Nota: Siempre que sea necesario utilizar el método Simplex, éste se aplicará en la forma de Simplex Revisado

Nombre y apellidos:_________________________________e-mail:____________________

1 El siguiente modelo de Programación Lineal se va a resolver aplicando el algoritmo Simplex con variables acotadas,

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Min} & Z = 2X1 + 3X2 \\ \text{s.a:} & [R1]\ 1/2\,X1 + 1/4\,X2 \le 4 \\ & [R2]\ X1 + 3\,X2 \ge 20 \\ & [R3]\ X1 + X2 = 10 \\ & [UB1]\ X1 \le 4 \\ & X_1, X_2 \ge 0 \end{array}\right\} (P)$$

a) Expresa el modelo anterior en forma estándar. [0.25 puntos]

b) Plantea el modelo matemático ampliado y obtén la solución básica inicial a partir de la cual continuaría la aplicación del método de las 2 fases del simplex con variables acotadas. [0.5 puntos]

c) La siguiente tabla corresponde a una Solución Básica obtenida mediante la aplicación del método de las 2 fases del simplex con variables acotadas al problema inicial (P), (donde X3 y X4 son las variables de holgura de las restricciones [R1] y [R2] respectivamente y a3 es la variable artificial asociada a la restricción [R3]):

(Variables: X1, X2, X3, X4, a3)

v.básicas	B^{-1}			x_B
X3	1	-1/12	0	7/3
X2	0	1/3	0	20/3
a3	0	-1/3	1	10/3
$c_B^t B^{-1}$	0	-1/3	1	Z = 10/3

A partir de esta tabla, **realiza UNA iteración del algoritmo simplex con variables acotadas** y obtén la nueva solución básica. [1.25 puntos]

d) La solución básica obtenida en c), ¿es factible para el problema inicial (P)? Justifica la respuesta. [0.25 puntos]

e) La solución básica obtenida en c), ¿es óptima para el problema inicial (P)? Justifica la respuesta. [0.25 puntos]

f) El siguiente informe incluye la información corresponde a la solución óptima del problema propuesto obtenida con LINGO.

```
Variable           Value        Reduced Cost
      X1        4.000000           -1.000000
      X2        6.000000            0.000000

  Row     Slack or Surplus       Dual Price
  [R1]        0.5000000          0.000000
  [R2]        2.000000           0.000000
  [R3]        0.000000          -3.000000
```


A la vista de estos datos, ¿cuál sería el efecto sobre el valor óptimo de la función objetivo en caso de un decremento unitario en la cota sobre X1? Justifica tu respuesta. [0.5 puntos]

(Puntuación: 3 puntos)

2 Dado el siguiente programa lineal:

$$\begin{array}{ll} \textbf{Min} & Z = 3X1 + 2X2 \\ \text{s.a:} & [R1]\ 2\,X1 + X2 \le 10 \\ & [R2]\ -3X1 + 2\,X2 = 6 \\ & [R3]\ X1 + X2 \ge 6 \\ & X_1, X_2 \ge 0 \end{array}$$

cuya tabla de **solución óptima** es la siguiente (donde X3 es la variable de holgura de [R1]):

V. Básicas	B^{-1}			X_B
X3	1	1/5	-7/5	14/5
X2	0	1/5	3/5	24/5
X1	0	-1/5	2/5	6/5
$C_B^t B^{-1}$	0	-1/5	12/5	Z=66/5

A partir de la tabla de la solución óptima,

a) Obtén el intervalo de análisis de sensibilidad del coeficiente en la función objetivo de la variable X1 (C1). Indica con precisión todas las conclusiones prácticas de este análisis. [1 punto]

b) Calcula el coste de oportunidad de la restricción 3 y obtén el intervalo de análisis de sensibilidad de b3 (lado derecho de [R3]). Indica con precisión las conclusiones prácticas de este análisis. [1 punto]

(Puntuación: 2 puntos)

3 Una empresa fabrica piezas metálicas de hasta cuatro tipos distintos a partir de una misma clase de acero. Las piezas han de pasar por un proceso de moldeo y uno de mecanizado. Algunos tipos de piezas sólo pasan por uno de los dos procesos.

