Unit 4

Routing and Location problems

Problemas de rutas y localización

CONTENTS

1. Problema del VRP

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

Extensiones TSP

- Existen herramientas en la web para resolver TSP, por ejemplo:

  http://www.theprojectspot.com/tutorial-post/solving-traveling-salesman-problem-using-google-maps-and-genetic-algorithms/9
- Si el Solver no llega, CPLEX puede que sí.
- Si CPLEX no puede… ¡Existen algoritmos más eficientes para el TSP que la programación matemática!
- Extensiones
  - Cuando hay más de un viajante: m-TSP
  - Cuando hay más de un viajante, y viajan a diferentes velocidades: m-TSP heterogéneo.
  - Cuando los viajantes han de visitar los nodos en unas ciertas ventanas temporales: TSP con *time windows.*
  - …
  - Cuando el viajante va repartiendo una cierta mercancía: ¡ruta de vehículos!

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

Problema de enrutamiento de vehículos (VRP)

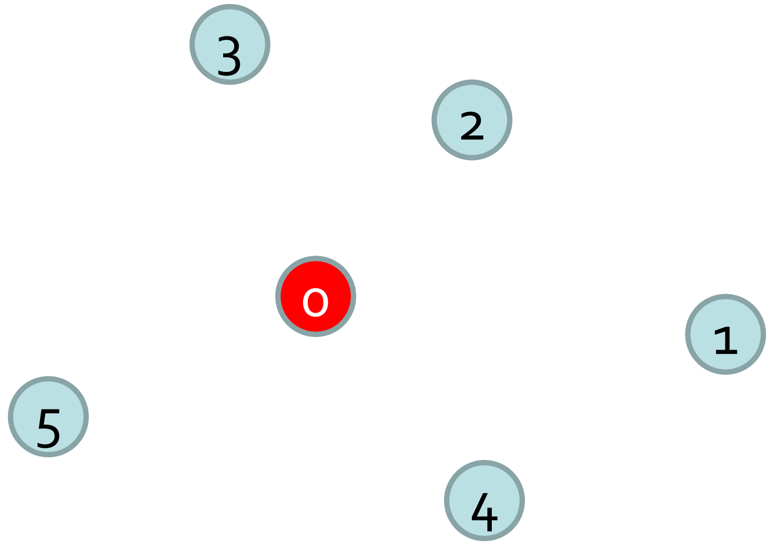
- Un vehículo ha de repartir una cierta mercancía a una serie de ciudades.
- La mercancía está disponible en un depósito.
- La capacidad del vehículo es limitada.
- Quizás es necesario tener que realizar varias rutas (volviendo al depósito para recargar el vehículo).
- Cada ciudad tiene una demanda de dicha mercancía.
- El objetivo es satisfacer las demandas de cada ciudad, minimizando los costes de transporte.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

