



Logística y Servicios

Sesión de práctica de laboratorio 1, TSP

En esta sesión, haremos un modelo para el problema del viajante de comercio y lo resolveremos con Excel y con el solver en la nube NEOS.

Problema:

La empresa QUIROTEC vende equipamiento médico de alta tecnología a hospitales, principalmente equipamiento electrónico para quirófanos. Los beneficios de la empresa dependen de una política eficiente de ventas, en la cual sus comerciales visitan los hospitales más importantes para conseguir contratos de suministro con las distintas administraciones locales. El problema es que las ciudades a visitar son muchas y están geográficamente dispersas. El comercial se pasa mucho tiempo viajando, e incurre en altos costes de dietas y kilometrajes. La empresa desea diseñar rutas para visitar los hospitales de manera que se minimice la distancia total de viaje, lo que se traduce en una reducción de costes. En particular, se planea visitar 20 ciudades. Las ciudades a visitar y las distancias, en Km. entre ellas, se muestran en la siguiente tabla:

	A Coruña	Albacete	Alicante	Badajoz	Barcelona	Burgos	Castellón	Córdoba	León	Lleida	Madrid	Málaga	Ourense	Pamplona	Salamanca	Santander	Sevilla	Valencia	Vigo	Zaragoza
A Coruña	0	806	969	615	1029	461	896	823	286	876	564	971	144	657	426	435	825	908	141	737
Albacete	806	0	163	504	497	461	228	324	562	451	240	416	722	519	438	610	460	167	796	379
Alicante	969	163	0	651	494	624	225	442	725	455	403	452	885	601	601	773	569	158	959	456
Badajoz	615	504	651	0	974	528	710	256	490	830	381	369	488	727	295	646	207	649	478	687
Barcelona	1029	497	494	974	0	577	269	818	755	155	590	894	964	422	757	651	954	336	1039	296
Burgos	461	461	624	528	577	0	470	589	180	424	231	713	403	202	234	147	697	489	477	285
Castellón	896	228	225	710	269	470	0	549	629	230	395	625	831	422	598	620	686	67	906	252
Córdoba	823	324	442	256	818	589	549	0	630	747	358	155	678	718	436	738	136	488	723	633
León	286	562	725	490	755	180	629	630	0	602	320	778	235	381	194	229	659	642	323	463
Lleida	876	451	455	830	155	424	230	747	602	0	446	845	811	269	604	498	884	297	886	142
Madrid	564	240	403	381	590	231	395	358	320	446	0	482	480	371	200	380	488	341	555	303
Málaga	971	416	452	369	894	713	625	155	778	845	482	0	827	827	584	863	191	558	850	732
Ourense	144	722	885	488	964	403	831	678	235	811	480	827	0	604	305	445	680	823	87	672
Pamplona	657	519	601	727	422	202	422	718	381	269	371	827	604	0	433	229	854	452	678	171
Salamanca	426	438	601	295	757	234	598	436	194	604	200	584	305	433	0	352	465	544	380	465
Santander	435	610	773	646	651	147	620	738	229	498	380	863	445	229	352	0	815	639	528	371
Sevilla	825	460	569	207	954	697	686	136	659	884	488	191	680	854	465	815	0	625	689	770
Valencia	908	167	158	649	336	489	67	488	642	297	341	558	823	452	544	639	625	0	898	306
Vigo	141	796	959	478	1039	477	906	723	323	886	555	850	87	678	380	528	689	898	0	747
Zaragoza	737	379	456	687	296	285	252	633	463	142	303	732	672	171	465	371	770	306	747	0

Sigue esta guía para contestar a las preguntas de la 1 a la 5 siguientes:





