



1 Una barra de silicio tiene de 20 cm de longitud y 5 cm² de sección. El silicio se encuentra dopado con impurezas aceptoras en una concentración de $4 \cdot 10^{16}$ átomos/m³. Calcula:

- la concentración de portadores a 300 K.
- resistividad del semiconductor a 300 K.
- velocidad de arrastre de electrones y huecos si se establece entre los extremos de la barra una diferencia de potencial de 20 V.

2,5 puntos

Vamos a utilizar la ley de la neutralidad eléctrica y ley de acción de masas:

Las impurezas son aceptoras con N_A del mismo orden de magnitud que n_i .

$$\begin{aligned}N_A + n &= N_D + p & 4 \cdot 10^{16} + n &= p \\pn &= n_i^2 & pn &= 2,25 \cdot 10^{32} \\p^2 - 4 \cdot 10^{16} p - 2,25 \cdot 10^{32} &= 0 \\p &= \frac{4 \cdot 10^{16} \pm \sqrt{16 \cdot 10^{32} + 9 \cdot 10^{32}}}{2} = \frac{4 \pm 5}{2} 10^{16} = 4,5 \cdot 10^{16} \text{ h/m}^3 \\n &= \frac{2,25 \cdot 10^{32}}{p} = \frac{2,25 \cdot 10^{32}}{4,5 \cdot 10^{16}} = 0,5 \cdot 10^{16} \text{ e}^-/\text{m}^3\end{aligned}$$

Se observa una concentración de huecos superior a la de electrones en una relación $p/n = 9$.

b) La conductividad vale:

$$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p) = 1,6 \cdot 10^{-19} (0,5 \cdot 0,135 + 4,5 \cdot 0,05) \cdot 10^{16} = 0,468 \cdot 10^{-3} (\Omega\text{m})^{-1}$$

Y la resistividad:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{0,468 \cdot 10^{-3}} (\Omega\text{m})^{-1} = 2137 \Omega\text{m}$$

c) El campo eléctrico en la barra es: $E = \frac{V}{d} = \frac{20}{0,2} = 100 \text{ Vm}^{-1}$

$$v_n = \mu_n E = 13,5 \text{ m/s}$$

$$v_p = \mu_p E = 5 \text{ m/s}$$

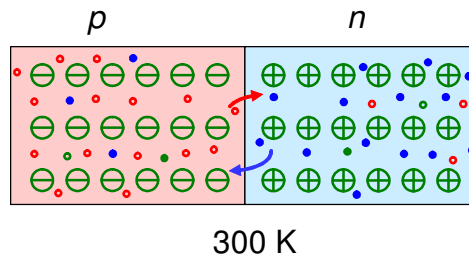
2

Explica qué ocurre en una unión p-n en circuito abierto a temperatura ambiente.

2,5 puntos

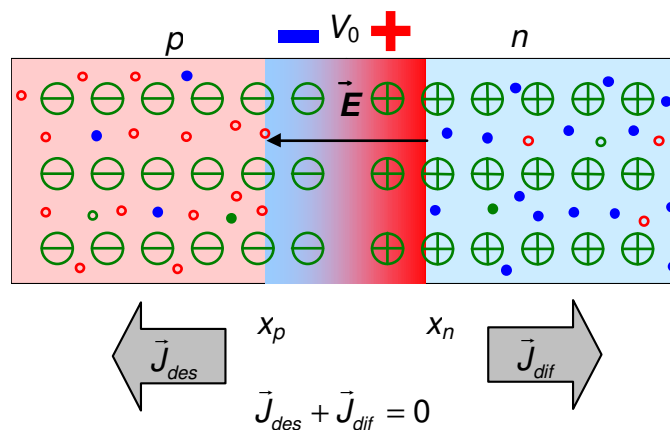
Vamos a estudiar la **distribución de los portadores de carga**, la **densidad volumétrica de carga** ρ , el **campo eléctrico** \vec{E} , y la **diferencia de potencial de contacto** V_0 que están presentes en la denominada zona de transición de la unión p-n.

