Tema 4 (I)

Location and Routing problems

Problemas de localización y rutas

Eva Vallada Regalado

Departamento de Estadística e Investigación Operativa Aplicadas y Calidad

Resolvética

CONTENTS

Al final de este tema serás capaz de…

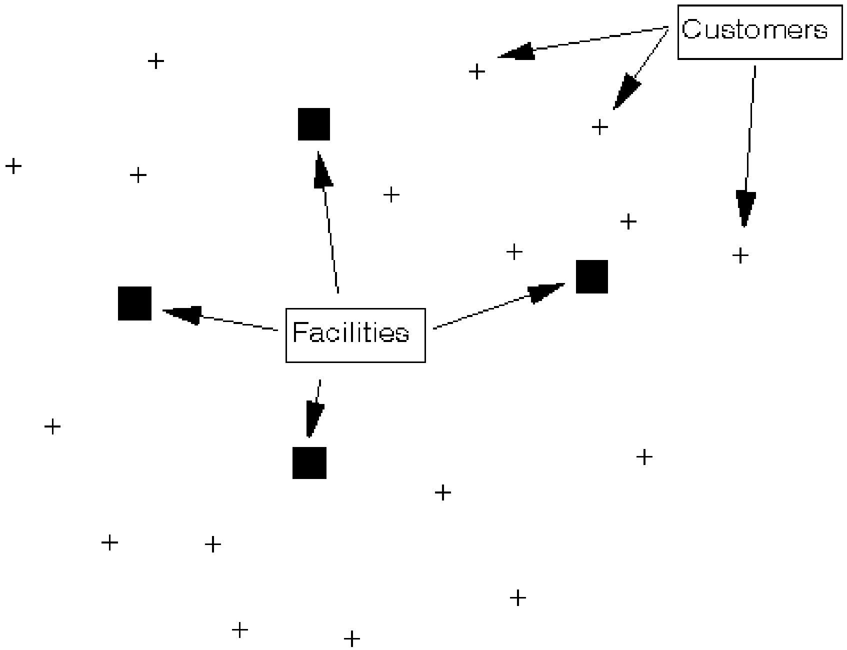
- … plantear problemas en los que se quiere ubicar una o varias instalaciones cumpliendo ciertos criterios.
- … construir modelos de programación matemática para su resolución.
- … utilizar el Solver de Excel para la resolución de problemas de programación matemática.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA etsinf

Contenido

Introducción

1. Localización de un servidor
2. Problema de cobertura
3. Localización de varios servidores



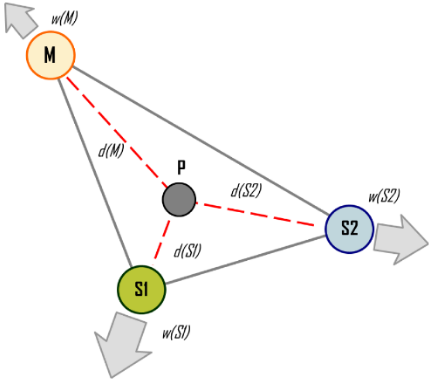
Introducción

- Decidir dónde localizar nuevas instalaciones
- Centralizado (economías de escala) versus descentralizado (cercanía al cliente)
- Factores a considerar:
  - Factores macroeconómicos
  - Calidad y coste de la mano de obra
  - Coste de la instalación
  - Disponibilidad de infraestructuras
  - Localización de otras instalaciones
- ...

1. Localización de un servidor

- El problema de Weber (*Alfred Weber*) es uno de los problemas más famosos en la teoría de localización.
- Consiste en encontrar el punto del plano que minimiza la suma de los costes de transporte desde dicho punto hasta un conjunto de puntos ya ubicados en el plano.
- En su versión original, las distancias a los puntos ya ubicados están ponderadas.
- Fue propuesto en el Siglo XVIII, y tiene multitud de variantes.

