



# Tema 5

# Planificación y Asignación Optimizada de Recursos





- Introducción
- Clasificación
- Complejidad algorítmica
- Bibliografía







- Asignación de recursos a tareas a lo largo del tiempo
- Proceso de toma de decisiones, para optimizar un objetivo (o múltiples objetivos)



Planificación de cargas Programación agregada Prioridad/Urgencias



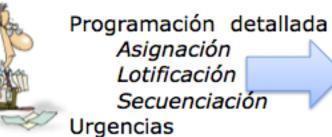


Pedidos Fecha de entrega Prioridad/Urgencias

operadores

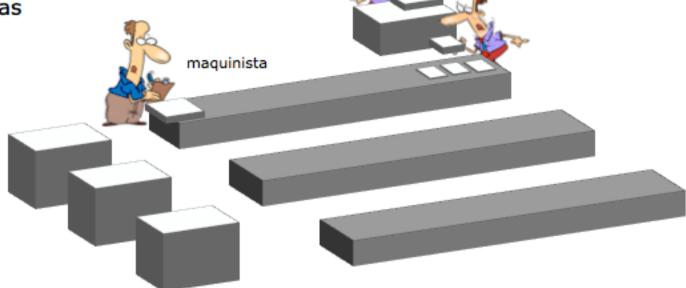


Jefe de taller





Operaciones

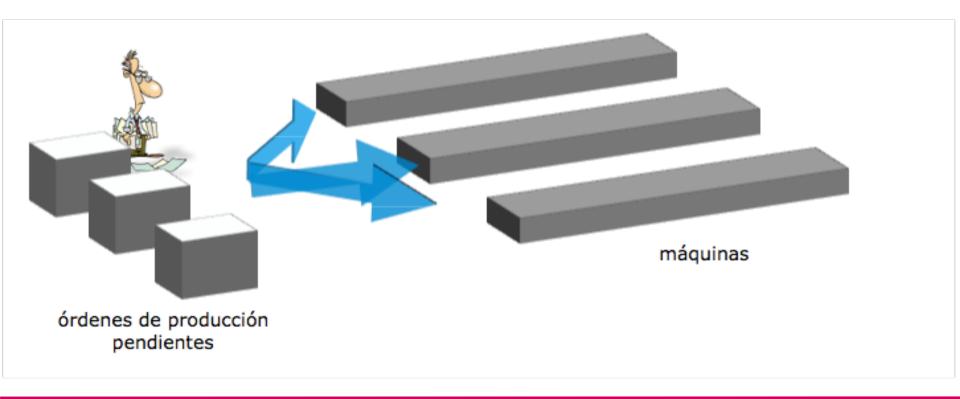






## Problema de asignación

En el problema de asignación, el planificador intentará determinar la correspondencia óptima entre las órdenes pendientes de fabricación, y los recursos que serán utilizados para su procesamiento (máquinas y operarios).

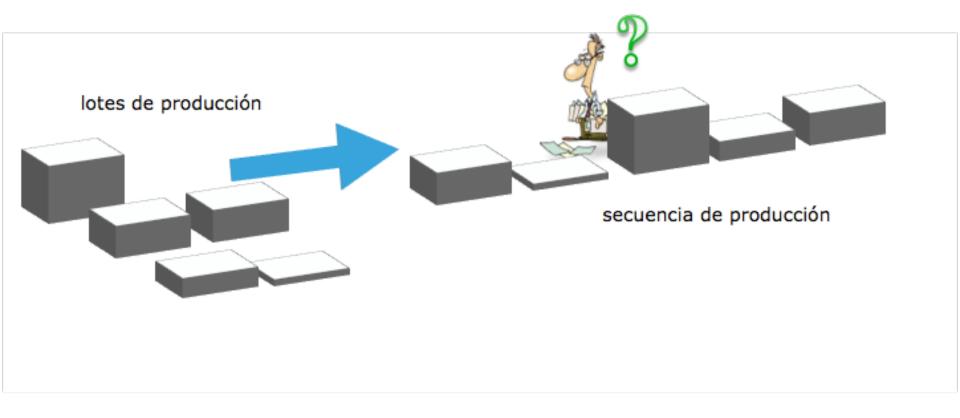






## Problema de secuenciación

La secuenciación consiste en ordenar según un criterio de prioridad (o temporizar) los lotes a fabricar. Los lotes secuenciados en primer lugar serán acabados antes, y podrán ser entregados antes al cliente







## Elementos del problema

#### Recursos:

- Máquinas en un taller
- Pistas en un aeropuerto
- Procesadores en un ordenador

#### Tareas:

- Operaciones en una pieza
- Aterrizajes de un avión
- Programas a ejecutar

## Objetivos:

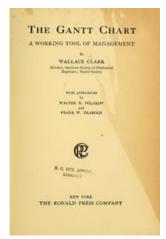
- Cumplir las fechas de entrega
- Minimizar el tiempo total de completación



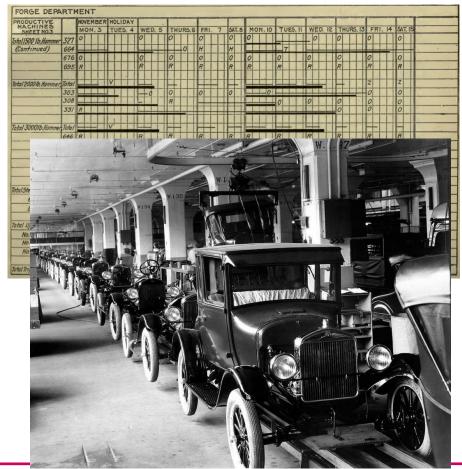


## Diagramas de Gantt





Henry Lawrence Gantt 1861-1919)



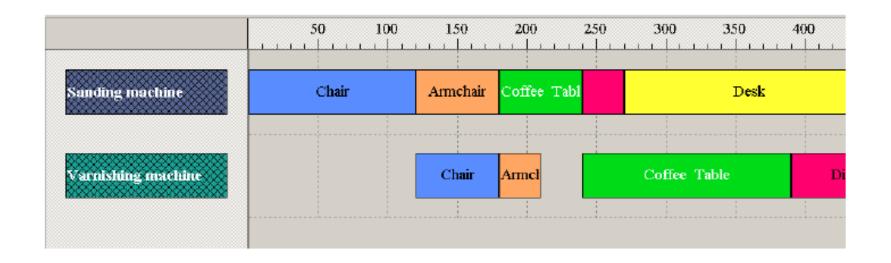






## Diagramas de Gantt

Un diagrama de Gantt es un diagrama de barras horizontales, en el que el eje x representa el tiempo y el eje y las máquinas. Las operaciones de la misma tarea se indican mediante el color o la textura