- 1. A partir de los modelos para el problema del viajante de comercio (TSP) de la unidad 4, ¿podrías decir cuántas variables binarias y continuas tendrá el modelo?
- 2. ¿Cuántas soluciones diferentes tendrá este problema de TSP? ¿Cuánto tiempo necesitaría un ordenador para procesar todas estas soluciones, si cada solución requiere solamente 1 milisegundo para procesarse?
- 3. Dado que no es posible obtener la solución óptima de forma sencilla, abre el fichero de Excel que acompaña esta guía e intenta obtener una solución "a mano" tal y como se hace en muchas empresas. Intenta conseguir una solución donde la distancia total viajada sea inferior a 7.000 Km. Escribe el orden en el que se visitan las ciudades y compara el resultado obtenido con el de tus compañeros.
- 4. Resuelve el modelo usando el solver Evolutivo de Excel. Escribe el orden en el que se visitan las ciudades y compara el resultado obtenido con el del punto anterior.
- 5. Usando el fichero MPS proporcionado junto con la guía, intenta obtener la solución óptima usando el solver NEOS en la nube. ¿Cómo se compara esta solución con las obtenidas previamente?





1. Tal y como se vio en la unidad 4, el modelo del TSP es el siguiente:

Variables

- $X_{ij} \in \{0,1\}$, toma el valor 1 si el arco (i,j) está en la ruta
- $U_i \ge 0$ define la posición del punto i en la ruta (número de puntos visitados antes de i)

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} X_{ij} \tag{1}$$

s.a.:
$$\sum_{i \neq j} X_{ij} = 1, \ j = 0, ..., n$$
 (2)

$$\sum_{j \neq i} X_{ij} = 1, \ i = 0, ..., n \tag{3}$$

$$U_i - U_j + nX_{ij} \le n - 1, 1 \le i \ne j \le n$$
 (4)

Tenemos tantas variables X como arcos, pero no tenemos un arco desde cada ciudad consigo mismo. Como tenemos 20 ciudades, tenemos 20 ciudades, tendremos 20·19=380 variables binarias.

También tenemos 20 variables U (una por ciudad). Por lo tanto, hay 20 variables continuas.

En total hay 400 variables.

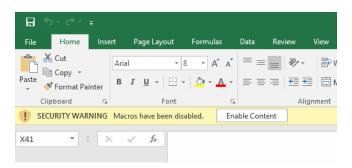
2. Tenemos 20 ciudades. Hay tantas rutas posibles como posibles ordenaciones o permutaciones de estas ciudades, esto es, 20!= 2.432.902.008.176.640.000. Si dividimos este número por 1000 (una solución, lleva 1 milisegundos, 1000 soluciones, 1 segundo) obtenemos el número de segundos que necesitamos para calcular todas las soluciones. Si dividimos el resultado por 3600 obtenemos horas, si volvemos a dividir por 24 días y si





volvemos a dividir por 365,25 obtenemos el número de años. Aun así ¡necesitamos 77.094.012 años para calcular todas las soluciones!

3. Abramos el fichero Excel. Lo primero es asegurarnos de que activamos los macros contenidos en el fichero. En la siguiente figura se resalta la banda amarilla con la advertencia de seguridad. Es necesario darle al botón "Enable content":



El fichero Excel tiene una columna de variables "Orden visita" con el nombre "Orden" en el rango B4:B23. Hay otros nombres en la hoja, pero no son necesarios para seguir (Los puedes verificar en Formulas-Name Manger). Aparece un mapa de España donde están marcadas las ciudades a visitar como puntos y la ruta se representa con líneas rojas. La solución inicial del fichero es visitar las ciudades en orden alfabético de su nombre. La distancia total de esta ruta (celda C40) es de 12.388 Km.





964

422 757

954

167 158 649 336 489 67 488 642 297 341 558 796 959 478 1039 477 906 723 323 886 555 850 379 456 687 296 285 252 633 463 142 303 732