Fuente: https://people.hofstra.edu/geotrans/eng/ch2en/conc2en/weberlocationtriangle.html



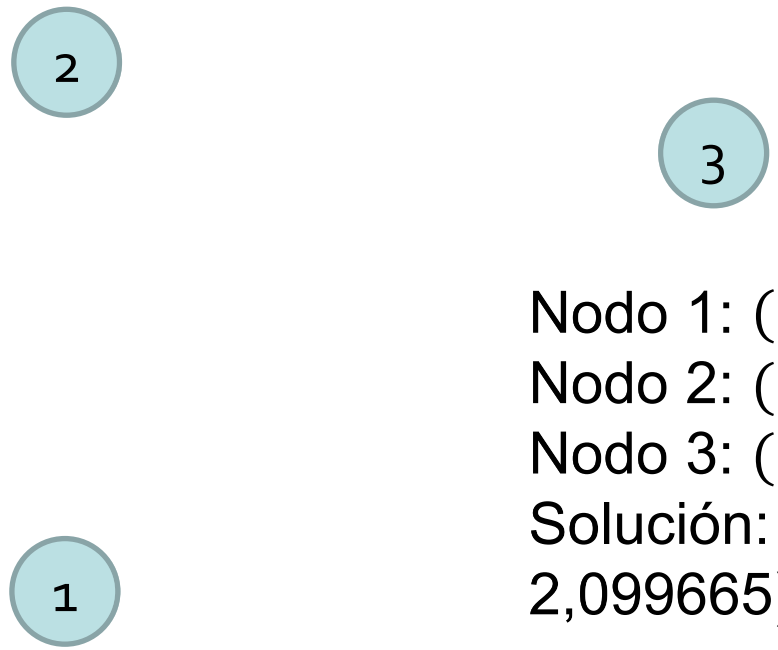
Formulación problema de Weber

- Dado un conjunto de instalaciones existentes $A = \{a_1, \dots, a_n\} \subset R^2$.
- Cada instalación $\mathrm{a}_i \in A$ tiene asociado un peso w_i.
- El problema por tanto consiste en
  - $\min \sum_i w_i d(x, a_i)\,, \mathrm{x} \in R^2$
  - Siendo $d(x, a_i)$ la distancia del punto a ubicar x a a_i.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

Ejemplo del problema de Weber



Nodo 1: $(0;0)$

Nodo 2: $(0;3)$

Nodo 3: $(3;2{,}5)$

Solución: Servidor en (0,758903 ; 2,099665)

$$\begin{array}{ll} \min & \sqrt{(X-0)^2+(Y-0)^2}+\sqrt{(X-0)^2+(Y-3)^2}+\sqrt{(X-3)^2+(Y-2,5)^2} \\ \text{s.a.} & (X,Y)\in\mathbb{R}^2 \end{array}$$

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

El problema del centro o modelo minimax

- Es similar al problema de Weber, pero minimizando la máxima distancia entre la instalación a ubicar y el conjunto de instalaciones ya ubicadas.
- El problema por tanto consiste en
  - $\min \max_i \{w_i d(x, a_i)\}, x \in R^2$
  - Siendo $d(x, a_i)$ la distancia del punto a ubicar x a a_i.
- Es un problema minimax, cuya formulación utilizando programación matemática no es inmediata
- $\min r, s.a. \{r \geq d(x, a_i) \; \forall \, i, x \in R^2\}$

Ejemplo del problema del centro

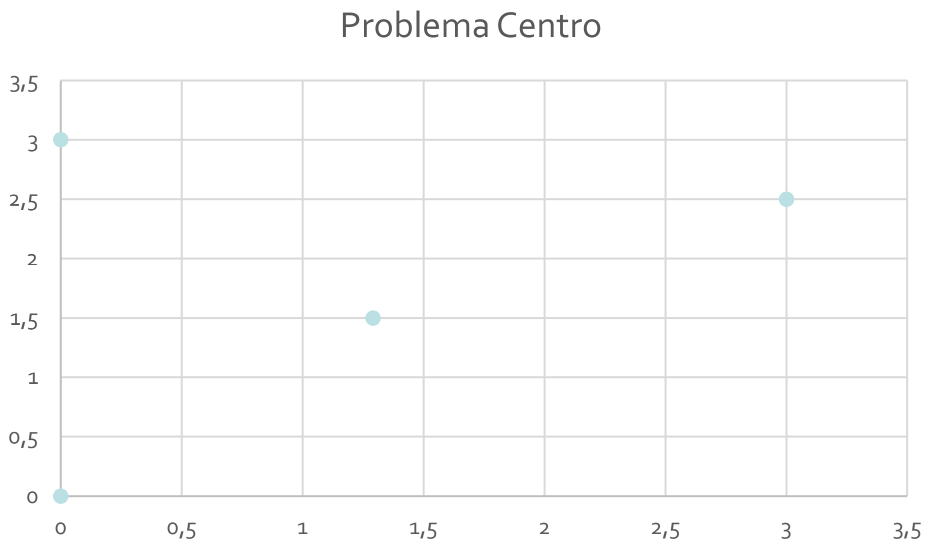
Nodo 1: $(0;0)$
Nodo 2: $(0;3)$
Nodo 3: $(3;2{,}5)$
Solución: Servidor en $(1{,}291667\ ;\ 1{,}499999)$, $r = 1{,}979496$