## Tipos de problemas de Scheduling

- Secuenciación de tareas en máquinas (Machine scheduling)
- Secuenciación de proyectos (Project Scheduling)
- Turnos de trabajadores
   (Labour Scheduling)
- Problemas de horarios (Timetabling)







# Organización de la producción en una fábrica de bolsas de papel

- Se producen bolsas de papel para cemento, carbón, comida para perros...
- La materia prima son rollos de papel
- El proceso de producción tiene 3 fases:
  - Impresión del logotipo
  - Pegado los lados
  - Cosido de los extremos
- En cada fase hay varias máquinas, con diferentes características:
  - Velocidad
  - Tipo de bolsas que pueden procesar
  - Colores que puede utilizar
- Cada pedido comprende cierto número de bolsas de cada tipo, con su fecha de entrega







# Organización de la producción en una fábrica de bolsas de papel

 Entregar un pedido después de su fecha de entrega supone una penalización



Un objetivo es minimizar la suma ponderada de los retrasos

 Cada vez que una máquina cambia de tipo de bolsa, hay un tiempo de preparación, que depende de los tipos de bolsa (tamaño, colores,...)



Otro objetivo es minimizar los tiempos de preparación







## Asignación de puertas de embarque en un aeropuerto

- En un gran aeropuerto hay decenas de puertas de embarque y centenares de vuelos de salida y llegada cada día
- No todas las puertas son iguales, ni tampoco lo son los aviones
- Los aviones siguen un calendario conocido, pero sujeto a incertidumbre (clima, retrasos en otros aeropuertos,...)
- La hora de salida de un vuelo puede ser vista como su fecha de entrega y las compañías aéreas se miden por su cumplimiento
- Si se sabe que un avión no puede aterrizar en destino a su hora prevista, no despega y continúa ocupando la puerta de embarque
- Hay que asignar puertas de embarque a los vuelos, minimizando el personal necesario y los retrasos.
- **\*Puerta = Recurso \*Vuelo = Tarea \*Salida= Completación**











## ¿Por qué necesitamos programar la producción?

- Ciclos de vida de los productos cada vez más cortos
- Creciente variedad de productos
- Producción bajo demanda
- Respuesta rápida a los clientes
- Operaciones cada vez más complejas han de secuenciarse en tiempos cada vez más cortos, con menos margen de error!







# Niveles de planificación

ERP /	<ul><li>Planificación a largo plazo</li></ul>	2-5 años
	<ul> <li>Planificación a medio plazo</li> </ul>	1-2 años
	<ul><li>Planificación a corto plazo</li></ul>	3-6 meses
	<ul> <li>Secuenciación (scheduling)</li> </ul>	2-6 semanas
	<ul> <li>Resecuenciación</li> </ul>	1-3 días (ya!)
	<b>\</b>	







## Características importantes de las técnicas de resolución

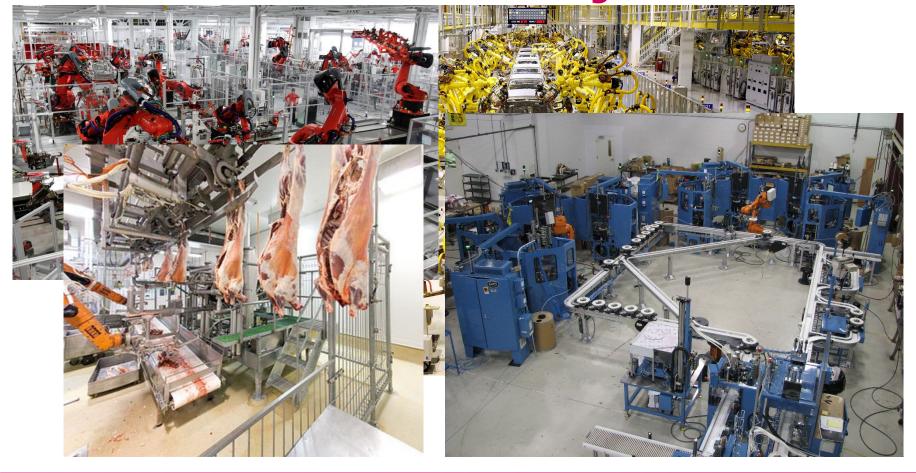
- Calidad de las soluciones obtenidas (¿cómo de cerca de la solución óptima?)
- Tiempo de CPU requerido
- Simplicidad de desarrollo e implementación (¿cuánto tiempo se necesita para programarlo, probarlo, ajustarlo, modificarlo?)
- Costes de implementación
   (¿se necesita un código comercial de Programación Lineal?)







Clasificación de problemas de Machine Scheduling







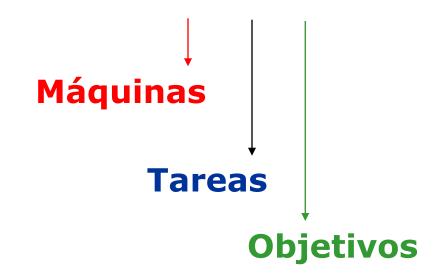




## Clasificación de problemas de Machine Scheduling

Clasificación:

$$\alpha \mid \beta \mid \gamma$$







## α: Características de las máquinas

#### Sistemas de una etapa:

- Una máquina (m=1): cada job se ha de procesar en esa máquina
- Máquinas en paralelo: cada job se procesa en una de las máquinas del conjunto {M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>,...,M<sub>m</sub>}

- Cada job se ha de procesar en cada una de las máquinas del conjunto {M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub>,...,M<sub>m</sub>}
- Cada máquina sólo puede procesar un job en cada momento.
- Cada job se procesa en una máquina en cada momento.