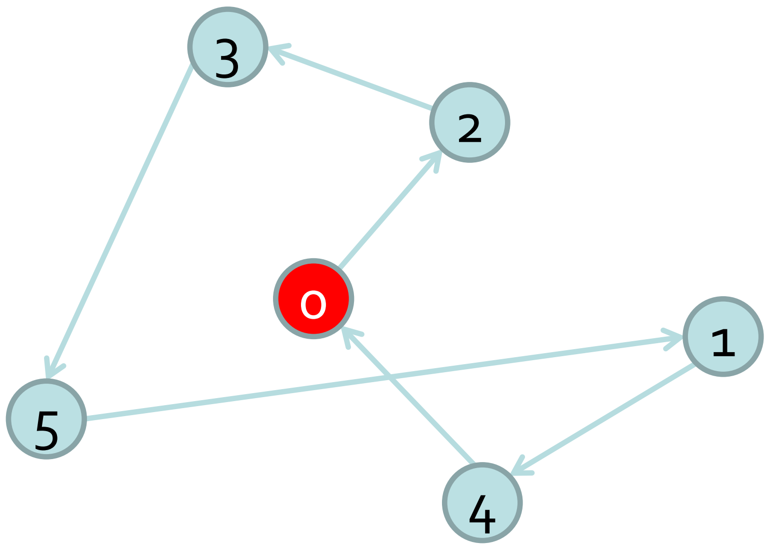
etsinf

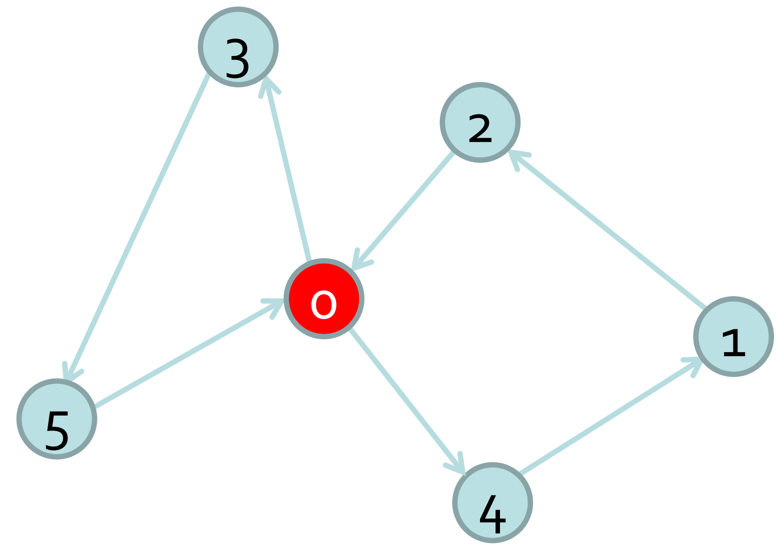
Ejemplo

- En el punto 0 hay un depósito de una cierta mercancía.
- Con un camión de reparto, se han de satisfacer las demandas de cada uno de los otros puntos (por simplicidad, la demanda de la ciudad es igual a su índice).
- La capacidad del vehículo es 8 unidades.
- ¿Qué rutas ha de seguir el vehículo para entregar a cada ciudad lo que pida y minimizar costes de transporte?



Ejemplo





Ruta infactible (la suma de demandas satisfechas en la única ruta es 15, excede la capacidad del camión)

Rutas factibles (en una ruta se transportan 8 unidades, en la otra 7).

Definición formal del problema

- Sea $N = \{0,1,\ldots,n\}$ el conjunto de puntos que demandan material. El depósito está situado en el punto o.
- Cada nodo j demanda d_j unidades del material.
- El camión tiene una capacidad de C unidades.
- Sea $A \subset N \times N$ el conjunto de arcos. Sea c_{ij} el coste asociado al arco (i, j)
- (N, A) es un grafo dirigido conexo.
- Encontrar la(s) ruta(s) que parte(n) de O, visita(n) todos los nodos de N una y solo una vez, satisfaciendo sus demandas, y vuelve(n) a O, de tal forma que el coste total de transporte sea lo mínimo posible. Toda ruta se realiza a traves de arcos de A.

- $x_{ij} \in \{0,1\}$ dice si el arco (i,j) estÃ¡ en la ruta.
- $u_i \in [d_i, C]$ define una cota superior del material entregado hasta llegar al nodo i.

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}x_{ij} \tag{1}$$

$$\text{s.t.:} \sum_{i\neq j} x_{ij} = 1,\;\; j = 1, ..., n. \tag{2}$$

$$\sum_{j\neq i} x_{ij} = 1,\;\; i = 1, ..., n. \tag{3}$$

$$\sum_{i\neq 0} x_{i0} = \sum_{j\neq 0} x_{0j}, \tag{4}$$

$$u_i - u_j + Cx_{ij} \leq C - d_j, 1 \leq i \neq j \leq n, d_i + d_j \leq C \tag{5}$$

(1),(2),(3) como en el TSP. (4) impone que el número de arcos que salen del depósito es igual al número de arcos que entran en el depósito (dicho número será el número de rutas). (5) impone que el camión no exceda su carga, y además rompe ciclos intermedios. Son una extensión de las restricciones (MTZ). Existen otras restricciones de ese tipo. Este modelo no consigue resolver problemas con “muchos” nodos.