519 601 727 438 601 295

460 569 207

646

610 773

426

14 Pamplona 15 Salamanca

16 Santander

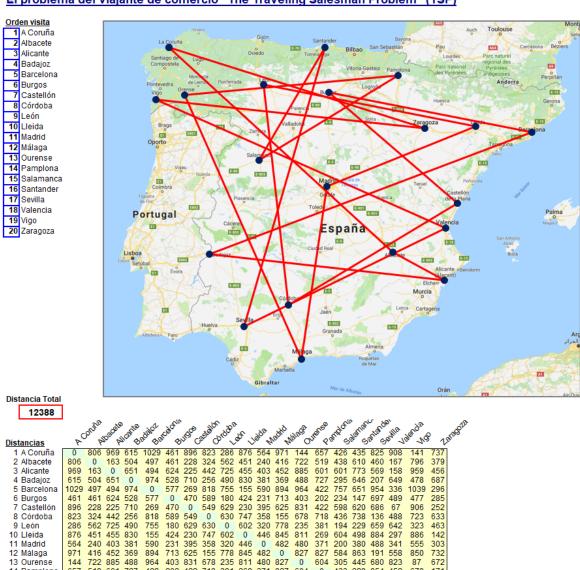
18 Valencia

20 Zaragoza

17 Sevilla

19 Vigo

El problema del viajante de comercio "The Traveling Salesman Problem" (TSP)



Para calcular una heurística a mano, podemos, por ejemplo, empezar de la Coruña, ir a la siguiente ciudad más cercana, y desde esa a la más cercana, y así sucesivamente. Realiza este cálculo a mano. ¿La ruta que sale tiene una distancia menor que la calculada alfabéticamente?

202 422 718 381 269 371 827 604 234 598 436 194 604 200 584 305 147 620 738 229 498 380 863 445

697 686 136 659 884 488 191 680 489 67 488 642 297 341 558 823

604 305

0 433

229 352 0

854

452

87 678 380 465

445 680

433 229 854 452 0 352 465 544

528 689 898

625 0

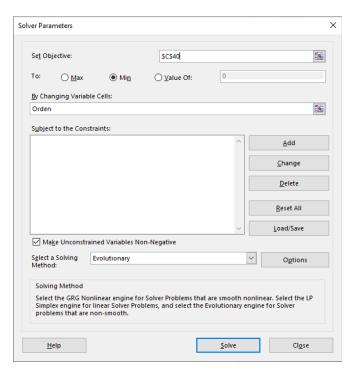
465 815 544 639 815 0 639 625 171 465





Una vez has obtenido este orden, vamos a meterlo en el Excel. Se indica el número de la ciudad, en la columna correspondiente, y el nombre aparece solo. Por ejemplo, si la primera ciudad a visitar es A Coruña, y la segunda es Vigo, escribe "1" en B4 y "A Coruña" aparecerá automáticamente en C5. Escribe "19" en B5 (y en C5 aparecerá "Vigo" de forma automática). Sigue con todas las ciudades asegurándote de no repetir ninguna. Cuando hayas terminado, obtienes en C40 la distancia total de la ruta.

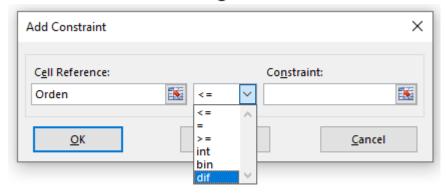
4. Vamos a resolver ahora el problema con el solver evolutivo de Excel. Ves al menú Data y luego Solver. Hay que minimizar la distancia total, es decir, la celda C40 y las variables son "Orden". Asegúrate de que seleccionas el método de resolución "Evolutionary":



Aún no hemos terminado. Necesitamos especificar al solver evolutivo la representación de la solución. Estamos usando una permutación para representar las soluciones. Para indicar esto al solver añadimos una restricción, indicando que nuestras variables son "all different":







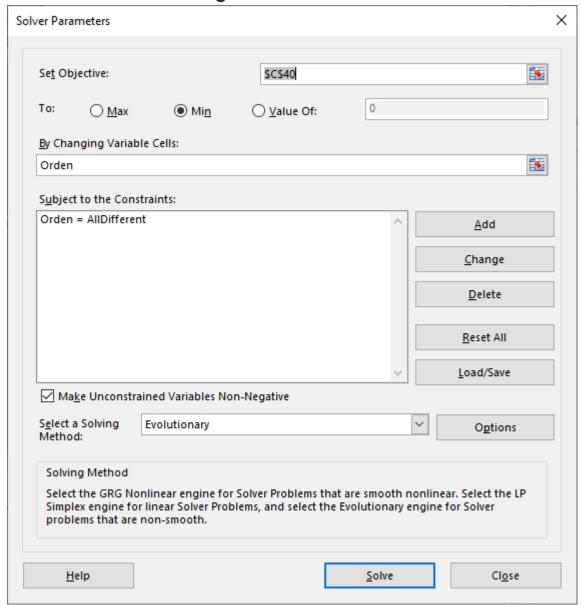
Nota que hay que seleccionar "dif" en el tipo de restricción:



La ventana del solver debe quedar así (notar que estamos minimizando):







Ahora vamos a las opciones con el botón "Options". En la pestaña "All Methods", indicamos el tiempo máximo que le queremos dar al algoritmo genético, dentro de Solving Limits, y el campo Max Time (Seconds). Vamos a darle 10 segundos de tiempo, tal y como se muestra a continuación:



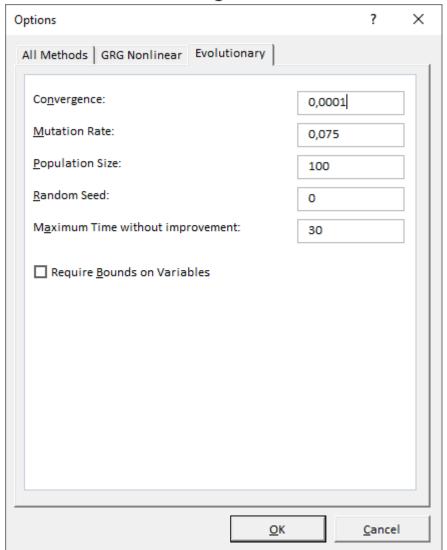


Options	?	×
All Methods GRG Nonlinear Evolutionary		
Constraint <u>P</u> recision: 0,000	001	
☐ <u>U</u> se Automatic Scaling		
Show Iteration Results		
Solving with Integer Constraints		7
☐ Igno <u>r</u> e Integer Constraints		
Integer Optimality (%):		
Solving Limits		
Max <u>T</u> ime (Seconds):		
<u>I</u> terations:		
Evolutionary and Integer Constraints:		
Max Subproblems:		
Max <u>F</u> easible Solutions:		
<u>о</u> к	<u>C</u> ance	el

En la pestaña Evolutionary podemos introducir otros campos, como el tamaño de la población. Por ejemplo:

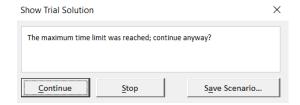






Para este caso, no vamos a tocar nada. Le damos a OK y luego a Solve.

Tras unos segundos, obtendrás este mensaje.



Le damos a Stop y nos lleva a la ventana de la solución:





Solver Results		×
Solver stopped at user's request.	Re <u>p</u> orts	
<u>Keep Solver Solution</u> <u>Restore Original Values</u>	Answer Population	
Return to Solver Parameters Dialog	Doubling Broads	
Neturn to solver Parameters Dialog	Outline Reports	
OK <u>C</u> ancel		Save Scenario
Solver stopped at user's request.		
Solver has stopped before finding a globally optima be given.	l solution. The best four	nd solution, if any, will

Seleccionamos Answer y Population dentro de Reports y le damos a OK.

El Answer report nos da los valores de las variables. Los algoritmos genéticos son estocásticos (no dan siempre la misma solución) así que tu solución es probable que no coincida con la de esta guía:

Microsoft Excel 16.0 Answer Report Result: Solver stopped at user's request.

Solver Engine

Engine: Evolutionary

Solution Time: 7,39 Seconds. Iterations: 0 Subproblems: 3959

Solver Options

Max Time 5 sec, Iterations Unlimited, Precision 0,000001

Convergence 0,0001, Population Size 100, Random Seed 0, Mutation Rate 0,075, Time w/o Improve 30 sec Max Subproblems Unlimited, Max Integer Sols Unlimited, Integer Tolerance 1%, Assume NonNegative

Objective Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
	Total		
\$C\$40	Distance	12388	4151





