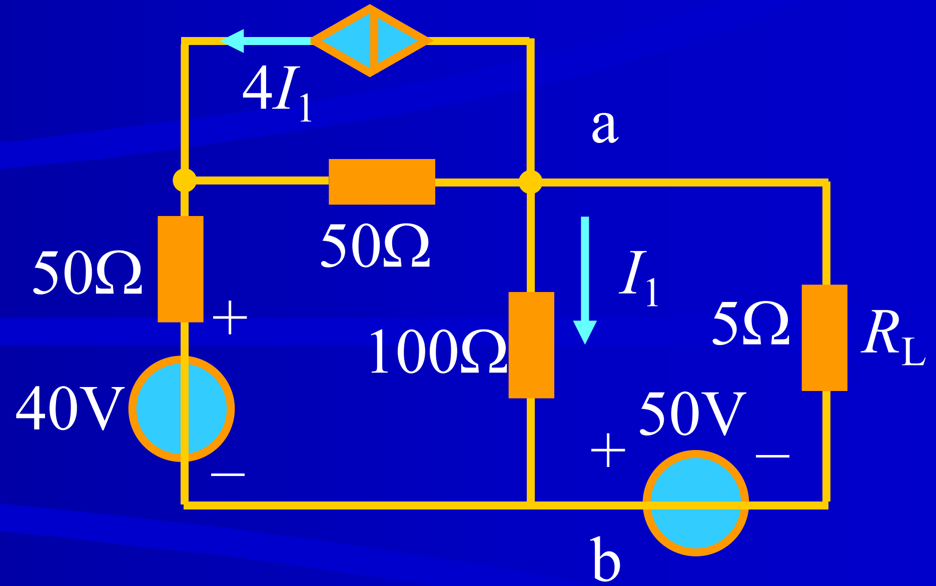
$$\boxed{\therefore R_0=\frac{U_s}{I}=10000\Omega=10K\Omega}$$