Restricción (5)

$\boldsymbol{u_i}$: cantidad de material entregado hasta el nodo $\boldsymbol{i}$

$$u_i - u_j + Cx_{ij} \leq C - d_j \ \forall i, j \in V \setminus \{0\}, i \neq j$$

$$d_i \leq u_i \leq C \ \forall i \in V \setminus \{0\}$$

- Imponen las restricciones de capacidad y de conexión
- Si $\boldsymbol{x_{ij} = 0}$ la restricción no "restringe" , $\boldsymbol{u_i \leq C}$ y $\boldsymbol{u_j \geq d_j}$
- Si $\boldsymbol{x_{ij} = 1}$ entonces $\boldsymbol{u_j \geq u_i + d_j}$

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

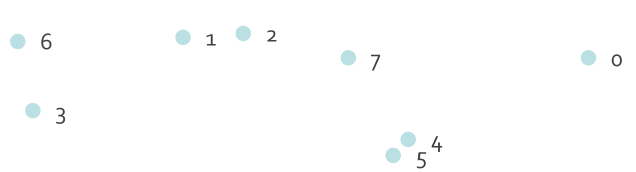
etsinf

Ejercicio VRP

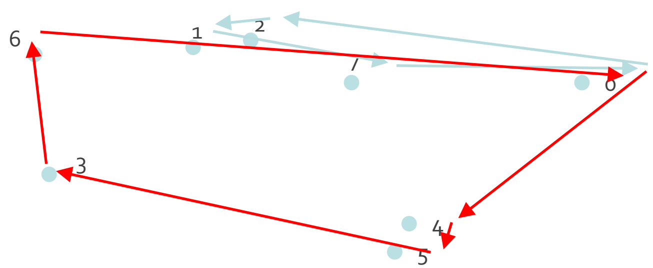
Nodo	X-coord	Y-coord	Demanda
0	20	4	
1	-7	9	8
2	-3	10	6
3	-17	-9	8
4	8	-16	7
5	7	-20	3
6	-18	8	4
7	4	4	4
8	-13	7	6
9	-18	10	9
10	-15	12	5

- Este problema se llama VRP_10, similar al TSP_10
- Distancias Euclídeas entre nodos.
- Programarlo en una hoja Excel y resolverlo con el Solver
  - No podemos por exceso de tamaño!
- Sí se puede resolver el problema hasta el nodo 7 (VRP_7).
- Modelarlo y resolverlo en Excel.

VRP_7



VRP_7: SOL



Extensiones

- Cuando hay más de un vehículo, el problema no varía mucho.
- Cuando los vehículos tienen capacidades diferentes, o viajan a velocidades diferentes: HVRP.
- Cuando los vehículos han de visitar los nodos en unas ciertas ventanas temporales: VRP con *time windows.*
- Cuando hay tiempos de servicio para satisfacer las demandas (tiempos de carga y descarga)
- Hay que determinar el tamaño de la flota
- Pick-Up and delivery
- …

Hay algoritmos más eficientes para el VRP que la programación matemática

- Heurística de ahorros de **Clarke and Wright**

La longitud total de las rutas originales es: R = D1 + D1 + D2 + D2 = 2D1 + 2D2
La longitud total del nuevo recorrido es: N = D2 + D21 + D1
Ahorro = R - N = (2D1 + 2D2) - (D2 + D21 +D1) = D1 +D2 - D21
Criterio de decisión si **D1 + D2 - D21 > 0, la ruta es factible, y por tanto existen ahorros.**

- Heurística de ahorros de Clarke and Wright

1. Calcular los ahorros para cada par de nodos i,j

$$s(i,j) = c(0,i) + c(0,j) - c(i,j)$$

2. Ordenar cada par de nodos en orden decreciente de ahorros
3. Construir una ruta parcial con el primer par de nodos
4. Buscar en la lista ordenada el siguiente par que tenga algún nodo en común con la ruta parcial ya creada
5. Incluir el nuevo nodo en la ruta parcial siempre que se cumpla la condición de capacidad
6. Repetir los pasos 4 y 5 hasta que la lista de los pares de nodos esté vacía

Vídeo explicativo con un ejemplo (muy recomendable)

https://www.youtube.com/watch?v=Aj1XIiGN6WU