A temperatura ambiente los portadores de carga, electrones en la zona n y huecos en la zona p están libres para la conducción eléctrica y debido a los importantes gradientes de concentración de huecos y electrones libres en la zona de la unión, huecos de la zona p pasan por difusión hacia la zona n y electrones de la zona n pasan a la zona p.



Esquema de la unión p - n sin polarizar a temperatura ambiente. Los círculos vacíos representan los huecos, los círculos rellenos los electrones libres o de conducción y los círculos con signo $+$ ó $-$ en su interior las impurezas donadoras ó aceptoras respectivamente

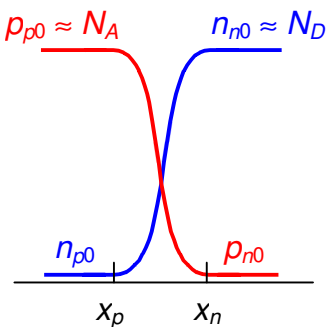
Al pasar electrones libres a la zona p donde hay muchos huecos éstos tienen una probabilidad muy alta de recombinarse, ocurriendo lo mismo con los huecos que pasen de la zona p a la zona n . Así, en la zona de la unión, muchos huecos y electrones se recombinan, quedando una estrecha zona, denominada **zona de transición** con una distribución neta de carga eléctrica ρ debida a la presencia de los iones de las impurezas y a la ausencia de huecos y electrones. Esta distribución de carga crea una diferencia de potencial denominada potencial de contacto y un campo eléctrico \vec{E} , como se muestra en la figura, que produce corrientes de desplazamiento, que equilibran a las de difusión, al estar el circuito abierto. En la figura y sucesivas, los límites en la zona de transición se denotan por x_p y x_n .



Unión p - n sin polarizar, mostrando la zona de transición, el campo eléctrico, el potencial de contacto y las corrientes de difusión y de desplazamiento

Concentración de los portadores de carga en la unión

La variación de la concentración de los portadores de carga, huecos y electrones libres, en la unión es como se muestra en la figura en el caso de que la concentración de impurezas aceptoras N_A de la zona p sea aproximadamente igual a la de impurezas donadoras N_D en la zona n . En los puntos alejados de la unión, las concentraciones de portadores de carga son las correspondientes al semiconductor n o p en equilibrio. En el caso de que la concentración de impurezas sea mucho mayor que la concentración intrínseca, estas concentraciones vienen dadas por:



Variación de la concentración de los portadores en la unión p - n en equilibrio

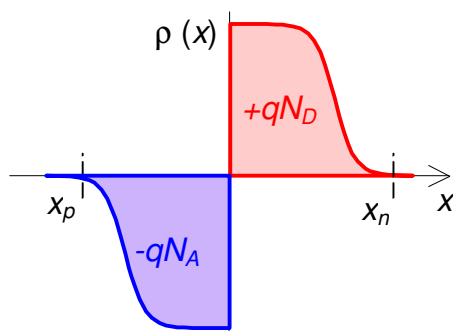
$$p_{p0} \approx N_A, \quad n_{p0} \approx \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$n_{n0} \approx N_D, \quad p_{n0} \approx \frac{n_i^2}{N_D}$$

En la zona de transición, existen gradientes de concentración. Estos gradientes de concentración dan lugar a un movimiento de huecos desde la zona p a la zona n , y a un movimiento de electrones desde la zona n a la zona

p . Todo ello da lugar a una densidad de corriente de difusión de la zona p a la n , y por tanto de una intensidad de corriente por difusión de la zona p a la n .

Distribución volumétrica de carga en la zona de transición

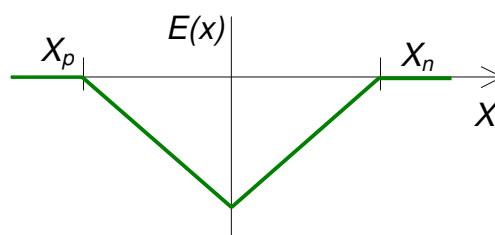


Distribución volumétrica de carga en la zona de transición

Los huecos que se difunden hacia la zona n se recombinan con los electrones allí existentes en exceso y viceversa, de forma que, en la zona de transición, la concentración de portadores de carga (p y n) es prácticamente nula, quedando dicha zona cargada con los iones de las impurezas; de donde resulta una densidad volumétrica de carga ρ que es negativa en el lado p de la unión y positiva en el lado n , tal como se muestra en la figura.

