Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática Dpto. Física Aplicada Grado en Ingeniería Informática	Tercer parcial de FFI **8 de enero de 2016** Curso 2015/16

1 Una unión p-n de silicio consta de un semiconductor <u>tipo *p*</u> moderadamente dopado con una concentración de impurezas de $2 \cdot 10^{16}$ átomos/m^3 y otro semiconductor <u>tipo *n*</u> fuertemente dopado con una concentración de $3 \cdot 10^{19}$ átomos/m^3

Calcula la concentración de portadores en ambos semiconductores si la concentración intrínseca en el silicio a 300 K es $1{,}5 \cdot 10^{16}$ m^{-3}

2,5 puntos

Vamos a utilizar la ley de la neutralidad eléctrica y ley de acción de masas:

<u>Tipo *p*</u>. Las impurezas son aceptoras con N_A del mismo orden de magnitud que n_i.

$$N_A + n = N_D + p \qquad 2 \cdot 10^{16} + n = p$$

$$pn = n_i^2 \qquad pn = 2{,}25 \cdot 10^{32}$$

$$p^2 - 2 \cdot 10^{16} p - 2{,}25 \cdot 10^{32} = 0$$

$$p = \frac{2 \cdot 10^{16} \pm \sqrt{4 \cdot 10^{32} + 9 \cdot 10^{32}}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{13}}{2} 10^{16} = 2{,}80 \cdot 10^{16}\ h/\mathrm{m}^3$$

$$n = \frac{2{,}25 \cdot 10^{32}}{p} = \frac{2{,}25 \cdot 10^{32}}{2{,}8 \cdot 10^{16}} = 0{,}80 \cdot 10^{16}\ \mathrm{e}^-/\mathrm{m}^3$$

Se observa una concentración de huecos superior a la de electrones en una relación p/n = 3,5.

<u>Tipo *n*</u>. En este semiconductor el dopado es elevado, siendo la concentración de impurezas donadoras considerablemente superior a la intrínseca. Entonces la ley de acción de masas y la de neutralidad eléctrica se simplifican:

$$N_A + n = N_D + p \qquad n \approx N_D = 3 \cdot 10^{19}\ e/m^3$$

$$pn = n_i^2 \qquad pn = 2{,}25 \cdot 10^{32}$$

por ser *p* despreciable como sumando.

$$p = \frac{2{,}25 \cdot 10^{32}}{3 \cdot 10^{19}} = 7{,}5 \cdot 10^{12}\ h/\mathrm{m}^3$$

Se observa que la concentración de electrones es muy superior (n/p ≈ 10^7) a la de huecos, lo que justifica la aproximación realizada.

---

2 <u>Describe</u> el fenómeno de la inducción con el <u>enunciado</u> de la ley física que relaciona las magnitudes que intervienen. Expresa con claridad (con su nombre) estas magnitudes. <u>Cita 3</u> aplicaciones relevantes basadas en este fenómeno, una de ellas al menos, de forma <u>detallada</u>.

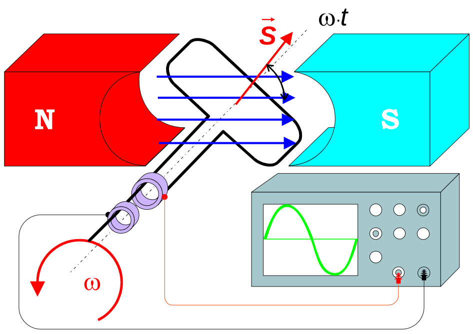
2,5 puntos

Consultar las páginas 9-2,3 y 4 de los apuntes

Generación de corriente alterna

El fundamento de la generación de una corriente alterna se basa en hacer girar una espira en el interior de un campo magnético uniforme, tal como se muestra en la figura**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**.

Conforme gira la espira el flujo magnético varía, creando una corriente inducida, que podemos determinar aplicando la ley de Faraday:
Si suponemos el campo uniforme:



$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\varphi$$

donde φ es el ángulo que forman el vector superficie y el campo magnético. Si tenemos N espiras con las mismas características el flujo quedará multiplicado por N:

$$\Phi = NBS\cos\varphi$$

Si la velocidad de giro de la espira es constante (ω velocidad angular o pulsación):

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Aplicamos la ley de Faraday para obtener la fuerza electromotriz inducida:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_T}{dt} = -\frac{d(NBS\cos(\omega t + \varphi_0))}{dt} = NBS\omega\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) =$$

$$BNS\omega\cos(\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$$

Obtenemos una fuerza electromotriz sinusoidal. Este principio, hacer girar una bobina en el interior de un campo magnético, es el fundamento de todos los generadores de electricidad, tanto de una central térmica, como hidráulica, nuclear, así como de la dinamo de una bicicleta.