En la tabla siguiente se detalla qué cantidad de acero se necesita para producir cada tipo de pieza, cuánto tiempo requiere cada uno de los tipos de piezas en cada proceso, así como el beneficio que se obtiene con cada tipo de pieza y la disponibilidad semanal de los recursos.

	Piezas tipo 1	Piezas tipo 2	Piezas tipo 3	Piezas tipo 4	Disponibilidad
Acero (kg/unidad)	0,5	0,6	0,3	0,2	600 kg/semana
Moldeo (horas/unidad)	1,25	—	1	2	800 horas/semana
Mecanizado horas/unidad)	—	0,5	1	1,5	400 horas/semana

Beneficio (euros/unidad)	25	30	40	35

El proceso de mecanizado produce residuos en forma de virutas metálicas. En concreto, se generan 100 gramos de virutas por cada kilogramo de acero utilizado (sólo en el caso de las piezas que requieren mecanizado). Debido a limitaciones de espacio, se desea NO generar más de 30.000 gramos de virutas semanalmente.

El modelo matemático planteado es el siguiente:

$x_i =$ Cantidad de piezas tipo i a fabricar (unidades/semana). $i = 1, \dots, 4.$ $x_i \geq 0, \ \forall i$

[Beneficios] Max $z = 25x_1 + 30x_2 + 40x_3 + 35x_4$ (euros/semana)

[Acero] $0{,}5x_1 + 0{,}6x_2 + 0{,}3x_3 + 0{,}2x_4 \leq 600$ (kg/semana)

[Moldeo] $1{,}25x_1 + x_3 + 2x_4 \leq 800$ (h/semana)

[Mecanización] $0{,}5x_2 + x_3 + 1{,}5x_4 \leq 400$ (h/semana)

[Virutas] $100(0{,}6x_2 + 0{,}3x_3 + 0{,}2x_4) \leq 30.000$ (gramos/semana)

El modelo se ha resuelto mediante el optimizador LINGO, obteniéndose el siguiente informe de solución óptima y análisis de sensibilidad:

```
                        Variable           Value        Reduced Cost
                              X1        480.0000            0.000000
                              X2        400.0000            0.000000
                              X3        200.0000            0.000000
                              X4        0.000000            23.88889

                             Row    Slack or Surplus      Dual Price
                               1        32000.00            1.000000
                           ACERO        60.00000            0.000000
                          MOLDEO        0.000000            20.00000
                      MECANIZADO        0.000000            6.666667
                         VIRUTAS        0.000000           0.4444444

Ranges in which the basis is unchanged:
                                 Objective Coefficient Ranges:
                                   Current        Allowable        Allowable
                   Variable    Coefficient         Increase         Decrease
                         X1       25.00000         6.250000         25.00000
                         X2       30.00000         10.00000         20.00000
                         X3       40.00000         40.00000         5.000000
                         X4       35.00000         23.88889         INFINITY

                                      Righthand Side Ranges:
                                   Current        Allowable        Allowable
                        Row            RHS         Increase         Decrease
                      ACERO       600.0000         INFINITY         60.00000
                     MOLDEO       800.0000         150.0000         600.0000
                 MECANIZADO       400.0000         450.0000         112.5000
                    VIRUTAS       30000.00         4153.846         18000.00
```

Basando tus respuestas en la información proporcionada por LINGO, responde de manera razonada a las cuestiones que se plantean a continuación.

a) ¿Qué valores toman, en el óptimo, la holgura y el coste de oportunidad de la restricción 'Virutas'? Interpreta dichos valores en el contexto del problema. [0.75 puntos]

b) Tras una reunión del departamento de marketing, se llega a la conclusión de que bastaría con incrementar en 5 euros los beneficios que se obtienen con cada unidad del producto 4 para que resultase rentable su fabricación, ya que esto lo igualaría al producto 3 en cuanto a beneficios. ¿Estás de acuerdo con esta afirmación? Justifica de manera breve y clara tu respuesta. [0.75 puntos]

c) Si la empresa dispusiera de más horas de moldeo, ¿conseguiría aumentar sus beneficios? En caso afirmativo, ¿de cuántas horas más de moldeo debería disponer a la semana para conseguir incrementar los beneficios en 2.000 euros/semana? ¿Se producirían en ese caso piezas de tipo 4? Justifica tus respuestas. [1 punto]

(Puntuación: 2.5 puntos)