Una máquina:

1

P

- Máquinas en paralelo
  - Máquinas idénticas:

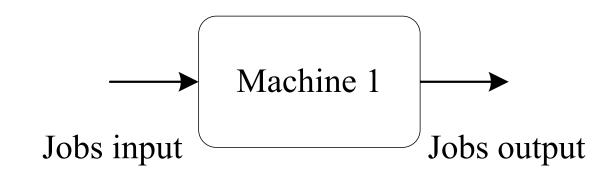
     (mismo tiempo de proceso de todas las tareas
     en todas las máquinas)
  - Máquinas con diferentes velocidades:
     (pero velocidad uniforme para todas las tareas)
  - Máquinas con velocidad dependiente de la tarea

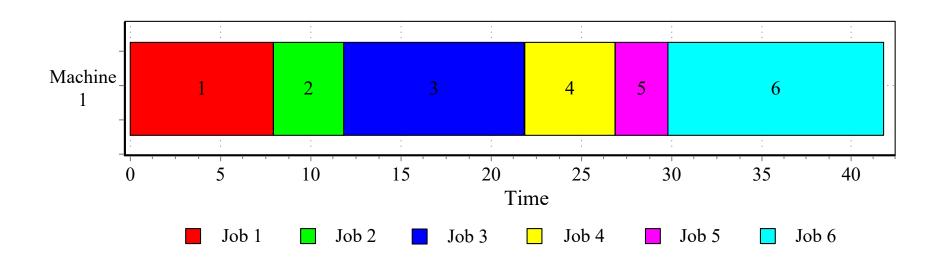
    R





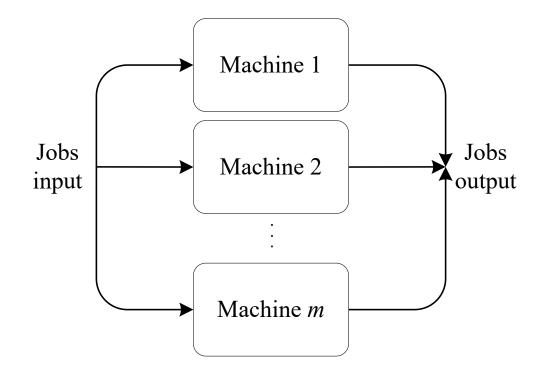






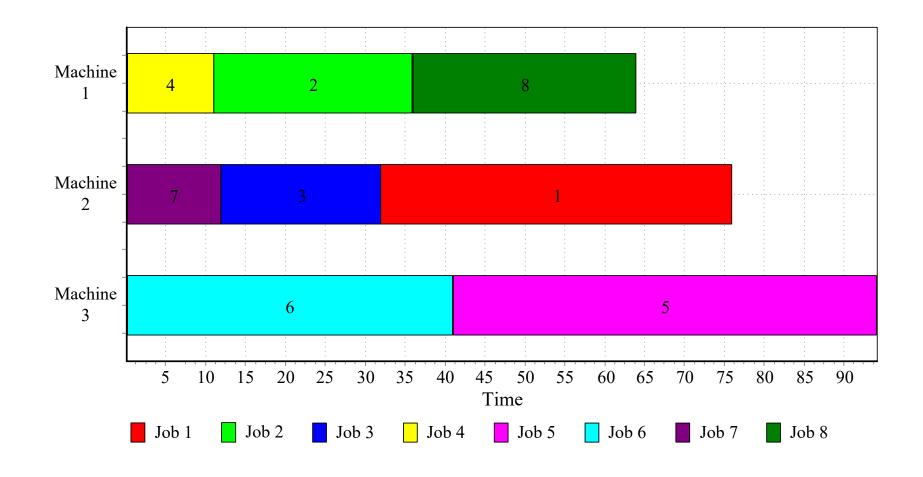












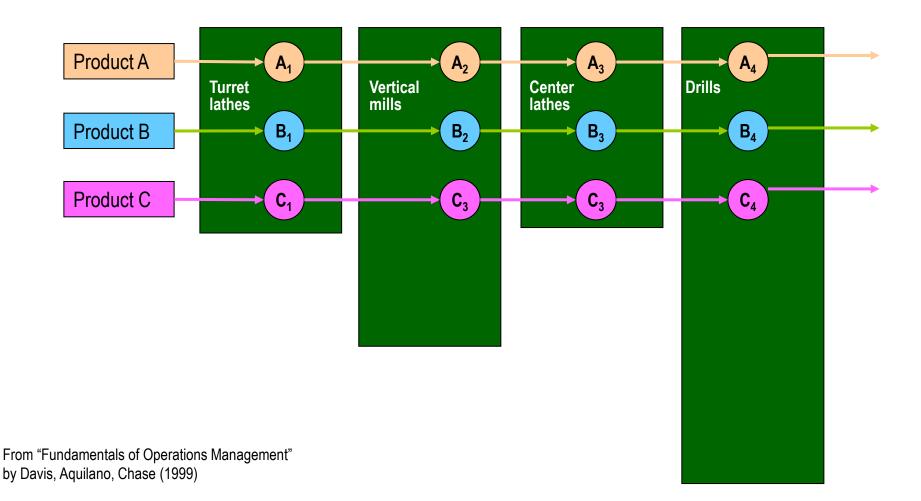




- Flow-shop
   (cada tarea pasa por las m máquinas, con la misma ruta)
- Job shop
   (cada tarea tiene su propia ruta)
- Open shop
   (las tareas no tienen ruta predefinida)