3.戴维南等效电路及U_L



$U_L=\dfrac{6}{10+6}8=3V$

例12 求负载R_L消耗的功率。

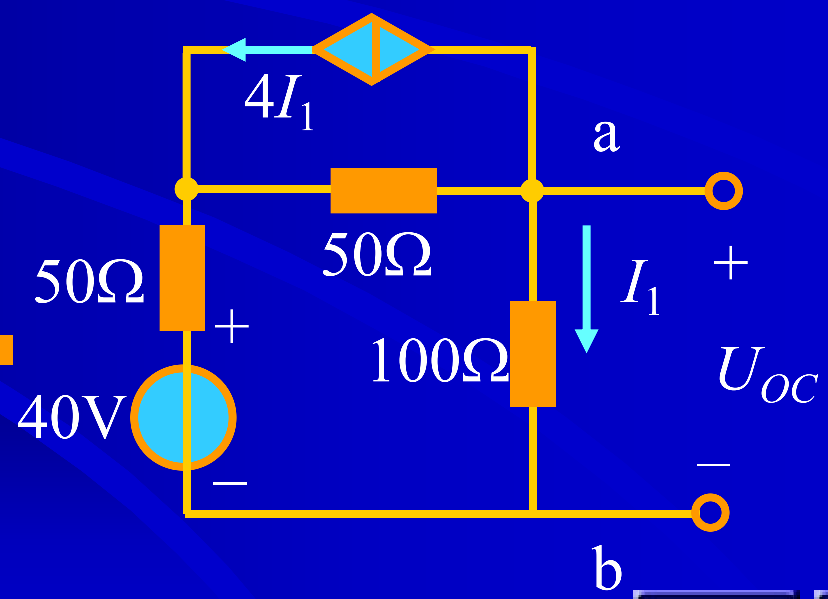


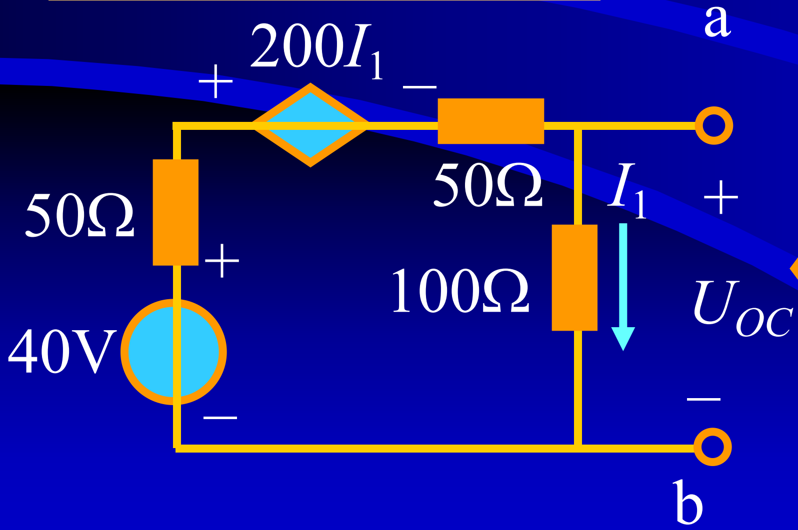
解 (1) 求开路电压U_{OC}

$$50I_1+200I_1+50I_1+100I_1=40$$

$$I_1=0.1A$$

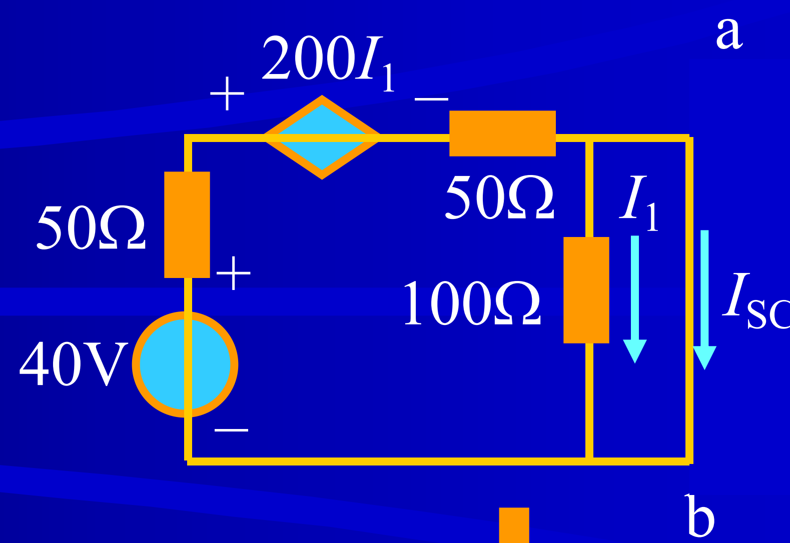
$$U_{OC}=100I_1=10V$$





$$U_{OC} = 100I_1 = 10V$$