---

3 Un circuito tiene una resistencia de 40 Ω, una bobina de 50 mH y un condensador de 40 μF conectados en serie. Si la tensión en los extremos de la bobina es de 4 cos (1000t + 30º) V, halla la expresión instantánea de la intensidad, la caída de tensión en el resto de los elementos y la caída de tensión total.
2,5 puntos

Comenzamos hallando las reactancias:

$X_L = L\omega = 50\cdot10^{-3}\cdot1000 = 50\ \Omega$ $\qquad$ $X_C = 1/C\omega = 10^6/(40\cdot1000) = 25\ \Omega$

La intensidad máxima que circula por los tres elementos es:
$i_m = U_{Lm}/X_L = 4/50 = 0{,}08$ A, que está retrasada 90º respecto de U_L por lo que:

$$i = 0{,}08 \cos(1000t - 60º)\ \text{A}$$

La tensión máxima en la resistencia es $U_{Rm} = i_m\cdot R = 0{,}08\cdot40 = 3{,}2$ V, por lo que su expresión instantánea es:

$$U_R = 3{,}2 \cos(1000t - 60º)\ \text{V}$$

La tensión máxima en el condensador es $U_{Cm} = i_m\cdot X_C = 0{,}08\cdot25 = 2$ V, por lo que su expresión instantánea es:

$$U_C = 2 \cos(1000t - 150º)\ \text{V}$$

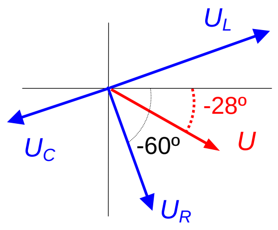
ya que la tensión en el condensador va 90º retrasada respecto de la intensidad.

La impedancia del circuito es:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{40^2 + 25^2} = 47{,}2\,\Omega$$

Y el desfase entre tensión e intensidad:

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I = \arctan\frac{X_L - X_C}{R} = \arctan\left(\frac{25}{40}\right) = 32^{\text{o}}$$



Finalmente la tensión máxima en los extremos de la asociación es:

$U_m = Z{\cdot}i_m$ = 3,8 V, con una fase de: $\varphi_U = \varphi + \varphi_I = 32^{\text{o}} - 60^{\text{o}} = -28^{\text{o}}$

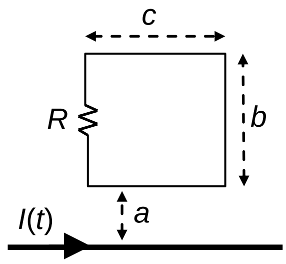
Y la expresión instantánea es: U = 3,8 cos (1000t – 28º) V

---

4 Por el conductor rectilíneo de la figura, de longitud infinita, circula una intensidad de corriente variable $I(t) = I_0 \ln(1 + kt)$, donde I_0 y k son constantes positivas. En el mismo plano, y en la posición mostrada, hay una espira de resistencia R. Calcula:

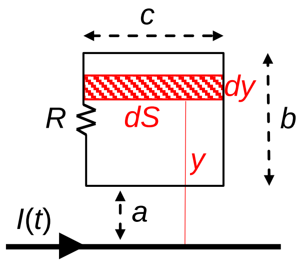
a) El flujo magnético que atraviesa la espira.
b) La fuerza electromotriz inducida en esta espira.
c) La intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.
d) El coeficiente de inducción mutua.

2,5 puntos



a) La corriente rectilínea origina un campo magnético a una distancia y:

$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi y}$ perpendicular al papel y saliente en la región donde se halla la espira.



Y el flujo elemental a través del rectángulo elemental de la figura:

$$d\Phi = \vec{B}\cdot d\vec{S} = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} c\,dy$$

Por lo que el flujo saliente total a través de todo el rectángulo:

$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = \int_S BdS = \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 Ic}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

b) Como la intensidad crece con el tiempo, el campo magnético y el flujo a través de la espira también. Tenemos un flujo variable con el tiempo que produce una fem inducida cuyo valor lo proporciona la:

ley de Faraday: $|\varepsilon_i| = \dfrac{d\Phi}{dt} = \dfrac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\dfrac{a+b}{a}\dfrac{dI}{dt} = \dfrac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\dfrac{a+b}{a}\dfrac{I_0 k}{1+kt}$, ya que $\dfrac{dI}{dt} = \dfrac{I_0 k}{1+kt}$

c) y la intensidad de corriente inducida será igual a:

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{\mu_0 c I_0 k}{2\pi R(1+kt)}\ln\frac{a+b}{a} \quad \text{en sentido horario.}$$

d) $M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 c}{2\pi} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$

FORMULARIO	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ NA^{-2}	$d\vec{F} = I\,d\vec{l} \times \vec{B}$	$\vec{m} = I\vec{S}$	$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$	
	$C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$			
	$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\Phi_{21} = M \cdot I_1$	$\Phi = LI$	$W_L = \frac{1}{2} L I^2$	
	$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$	$P(t) = u(t) \cdot i(t) = U_m I_m \cos\varphi + U_m I_m (\cos 2\omega t + \varphi)$			
	$tg\varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$		$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$		$D_n = \mu_n V_T$
	$n \cdot p = n_i^2$	$N_A + n = N_D + p$	$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$	$J_{Dn} = qD_n \nabla n$	$J_{Dp} = -qD_p \nabla p$