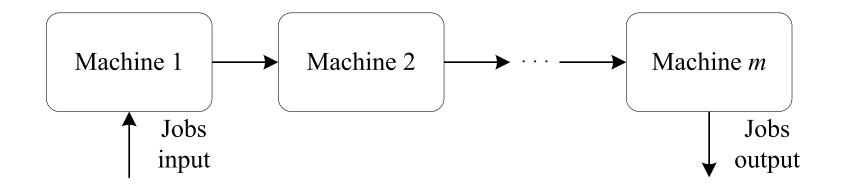






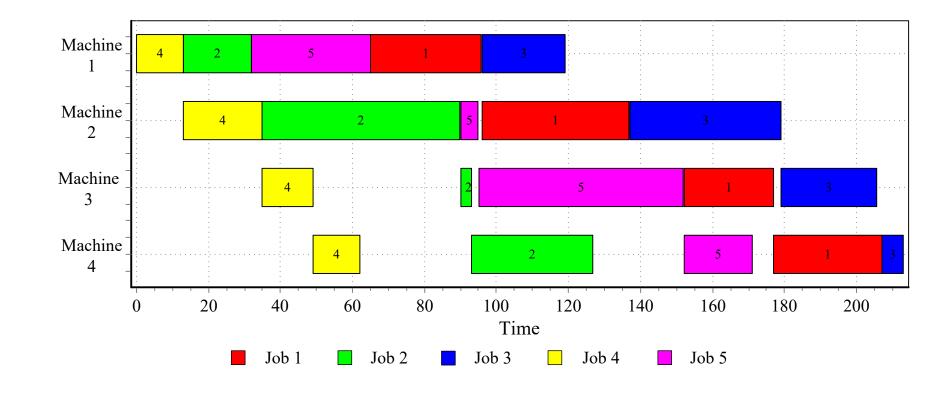








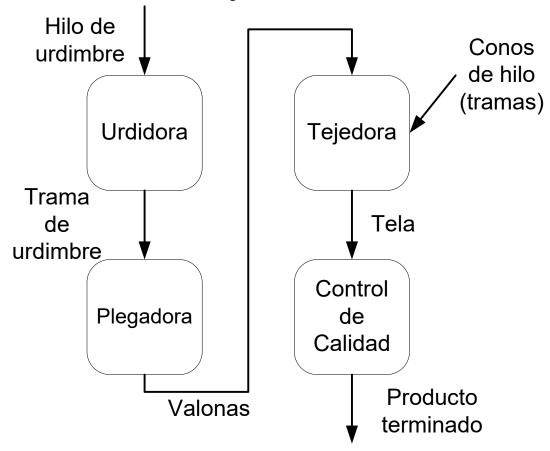






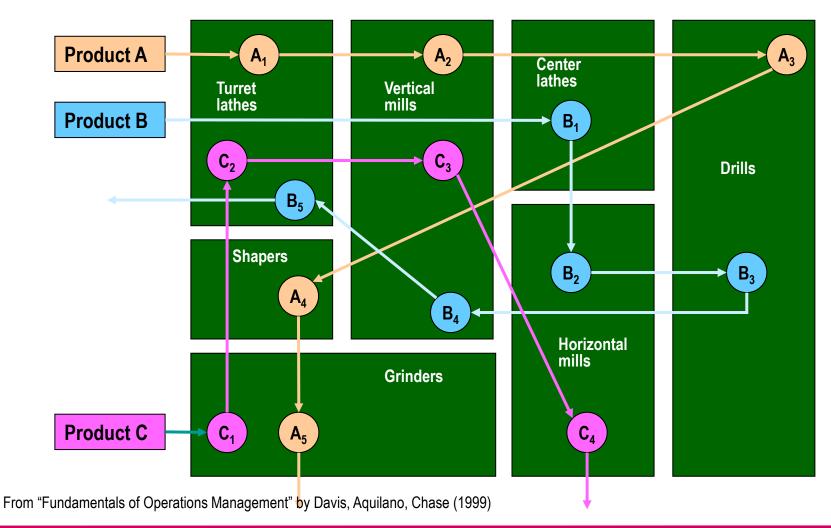


Ejemplo de taller de flujo en el sector textil:







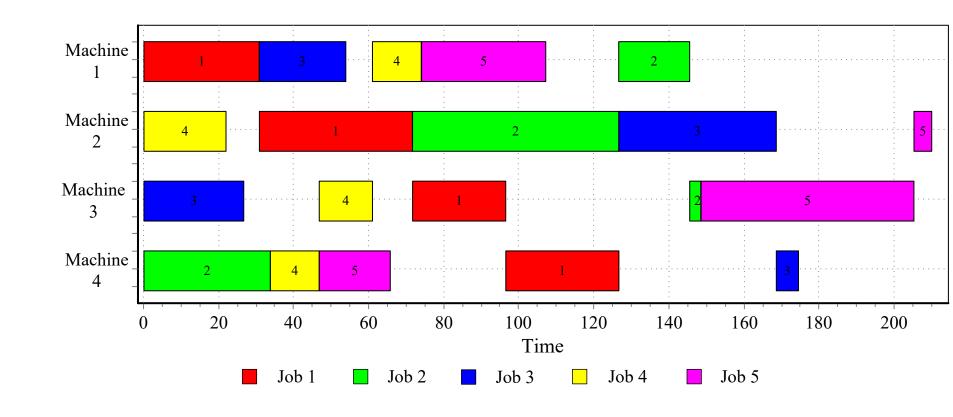














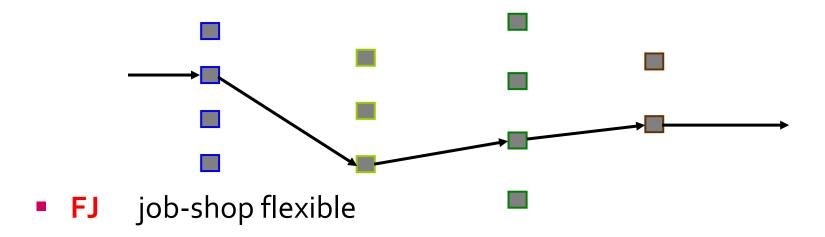




## Sistemas multi-etapa flexibles

## FF flow-shop flexible

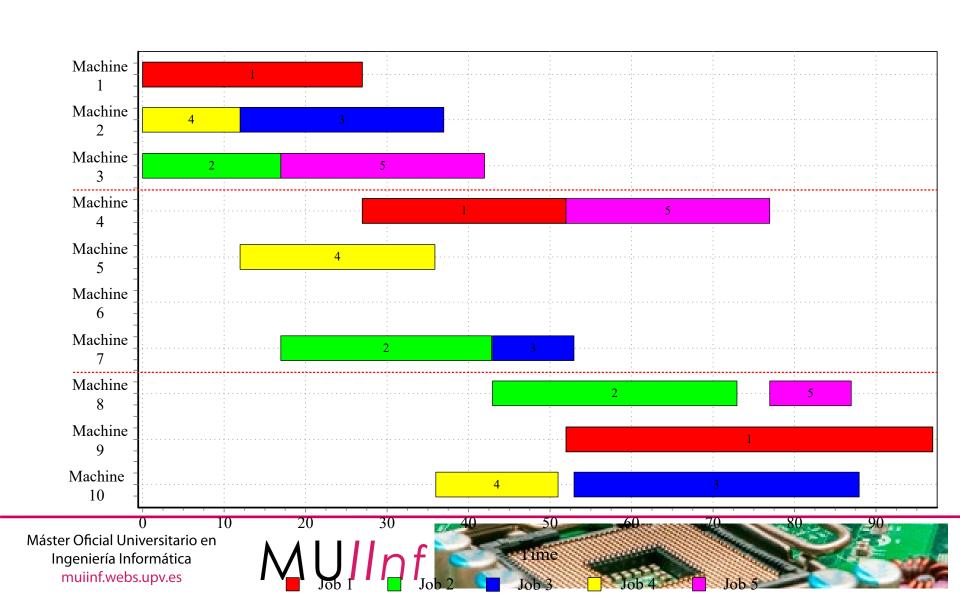
(en vez de una máquina en cada fase, un conjunto de máquinas para elegir una)