4 Sailco Corporation se dedica a la fabricación de pequeñas embarcaciones y necesita determinar cuántos barcos debe producir en cada uno de los 4 siguientes trimestres. La tabla siguiente muestra las demandas de barcos previstas en cada uno de los trimestres:

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3	Trimestre 4
Barcos	40	60	75	25

Sailco debe satisfacer la demanda de cada trimestre. Al inicio del primer trimestre, la compañía tiene en inventario 10 barcos. Al inicio de cada trimestre, Sailco ha de decidir cuántos barcos fabricar durante el presente trimestre. Los barcos que se fabriquen durante un trimestre podrán utilizarse para satisfacer la demanda del presente trimestre (o posteriores). Sailco tiene una capacidad de producción de hasta 40 barcos por cada trimestre en tiempo normal con un coste por barco de 4000€. Así mimo, es posible que los trabajadores realicen horas extra, de forma que Sailco puede producir barcos adicionales con un coste de 4500€ por barco. En el caso de fabricación en tiempo extra, no hay limitación de capacidad de producción. Al final de cada trimestre (después del proceso de fabricación y de satisfacer la demanda), los barcos que quedaran disponibles supondrían un coste trimestral de almacenamiento de 200€ por barco.

Formula un modelo de **programación lineal** que permita a la compañía conocer el plan de **producción** y de **almacenamiento** que minimice los costes durante los próximos cuatro trimestres cumpliendo con las restricciones de la compañía. Indica claramente las variables, función objetivo y restricciones del modelo.

(Puntuación: 2.5 puntos)

SOLUCIÓN

EJERCICIO 1

$$\begin{aligned}
&\text{Min} \quad Z = 2X1 + 3X2 \\
&\text{s.a:} \quad [R1]\ 1/2\,X1 + 1/4\,X2 \leq 4 \\
&\quad [R2]\ X1 + 3\,X2 \geq 20 \\
&\quad [R3]\ X1 + X2 = 10 \\
&\quad [UB1]\ X1 \leq 4 \\
&\quad X_1, X_2 \geq 0
\end{aligned} \quad (P)$$

a) El modelo en forma estándar a partir del cual aplicar el algoritmo simplex con variables acotadas es el siguiente:

$$\begin{aligned}
&\text{Min} \quad Z = 2X1 + 3X2 \\
&\text{s.a:} \quad [R1]\ 1/2\,X1 + 1/4\,X2 + X3 = 4 \\
&\quad [R2]\ X1 + 3\,X2 - X4 = 20 \\
&\quad [R3]\ X1 + X2 = 10 \\
&\quad [UB1]\ X1 \leq 4 \quad \rightarrow X1 = 4 - u1;\ 0 \leq u1 \leq 4 \\
&\quad X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0
\end{aligned}$$

b) El modelo ampliado resulta de añadir variables artificiales a las restricciones de tipo ≥ e =. El modelo resultante en este caso es:

$$\begin{aligned}
&\text{Min} \quad Z = 2X1 + 3X2 \\
&\text{s.a:} \quad [R1]\ 1/2\,X1 + 1/4\,X2 + X3 = 4 \\
&\quad [R2]\ X1 + 3\,X2 - X4 + a2 = 20 \\
&\quad [R3]\ X1 + X2 + a3 = 10 \\
&\quad [UB1]\ X1 \leq 4 \quad \rightarrow X1 = 4 - u1; u1 \leq 4 \\
&\quad X_1, X_2, X_3, X_4, a_2\ a_3 \geq 0
\end{aligned}$$

A partir del modelo ampliado aplicamos el método simplex de 2 fases en el que la Solución Básica inicial de la fase 1 es la siguiente:

FASE 1: Min Z = a2 + a3

v.básicas	B^{-1}			x_B
X3	1	0	0	4
a2	0	1	0	20
a3	0	0	1	10
$c_B^t\,B^{-1}$	0	1	1	Z=30

c)

Partimos de la solución básica de la tabla:

(Variables: X1, X2, X3, X4, a3)

v.básicas	B^{-1}			x_B
X3	1	-1/12	0	7/3
X2	0	1/3	0	20/3
a3	0	-1/3	1	10/3
$c_B^t\,B^{-1}$	0	-1/3	1	Z = 10/3

