Bloque 1 – Representación del conocimiento y búsqueda

Tema 4:

Resolución de problemas mediante búsqueda. Búsqueda no informada.

Tema 4- Búsqueda no informada

- 1. Definición del problema: recordatorio y ejemplo
- 2. Búsqueda de soluciones
- 3. Estrategia en anchura
- 4. Estrategia de coste uniforme
- 5. Estrategia en profundidad
- 6. Búsqueda en CLIPS
- 7. Estrategia por profundización iterativa

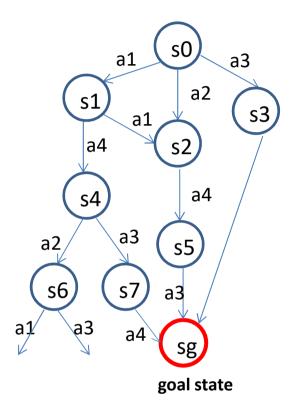
Bibliografía

S. Russell, P. Norvig. *Inteligencia Artificial. Un enfoque moderno.* Prentice Hall, 2nd edition, 2004 (Capítulo 3) http://aima.cs.berkeley.edu/2nd-ed/

1. Definición del problema: recordatorio

Conceptos:

- Representación basada en estados
- Estado inicial (s0)
- Estado objetivo o final (sg)
- Acciones del problema: {a1,a2,a3,a4}
- Modelo de transición: Result(s,a)
- Espacio de estados : grafo
- Camino: ?



1. Definición del problema: recordatorio

Coste del camino: función que asigna un coste numérico a cada camino. Se describe como la <u>suma de los costes</u> de las acciones individuales del camino.

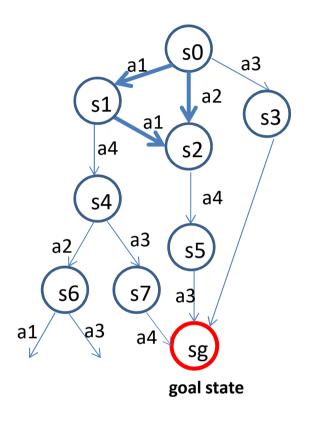
Generalmente, el coste de una acción es independiente del estado en el que se aplique (costes fijos de acciones): c(si,ai,sj)=c(ai)

g(sn): coste del estado sn; coste del camino desde el estado inicial sO al estado sn

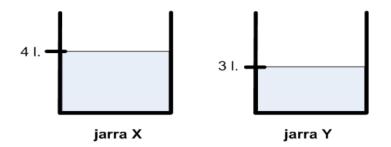
$$g(sn) = c(s0,a1,s1) + c(s1,a2,s2) + ... + c(sn-1,an, s_n) = c(a1)+c(a2)+...+c(an)$$

Ejemplos:

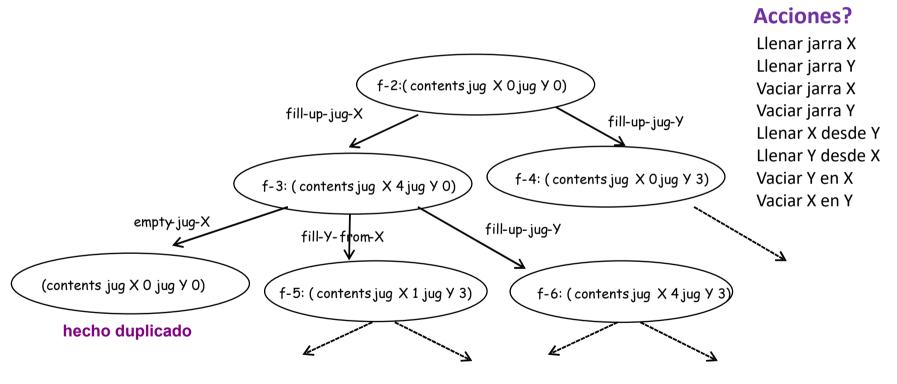
- g(s5)=c(s0,a2,s2)+c(s2,a4,s5)=c(a2)+c(a4)
- Hay dos caminos para alcanzar s2 desde s0:
 - g(s2)=c(a2)
 - g(s2)=c(a1)+c(a1)
 - Buscamos el camino de mínimo coste



El problema de las jarras de agua



- Máxima capacidad de la jarra X es 4 l.
- Máxima capacidad de la jarra Y es 3 l.
- Inicialmente, ambas jarras están vacías
- Objetivo: tener 2l. en la jarra X
- No hay marcas de medida excepto la de máx. capacidad

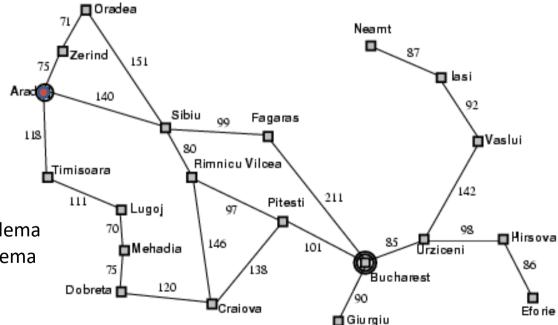


1. Definición del problema: ejemplo

De vacaciones en Rumanía; estoy en Arad y quiero ir a Bucarest [Russell&Norvig, pp. 67-70]

