



Universidad Nacional de Educación a Distancia
Departamento de Informática y Automática
E.T.S. Ingeniería Informática

PLATAFORMAS INTERACTIVAS DE
EXPERIMENTACIÓN VIRTUAL Y REMOTA:
APLICACIONES DE CONTROL Y ROBÓTICA

TESIS DOCTORAL

M.Sc. ERNESTO FABREGAS ACOSTA
INGENIERO EN AUTOMÁTICA

MADRID, ABRIL 2013

2.2.1 Descripción de los robots *Moway*

A pesar del amplio estudio de los robots móviles de patas y de orugas, el desarrollo más significativo se ha dado en el estudio de los robots móviles con ruedas. Una ventaja principal por la que es más conveniente utilizar ruedas como medio locomotor es la facilidad para construirlas; otras ventajas son que sólo es necesario suministrar energía al eje de las ruedas motrices; se puede desplazar un peso mayor que usando patas; requieren menor cantidad de piezas; el control de las ruedas es menos complejo que la actuación de las patas o de las orugas; causan menor desgaste en la superficie en donde se mueven en comparación con las bandas de las orugas. Además, los problemas de balance no presentan gran dificultad, ya que el robot siempre se encontrará en contacto con una superficie, lo cual no siempre sucede con los robots actuados con patas u orugas.

Los *Moway* son pequeños robots móviles de ruedas. Su movimiento se basa en el modelo cinemático de su sistema motriz que le permite desplazarse en un determinado entorno, usando para ello, un sistema de tracción diferencial. La configuración por tracción diferencial se caracteriza porque el movimiento se consigue con dos ruedas acopladas cada una a su propio motor, por lo que el robot puede cambiar de dirección a través de la variación de la velocidad relativa entre las ruedas. De esta forma el robot puede avanzar en línea recta fijando ambos motores a la misma velocidad, también puede girar en una u otra dirección cuando se aplican velocidades diferentes, y se logra que gire sobre su propio eje cuando las velocidades tienen igual magnitud con sentidos opuestos. Por lo que no necesita ningún movimiento adicional de dirección para girar o avanzar. Los robots que usan este tipo de sistemas para su locomoción son conocidos en robótica como robots móviles con ruedas y tracción diferencial o simplemente robot diferencial. La Figura 2.25 muestra el robot *Moway*.

2.2.1.1 Modelo del robot diferencial con ruedas

Para obtener el modelo cinemático de un robot diferencial se tienen en cuenta varias suposiciones de diseño y operación: el robot se mueve sobre una superficie plana;



Figura 2.25. Robot *Moway*.

el deslizamiento en las ruedas izquierda y derecha es despreciable; el robot es rígido y no cuenta con partes flexibles; el robot tiene restricciones no holonómicas (su velocidad lineal no puede ser perpendicular a las ruedas) [98–100]. Además se considera que el movimiento del robot se realiza en el plano XY describiendo trayectorias circulares (de radio R) cuando gira, tanto a su derecha como a su izquierda. El radio R (ver Figura 2.28) de estas circunferencias varía desde un valor mínimo (cuando el robot gira sobre sí mismo), hasta un radio máximo que tiene valor infinito y es cuando el robot se mueve recto hacia adelante o hacia atrás dependiendo del signo de las velocidades. En la Figura 2.26 se muestra el diagrama del robot móvil, a partir del cuál se obtiene el modelo cinemático [101, 102].

Como se puede apreciar el punto $C(x_c, y_c)$ denota la posición del punto medio del eje que une las dos ruedas, la variable θ describe el ángulo que forma el eje de simetría del robot respecto al eje X positivo, las variables ω_i y ω_d son las velocidades angulares de las ruedas izquierda y derecha respectivamente. La variable $L/2$ es la distancia entre las ruedas y la variable r el radio de éstas. Sobre cada rueda, tanto izquierda como derecha, actúa una fuerza, \vec{F}_i y \vec{F}_d que proporcionan las velocidades \vec{v}_i y \vec{v}_d , respectivamente. En la Figura 2.27.a y 2.27.b se muestran el diagrama de fuerzas y de velocidades respectivamente.

Si se toman como coordenadas generalizadas a $(x, y$ y $\theta)$, se determina que la

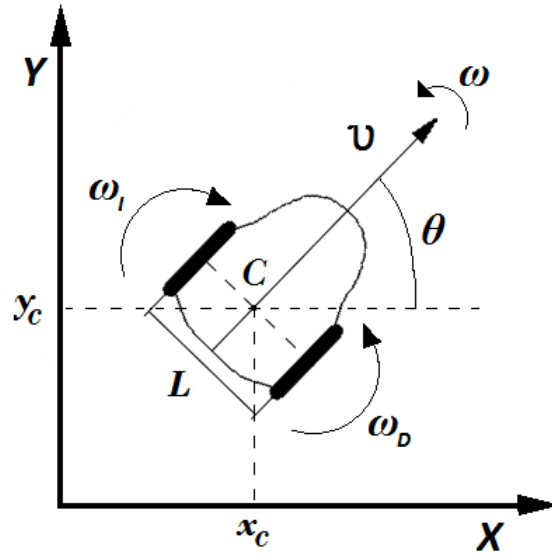


Figura 2.26. Diagrama del robot móvil.

