

Práctica 6

Hoja de actividades

Actividad 1. Dados los vectores $\vec{u} = (3, 5, -1, 0)$ y $\vec{v} = (1/2, 1/4, 1/3, -3)$, calcula

- (a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\|\vec{u}\|$ y $\|\vec{v}\|$
- (b) la distancia entre \vec{u} y \vec{v}
- (c) un vector unitario con la misma dirección que \vec{u}

Actividad 2. Sean los vectores $\vec{b} = (1, 2, 3)$ y $\vec{c} = (1, 0, 2)$.

- (a) Determina el valor de m para que el vector $\vec{y} = (m, -1, 2)$ sea ortogonal a \vec{b} y a \vec{c} .
- (b) Calcula H^\perp siendo $H = \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle$.
- (c) Comprueba que el vector \vec{y} obtenido en el apartado (a) pertenece a H^\perp .

Actividad 3. Sea $\vec{r} = (1, -2, 4, -1)$ y sea $W = \langle \vec{r} \rangle$

- (a) Calcula la proyección ortogonal del vector $\vec{x} = (3, 0, -3, 5)$ sobre W .
- (b) Calcula una base de W^\perp .
- (c) Comprueba que el vector obtenido en (a) es ortogonal a los vectores de la base de W^\perp .

Actividad 4. Sea $W = \langle \vec{u}_1, \vec{u}_2 \rangle$ siendo $\vec{u}_1 = (-1, 2, 4)$ y $\vec{u}_2 = (4, -5, 1)$

- (a) Escribe la proyección ortogonal del vector $\vec{x} = (2, 2, 3)$ sobre W , $Proj_W(\vec{x})$, como combinación lineal de los vectores \vec{u}_1 y \vec{u}_2 .
- (b) Calcula $Proj_W(\vec{x})$ mediante la matriz proyección P_W . Comprueba que se obtiene el mismo resultado que en (a).
- (c) Calcula $Proj_W(\vec{z})$ y $Proj_W(\vec{t})$, siendo $\vec{z} = (-6, 9, 7)$ y $\vec{t} = (-22/3, -17/3, 1)$. ¿Qué conclusión puedes sacar de los resultados obtenidos?

Actividad 5. Sea W un subespacio vectorial de \mathbb{R}^n . Demuestra que cualquier matriz proyección P_W es simétrica e idempotente ($P_W^2 = P_W$).