Definición del problema

- Representación de estados: estar en una ciudad (Arad, Zerind, Fagaras, Sibiu, Bucarest ...).
- Estado inicial: estoy en Arad
- Estado final: estar en Bucarest
- Acciones: conducir entre ciudades
- Solución: secuencia de ciudades de Arad a Bucarest; e.g. Arad, Sibiu, Fagaras, Bucarest,
- Coste del camino: número de km. de Arad a Bucarest (suma de km. de cada acción 'conducir')



El espacio de estados forma un grafo

- nodos representan los estados del problema
- arcos representan las acciones del problema

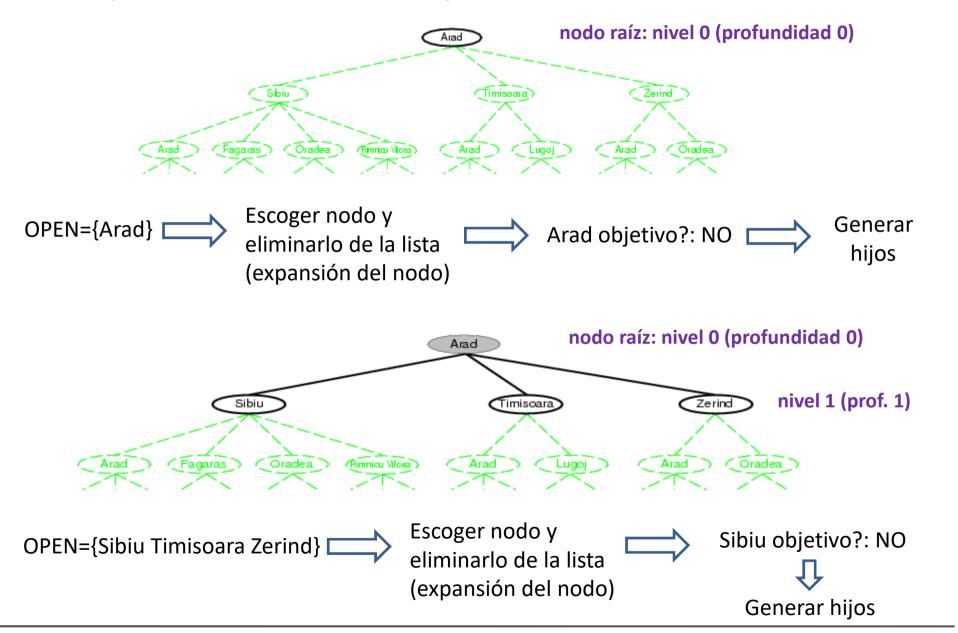
2. Búsqueda de soluciones

Proceso general de búsqueda

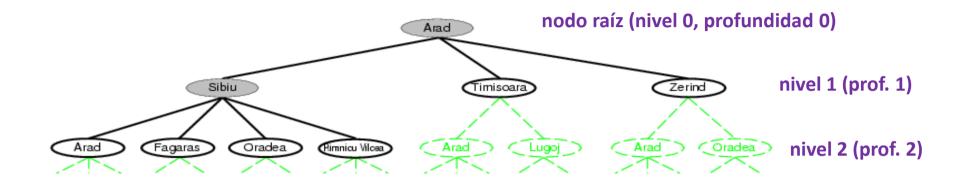
- 1. nodo-actual <- Estado inicial del problema
- 2. Comprobar si nodo-actual es el estado final del problema; en dicho caso, FIN.
 - 3. Aplicar las acciones del problema en dicho estado y generar el conjunto de nuevos estados.
 - 4. Escoger un nodo que no ha sido expandido todavía (nodo-actual)
 - 5. Ir al paso 2

- El conjunto de nodos no expandidos se denomina conjunto frontera, nodos hoja ó lista OPEN.
- La comprobación de Nodo-Meta se realiza cuando en nodo va a ser expandido
- Cuando se selecciona un nodo a expandir, se generan todos sus sucesores

2. Búsqueda de soluciones: búsqueda en árbol



2. Búsqueda de soluciones: búsqueda en árbol

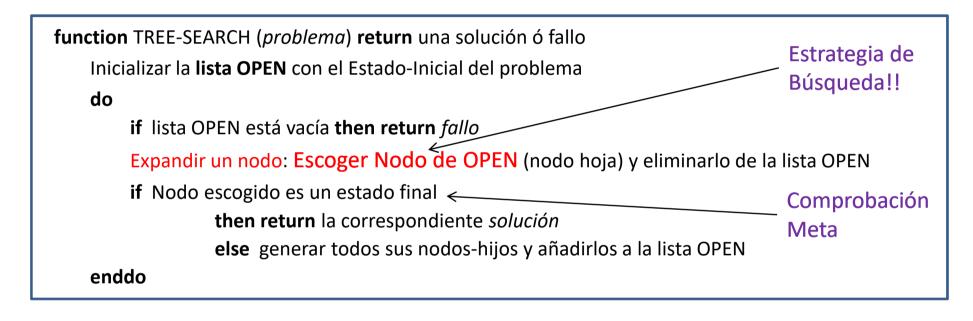


OPEN = {Timisoara Zerind Arad Fagaras Oradea Rimnicu Vilcea}

- Hay que elegir un nodo de la lista frontera para expandir
- Pueden generarse ciclos y caminos redundantes: Arad se voveria a expandir

2. Búsqueda de soluciones: algoritmo TREE-SEARCH

 Los algoritmos de búsqueda comparten la estructura básica vista anteriormente; se diferencian, básicamente, en la elección del siguiente nodo a expandir (estrategia de búsqueda).