Dado es Variable Básica la variable artificial a3, estamos todavía en la Fase 1 del método de las dos fases. Para analizar la optimalidad de la solución básica actual tenemos en cuenta que las variables no básicas en este punto del algoritmo son las siguientes (no se incluye a2 puesto que ya ha salido de la base y por tanto ya no es candidata a volver a entrar):

$$Cx1\text{-}Zx1 = 0 - (0, -1/3, 1)\begin{pmatrix}1/2\\1\\1\end{pmatrix} = 0 - 2/3 = -2/3$$

$$Cx4\text{-}Zx4 = 0 - (0, -1/3, 1)\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix} = 0 - 1/3 = -1/3$$

Por tanto: JE=x1

$$Yx1 = B^{-1}\,a_{x1} = \begin{pmatrix}1 & -1/12 & 0\\0 & 1/3 & 0\\0 & -1/3 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/2\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5/12\\1/3\\2/3\end{pmatrix}$$

Calculamos los parámetros β, uj y δ para determinar cómo se hace el cambio de base:

$\beta = \min\,(X_B i/\alpha_{i,j}^{+}) = 5$

Ux1 =4

δ no existe ya que ninguna de las var. Básicas tienen cota superior

θj = min (β, uj, δ) = **uj**

- No hay cambio de variables básicas (por tanto no hay que recalcular B^{-1})
- Pasamos a trabajar con un modelo en el que aparece u_1 en lugar de x1 (x1=4-u1).
- Hay que recalcular el valor de las variables básicas y de la función objetivo.

Modelo Equivalente con x1=4-u1

$$
\begin{aligned}
&\text{MIN } 8 - 2u1 + 3X2\\
&-1/2\, u_1 + 1/4X_2 \le 2\\
&\quad - u_1 + 3X_2 \ge 16\\
&\quad\quad - u_1 + X2 = 6\\
&u_1 \le 4\\
&u_1, X2 \ge 0
\end{aligned}
$$

Por tanto, la nueva Solución Básica es:

$$X_B = B^{-1} b = \begin{pmatrix} 1 & -1/12 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & -1/3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 16 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 \\ 16/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}$$

$$Z = (0,0,1) \begin{pmatrix} 2/3 \\ 16/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} = 2/3$$

y la nueva tabla será:

(Variables: u1, X2, X3, X4, a3)

v.básicas	B^{-1}			x_B
X3	1	-1/12	0	2/3
X2	0	1/3	0	16/3
a3	0	-1/3	1	2/3
$c_B^t B^{-1}$	0	-1/3	1	Z = 2/3

d) La Solución Básica obtenida en el apartado anterior **NO es factible para el problema inicial** puesto que se trata de una solución de la Fase 1 de aplicación del algoritmo Simplex de 2 Fases en la que todavía hay variables artificiales.

e) La Solución Básica obtenida en el apartado c) **NO es solución óptima del problema inicial** ya que no es siquiera solución factible para el problema inicial puesto que incluye variables artificiales.

f) Para determinar el efecto de un decremento unitario en la cota definida sobre X1 tenemos en cuenta que en el informe LINGO el coste de oportunidad de esa restricción se muestra en el campo de *Reduced Cost* pero cambiado de signo. Es decir, en este caso un incremento unitario en la cota superior de X1 implicaría una mejora en el valor de la función objetivo de 1. Por tanto**, un decremento unitario en la cota superior sobre X1 implicará un empeoramiento** (incremento porque la función objetivo es de <u>minimización</u>) **del valor óptimo actual de la función objetivo de 1**.

EJERCICIO 2

a) A.S. de C1:

Como X1 es VB en la solución óptima un cambio en su coeficiente en la función objetivo afecta a los cj-zj de todas las VNB, en este caso X4 que es la variable de holgura de la restricción [R3]:

$$Cj\text{-}Zj = cj - (c^t_B\, B^{-1})\, a_j$$

$$(c^t_B\, B^{-1}) = (0,2,c1) \begin{pmatrix} 1 & 1/5 & -7/5 \\ 0 & 1/5 & 3/5 \\ 0 & -1/5 & 2/5 \end{pmatrix} = (0,\ 2/5\text{-}c1/5,\ 6/5\text{+}2c1/5)$$

$$Cx4\text{-}Zx4 \ge 0 \rightarrow 0 - (0,\ 2/5\text{-}c1/5,\ 6/5\text{+}2c1/5) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 - (-6/5\text{-}2c1/5) \ge 0 \rightarrow c1 \ge -3$$