Campo eléctrico en la zona de transición

La distribución dipolar de las cargas origina un campo eléctrico en la zona de transición, dirigido desde la zona n a la zona p como se muestra en figura.

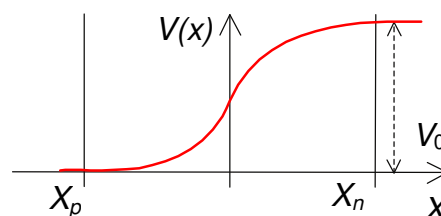


Campo eléctrico en la zona de transición

Debido a la existencia del campo eléctrico aparece una corriente de desplazamiento en la dirección del campo eléctrico. Así, en la unión $p-n$ en equilibrio o en circuito abierto, el módulo de dicha corriente de desplazamiento es igual al módulo de la corriente de difusión, y como son de sentidos opuesto la corriente eléctrica total (desplazamiento + difusión) es nula.

Diferencia de potencial de contacto

La existencia del campo eléctrico en la zona de transición implica la existencia también de una diferencia de potencial en la zona de la unión. Este potencial, denotado por V_0 en la figura se denomina "**potencial de contacto**", y representa la diferencia de potencial entre los extremos de la zona de transición en circuito abierto y en equilibrio. Este potencial, a una temperatura de 20°C , es de unos $0,7\text{ V}$ para diodos de silicio, y de unos $0,3\text{ V}$ para diodos de germanio.



Diferencia de potencial de contacto

El potencial de contacto no genera tensión capaz de producir corriente, sino que constituye una barrera de potencial que se opone a la difusión de los portadores mayoritarios. Para entender esta idea con más claridad recordemos que las cargas positivas se mueven de las zonas de mayor a las de menor potencial, y las cargas negativa a la inversa. En la zona p los portadores mayoritarios son los huecos y como la zona n está a mayor potencial que la zona p , esta diferencia de potencial dificulta o impide el movimiento de los huecos de la zona p a la n . Lo mismo ocurre con el movimiento de los electrones de la zona n a la p .

3 Un circuito tiene una resistencia de $10\ \Omega$, una autoinducción de 40 mH y un condensador de $50\ \mu\text{F}$ conectados en serie. Si la tensión en los extremos de la resistencia es de $2 \cos(500t - 30^\circ)\text{ V}$, halla la expresión instantánea de la intensidad, la caída de tensión en el resto de los elementos y la caída de tensión total.

2,5 puntos

Comenzamos hallando las reactancias:

$$X_L = L\omega = 40 \cdot 500 = 20\ \Omega$$

$$X_C = 1/C\omega = 10^6/(50 \cdot 500) = 40\ \Omega$$

La intensidad máxima que circula por los tres elementos es:
 $i_m = U_{Rm}/R = 2/10 = 0,2$ A, que está en fase con U_R por lo que:

$$i = 0,2 \cos (500t - 30^\circ) \text{ A}$$

La tensión máxima en la autoinducción es $U_{Lm} = i_m \cdot X_L = 0,2 \cdot 20 = 4$ V, por lo que su expresión instantánea es:

$$U_L = 4 \cos (500t + 60^\circ) \text{ V}$$

ya que la tensión en la autoinducción va 90° adelantada respecto de la intensidad.

La tensión máxima en el condensador es $U_{Cm} = i_m \cdot X_C = 0,2 \cdot 40 = 8$ V, por lo que su expresión instantánea es:

$$U_C = 8 \cos (500t - 120^\circ) \text{ V}$$

ya que la tensión en el condensador va 90° retrasada respecto de la intensidad.