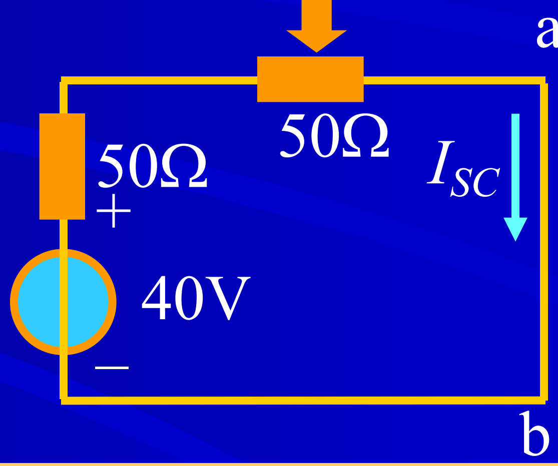
(2) 求等效电阻R_{eq}

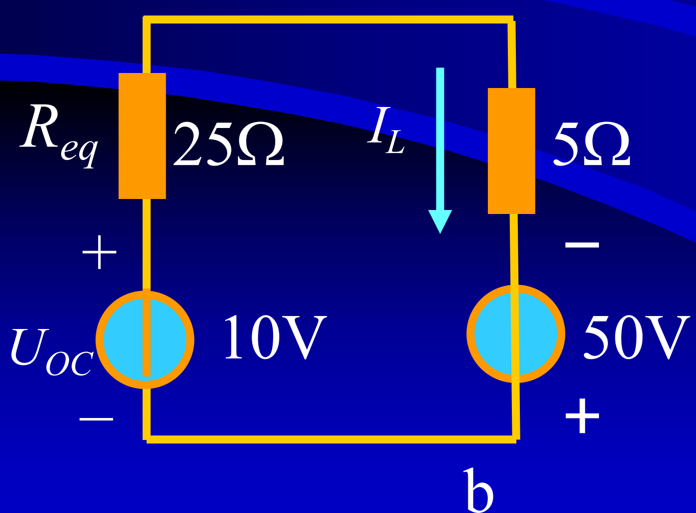


用开路电压、短路电流法

$$I_{SC} = 40/100 = 0.4A$$

$$R_{eq} = \frac{U_{OC}}{I_{SC}} = 10/0.4 = 25\Omega$$



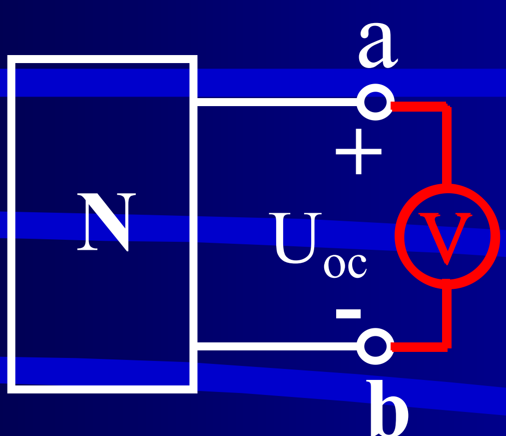


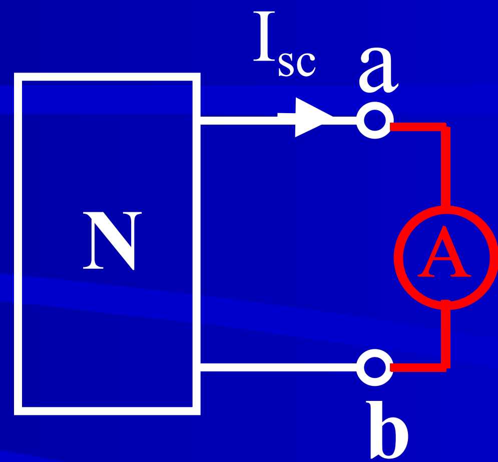
$$I_L = \frac{U_{OC}+50}{25+5} = \frac{60}{30} = 2A$$