Árbol de Búsqueda:

- Solo Lista OPEN (nodos frontera). No se almacenan los nodos ya expandidos.
- Si no control de nodos repetidos: todos los nodos sucesores se añaden a OPEN.
- Se pueden generar ciclos y caminos redundantes.

2. Búsqueda de soluciones: estados repetidos

Espacio de búsqueda ≠ Espacio de estados

(el árbol de búsqueda puede contener estados repetidos y ciclos)

e.g.: el espacio de estados del problema 'Rumanía' solo tiene 20 estados mientras que el árbol completo de búsqueda es infinito)

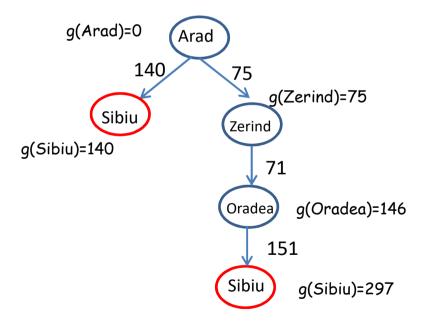
Estados repetidos:

- Acciones reversibles: ciclos

Arad Sibiu Zerind Oradea nodo repetido: antecesor directo Arad

nodo repetido: antecesor en el camino

caminos redundantes



2. Búsqueda de soluciones: <u>estados repetidos</u> ⇒ <u>Graph-Search</u>

Como evitar estados repetidos (caminos redundantes):

- Incluir en el algoritmo TREE-SEARCH una estructura de datos para guardar los nodos explorados ó expandidos (lista CLOSED). Tenemos una lista OPEN y una lista CLOSED.
- Cuando se genera un nuevo nodo,
 - a) si *no está repetido* se inserta en la lista OPEN.
 - b) si *está repetido*, es decir, se encuentra en lista CLOSED (nodos ya expandidos) o en lista OPEN (nodos aún no expandidos), se *podría eliminar* en lugar de añadirlo a la lista OPEN.
- Nuevo algoritmo: GRAPH-SEARCH. Separa el grafo del espacio de estados en dos regiones: la región de nodos explorados/expandidos (CLOSED) y la región de nodos no expandidos (OPEN).

En general, evitar nodos repetidos y caminos redundantes es solo una cuestión de eficiencia (repetir caminos redundantes incrementa el coste de la búsqueda)

Grafo de Búsqueda:

- Lista OPEN (nuevos nodos, nodos frontera) y CLOSED (nodos expandidos).
- Permite control de nodos repetidos (en OPEN y CLOSED)
- Se evitan ciclos y caminos redundantes.

2. Búsqueda de soluciones: algoritmo GRAPH-SEARCH

La lista OPEN se implementa como una cola de prioridades (priority queue):

se extrae el elemento de la cola con la máxima prioridad de acuerdo a una función de evaluación (lista ordenada de modo que el primer elemento de la cola es el que tiene mayor prioridad)

Para cada estrategia de búsqueda se define una función de evaluación (f(n)) que devuelve un valor numérico para el nodo n tal que el nodo se inserta en la cola de prioridades en el mismo orden en el que sería expandido por la estrategia de búsqueda.

Típicamente, menor f(n) mayor prioridad.

2. Búsqueda de soluciones: algoritmo GRAPH-SEARCH

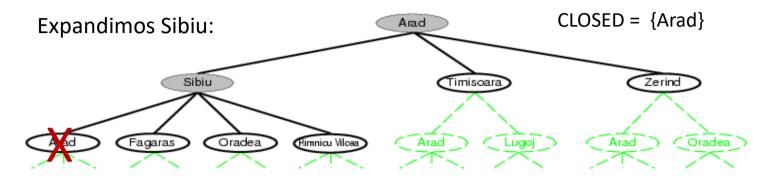
```
function GRAPH-SEARCH (problema) return una solución ó un fallo
  Inicializar la lista OPEN con el estado inicial del problema ;Inicialización OPEN, CLOSED
  Inicializar la lista CLOSED a vacío
  do
    if OPEN está vacía then return fallo
     p <- pop (lista OPEN) y añadir p a la lista CLOSED
                                                             ;Nodo a expandir: Estrategia!
    if p = estado final then return solución p
                                                               ;Comprobación nodo objetivo!
                                                       ; Se generan todos los sucesores de p
    Generar hijos de p
    Para cada hijo n de p:
       Aplicar f(n)
                        ;evaluación 'bondad' del nodo
       if n no está en CLOSED then
                                           ;No previamente expandido
             if (n no está en OPEN) o (n está repetido en OPEN, pero su f(n) es mejor que la del
               nodo previo en OPEN) then
                  insertar n en orden creciente de f(n) en OPEN* ; Puede eliminarse el de peor f(n)
        else if f(n) es mejor que el valor del nodo repetido en CLOSED ; Previamente expandido
               then escoger entre re-expandir n (insertarlo en OPEN y mantener viejo en CLOSED)
                                   o descartarlo ;Se puede descartar si h(n) es consistente
    enddo
    * Como estamos interesados en encontrar únicamente la primera solución, se puede eliminar el
      nodo repetido en OPEN de peor f(n).
```