Por tanto, mientras $C1 \ge -3$:

1. La Solución Óptima seguirá siendo la misma.
2. El valor óptimo de la Función objetivo cambiará: $\Delta Z=6/5C1$
3. En el límite (C1=-3), existen soluciones óptimas alternativas

b) Para conocer el coste de oportunidad de la restricción 3 debemos calcular el parámetro cj-zj de su variable de holgura: x4.

$$Cx4\text{-}Zx4 = 0 - (0,\ -1/5,\ 12/5) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 12/5$$

, como se trata de una restricción ≥, el coste de oportunidad es desfavorable a la función objetivo (como se trata de un problema de Minimización, cada unidad adicional en b3 implicará aumentar el valor de la función objetivo) y por tanto se mostrará en LINGO como -12/5.

El coste de oportunidad se mantendrá constante mientras la solución óptima siga siendo factible, es decir:

$$\mathbf{X^{*\prime}_B = X^{*\prime}_B + B^{-1}\,\Delta b} = \begin{pmatrix} 14/5 \\ 24/5 \\ 6/5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1/5 & -7/5 \\ 0 & 1/5 & 3/5 \\ 0 & -1/5 & 2/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta b3 \end{pmatrix} \ge 0$$

La solución es factible mientras todas las variables tienen valor ≥ 0, es decir,

X3*' = 14/5 + (-7/5) Δb3 ≥ 0 → Δb3 ≤ 14/7 = 2

X2*' = 24/5 + 3/5 Δb3 ≥ 0 → Δb3 ≥ -24/3 = -8

X1*' = 6/5 + 2/5 Δb3 ≥ 0 → Δb3 ≥ -3

Por tanto, mientras -3 ≤ Δb3 ≤ 2 el coste de oportunidad será constante. Teniendo en cuenta que el valor actual de b3= 6 (→Δb3 = b3 -6), el intervalo de Análisis de sensibilidad expresado en función de b3 es: 3 ≤ b3 ≤ 8

Mientras 3 ≤ b3 ≤ 8:

a) El coste de oportunidad es constante e igual a -12/5
b) Hay cambio de solución óptima pero NO hay cambio de base (es decir no cambia el *plan de producción*).
c) El valor de la función objetivo cambia y se puede predecir su valor de acuerdo al coste de oportunidad.
d) En los extremos hay soluciones básicas *degeneradas*

EJERCICIO 3

a) A partir de la columna «Slack»:

Holgura([Virutas]) = 0 gramos/semana.

Usando la columna «Dual Price»:

C.Op.([Virutas]) = 0,444 euros/gramo.

La restricción [Virutas] expresa la limitación de no poder generar más de 30.000 gramos de virutas a la semana. Por tanto, su holgura representa la cantidad de virutas que todavía se podrían generar antes de alcanzar dicho límite.

La holgura de [Virutas] toma el valor cero en el óptimo. Esto significa que el plan de trabajo que maximiza el beneficio genera la máxima cantidad permitida de virutas. La limitación de la cantidad máxima de virutas a producir es un cuello de botella del proceso.

NOTA: NO tendría sentido decir que «se ha agotado la cantidad disponible de virutas», ya que las virutas no son una materia prima del proceso.

El coste de oportunidad de una restricción indica la variación que se produciría en el valor de la función objetivo por cada unidad que se incrementase el lado derecho o segundo miembro de dicha restricción.

En este caso, el coste de oportunidad de la restricción [Virutas] nos está indicando que por cada gramo más de residuo en forma de virutas que la empresa pudiera permitirse generar, su beneficio aumentaría en 0,444 euros. También puede interpretarse como el *valor* que tiene para la empresa cada gramo de virutas que se pueda generar.

b) El coste reducido de la variable x_4 toma el valor de 23,889 euros/unidad . El coste reducido de una variable no básica, indica cuánto debe *mejorar* como mínimo el coeficiente de dicha variable en la función objetivo para que pase a formar parte de la base de la solución óptima.