$$P_L = 5I_L^2 = 5\times 4 = 20W$$

用实验法求戴维南等效电路

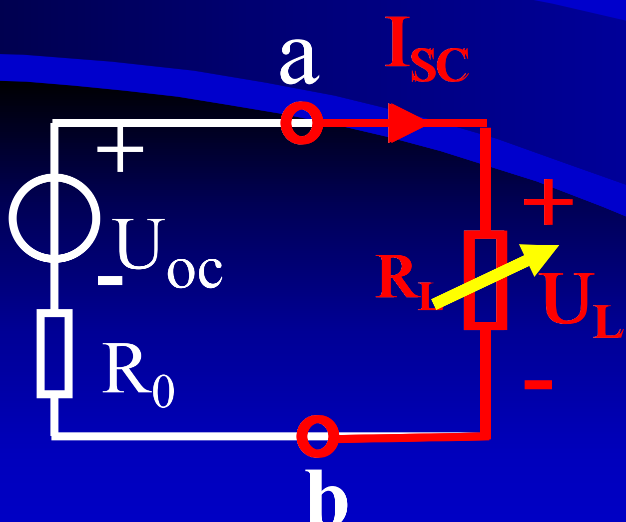
1.测量开路电压和短路电流





$$R_0 = U_{oc} / I_{sc}$$

2.测量开路电压和负载电压

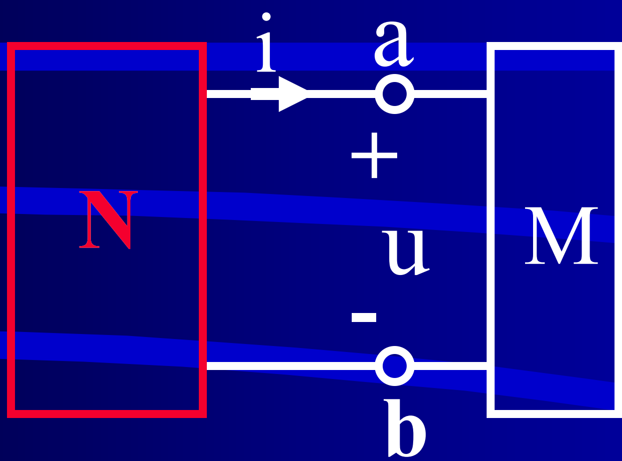


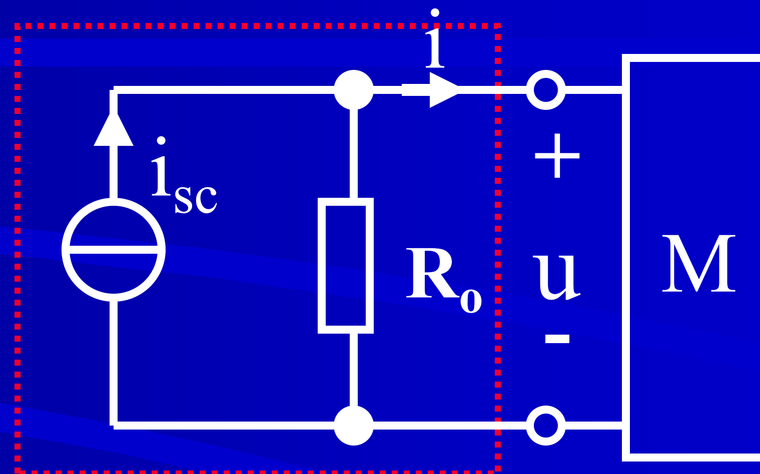
$$U_L = \frac{R_L}{R_0 + R_L} \cdot U_{OC} \rightarrow R_0 = \left(\frac{U_{OC}}{U_L} - 1 \right) \cdot R_L$$

