GII - Técnicas de Optimización

Segundo examen parcial

16 junio 2021

Apellidos	
Nombre	
DNI	
Firma	

Grupo de matrícula ☐ M ☐ T

- Contesta razonada y claramente a las preguntas que se plantean.
- No se permite el uso de ningún tipo de apuntes, anotaciones, etc.
- No se permite desgrapar las hojas.
- No se facilitarán hojas de escritura adicionales.
- No se permite el uso de ningún dispositivo electrónico, excepto calculadoras no programables.
- Se permite escribir las respuestas a lápiz siempre y cuando la solución final se escriba con bolígrafo.
- Tiempo estimado: 2 horas y 30 minutos.

Nota: Siempre que sea necesario utilizar el método Simplex, éste se aplicará en la forma de Simplex Revisado

Ejercicio 1 3 puntos

Dado el siguiente programa lineal:

$$\left.\begin{array}{lll} \boldsymbol{Max} & & \boldsymbol{Z = x_1 + 3x_2 + \frac{1}{2}x_3} \\ \boldsymbol{s.a:} & [\boldsymbol{R1}] & \boldsymbol{-x_1 + x_2 - \frac{1}{2}x_3 \geq 2} \\ & [\boldsymbol{R2}] & \boldsymbol{x_1 + x_2 + x_3 = 10} \\ & & \boldsymbol{x_1, x_2, x_3 \geq 0} \end{array}\right\} (P)$$

a) Plantea el modelo ampliado asociado al programa lineal (P), la tabla inicial con la comenzaría la aplicación del algoritmo simplex revisado e indica cuál es la Solución Básica inicial.

b) La siguiente tabla se ha obtenido en el proceso de solución del programa lineal (P):

v.básicas	B^{-1}		x_B
x2	1/2	1/2	6
x1	-1/2	1/2	4
$c_B^t\, B^{-1}$	0	0	0

A partir de la información de esta tabla, contesta **razonadamente las siguientes cuestiones** :

- ¿A qué fase del algoritmo simplex de 2 fases corresponde la solución dada?
- ¿Se trata de la solución óptima del problema (P)? En caso afirmativo, indica claramente el valor de todas las variables en la solución óptima. En caso negativo, <u>a partir de la tabla dada</u>, realiza las iteraciones necesarias hasta obtener la solución óptima del problema (P). **[1,5 puntos]**

c) A partir de la solución óptima obtenida en el apartado b), calcula cuál debería ser el valor del coeficiente en la función objetivo de x1 (c1) para que el problema tuviera soluciones óptimas alternativas. **[1 punto]**

d) En la solución óptima obtenida en el apartado b), ¿x1 y x2 son variables no básicas? En caso de que sean variables no básicas, ¿qué recomendaciones propondrías si se quisiera que estas variables tomaran valor distinto de cero? **[0,5 puntos]**

Dado el siguiente programa lineal:

$$\left.\begin{array}{lr} \boldsymbol{Max} & \boldsymbol{z = 5x_1 + 3x_2 + 2x_3} \\ \boldsymbol{s.a}: & [\boldsymbol{R1}]\ \boldsymbol{x_1 + x_2 + x_3 \leq 300} \\ & [\boldsymbol{R2}]\ \boldsymbol{x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 450} \\ & [\boldsymbol{R3}]\ \boldsymbol{2x_1 + x_2 + x_3 \leq 360} \\ & \boldsymbol{x_1, x_2 \geq 0} \end{array}\right\}$$

cuya solución óptima se incluye en la siguiente tabla:

v.básicas	B^{-1}			x_B
x2	2	0	-1	240
h2	-1	1	0	150
x1	-1	0	1	60
$c_B^t\ B^{-1}$	1	0	2	Z=1020

donde h1, h2 y h3 son las variables de holgura de las tres restricciones del problema,

a) Calcula el coste de oportunidad y el intervalo de análisis de sensibilidad del segundo miembro de la restricción 3 (b3). ¿Qué conclusiones prácticas se obtienen de este análisis? **[0,75 puntos]**

b) ¿Cuál es la solución óptima y el valor de la función objetivo si se produce un decremento de 40 unidades en la disponibilidad del recurso b3? **[0,75 puntos]**

Ejercicio 3 2,5 puntos

Los responsables de la empresa Tektury, SA se plantean cómo planificar la producción de los tres tipos de embalaje de cartón A, B y C que fabrica.
Al mes, la empresa puede disponer de hasta 50 toneladas de cartón. El tiempo que se emplea en producir cada tonelada de embalaje es 20 horas para el de tipo A, 30 horas para el B, y 32 para el C. Tektury dispone de varias líneas de producción, que suponen una capacidad de trabajo total de 1.000 horas/mes.

El beneficio neto que proporciona cada tonelada de embalaje A, B y C es 4.000, 6.000 y 8.000 euros, respectivamente.

Por compromisos comerciales previamente adquiridos, se deben producir mensualmente al menos 10 toneladas de embalaje tipo A o B.

Los responsables de la empresa han planteado el siguiente modelo lineal para conocer la planificación de la producción que maximiza el beneficio respetando todas las condiciones enunciadas:

VARIABLES

x_i = Cantidad a fabricar de embalaje i (toneladas/mes), i = A, B, C.