Variable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
\$B\$4	Visit Order	1	14	AllDiff
\$B\$5	Visit Order	2	20	AllDiff
\$B\$6	Visit Order	3	10	AllDiff
\$B\$7	Visit Order	4	5	AllDiff
\$B\$8	Visit Order	5	18	AllDiff
\$B\$9	Visit Order	6	7	AllDiff
\$B\$10	Visit Order	7	3	AllDiff
\$B\$11	Visit Order	8	2	AllDiff
\$B\$12	Visit Order	9	12	AllDiff
\$B\$13	Visit Order	10	8	AllDiff
\$B\$14	Visit Order	11	17	AllDiff
\$B\$15	Visit Order	12	4	AllDiff
\$B\$16	Visit Order	13	11	AllDiff
\$B\$17	Visit Order	14	15	AllDiff
\$B\$18	Visit Order	15	13	AllDiff
\$B\$19	Visit Order	16	19	AllDiff
\$B\$20	Visit Order	17	1	AllDiff
\$B\$21	Visit Order	18	9	AllDiff
\$B\$22	Visit Order	19	16	AllDiff
\$B\$23	Visit Order	20	6	AllDiff

Constraints

	NONE	
\$B\$4:\$B\$23=AllDiff		

Hemos conseguido bajar de una solución alfabética con una distancia total viajada de 12.388 Km. a una solución optimizada con una distancia de 4.151 Km. Es una mejora notable.

El informe de Population tiene este aspecto:

Microsoft Excel 16.0 Population Report Worksheet: [P05_1G_en.xlsm]TSP

Variable Cells

Cell	Name		Mean Value	Standard Deviation	Maximum Value	Minimum Value
\$B\$4	Visit Order	1/	1/ 21	1.759792228	20	3





\$B\$5	Visit Order	20	18,69	3,600490988	20	2
\$B\$6	Visit Order	10	9,85	2,75745088	20	3
\$B\$7	Visit Order	5	5,73	1,91144876	15	5
\$B\$8	Visit Order	18	17,29	2,362565803	18	5
\$B\$9	Visit Order	7	7,05	1,659834481	19	1_
\$B\$10	Visit Order	3	3,65	2,854643568	20	1_
\$B\$11	Visit Order	2	3,76	4,235778344	20	2
\$B\$12	Visit Order	12	10,7	3,471383737	18	2
\$B\$13	Visit Order	8	10,53	5,742724866	17	4
\$B\$14	Visit Order	17	11,38	5,014685504	19	2
\$B\$15	Visit Order	4	7,56	4,699709856	17	2
\$B\$16	Visit Order	11	11,95	2,75745088	15	1_
\$B\$17	Visit Order	15	12,63	3,347409672	19	1_
\$B\$18	Visit Order	13	10,66	7,321229681	19	1_
\$B\$19	Visit Order	19	10,8	8,6608372	20	1
\$B\$20	Visit Order	1	10,94	6,023221058	20	1_
\$B\$21	Visit Order	9	10,05	2,668086743	17	3
\$B\$22	Visit Order	16	8,61	4,315569651	20	6
\$B\$23	Visit Order	6	13,96	4,341298042	20	1

Constraints NONE

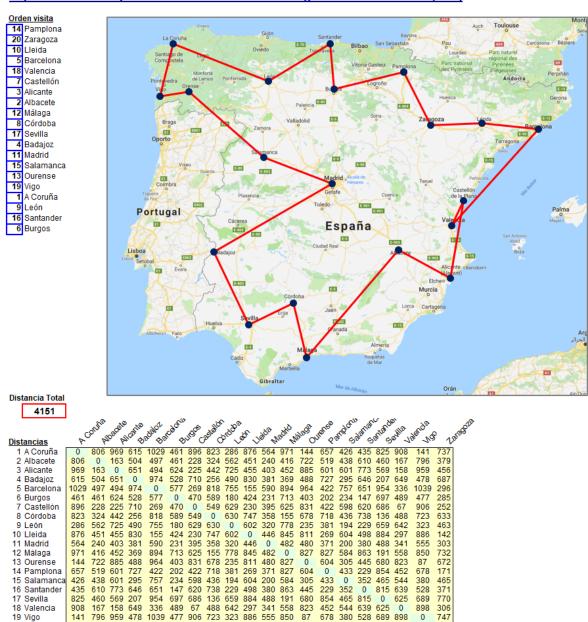
Este informe nos indica la media del valor de cada variable, junto con la desviación típica y los valores mínimos y máximos para todas las soluciones encontradas por el algoritmo. Si la media fuera igual al mejor y la desviación típica fuera de 0, implicaría que todos los miembros de la población (individuos) serían iguales. Esto requeriría, por ejemplo, una mayor tasa de mutación.