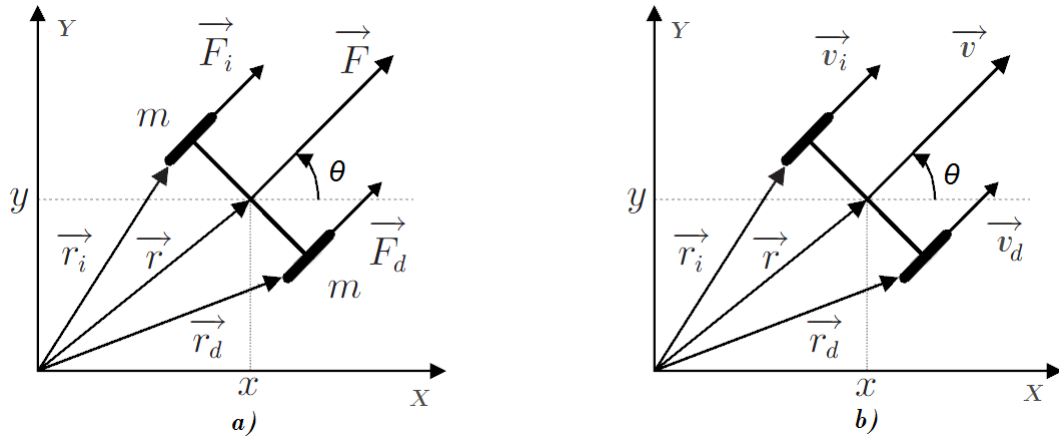


Figura 2.27. a) Diagrama de fuerzas b) Diagrama de velocidades.

posición de los puntos de contacto de cada una de las ruedas con el plano XY está dada por las Ecuaciones 2.35 y 2.36.

$$\vec{r}_i = (x - l \sin \theta) \hat{x} + (y + l \cos \theta) \hat{y} \quad (2.35)$$

$$\vec{r}_d = (x + l \sin \theta) \hat{x} + (y - l \cos \theta) \hat{y} \quad (2.36)$$

Tomando m como la masa de cada una de las ruedas, la energía cinética del sistema

viene dada por la Ecuación 2.37.

$$T = \frac{m}{2} \left(|\dot{\vec{r}}_i|^2 + |\dot{\vec{r}}_d|^2 \right) = m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + l^2 \dot{\theta}^2) \quad (2.37)$$

Después de varias transformaciones y haciendo uso de los multiplicadores de *Euler-Lagrange* [101–104] se obtienen las componentes de la velocidad lineal (ν) en el eje x (ν_x), y (ν_y) y la orientación del robot(θ) como se muestra en las Ecuaciones 2.38, 2.39 y 2.40 respectivamente.

$$\dot{x} = \frac{(w_d + w_i) r}{2} \cos \theta \quad (2.38)$$

$$\dot{y} = \frac{(w_d + w_i) r}{2} \sin \theta \quad (2.39)$$

$$\dot{\theta} = \frac{(w_d - w_i) r}{2L} \quad (2.40)$$

Como las coordenadas del punto P (x_c, y_c) denotan la posición del centro de masa de las ruedas de las ecuaciones anteriores se obtiene la magnitud de velocidad lineal de este punto (ν) que viene dada por la Ecuación 2.41.

$$\nu = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \frac{(w_d + w_i) r}{2} \quad (2.41)$$

Además $\dot{\theta}$ es la magnitud de la velocidad angular con la que el eje de simetría del robot rota respecto al sistema de referencia inercial XY , o simplemente la velocidad angular del robot(ω). Por tanto modelo cinemático del robot se puede escribir las ecuaciones representadas en 2.42.

$$\begin{cases} \dot{x}_c = \nu \cos \theta \\ \dot{y}_c = \nu \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (2.42)$$

Este modelo solo tiene en cuenta la cinemática del robot. Es necesario destacar que existen otros modelos para este tipo de robots, que también tienen en cuenta la dinámica de los motores en la cuál se incluyen coeficientes que se calculan de manera experimental [105]. Estos modelos tienen en cuenta parámetros tales como: el deslizamiento de las ruedas, las fuerzas externas, las fuerzas de fricción, la inercia de las

ruedas y el centro de masa del robot en un punto distinto al centro de la línea que une las ruedas. Para poder usar estos modelos hay que conocer detalladamente el modelo dinámico de los motores, para lo que es necesario calcular los coeficientes de los que depende esta dinámica. En este caso, para estos robots no es posible usar estos modelos porque no se pueden medir los valores necesarios para implementarlo. Además, estos modelos no aportan muchas variaciones al funcionamiento del robot, por lo que se decidió usar el modelo que tiene solo en cuenta la cinemática del robot, con el que finalmente se obtuvieron buenos resultados.