2. Búsqueda de soluciones: algoritmo GRAPH-SEARCH

```
function GRAPH-SEARCH (problema) return una solución ó un fallo
  Inicializar la lista OPEN con el estado inicial del problema ;Inicialización OPEN, CLOSED
  Inicializar la lista CLOSED a vacío
  do
    if OPEN está vacía then return fallo
     p <- pop (lista OPEN) y añadir p a la lista CLOSED
                                                            ;Nodo a expandir: Estrategia!
    if p = estado final then return solución p
                                                               ;Comprobación nodo objetivo!
                                                       ; Se generan todos los sucesores de p
    Generar hijos de p
    Para cada hijo n de p:
       Aplicar f(n)
                       ;evaluación 'bondad' del nodo
                                                                             Control Repetidos
       if n no está en CLOSED then ;No previamente expandido
            if (n no está en OPEN) o (n está repetido en OPEN, pero su f(n) es mejor que la del
               nodo previo en OPEN) then
                  insertar n en orden creciente de f(n) en OPEN* ; Puede eliminarse el de peor f(n)
        else if f(n) es mejor que el valor del nodo repetido en CLOSED ; Previamente expandido
               then escoger entre re-expandir n (insertarlo en OPEN y mantener viejo en CLOSED)
                                   o descartarlo ;Se puede descartar si h(n) es consistente
    enddo
    * Como estamos interesados en encontrar únicamente la primera solución, se puede eliminar el
      nodo repetido en OPEN de peor f(n).
```

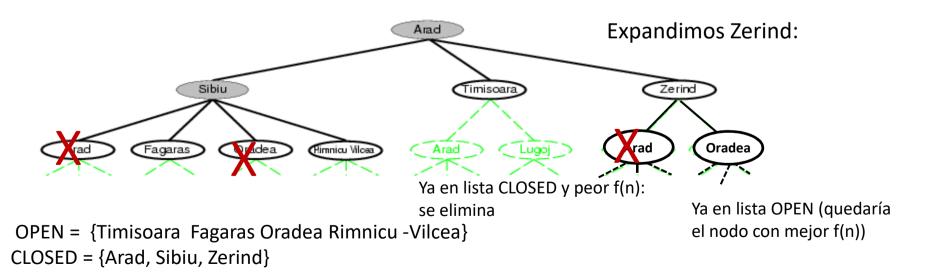
Búsqueda de soluciones: búsqueda en grafo

OPEN = {Sibiu, Timisoara, Zerind}



Ya en lista CLOSED y peor f(n): Se elimina

OPEN = {Timisoara Zerind Fagaras Oradea Rimnicu Vilcea} CLOSED = {Arad Sibiu)}



RESUMEN TREE-SEARCH, GRAPH-SEARCH

OPEN: Nodos Frontera, ordenados f(n). CLOSED: Nodos ya Expandidos

Búsqueda en árbol (TREE-SEARCH): OPEN (frontera, nodos por expandir)

- Mantiene lista OPEN (pero no lista CLOSED): menos memoria
- Cuando se expande un nodo, se elimina de OPEN y todos los sucesores se añaden a OPEN.
- Control nodos repetidos en OPEN: Elimina el nodo repetido, en la lista OPEN, con peor f(n)
- Re-expande nodos ya expandidos (al no tener una lista CLOSED): Ciclos y caminos redundantes!

Búsqueda en grafo (GRAPH-SEARCH): OPEN (frontera) & CLOSED (nodos ya expandidos)

- Mantiene lista OPEN y CLOSED (mayores requerimientos de memoria)
- Control de estados repetidos y caminos redundantes (reducción de la búsqueda):

Para cada sucesor:

Si nodo nuevo (no en OPEN, ni en CLOSED), se añade a OPEN.

Si nodo nuevo *ya en OPEN* (generado pero no expandido):

si mejora f(n) del viejo: se añade a OPEN y elimino el viejo si no mejora f(n) del viejo: se olvida.

Si nodo nuevo *ya en CLOSED* (generado y expandido):

si mejora f(n) del viejo: se re-expande, se añade a lista OPEN si no mejora f(n) del viejo: se puede ignorar (si h(n) consistente).

Interesados solo en la mejor solución

2. Búsqueda de soluciones: propiedades

Evaluaremos las estrategias de búsqueda de acuerdo a:

- 1. Completitud
- 2. Complejidad temporal
- 3. Complejidad espacial
- 4. Optimalidad

Con lista OPEN ordenada de acuerdo a algun criterio p <- pop (lista OPEN)

Soluciones que representen un balance entre:

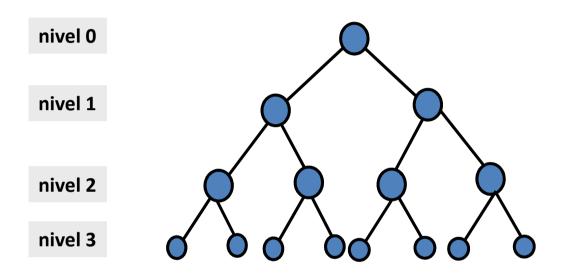
- coste del camino solución: q(estado_final)
- coste de la búsqueda: coste de encontrar el camino solución

Tipos de estrategias de búsqueda:

- 1. no informada o búsqueda ciega (orden de expansión de los nodos)
- 2. Informada o búsqueda heurística (expansión 'inteligente' de los nodos)
- La estrategia determina el orden en el que se eligen los nodos para su expansión.
- Cuando se selecciona/expande un nodo se generan todos sus sucesores
- La comprobación de nodo meta se realiza cuando un nodo es seleccionado para su expansión