## Sistemas multi-etapa flexibles









- $p_{ii}$  duración (processing time) de tarea j en máquina i
- r<sub>i</sub> fecha de disponibilidad (release time)
- w<sub>i</sub> peso (importancia)

- $d_i$  fecha de entrega (due date)
- fecha límite (deadline)
  - $\bar{d}_{j}$
- $s_{jk}$  tiempo de preparación (setup time) entre tareas j y k ( $s_{ijk}$ )





## **β**: Características de las tareas

- prmp posibilidad de interrupción (preemption)
- prec relaciones de precedencia
- brkdwn máquinas no disponibles en algunos momentos
- M<sub>i</sub> máquinas en las que se puede procesar
- prmu mismo orden todas las tareas (permutation)
- block si se llena el buffer intermedio, se bloquea la máquina
- nwt las tareas se ejecutan sin parar entre máquinas (no-wait)
- recrc una tarea pasa más de una vez por una máquina

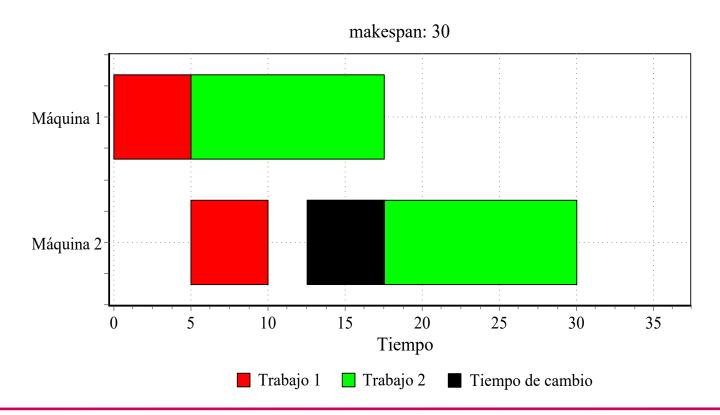






## Tiempos de cambio dependientes de la secuencia: setups

Tiempo de cambio anticipativo



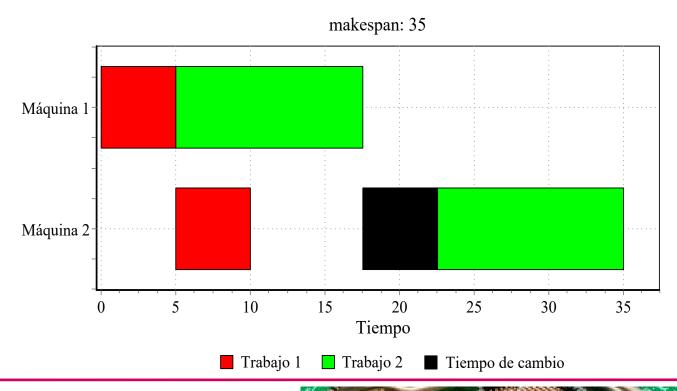






### Tiempos de cambio dependientes de la secuencia: setups

Tiempo de cambio NO anticipativo:

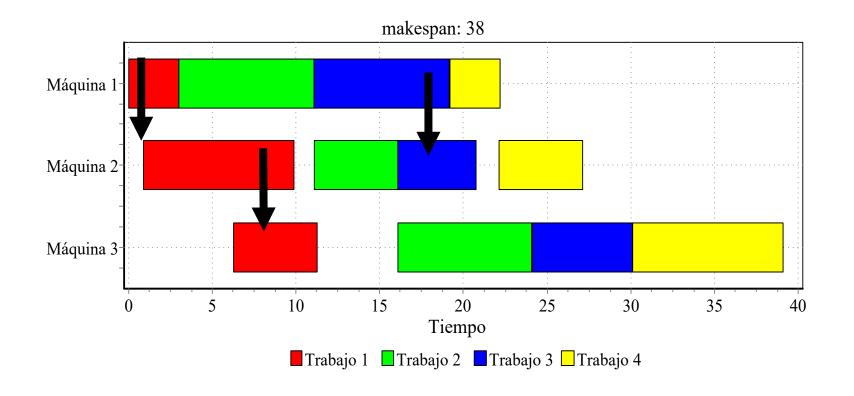








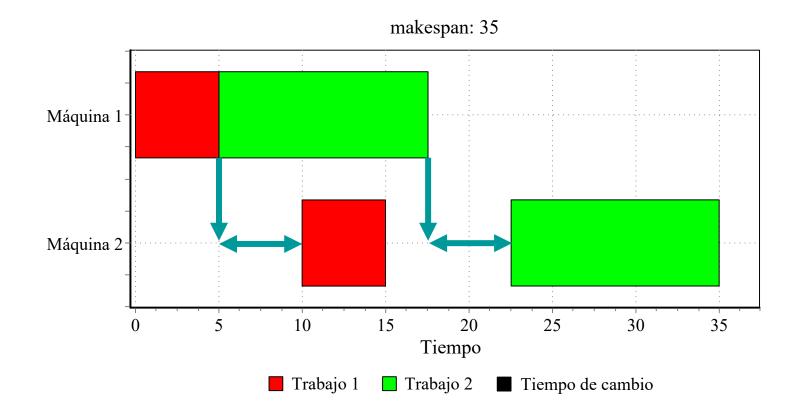
# Solapamiento entre operaciones







# etsinf Tiempos de espera entre operaciones









#### Máquinas no disponibles continuamente: brkdwn

Mantenimiento programado



Programaciones previas de otras tareas







# No todas las tareas en todas las máquinas: Mj

Sea el problema P3 |  $M_i$  |  $C_{max}$  con 8 jobs

<u>Jobs</u>	1	2	3	4	5	6	7	8
<u>p</u> i	10	10	7	7	7	7	7	7

$$M_1$$
={1,3}

$$M_2$$
={2,3}

$$M_3 = M_4 = M_5 = \{1\}$$

$$M_6 = M_7 = M_8 = \{2\}$$

Estrategia: regla LFJ (que da prioridad al job menos flexible)