La solución obtenida se muestra en el fichero Excel:





El problema del viajante de comercio "The Traveling Salesman Problem" (TSP)



5. Te hemos proporcionado un fichero con extensión MPS, que contiene el modelo matemático para ejemplo (escribir a mano el modelo llevaría demasiado tiempo). No es posible además resolver este modelo con el solver estándar de Excel. Vamos a resolver este modelo de forma exacta en la nube, usando el solver NEOS. Ves a https://neosserver.org/neos/:

171 465 371 770 306

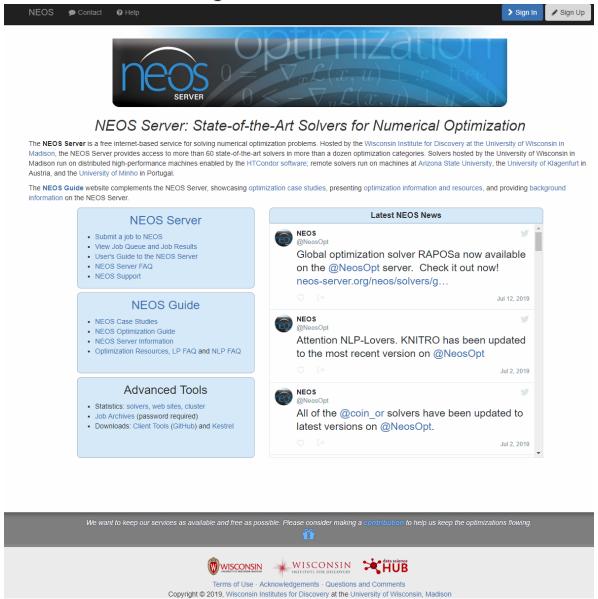
296 285 252 633 463 142 303 732 672

20 Zaradoza

379 456 687



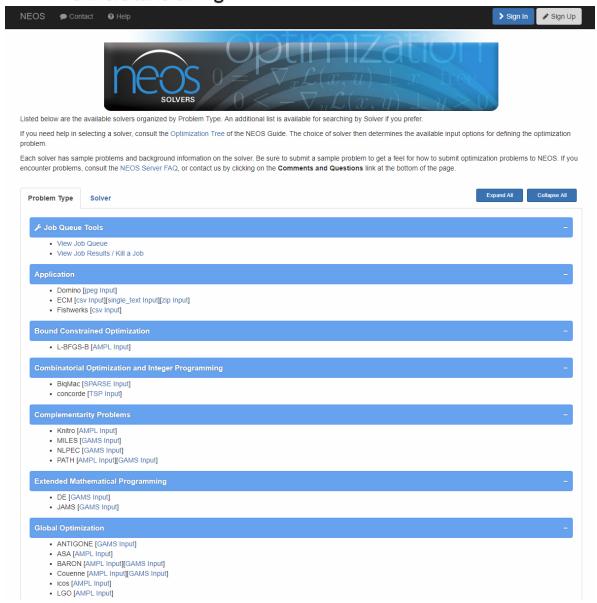




Dale a "Submit a job to NEOS":







Baja en la pantalla y selecciona la opción [MPS Input] para el solver GUROBI en la sección "Mixed Integer Linear Programming":