Según el significado del coste reducido, el beneficio obtenido con cada unidad de producto 4 debería incrementarse en al menos 23,8889 euros/unidad (es decir, ser al menos 35 + 23,8889 = 58,8889 euros/unidad) para que la variable x_4 entrase en la base de la solución óptima, es decir, para que fuese rentable fabricar dicho producto.

Por tanto, la afirmación del departamento de marketing es falsa.

c) La restricción [Moldeo] tiene coste de oportunidad positivo, lo cual significa que es cuello de botella y que cualquier pequeño incremento de su lado derecho (horas disponibles de moldeo) provocaría un aumento del beneficio óptimo. Por tanto, disponer de más horas de moldeo SÍ permitiría aumentar los beneficios.

En concreto, y dado que C.Op.([Moldeo]) = 20 euros/hora, si se produce un incremento de las horas de moldeo de Δb_2 horas/semana tal que $\Delta b_2 \leq 150$ («Allowable Increase »), entonces sabemos que el incremento del beneficio será

$$\Delta z = \Delta b_2 \cdot 20 \text{ euros/semana.}$$

Por tanto, para conseguir un aumento del beneficio de 2.000 euros/semana, el incremento de horas debería ser

$$\Delta b_2 = \Delta z / 20 = 2.000/20 = 100 \text{ horas/semana.}$$

El razonamiento es válido porque el valor de Δb_2 que hemos obtenido cumple, efectivamente, $\Delta b_2 \leq 150$.

Por otro lado, esta ampliación del número de horas de moldeo está «dentro del intervalo de análisis de sensibilidad», y sabemos que esto implica que la nueva solución óptima mantendrá la base de la anterior (es decir, las variables que tomaban valor cero en la solución óptima original continuarán valiendo cero cuando ampliemos en 100 horas/semana el tiempo de moldeo). Por tanto, continuaremos sin fabricar piezas de tipo 4.

EJERCICIO 4

Sailco debe determinar el número de barcos que ha de producir cada trimestre en tiempo Normal y en tiempo Extra. Además, también desea conocer el número de barcos que tendrá que dejar almacenados (en inventario) al final de cada trimestre.

VARIABLES DECISION:

Nt =número de barcos producido en tiempo normal durante el trimestre t (*t* = 1, 2, 3, 4)

Et = número de barcos producido en tiempo extra durante el trimestre t (*t* = 1, 2, 3, 4)

It = número de barcos en inventario al final del trimestre t (*t* = 1, 2, 3, 4)

FUNCIÓN OBJETIVO:

Coste Total = coste de fabricación en T.Normal + coste de fabricación en T.Extra + Coste de almacenamiento.

Min Z= 4000 ($N1$ + $N2$+ $N3$+ $N4$)+ 4500($E1$+ $E2$+ $E3$+ $E4$) +200($I1$ +$I2$+ $I3$ +$I4$)

RESTRICCIONES:

[CAPACIDAD PRODUCCIÓN T.NORMAL]

Nt ≤ 40 ; t=1,..,4

[EQUILIBRIO]

Para cada trimestre, Disponibilidad de barcos(t) ≥ Demanda(t), como existe posibilidad de mantener un inventario de barcos se añadirán las variables de inventario de modo que las restricciones de equilibrio se expresarán de la siguiente forma:

Barcos fabricados (t) + Inventario (t-1) = Demanda(t) + Inventario(t) ; t=1,..,4

[Trimestre1] N1 + E1 + I_0 = 40 + I1

[Trimestre2] N2 + E2 + I_1 = 60 + I2

[Trimestre1] N3 + E3 + I_2 = 75 + I3

[Trimestre1] N4 + E4 + I_3 = 25 + I4

[No negatividad]   Nt, Et, It ≥ 0; t=1,..,4

Min= 3*X1 + 2* X2;
[R_1] 2*X1 + X2 < 10;
[R_2] -3* X1 + 2* X2 = 6;
[R_3] X1 + X2 > 6;

Variable	Value	Reduced Cost
X1	1.200000	0.000000
X2	4.800000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	13.20000	-1.000000
R_1	2.800000	0.000000
R_2	0.000000	0.2000000
R_3	0.000000	-2.400000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X1	3.000000	INFINITY	6.000000
X2	2.000000	INFINITY	4.000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
R_1	10.00000	INFINITY	2.800000
R_2	6.000000	6.000000	14.00000
R_3	**6.000000**	**2.000000**	**3.000000**