$$
\begin{aligned}
\min \quad & Z \\
\text{s.a.} \quad & \sqrt{(X-0)^2 + (Y-0)^2} \leq Z \\
& \sqrt{(X-0)^2 + (Y-3)^2} \leq Z \\
& \sqrt{(X-3)^2 + (Y-2,5)^2} \leq Z \\
& (X,Y) \in \mathbb{R}^2
\end{aligned}
$$

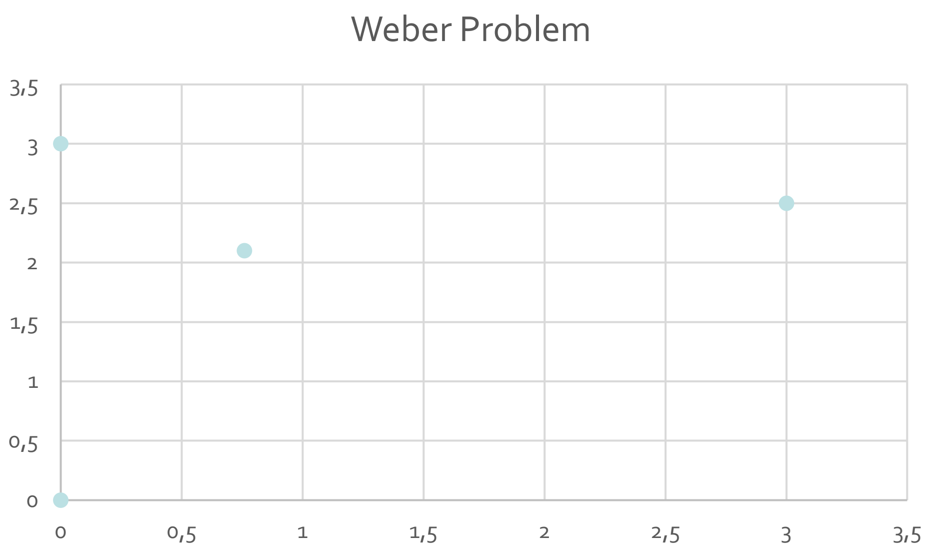
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