2.2.1.2 Control de posición del robot

El objetivo del control es que el robot vaya desde la posición actual definida por su centro de masa $C(x_c, y_c)$, hasta el punto $P(x_p, y_p)$. Existen varias formas de implementar este control, en este caso, se ha escogido una de las más sencillas, que consiste en calcular la distancia (d) y el ángulo (α) entre estos dos puntos. Para ello se emplean las Ecuaciones 2.43.

$$d = \sqrt{(y_p - y_c)^2 + (x_p - x_c)^2} \quad \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{y_p - y_c}{x_p - x_c} \right) \quad (2.43)$$

Para alcanzar un punto determinado el robot debe recorrer el arco de circunferencia (de radio R) que une el punto en el que se encuentra y el punto al que desea llegar. Esto se debe a las restricciones descritas anteriormente. Para ello el robot realiza los cálculos de distancia y de ángulo en cada período de muestreo. Entonces trata de dirigirse al punto deseado haciendo el error del ángulo de orientación ($\theta_e = \alpha - \theta$) igual a cero al mismo tiempo que trata de acercarse al punto tratando de anular el error de distancia ($d = 0$). Este experimento es conocido como “*posture or point stabilization*” [106]. Con estos errores, el control se puede llevar a cabo manipulando la ν y la ω empleando las leyes de control representadas en las Ecuaciones 2.44. Donde ν' se obtiene usando el parámetro h_c el cuál a su vez, se obtiene del algoritmo de evasión de obstáculos que garantiza una disminución de la velocidad ante la cercanía a un obstáculo. Este parámetro será presentado posteriormente como parte de la descripción del algoritmo

de evasión de obstáculos utilizado. Por otra parte, ω es la velocidad angular actual y ω_{max} es la velocidad angular máxima que se alcanzará cuando $\theta_e = \pm 90^\circ$.

$$\nu = \nu' \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{max}} \right) \quad \omega = \omega_{max} \text{sen}(\theta_e) \quad (2.44)$$

En la Figura 2.28 se muestra un esquema que representa las variables que se tienen en cuenta para llevar a cabo el control de posición. Donde, ν_i es la velocidad lineal de la rueda izquierda, ν_d es la velocidad lineal de la rueda derecha, R es el radio de giro y el punto ICC es el centro instantáneo de curvatura o de rotación.

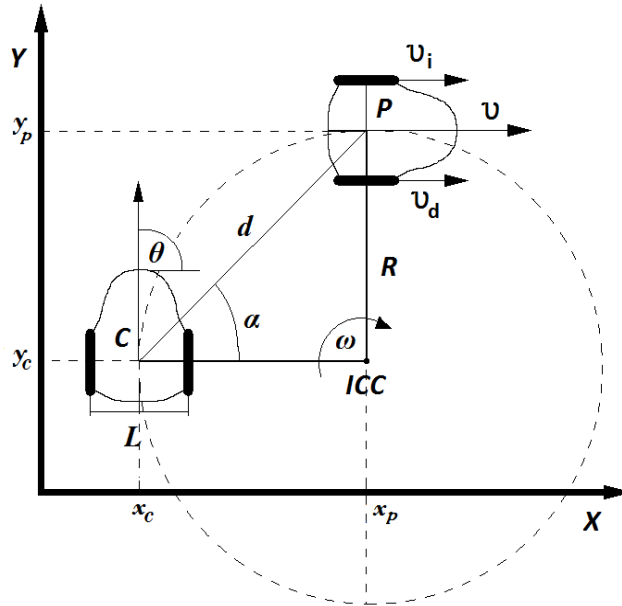


Figura 2.28. Control de posición del robot.

En este tipo de experimentos el robot necesita conocer su posición absoluta o relativa en cada momento. Más adelante se explicará cómo el robot obtiene su posición absoluta para realizar el experimento.

2.2.1.3 Control de formación con evasión de obstáculos

El control de formación de robots es una buena forma de introducir a los estudiantes en el mundo de la robótica móvil. En este caso se consideran formaciones del tipo maestro-esclavos. Este tipo de formaciones consisten en un robot que actúa como maestro del resto de los robots, los cuáles actúan como esclavos. La diferencia de este