FUNCIÓN OBJETIVO

Maximizar beneficio:

[beneficio] Max $z = 4\,x_A + 6\,x_B + 8\,x_C$ (miles euros/mes)

RESTRICCIONES

[cartón] $x_A + x_B + x_C \leq 50$

[tiempo] $20\,x_A + 30\,x_B + 32\,x_C \leq 1.000$

[demanda_de_A_y_B] $x_A + x_B \geq 10$

$x_A, x_B, x_C \geq 0$

La solución óptima y análisis de sensibilidad obtenido con LINGO® se muestran en las siguientes tablas:

Variable	Value	Reduced Cost
XA	10.00000	0.000000
XB	0.000000	0.5000000
XC	25.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	240.0000	1.000000
CARTON	15.00000	0.000000
TIEMPO	0.000000	0.2500000
DEMANDA_DE_A_Y_B	0.000000	-1.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
XA	4.000000	1.000000	0.50000
XB	6.000000	0.5000000	INFINITY
XC	8.000000	INFINITY	1.600000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
CARTON	50.00000	INFINITY	15.00000
TIEMPO	1000.000	480.0000	800.0000
DEMANDA_DE_A_Y_B	10.00000	40.00000	10.00000

Contesta a las siguientes cuestiones **justificando en todos los casos las respuestas**:

a) ¿Cómo afectaría a la solución óptima, al beneficio óptimo asociado y a la base óptima una disminución de 2.000 euros en el beneficio obtenido por cada tonelada de embalaje tipo C? Sé tan preciso como te permita la información dada por el informe LINGO. **[0,75 puntos]**

b) Se plantea a la empresa la posibilidad de alquilar maquinaria adicional, a un precio de 122.000 euros al mes. Dicha operación supondría una capacidad extra de trabajo equivalente a 500 horas/mes. ¿Debe la empresa aceptar la oferta? **[1 punto]**

c) La empresa se está preparando para fabricar un cuarto tipo de embalaje, D. Cada tonelada de este embalaje necesitaría 1 tonelada de cartón y 35 horas de producción. ¿Qué beneficio debería producir 1 tonelada de este nuevo tipo de embalaje para que fuese rentable su producción? **[0,75 puntos]**

La pequeña pastelería La Nantaise es famosa por sus bombones de chocolate. La demanda de este producto se ha estabilizado, de forma que se sabe cuántas cajas de bombones se van a vender exactamente cada día de la semana, información que se recoge en la tabla siguiente:

Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do
90	135	145	180	200	250	310

Cajas de bombones que se venden cada día de la semana.

En vista de este éxito prolongado, los dueños de la pastelería han decidido contratar a pasteleros expertos y aprendices que se dedicarán exclusivamente a elaborar los bombones. Cada pastelero experto es capaz de preparar hasta 10 cajas de bombones al día, mientras que cada aprendiz puede elaborar hasta 7 cajas.

Cada pastelero (experto o aprendiz) que se contrate trabajará cinco días consecutivos y descansará los otros dos. El turno u horario asignado a cada empleado será el mismo cada semana.

a) Enumera mediante una tabla todos los posibles turnos u horarios que puede tener un empleado.

Cada día de trabajo de un experto y de un aprendiz supone para los dueños de la pastelería un coste de 40 y 25 euros, respectivamente, si se trata de un día de lunes a viernes; y un 20% más los sábados y domingos. Se desea que, cada día, haya al menos tantos expertos trabajando como aprendices, para asegurar la calidad del producto final.

La pastelería utiliza cámaras refrigeradas para conservar los bombones que queden sin venderse al final de cada día. Los bombones pueden estar en estas cámaras el tiempo que haga falta sin *apenas* afectar a su calidad: se sabe que el 5% de las cajas de bombones presentes en cámaras al final de cada día se habrán estropeado al comienzo del día siguiente, y se desecharán por no ser aptas para la venta. El coste de almacenar una caja de bombones en las cámaras durante un día está cuantificado en 0,50 euros. La capacidad máxima de las cámaras es de 200 cajas en total.

b) Formula un modelo lineal que permita a los dueños de La Nantaise decidir cuántos pasteleros expertos y aprendices contratar y con qué turnos, y cómo organizar la producción semanal, de forma que se cubran las necesidades de elaboración y venta de bombones con el mínimo coste posible. Debe tenerse en cuenta que la planificación que se pide optimizar es 'circular', en el sentido de que después del domingo vuelve a haber otro lunes con las mismas características que el anterior. **[1,75 puntos]**

Indica qué debe añadirse o modificarse del modelo del apartado (b) para que tenga en cuenta las siguientes condiciones adicionales. El modelo resultante debe continuar siendo lineal en cada caso.

c) Para facilitar su supervisión, todos los aprendices contratados deberán ser distribuidos <u>exactamente en cuatro</u> de los posibles turnos u horarios enumerados en el apartado (a). **[0,5 puntos]**

d) Si, al final de un día, quedan en cámaras 75 o más cajas de bombones, el coste de almacenamiento descenderá ese día a 0,25 euros/caja, **para todas las cajas**. **[0,75 puntos]**