3. Anchura

Expandir el nodo menos profundo (entre los nodos de la lista OPEN)



Función de evaluación (cola de prioridades): f(n)=nivel(n)=profundidad(n)

Menor f(n) mayor prioridad

3. Anchura: propiedades

- Completa: Si hay solución, se encontrará.
- Óptima:
 - Anchura siempre devuelve el camino solución más corto (menos profundo)
 - El camino más corto es óptimo si todas las acciones tienen el mismo coste y el camino es una función no decreciente de la profundidad del nodo (costes no negativos)
- Complejidad temporal para factor de ramificación b y profundidad d :

```
nodos expandidos 1 + b + b^2 + b^3 + b^4 + \dots + b^d O(b^d) nodos generados 1 + b + b^2 + b^3 + b^4 + \dots + b^d + (b^{d+1} - b) O(b^{d+1})
```

Caso peor requiere expandir todos los nodos del nivel d, menos el último

- Complejidad espacial para factor de ramificación b y profundidad d:
 - En el algoritmo GRAPH-SEARCH, todos los nodos residen en memoria
 - O(b^d) en la lista CLOSED y O(b^{d+1}) en la lista OPEN (dominado por el tamaño de OPEN)
- Conclusiones:
 - Coste espacial más crítico que el coste temporal
 - Coste temporal inviable para valores altos de b y d

3. Anchura

Requerimientos de tiempo y memoria para anchura

b = 10100.000 nodos generados/segundo1000 bytes de almacenamiento/nodo

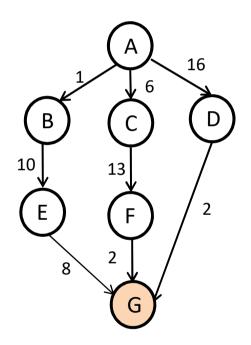
(Datos tomados del libro 3rd edition of the *Artificial Intelligence*. *A modern approach*)

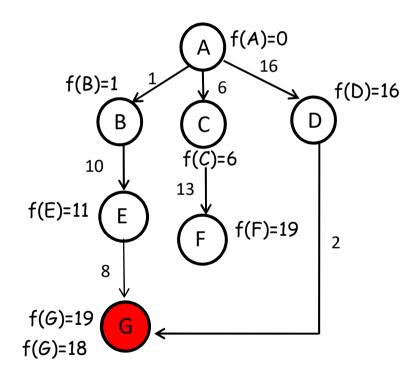
Profundidad	Nodos	Tiempo	Memoria	
2	110	1.1 ms	107 kilobytes	
4	11110	111 ms	10.6 megabytes	
6	10 ⁶	11 s.	1 gigabytes	
8	10 ⁸	19 min.	103 gigabytes	
10	10 ¹⁰	31 horas	10 terabytes	
12	10 ¹²	129 días	1 petabytes	
14	10 ¹⁴	35 años	99 petabytes	
16	10 ¹⁶	3500 años	10 exabytes	

4. Coste uniforme

Expandir el nodo con el menor coste (menor valor de g(n))

Función de evaluación (cola de prioridades): f(n)=g(n)



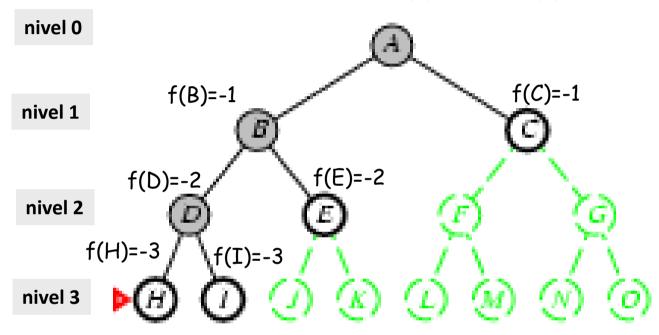


4. Coste uniforme

- Completa
 - si los costes de las acciones $\geq \varepsilon$ (constante positiva, costes no negativos)
- Óptima :
 - si los costes de las acciones son no negativos g(sucesor(n)) > g(n)
 - coste uniforme expande nodos en orden creciente de coste
 - Complejidad temporal y espacial:
 - sea C* el coste de la solución óptima
 - asumimos que todas las acciones tienen un coste mínimo de ϵ
 - complejidad temporal y espacial: $O(b^{C^*/\varepsilon})$

Expandir el nodo más profundo (entre los no expandidos)

Función de evaluación (cola de prioridades): f(n) = -nivel(n)



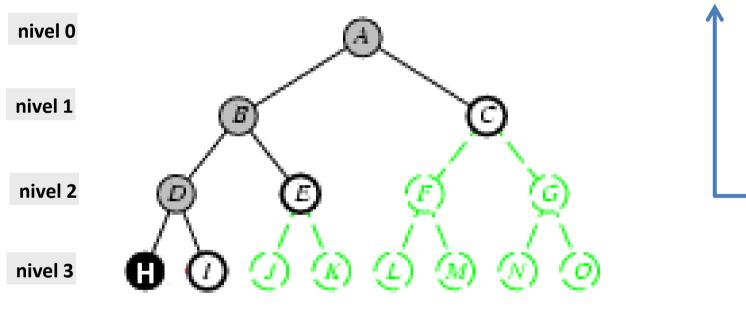
Backtracking cuando:

- 1. nodo muerto, nodo no objetivo y no expandible (no hay acciones aplicables)
- límite de profundidad máximo (definido por el usuario, m=3 en este ejemplo)
- 3. estado repetido (opcional si se aplica control de nodos repetidos)

Se mantiene una lista PATH para aplicar Backtracking: almacena los nodos expandidos del camino actual y se eliminan cuando se llama a la función Backtracking

BACKTRACKING(n): ;Por no tener sucesores, por Máxima Profundidad, por Repetido.