Weber versus Centro



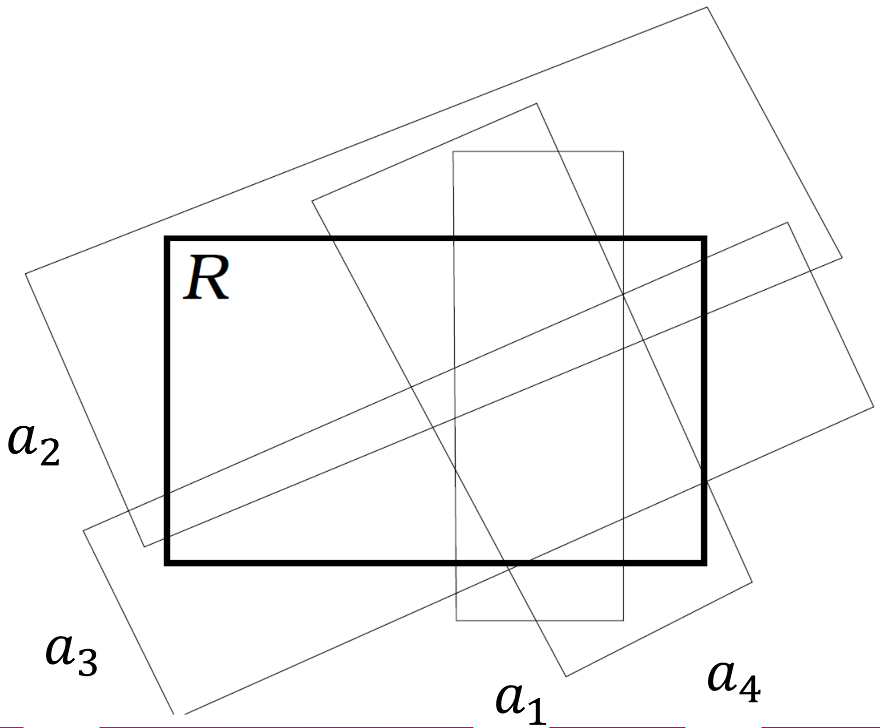
Weber versus Centro



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA etsinf

Problema de cobertura

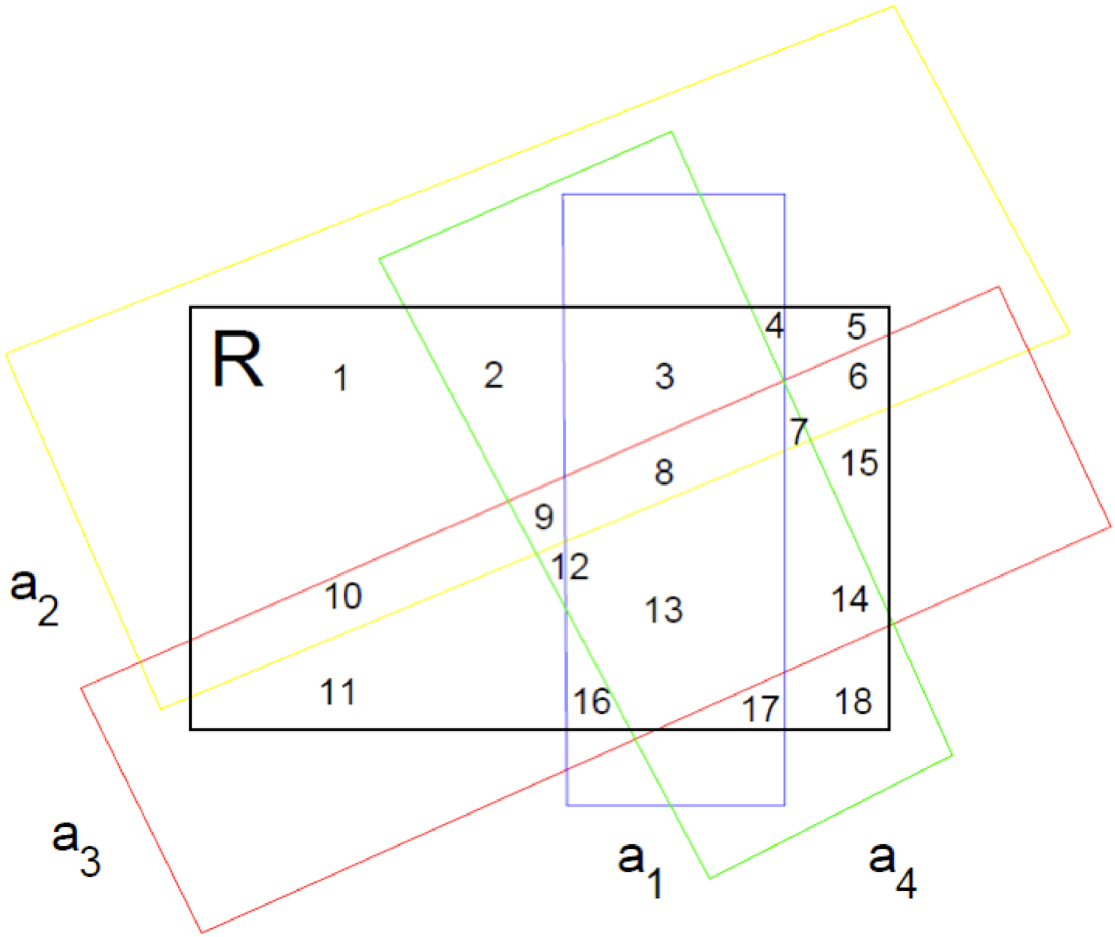
- Consiste en encontrar subconjuntos que cubran una cierta región de interés a mínimo coste.
- Dada una región de interés *R*, y *n* conjuntos $C=\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$, de tal forma que su unión cubra *R*, encontrar el subconjunto de *C* que cubre *R* a mínimo coste.