Finalmente la tensión en los extremos de la asociación es:

$$U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + (U_{Lm} - U_{Cm})^2} = \sqrt{4 + 16} = 4,47 \text{ V}$$

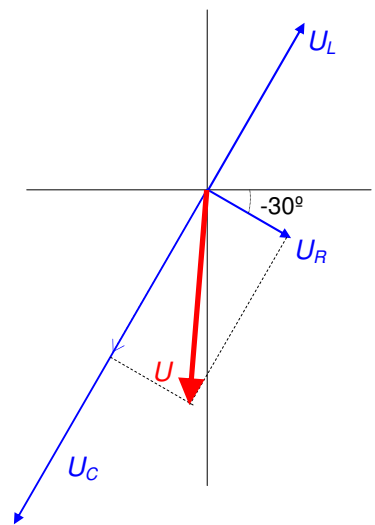
Con una fase respecto de la intensidad de

$$\varphi_u - \varphi_i = \arctan \frac{U_{Lm} - U_{Cm}}{U_{Rm}} = \arctan(-2) = -63,4^\circ,$$

$$\varphi_U = -63,4^\circ + \varphi_i = -93,4^\circ$$

por lo que su expresión temporal será:

$$U = 4,47 \cos (500t - 93,4^\circ) \text{ V}$$



4 En cierta región del espacio hay un campo magnético dado por la expresión:

$$\vec{B} = B_0 \left(1 + \frac{x}{a} \right) \vec{k}. \text{ En esa región hay una espira rectangular de lados } a \text{ y } b \text{ y}$$

resistencia R , uno de cuyos lados se encuentra a la distancia a del eje OY, tal como muestra la figura. Calcula:

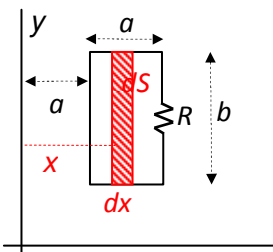
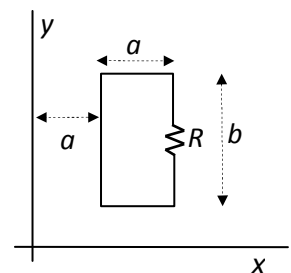
a) El flujo magnético que atraviesa la espira.

b) Si el campo magnético B_0 varía con el tiempo del modo $B_0 = B_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$,

siendo B_m y τ constantes positivas, calcula la fuerza electromotriz inducida en la espira.

c) La intensidad inducida en la espira, indicando su sentido.

2,5 puntos



a) El campo magnético es perpendicular al papel (eje OZ) y saliente en la región donde se halla la espira.

El flujo elemental a través del rectángulo elemental de la figura es:

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B dS = B_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right) b dx$$

Por lo que el flujo saliente total a través de todo el rectángulo:

$$\Phi = B_0 b \int_a^{2a} \left(1 + \frac{x}{a}\right) dx = B_0 b \left[x + \frac{x^2}{2a} \right]_a^{2a} = B_0 b \left(a + \frac{3a}{2} \right) = \frac{5}{2} ba B_0$$

b) La función $B_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ crece con el tiempo, por lo que tenemos un flujo creciente con el tiempo que produce una fem inducida cuyo valor lo proporciona la ley de Faraday:

$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{5ba}{2} \frac{dB_0}{dt} = \frac{5ba}{2\tau} B_m e^{-\frac{t}{\tau}}$$

c) El flujo creciente originará una la corriente inducida cuyo sentido es tal, que tiende a oponerse al crecimiento del flujo saliente, por lo que tendrá sentido horario:

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = \frac{5ba}{2R\tau} B_m e^{-\frac{t}{\tau}}$$

FORMULARIO	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$	$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$	$\vec{m} = I\vec{S}$	$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$	
	$C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I$	$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$			
	$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\Phi_{21} = M \cdot I_1$	$\Phi = LI$	$W_L = \frac{1}{2} LI^2$	
	$\tan \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}$		$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$		$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$
	$n \cdot p = n_i^2$	$N_A + n = N_D + p$	$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$	$J_{Dn} = qD_n \nabla n$	$J_{Dp} = -qD_p \nabla p$
	Semiconductores		Ge	Si	
	Concentración intrínseca a 300 K		$2,36 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$	
	Movilidad electrones a 300 K		$0,39 \text{ m}^2/\text{Vs}$	$0,135 \text{ m}^2/\text{Vs}$	
	Movilidad huecos a 300 K		$0,182 \text{ m}^2/\text{Vs}$	$0,05 \text{ m}^2/\text{Vs}$	
	Carga del electrón		$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$		