使 $U_L = \frac{1}{2} U_{OC}$ 则 $R_L = R_0$

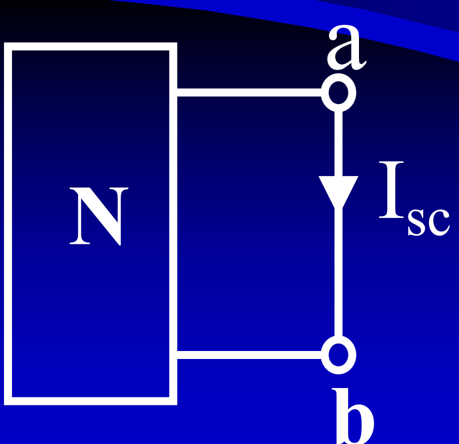
4.4 诺顿定理

一. 定义： 线性含源单口网络N，就其端口来看，可以等效为一个电流源和一个电阻并联的组合。



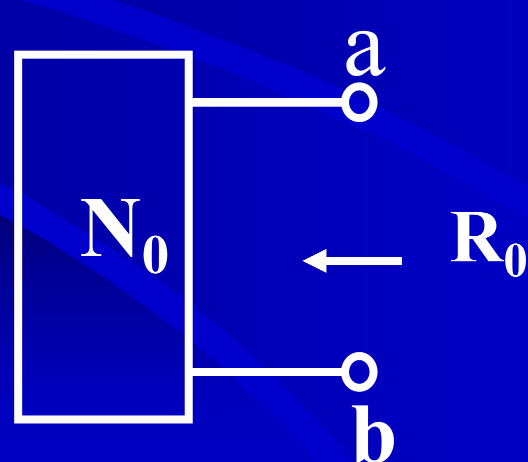


电流源电流I_{sc}



等于网络N的短路电流。

并联电阻 R_o



等于网络N中所有独立源为零值时所得网络N_o的等效电阻（与戴维南等效电阻相同）

戴维南等效电路和诺顿等效电路的关系

1.同一网络的戴维南等效电路和诺顿等效电路

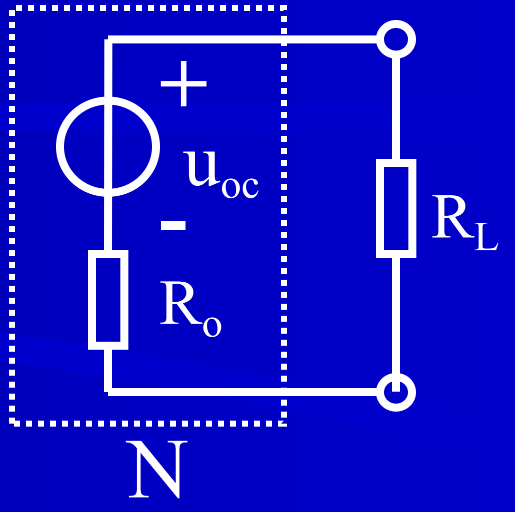
端口处短路电流I_{sc}相同

端口处开路电压U_{oc}相同

2.戴维南等效电路和诺顿等效电路可相互等效

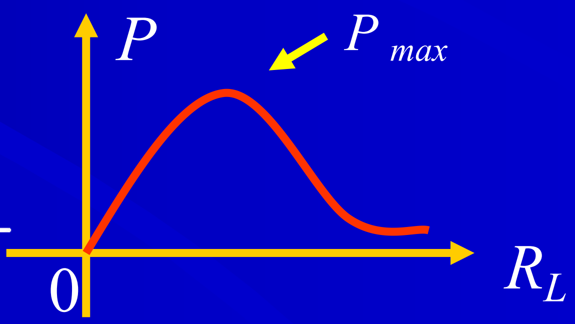
3. 诺顿定理的解题步骤与戴维南定理相同

4.5 最大功率传输定理



线性单口网络传递给可变负载R_L的最大功率条件是：负载R_L应与戴维南（或诺顿）等效电阻相等。即$R_L=R_o$，称最大功率匹配。此时负载得到最大的功率为：

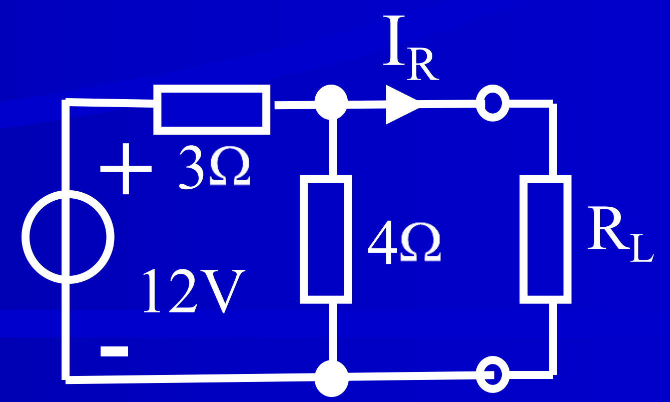
$$P_{L\max}=\frac{u_{oc}^2}{4R_o}$$ 或： $$P_{L\max}=\frac{i_{sc}^2 R_o}{4}$$



例13: 1. R_L=?时能获P_{Lmax}

2. 戴维南等效电路的效率 η=?

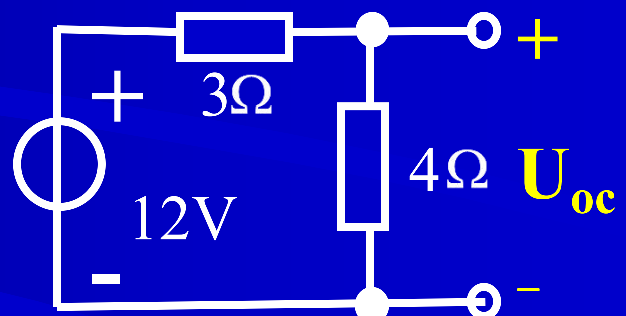
3. 原电路的效率 η=?