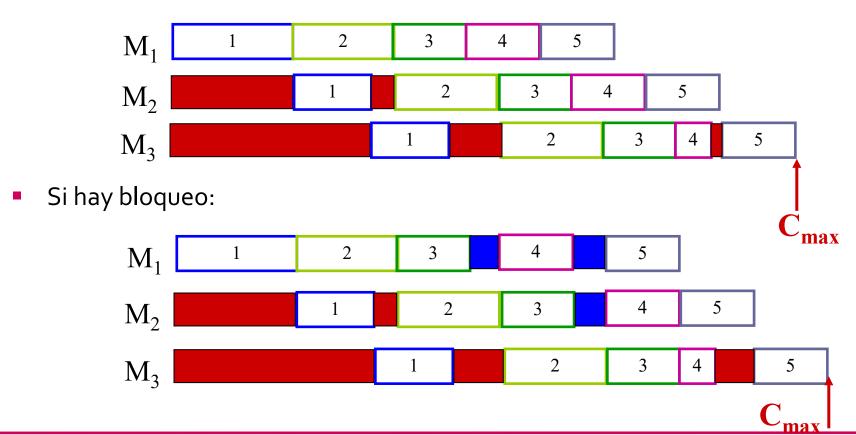






#### Sin almacenamiento intermedio: block

Si no hay bloqueo:

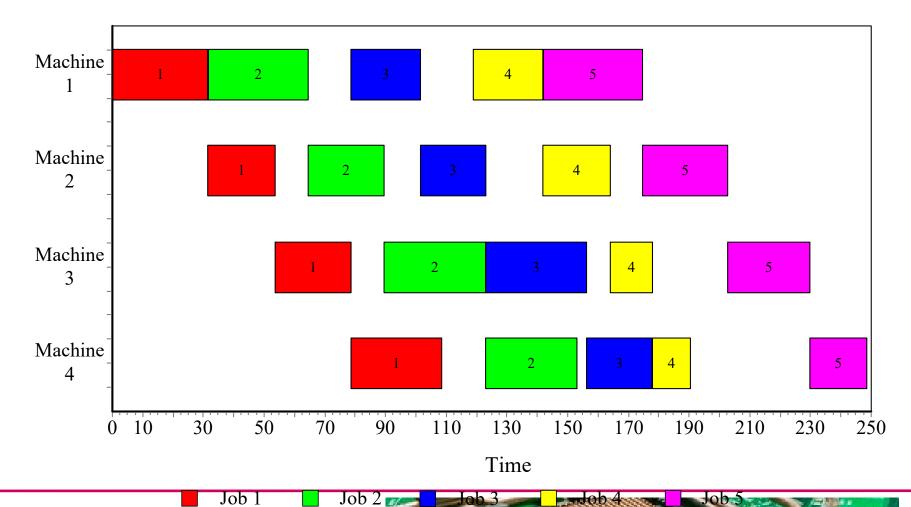








# Operaciones sin posibilidad de espera: no-wait









- Transporte de piezas entre máquinas
- Necesidad de otros recursos: moldes,....
- Restricciones de personal





# γ: Características de los objetivos:1.- Objetivos relativos a la completación

•  $C_j$  tiempo de completación del job j  $C_{ij}$  tiempo de completación de la operación j en la máquina i

C<sub>max</sub> tiempo máximo de completación (makespan)

ΣC<sub>j</sub> tiempo total de completación

•  $\Sigma w_i C_i$  tiempo total de completación ponderada







#### $\gamma$ : Características de los objetivos: 2.- Objetivos relativos a las fechas de entrega

$$L_j = C_j - d_j$$

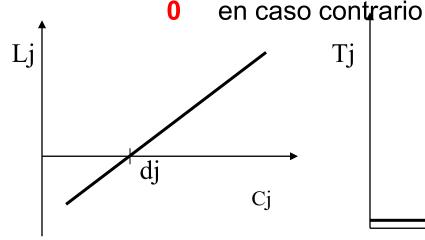
retraso (lateness)

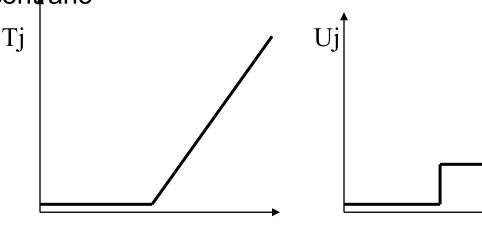
• 
$$T_j = max \{L_j, 0\}$$

tardanza (tardiness)

• 
$$U_j = 1$$
 si  $C_j > d_j$ 

job retrasado









#### γ: Características de los objetivos: 2.- Objetivos relativos a las fechas de entrega

L<sub>max</sub> máximo retraso

- $\mathbf{\Sigma}\mathbf{w}_{\mathbf{j}}\mathbf{T}_{\mathbf{j}}$  tardanza total ponderada
- ullet  $\Sigma oldsymbol{\mathsf{U}}_{\mathsf{j}}$  número de jobs retrasados
- Minimización de la suma de adelantos y retrasos

$$ET = \sum_{j=1}^{n} \left( E_j + T_j \right)$$

•  $E_j = max \{dj - Cj, 0\}$ 



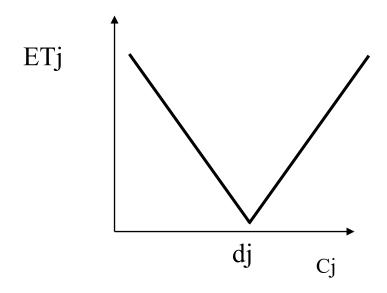






#### $\gamma$ : Características de los objetivos:

#### 2.- Objetivos relativos a las fechas de entrega



$$ET_{w} = \sum_{j=1}^{n} \left( w_{j} \cdot E_{j} + w'_{j} \cdot T_{j} \right)$$





# Complejidad algorítmica

- Problema: problema genérico P | Cmax
- Instancia: caso particular, con datos

- Tamaño de la instancia: longitud de la secuencia de datos que la definen
- En la práctica el tamaño será n = número de tareas





# Complejidad algorítmica

- Eficiencia de un algoritmo
  - o número **máximo** de pasos de computación necesarios
  - o para obtener la solución óptima,
  - o en función del tamaño de la instancia
- Paso de computación : operación (comparación, operación aritmética,....)
- Cálculo del número de pasos: 1500 + 100 n² + 5 n³
  - Sólo interesa el término mayor: n³
  - No es importante el coeficiente: O(n³)

$$[f(n)=O(g(n)) si c>o / f(n) \le c g(n)]$$





# Cálculo del número de pasos

Calcular el máximo de un conjunto de n números positivos p<sub>i</sub>:

```
max = 0
For (i=1; i=n; i++)
{
    if (max < p<sub>i</sub>)
        max= p<sub>i</sub>
}
```