- Eliminar n de la lista PATH
- 2. Si parent(n) no tiene más hijos en OPEN => BACKTRACKING (parent(n))
- 3. Si parent(n) tiene más hijos en OPEN => escoger siguiente nodo de la lista OPEN



Expandimos H:

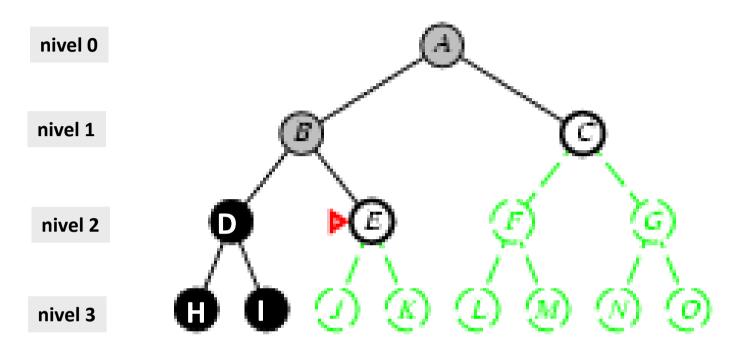
lista OPEN = { H (-3) I(-3), E(-2), C(-1)}

1. poner H en la lista PATH

- lista PATH = {A,B,D}
- 2. comprobar si H es objetivo: NO
- 3. comprobar si H está en el máximo nivel de profundidad (m=3): SI => BACKTRACKING (H)

lista OPEN = $\{I(-3), E(-2), C(-1)\}$

lista PATH = $\{A,B,D\}$

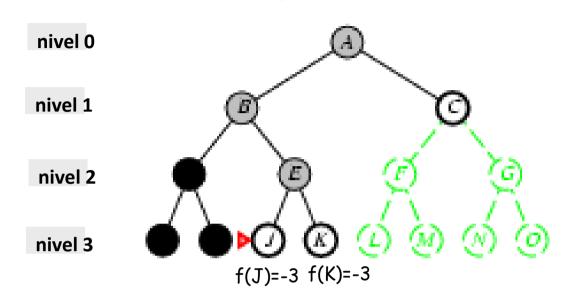


Eliminar I de la lista OPEN:

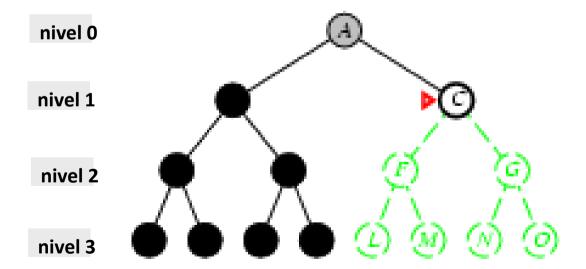
- poner I en la lista PATH
- 2. comprobar si I es objetivo: NO
- 3. comprobar si I está en el máximo nivel de profundidad (m=3): SI => BACKTRACKING (I)

lista OPEN =
$$\{E(-2), C(-1)\}$$

lista PATH =
$$\{A,B\}$$



lista OPEN = $\{J(-3),K(-3),C(-1)\}$ lista PATH = $\{A,B,E\}$



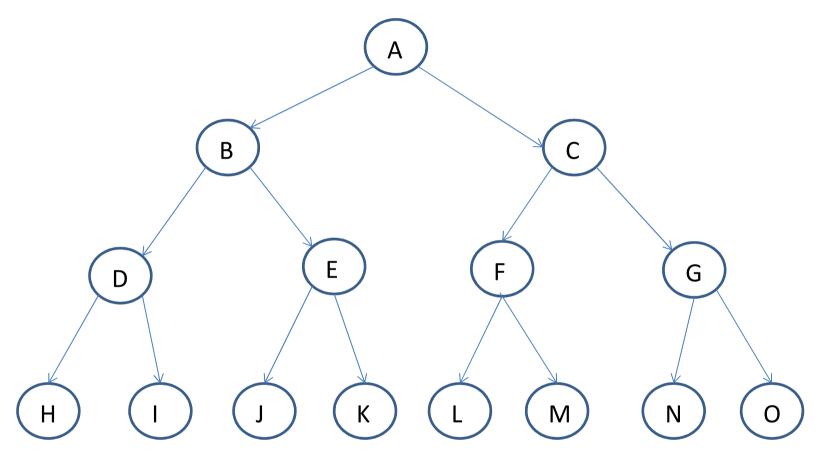
lista OPEN = $\{C(-1)\}$

lista PATH = $\{A\}$



Expandir el nodo más profundo (entre los no expandidos)

Cuantos nodos se almacenan en memoria como máximo??



Expandir el nodo más profundo (entre los no expandidos) Se generan todos Cuantos nodos se almacenan en memoria como máximo?? los sucesores Como máximo se almacenan 7 nodos В Ε Max-prof Max-prof Max-prof o Meta? o Meta? o Meta?