解:

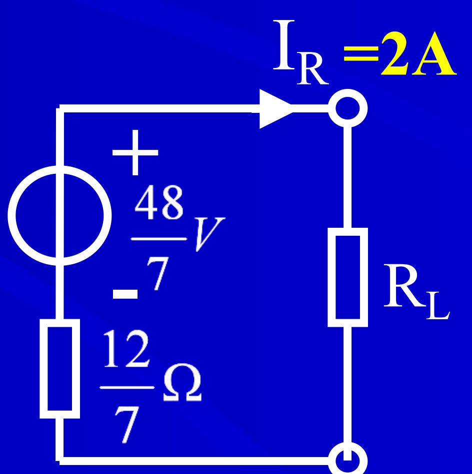
$$U_{OC}=\frac{4}{3+4}12=\frac{48}{7}\text{V}$$

$$R_0=3//4=\frac{12}{7}\Omega$$



1. 当R_L=12/7Ω 时，获最大功率

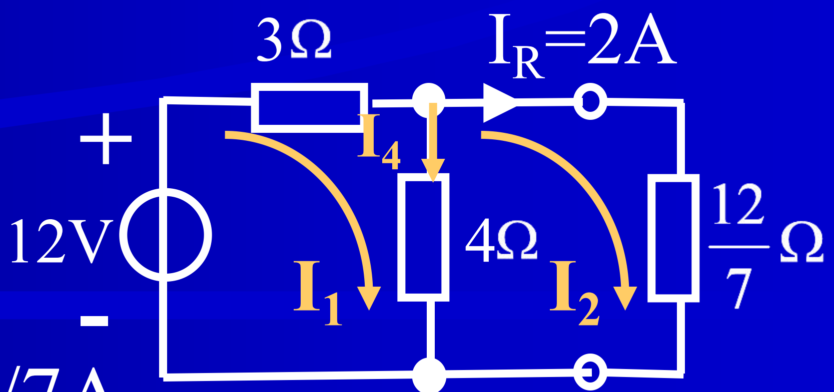
$$P_{L\max}=\frac{U_{0C}^2}{4R_0}=\frac{48}{7}=6.86W$$



2. $\because P_{R_0}=P_{R_L}=6.86W$

$$\eta'=\frac{P_{R_L}}{P_{u_{0c}}}=\frac{P_{R_L}}{P_{R_0}+P_{R_L}}=50\%$$

3.原电路中的值:



网孔法: $\begin{cases}(3+4)I_1-4I_2=12 \\ I_2=I_R=2\text{ A}\end{cases}$

解得: $I_1=20/7\text{A}$, $I_4=I_1-I_2=6/7\text{A}$

$$P_{3\Omega}=3I_1^2=24.49\text{W} \qquad P_{4\Omega}=4I_4^2=2.93\text{W}$$

所以: $P_{\text{内电路}}=P_{3\Omega}+P_{4\Omega}=27.42\text{W}$

$P_L=(12/7)\,2^2=6.\,86\text{W}$

$P_s=-12I_1=-12(20/7)=-34.28\text{W}$

或: $P_s=P_{\text{内电路}}+P_L=-34.28\text{W}$

$\eta=P_L/P_s=6.\,86/34.28=20\%$

所以: 当$R_L=R_0$时能获最大功率, 但效率只有20%。

4.8 对偶原理

利用对偶性有助于掌握电路的规律。

电压 → 电流	电荷 → 磁链	电阻 → 电导
电感 → 电容	短路 → 开路	串联 → 并联

$$C:\ i_c = C\frac{du_c}{dt},\qquad u_c = u_c(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_c(\xi)\,d\xi$$

$$L:\ u_L = L\frac{di_L}{dt},\qquad i_L = i_L(t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L(\xi)\,d\xi$$

$$W_C = \frac{1}{2}Cu_c^2,\qquad W_L = \frac{1}{2}Li_L^2$$

*

谢谢大家！

再见

再见！