- Número máximo de pasos: 2n+1
- Complejidad: O(n)







Problemas "fáciles": existe un Algoritmo de complejidad polinómica O(n<sup>k</sup>)

Problemas difíciles (NP-hard): Sólo existen algoritmos de complejidad exponencial O(2n)







# etsinf Algoritmos polinómicos y exponenciales

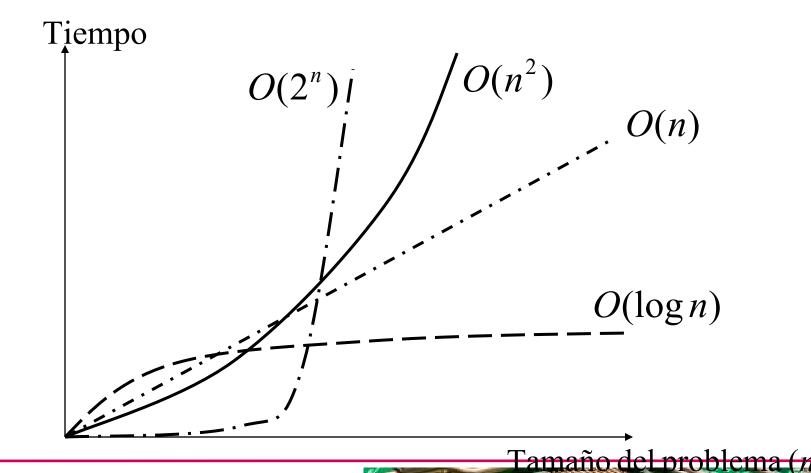
Complejidad	Tamaño								
	10	20	30	40	50	60			
n	0.00001	0.00002	0.00003	0.00004	0.00005	0.00006			
	seg	seg	seg	seg	seg	seg			
n²	.0001	.0004	.0009	.0016	.0025	.0036			
	seg	seg	seg	seg	seg	seg			
n <sup>5</sup>	.1	3.2	24.3	1.7	5.2	13			
	seg	seg	seg	min	min	min			
<b>2</b> <sup>n</sup>	.001	1.0	17.9	12.7	35.7	366			
	seg	seg	min	días	años	siglos			







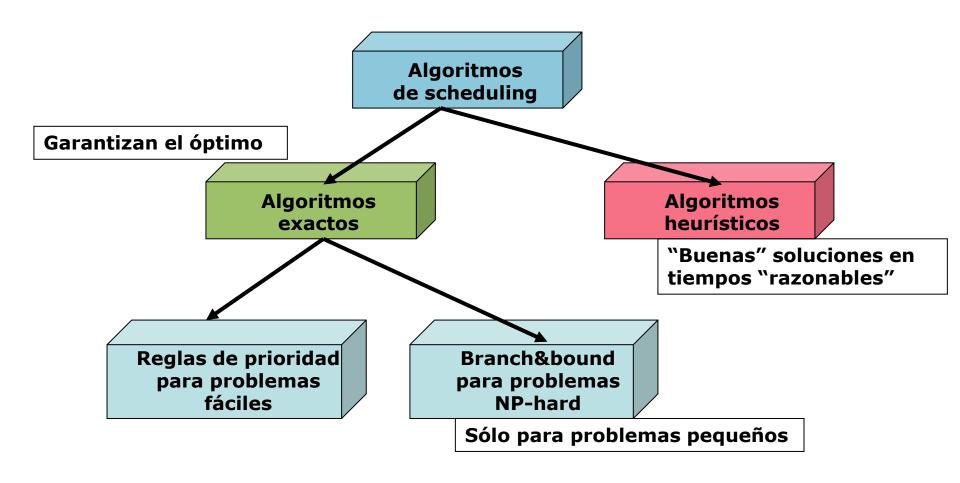
#### Algoritmos polinómicos y exponenciales