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

- A partir de los conjuntos en *C*, la región de interés *R* se divide en *m* subregiones diferentes, que se obtienen al intersecar los conjuntos de *C*.



Parámetros

- Sea $q_{ij} = 1$ si el conjunto a_j cubre la subregión R_i , cero en caso contrario.
- Sea c_j el coste incurrido cuando se utiliza el conjunto a_j.

$$\min \sum c_j x_j$$

$$s.t.: \sum_j q_{ij} x_j \geq 1, i = 1, \ldots, m$$

$$x_j \in \{0,1\}$$

- Variable binaria $x_j = 1$ si se usa el conjunto a_j.

- Modelar y resolver el ejemplo anterior

Localización de instalaciones: problema de la mediana

- Determinar la localización y tamaño óptimos de una serie de instalaciones, elegidas de entre un conjunto de ubicaciones potenciales, que producen un determinado producto.
- Es una extensión del *problema del transporte.*
- Las demandas y ubicaciones de los clientes son conocidas
  - $b_1, b_2, \dots, bn$: Demandas de los n clientes
  - $a_1, a_2, \dots, a_m$: Capacidad de producción de cada una de las m instalaciones que se pueden construir
  - $f_1, f_2, \dots, f_m$: Coste de construcción de cada una de las m instalaciones
  - c_{ij} : Coste de transportar una unidad de producto desde la instalación i al cliente j

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

etsinf

Modelización del problema

- Variables:

  x_{ij} : Número de unidades transportadas desde la instalación i al cliente j, $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$

  y_i : Variable binaria, toma valor 1 si la instalación i es construida, cero en caso contrario, $i = 1, 2, \dots, m$.

- Función objetivo: $\min \sum_i (f_i y_i + \sum_j c_{ij} x_{ij})$
- Restricciones
  - Demandas de los clientes: $\sum_i x_{ij} \geq b_j , j = 1, \dots, n$.
  - Producción en las instalaciones: $\sum_j x_{ij} \leq a_i y_i , i = 1, \dots, m$.

  Se pueden incorporar muchas otras restricciones: incompatibilidad entre instalaciones, costes no lineales, limitaciones en el transporte, …

Actividad Seminario 1

- La compañía *Surgerisim* tiene un contrato por los próximos 30 años con el Ministerio de Salud por el cual provee de camas a diferentes distritos hospitalarios en España. Esos distritos están localizados en Valencia, Barcelona, Madrid, Bilbao y Sevilla. Para fabricar esos colchones, la compañía va a abrir dos fábricas, a elegir entre las siguientes posibles localizaciones: Zaragoza, Granada, Cuenca y Castellón.
- El coste de enviar una cama desde cada posible fábrica hasta cada distrito hospitalario (en Euros), la capacidad de producción de cada fábrica (en unidades), el coste total de construcción y mantenimiento en los 30 años (en miles de euros), así como la demanda esperada de cada distrito hospitalario por año (en unidades), vienen especificadas en la siguiente tabla:

	Val	Bar	Mad	Bil	Sev	Capacidad anual	Coste en miles €
Zar	15	15	15	30	40	1500	300
Gra	25	40	20	50	15	1200	250
Cue	10	20	10	35	30	1100	230
Cas	5	10	20	20	35	1300	270
Demand anual	300	500	600	250	325		

- Suponiendo que no hay más costes en el problema, ¿qué fábricas hay que construir y cuántas camas hay que enviar desde cada fábrica a cada distrito, para que el coste total de los próximos 30 años sea mínimo?