Mixed Integer Linear Programming

- Cbc [AMPL Input][GAMS Input][MPS Input]
- · CPLEX [AMPL Input][GAMS Input][LP Input][MPS Input][NL Input]
- feaspump [AMPL Input][CPLEX Input][MPS Input]
- FICO-Xpress [AMPL Input][GAMS Input][MOSEL Input][MPS Input][NL Input]
- Gurobi [AMPL Input][GAMS Input][LP Input][MPS Input] NL Input]
- MINTO [AMPL Input]
- MOSEK [AMPL Input][GAMS Input][LP Input][MPS Input][NL Input]
- proxy [CPLEX Input][MPS Input]
- qsopt_ex [AMPL Input][LP Input][MPS Input]
- scip [AMPL Input][CPLEX Input][GAMS Input][MPS Input][OSIL Input][Python Input][ZIMPL Input]
- SYMPHONY [MPS Input]

(también podríamos seleccionar, CPLEX, Cbc o scip, entre muchos otros, siempre que tengan la opción MPS Input)

Sube el fichero MPS usando el botón indicado en la siguiente pantalla, seleccionando la opción "check the box to include the solution file as part of the results" y después selecciona el botón "Submit to NEOS" tal y como se indica:







Aparecerá una pantalla con el progreso de la solución. No le des a ningún botón y espera hasta que se carguen los resultados. Recuerda, este es un problema muy difícil. Obtendrás un resultado en texto como este:





```
NEOS Server Version 5.0
  Joh#
          : 7340211
   Password : pWtAkzSO
  User
          : None
           : milp:Gurobi:MPS
  Start : 2019-07-22 18:08:51
  End
           : 2019-07-22 18:09:11
           : NEOS HTCondor Pool
  Host
  Disclaimer:
  This information is provided without any express or
  implied warranty. In particular, there is no warranty
  of any kind concerning the fitness of this
  information for any particular purpose.
**********
/opt/gurobi/latest/linux64/lib:/opt/gurobi/latest/linux64/lib:/opt/rh/python27/root/usr/lib6
Load Avg: (5.98, 5.88, 5.87)
Read MPS format model from file model.mps
Reading time = 0.00 seconds
NO TITLE: 401 rows, 400 columns, 1843 nonzeros
Changed value of parameter Threads to 1
  Prev: 0 Min: 0 Max: 1024 Default: 0
Optimize a model with 401 rows, 400 columns and 1843 nonzeros
Variable types: 20 continuous, 380 integer (380 binary)
Coefficient statistics:
 Matrix range
                 [1e+00, 2e+01]
 Objective range [7e+01, 1e+03]
 Bounds range [1e+00, 1e+00]
 RHS range
                 [1e+00, 2e+01]
Presolve removed 0 rows and 1 columns
Presolve time: 0.00s
Presolved: 401 rows, 399 columns, 1824 nonzeros
Variable types: 19 continuous, 380 integer (380 binary)
Root relaxation: objective 3.197200e+03, 59 iterations, 0.00 seconds
                                     Objective Bounds
                Current Node
Expl Unexpl | Obj Depth IntInf | Incumbent BestBd Gap | It/Node Time
                                         - 3197.20000
          0 3197.20000
                         0 21
    0
                              5883.0000000 3197.20000 45.7%
    0
                                                                    0s
    0
         0 3496.00000
                       0 34 5883.00000 3496.00000 40.6%
                       0
                            34 5883.00000 3496.00000
34 5883.00000 3496.00000
                                                                    0s
    0
          0 3496.00000
                                                      40.6%
         0 3496.00000
    Ω
                                                      40.6%
                                                                     0s
                       0 34 5883.00000 3496.00000 40.6%
    Ω
         0 3496.00000
                         0 34 5883.00000 3496.00000 40.6%
         2 3496.00000
    Ω
                                                                    0.5
* 156
        152
                       154
                              5226.0000000 3500.16000
                                                      33.0%
                                                             3.5
                                                            3.8
н 297
                              4572.0000000 3502.22917
        265
                                                      23.4%
                                                            3.6
H 494
        319
                              4093.0000000 3526.73437 13.8%
                              4035.0000000 3611.26250
н 1387
        479
                                                      10.5%
                                                             6.3
                                                                    1s
                        56
                            4012.0000000 3633.00000 9.45%
                                                             6.2
* 1610
        538
                                                                    1s
                        55 3968.0000000 3633.00000 8.44%
* 1613 494
                                                            6.2
                                                                   1s
* 2415 643
                        41 3946.0000000 3693.00000 6.41% 6.7
Cutting planes:
 Learned: 15
  Gomory: 9
  Cover: 22
 MIR: 5
 Flow cover: 17
  Inf proof: 8
Explored 4992 nodes (33600 simplex iterations) in 2.53 seconds
Thread count was 1 (of 24 available processors)
```