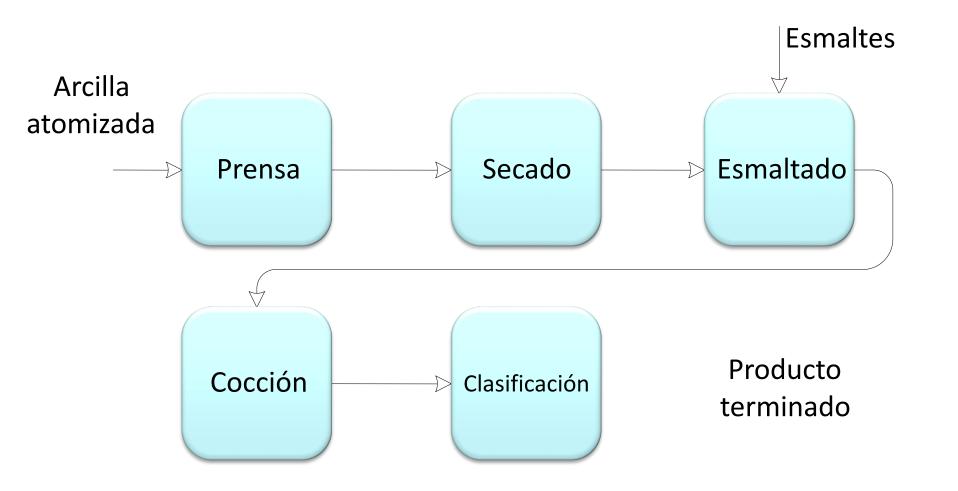


## Estrategias de solución



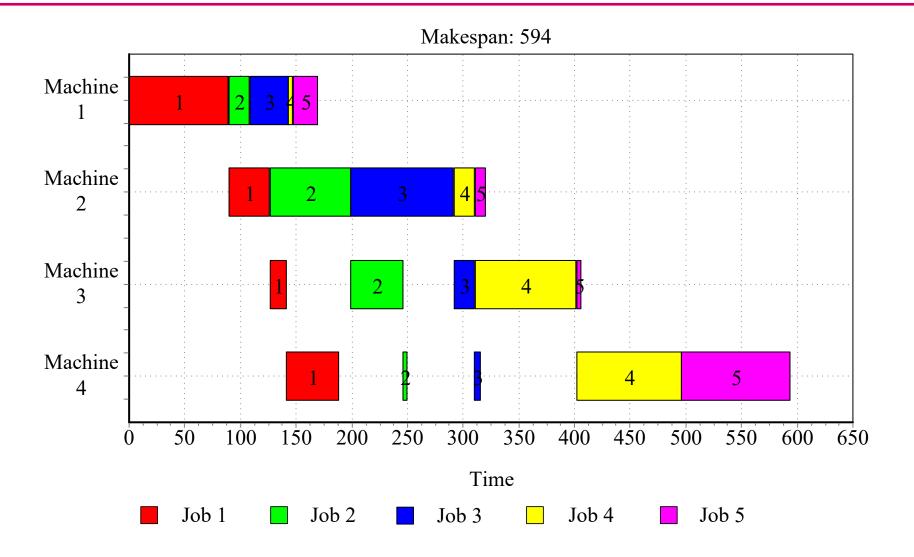








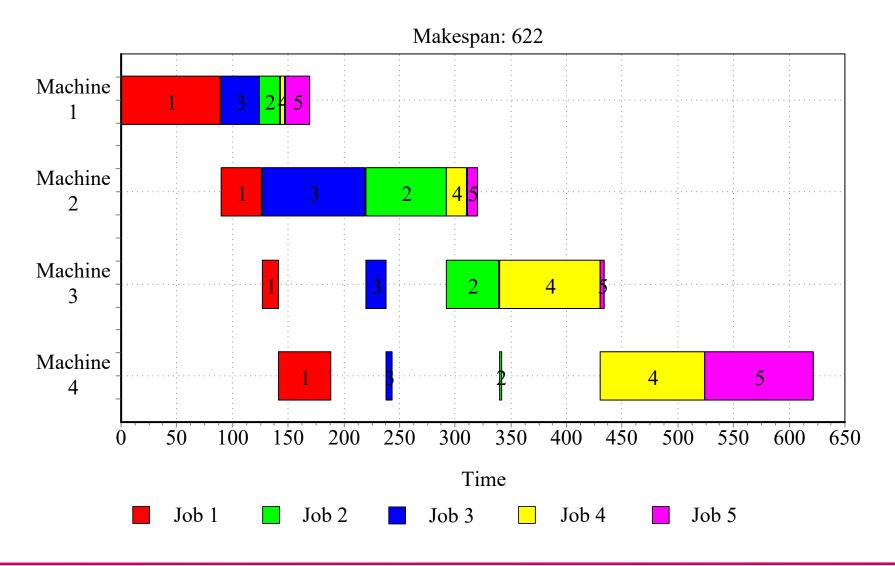








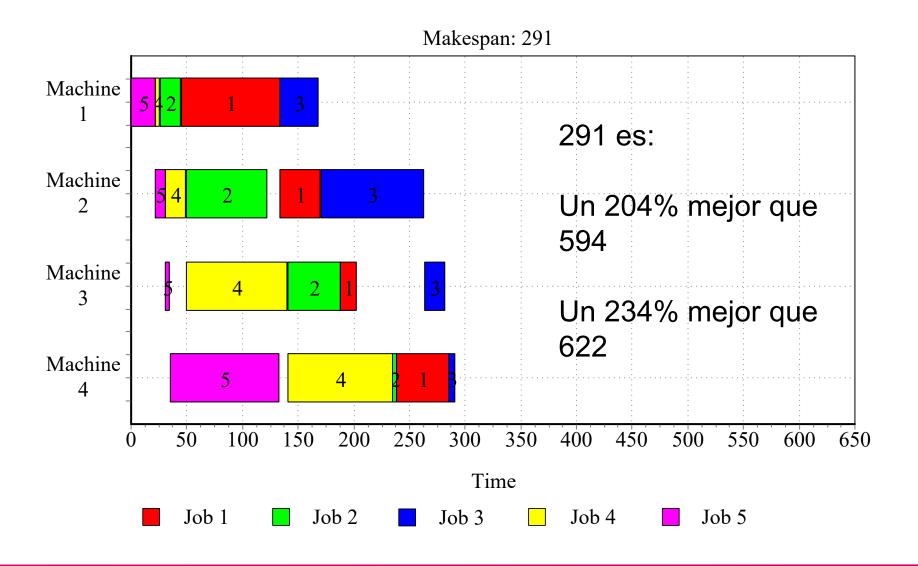
















# Por qué la programación es difícil:

Secuencias posibles para *n* trabajos en problemas de una máquina sencillos: *n!* 

Secuencias posibles para n trabajos en un taller de flujo: (n!)<sup>m</sup>

Vamos a suponer un sencillo ejemplo de 10 trabajos y 5 máquinas (n=10, m=5)

 $(10!)^5 = 6,29 \cdot 10^{32}$  secuencias

Supongamos que podemos calcular una secuencia en 1<sup>-9</sup> segundos (1000 millones de secuencias por segundo)







# Por qué la programación es difícil:

Calcular todas las secuencias llevaría 1,99·10<sup>16</sup> años

Aproximadamente "un millón y medio de VU"

VU=Vidas del Universo

Para un caso más realista (n=75, m=20) no es ni siquiera posible hacer el cálculo de cuántas VU llevaría

# LA MAYORÍA DE LOS PROBLEMAS REALES DE SCHEDULING SON TREMENDAMENTE COMPLEJOS DE RESOLVER





- Framinan, J. M., Leisten, R. y Ruiz, R. (2014) "Manufacturing Scheduling Systems. An Integrated View on Models, Methods and Tools" Springer
- Michael Pinedo (2016) "Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems"
   Springer, quinta edición.
- Peter Brucker (2007) "Scheduling Algorithms" Springer, quinta edición.
- Scheduling Computer and Manufacturing Processes
   J. Blazewicz, K.H. Ecker, E. Pesch, G. Schmidt, J. Weglarz, Springer Verlag;
   2nd edition, 2002
- Heuristic Scheduling Systems: With Applications to Production Systems and Project Management
   T. Morton and David W. Pentico. John Wiley and Sons, 1993
- Michael Pinedo (2009) "Planning and Scheduling in Manufacturing and Services" Springer, segunda edición







- Pinedo, M. L., 2005. Planning and scheduling in manufacturing and services. Springer series in operations research. Springer, New York, USA.
- Edis, E. B., Oguz, C., Ozkarahan, I., 2013. Parallel machine scheduling with additional resources: Notation, classification, models and solution methods. European Journal of Operational Research 230, 449–463.
- Alberto Caprara, Michele Monaci, Paolo Toth, 2003. Models and algorithms for a staff scheduling problem. Mathematical Programming, Series B 98, 445-476.
- Luis Fanjul, Federico Perea, Rubén Ruiz, 2015. Algorithms for the Unspecified Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem with additional Resources. (presented at the 6th IESM Conference, October 2015, Seville, Spain)

