

# Práctica 3

## Hoja de Actividades

**Actividad 1.** Determina cuales de las siguientes matrices son estocásticas y para las que lo sean calcula su conjunto de vectores estacionarios.

$$\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2/5 & -2/5 \\ 3/5 & 7/5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 & 1/4 \\ 1/3 & 2/3 & 1/4 \\ 1/3 & 1/6 & 1/2 \end{bmatrix}$$

**Actividad 2.** Sea la matriz estocástica  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,25 & 1 & 0 \\ 0,25 & 0,25 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

- (a) Calcula su conjunto de vectores estacionarios.
- (b) Calcula un vector estacionario de probabilidad ¿Es único?
- (c) ¿Es  $A$  una matriz estocástica regular?

**Actividad 3.** Sea la matriz

$$B = \begin{bmatrix} 0,05 & 0,85 & 0,5 \\ 0,1 & 0,05 & 0,1 \\ 0,85 & 0,1 & 0,4 \end{bmatrix}$$

- (a) Comprueba que  $B$  una matriz estocástica regular.
- (b) Calcula el conjunto de vectores estacionarios de  $B$ .
- (c) Calcula un vector estacionario de probabilidad.
- (d) Escribe los tres primeros términos de la cadena de Markov con matriz de transición  $B$  y vector de estado inicial  $x_0 = (0,3, 0,5, 0,2)$ .
- (e) ¿Es convergente dicha cadena?

**Actividad 4.** En un país se celebran elecciones cada cuatro años y los resultados de cada elección dependen únicamente de los resultados de la elección anterior. Los partidos que se presentan son: el Demócrata (D), el Liberal (L) y el Conservador (C). El 70 % de los votantes de D votarán de nuevo a D, el 10 % de los votantes de D votarán L y el 20 % votarán a C; el 80 % de los votantes de L seguirán votando L, el 5 % pasarán a votar a D y el 15 % votarán a C; finalmente, el 70 % de los votantes de C votarán de nuevo a C y el 30 % votarán a L (ningún votante de C pasará a votar a D).

- (a) Construye la matriz  $P$  que corresponde a este proceso y comprueba que es estocástica.
- (b) Si los porcentajes de votos en una elección son: 55 % para D, 40 % para L y 5 % para C, determina el resultado que se dará en la siguiente elección.
- (c) ¿Qué porcentaje de votos tiene que obtener cada uno de los partidos en unas elecciones para que en las elecciones siguientes se obtenga exactamente el mismo resultado?