5. Profundidad: propiedades

Complejidad temporal:

- Para un árbol de máxima profundidad m, nodos generados: O(bm)
- si m=d entonces profundidad explora tantos nodos como anchura. Pero m puede ser un valor mucho más grande que d (nivel donde está la solución de menor nivel)

Complejidad espacial:

- La versión TREE-SEARCH solo almacena el camino del nodo raíz al nodo hoja actual (lista PATH),
 junto con los nodos hermanos no expandidos de los nodos del camino (lista OPEN).
- Para un factor de ramificación b y máxima profundidad m, O(b.m).
- Listas OPEN y PATH contienen muy pocos nodos: apenas existe control de nodos repetidos. En la práctica, profundidad genera el mismo nodo varias veces.
- Aún así, la versión TREE-SEARCH de profundidad puede ser más rápida que anchura al manejar listas OPEN y PATH más reducidas.

Completitud:

- Si no hay máximo nivel de profundidad y no hay control de nodos repetidos => no es completa
- Si no hay máximo nivel de profundidad y hay control de nodos repetidos => es completa (no ciclos)
- Si hay máximo nivel de profundidad (m) podría perder la solución si ésta no se encuentra en el espacio de búsqueda definido por m (es decir, m<d) => no es completa

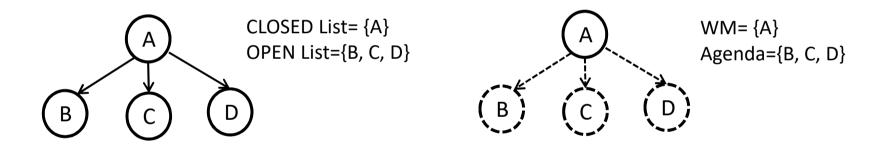
No óptima

6. Búsqueda en CLIPS

 Ver práctica 1 (boletín del puzzle) para detalles de la implementación de la búsqueda en CLIPS

RESUMEN:

- No hay control de estados repetidos (si hechos que representan el mismo estado son diferentes por campos como el nivel).
- Reglas aplicables = Nodos generados = lista OPEN
- Reglas ejecutadas = Nodos expandidos = lista CLOSED



- Anchura: seleccionar opción Breadth en la agenda CLIPS
- Profundidad: seleccionar opción Depth en la agenda CLIPS
- CLIPS implementa la búsqueda en grafo (GRAPH-SEARCH) de Anchura y Profundidad.

```
function Iterative_Deepening_Search (problem) returns (solution, failure)

inputs: problem /*a problem*/

for depth = 0 to ∞ do

result = depth_limited_search (problem, depth)

if result <> failure return result

end

return failure

end function

if goal_test(node) then return SOLUTION(node)

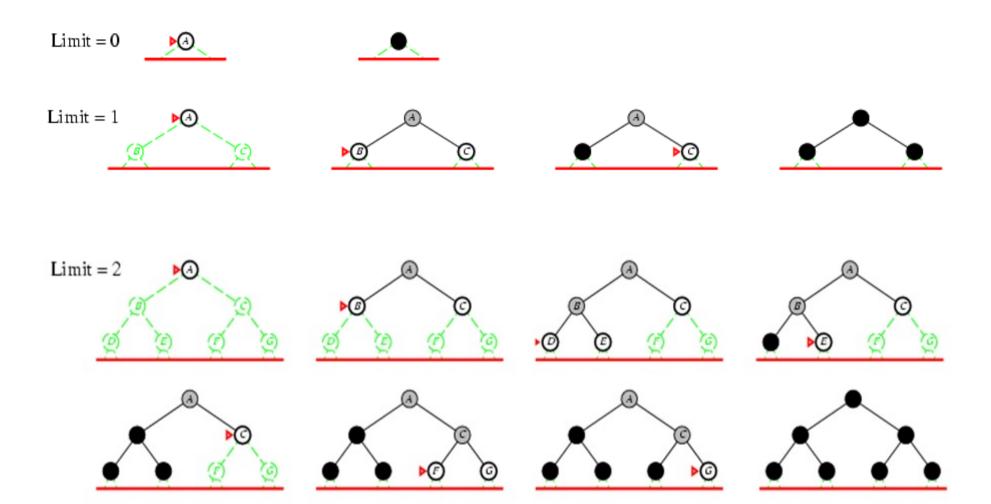
else if depth(node) = limit then backtracking

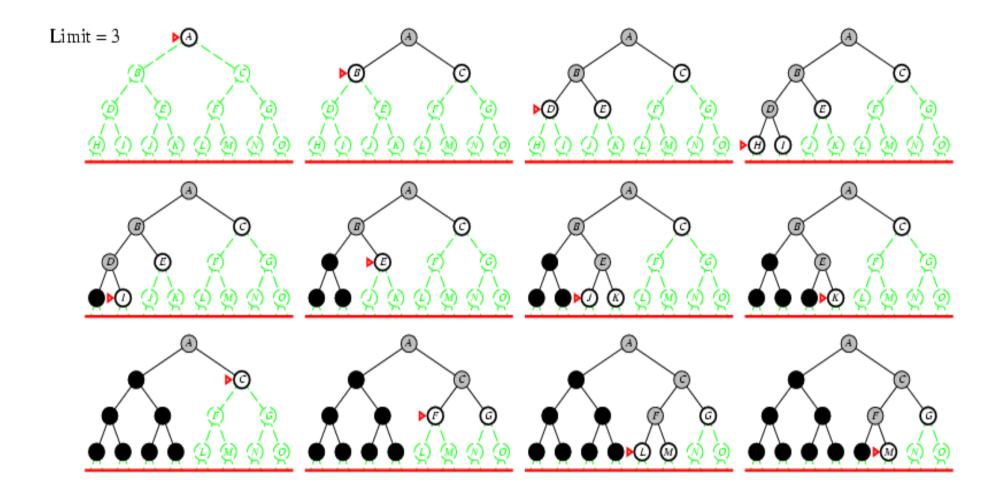
else generate_successors (node)

....
```

