

Computabilidad y Complejidad

Primer Parcial

19 de abril de 2021

Valoración: 3.0 puntos

1 (1.5 ptos). Sea n un número natural, diremos que n tiene la propiedad P , $P(n)$, siempre que n sea igual a k^2 , para algún k . Sea el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$. Definimos la propiedad Q , para $x \in \Sigma^*$, $Q(x)$ como

$$Q(x) \equiv (\forall y \in \text{prefijos}(x)) ((|y|_b \leq |y|_a) \wedge (|y|_b = |y|_a \Rightarrow P(|y|_c))).$$

Definimos para lenguajes $L \subseteq \Sigma^*$:

$$Q(L) = \{x \in L / Q(x)\} \quad \text{y} \quad NQ(L) = \{x \in L / \text{no } Q(x)\}.$$

1. ¿Si L es recursivo, lo es también $Q(L)$?
2. ¿Si L es recursivo, lo es también $NQ(L)$?
3. ¿Si L es recursivamente enumerable, lo es también $Q(L)$?
4. ¿Si L es recursivamente enumerable, lo es también $NQ(L)$?

2 (1.0 pto). Sea L un lenguaje recursivo arbitrario y se define la función f_L como sigue

$$f_L(n) = \begin{cases} m : m = |x| \text{ siendo } x \text{ la cadena } n - \text{ésima de } L \text{ en orden canónico} \\ \quad \text{si } L \text{ contiene } n \text{ o más cadenas} \\ 0 : \text{ si } L \text{ no contiene } n \text{ cadenas} \end{cases}$$

Bosqueje una MT para el cálculo de f_L .

1 (0.5 ptos). Pronúnciese acerca de la veracidad o falsedad de los siguientes enunciados:

(a) Si L es un lenguaje recursivamente enumerable no recursivo y L' es un lenguaje recursivo entonces $L \cap L'$ es recursivo.

(b) Si L es un lenguaje recursivamente enumerable no recursivo y L' es un lenguaje recursivo entonces $L \cup L'$ es recursivamente enumerable no recursivo