Solution count 8: 3946 3968 4012 ... 5883





```
Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 3.946000000000e+03, best bound 3.94600000000e+03, gap 0.0000%
Optimal objective: 3946.0
******* Begin .sol file ******
# Solution for model NO TITLE
# Objective value = 394\overline{6}
U(1 0
U(2 9
U(3 10
U(4 4
U(5 13
U(6 19
II (7 12
U(8 7
U(9 20
U(10 15
U(11 8
U(12 6
U(13 2
U(14 17
U(15 3
```

(lo hemos recortado, pues es muy largo). Vemos que la solución óptima es 3.946 (en la línea # Objective value = 3946) que es mejor que la solución que obtuvimos con el algoritmo genético en Excel. Hay una larga lista de variables. X(i,j 0 indica que la variable $X_{ij}=0$, mientras que X(i,j 1 indica que la variable $X_{ij}=1$. De esta forma, puedes construir en el Excel la solución, para poderla comparar. Por ejemplo, X(20,14 1 indica que después de la ciudad 20, vamos a la 14.

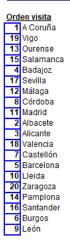
Aún más fácil es ver las variables. U(i, k indica que la ciudad i se visita en la posición k de la ruta). Por ejemplo, "U(1 0" indica que la ciudad 1 (A Coruña) se visita en la posición 0 (primer lugar), y "U(2 9" indica que la ciudad 2 (Albacete) se visita en la posición 9 (décimo lugar).

Si cargas esta solución óptima en Excel obtienes la siguiente ruta:





El problema del viajante de comercio "The Traveling Salesman Problem" (TSP)



20 Zaragoza



465

Distancia Total 3946 806 969 615 1029 461 896 823 286 876 564 971 144 0 163 504 691 0 974 528 710 256 490 830 381 369 488 497 494 974 0 577 269 818 755 155 590 894 964 Santa On <u>Distancias</u> 426 435 825 908 1 A Coruña 2 Albacete 737 379 806 519 438 610 460 167 796 3 Alicante 601 601 974 0 577 4 Badajoz 5 Barcelona 615 504 651 0 1029 497 494 974 727 422 295 646 207 649 757 651 954 336 478 1039 687 296 461 624 528 228 225 710 324 442 256 0 470 589 180 424 231 713 470 0 549 629 230 395 625 589 549 0 630 747 358 155 234 147 697 489 598 620 686 67 436 738 136 488 6 Burgos 403 202 269 831 678 422 718 252 633 7 Castellón 8 Córdoba 818 589 549 0 630 747 358 155 180 629 630 0 602 320 778 424 230 747 602 0 446 845 231 395 358 320 446 0 482 713 625 155 778 845 482 0 403 831 678 235 811 480 827 202 422 718 381 269 371 827 234 598 436 194 604 200 584 147 620 738 229 498 380 863 867 686 136 650 884 488 191 562 725 490 451 455 830 240 403 381 755 155 381 269 371 194 229 659 642 604 498 884 297 200 380 488 341 9 León 235 876 811 10 Lleida 142 11 Madrid 590 480 416 452 369 722 885 488 894 964 827 827 604 584 863 191 558 305 445 680 823 732 672 12 Málaga 13 Ourense 144 87 519 601 727 438 601 295 610 773 646 422 757 651 0 433 229 433 229 854 452 0 352 465 544 352 0 815 639 14 Pamplona 15 Salamanca 16 Santander 305 445 426 465 435 528 371 954 697 686 136 659 884 488 191 680 336 489 67 488 642 297 341 558 823 1039 477 906 723 323 886 555 850 87 854 452 678 465 815 0 544 639 625 380 528 689 17 Sevilla 569 207 18 Valencia 167 796 158 649 306 19 Vigo 959 478

296 285 252 633 463 142 303 732 672