Realiza **iterativamente** una **búsqueda limitada en profundidad**, desde una profundidad-máxima 0 hasta ∞.

- ♦ Resuelve la dificultad de elección del límite adecuado de la búsqueda en profundidad.
- ♦ Combina ventajas de búsqueda primero en amplitud y primero en profundidad.
- Completa y admisible.
- ◆ Complejidad temporal O(bd), complejidad espacial O(b · d)





b

$$b + b^2$$

 $b + b^2 + b^3$
 $b + b^2 + b^3 + b^4$
 $b + b^2 + b^3 + b^4 + b^5$

• Número de nodos generados para b=10, d=5:

- Profundización iterativa: (d)·b + (d -1)·
$$b^2$$
 + (d-2)· b^3 + + 1· b^d 123.456

- Anchura:
$$1+b+b^2+\dots+b^{d-2}+b^{d-1}+b^d+(b^{d+1}-b)$$
 1.111.100

<u>Profundidad Iterativa</u> puede parecer ineficiente porque genera estados repetidamente, pero realmente no es así:

- En un árbol de búsqueda con ramificación similar en cada nivel, la mayor parte de los nodos está en el nivel inferior.
- Los nodos de nivel inferior (d) son generados una sola vez, los anteriores dos veces, etc. Los hijos de la raíz se generan d veces.

La búsqueda en anchura generará algunos nodos en profundidad d+1 (la prueba objetivo se realiza al expandir el nodo), mientras que PI no lo hace (la prueba objetivo se realiza al comprobar backtracking, sin generar sucesores). Por ello, PI es en realidad más rápida que anchura.

PI es el método de búsqueda no informada preferido cuando el espacio de búsqueda es grande y no se conoce a priori la profundidad de la solución.

Resumen de búsqueda no informada

Criterio	Anchura	Coste uniforme	Prof.	Profundización iterativa
Temporal	O(b ^d)	<i>O</i> (b ^{C*/ε})	O(b ^m)	O(b ^d)
Espacial	O(b ^d)	O(b ^{C*/ε})	O(b.m)	O(b.d)
Optima?	Sí*	Sí	No	Sí*
Completa?	Sí	Sí**	No	Sí

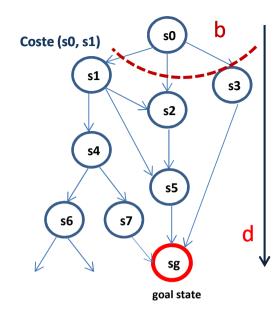
^{*} Óptima si los costes de las acciones son todos iguales

^{**} Completa si los costes de las acciones $\geq \epsilon$ para un ϵ positivo

Búsqueda en IA

Objetivo: Obtener senda de mínimo coste desde raíz a un estado meta.

- a) Búsqueda en Árbol: Solo lista OPEN (frontera), ordenados según f(n)
 - Cuando se expande un nodo, se elimina de OPEN y sucesores se añaden a OPEN.
 - a) Sin control repetidos: nodos repetidos se repiten (como si fueran nuevos)
 - b) Con control repetidos: Nodo repetido en OPEN: Reemplaza al viejo si mejora su f(n). Si no, se olvida.
 - Se pueden generar ciclos y caminos redundantes.
- b) Búsqueda en Grafo. Lista OPEN (frontera) y CLOSED (nodos expandidos).
 - Cuando se expande un nodo, se elimina de OPEN y se añade a CLOSED.
 - a) Nodo generado es nuevo (no en OPEN ni en CLOSED): se añade a OPEN
 - b) Nodo repetido en OPEN: Reemplaza al viejo si mejora su f(n). Si no, se olvida.
 - c) Nodo repetido en CLOSED: Se elimina (si consistente) Opción: si mejora f(n) re-expandir: insertar en OPEN y eliminar viejo de CLOSED.
 - No se generan caminos redundantes ni ciclos.



- Información de cada nodo: Nodopredecesor, g(n):coste desde raíz
- Estrategia de Búsqueda: Ordenación nodos frontera en OPEN según f(n)
- **Prueba de objetivo:** Cuando el nodo se selecciona para expandirse.

	ANCHURA	C. UNIFOR.	PROFUND	PROF. ITER.	
CRITERIO	f(n)=Nivel(n)	f(n)=g(n)	- Nivel	Prof + Anch	
COMPLETA	SI	SI	NO	SI	
ÓPTIMA	SI*	SI	NO	SI*	
C. ESPACIAL	O(b ^d)	≈O(b ^d)	O(b m)	O(b d)	
C. TEMPORAL	O(b ^d)	≈O(b ^d)	O(b ^m)	O(b ^d)	