

## Un problema de Producción:

Una empresa de maquinaria produce en una de sus plantas 3 tipos de máquinas de precisión. La planta de fabricación está dividida en dos secciones que son:

Sección 1: Mecanizado

Sección 2: Montaje

Para producir cada una de las máquinas de precisión, el número de horas necesario en cada sección y la capacidad de cada sección (en horas) es el siguiente:

	Sección Mecanizado (horas/unidad)	Sección Montaje (horas/unidad)
Máquina de precisión 1	4	6
Máquina de precisión 2	1	1
Máquina de precisión 3	2	2
Capacidad (horas)	160	180

Los beneficios unitarios por máquina son de 50, 25 y 20 unidades monetarias respectivamente.

Sabiendo que la empresa puede vender toda su producción semanal, determinar cuántas unidades de cada máquina debe fabricar semanalmente la empresa para **maximizar su beneficio**.

# Modelo matemático del problema

**$X1$  = N° de máquinas tipo 1 a fabricar**

**$X2$  = N° de máquinas tipo 2 a fabricar**

**$X3$  = N° de máquinas tipo 3 a fabricar**

**En forma general:**

$$\text{MAX} = 50 \cdot X1 + 25 \cdot X2 + 20 \cdot X3;$$

**s.a:**

$$[\text{MEC}] \quad 4 \cdot X1 + X2 + 2 \cdot X3 \leq 160;$$

$$[\text{MONT}] \quad 6 \cdot X1 + X2 + 2 \cdot X3 \leq 180;$$

**En forma estándar:**

$$\text{MAX} = 50 \cdot X1 + 25 \cdot X2 + 20 \cdot X3 + 0 \cdot X4 + 0 \cdot X5;$$

**s.a:**

$$[\text{MEC}] \quad 4 \cdot X1 + X2 + 2 \cdot X3 + 1 \cdot X4 + 0 \cdot X5 = 160;$$

$$[\text{MONT}] \quad 6 \cdot X1 + X2 + 2 \cdot X3 + 0 \cdot X4 + 1 \cdot X5 = 180;$$

$$\text{MAX} = 50 \cdot X_1 + 25 \cdot X_2 + 20 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5;$$

s.a.:

$$[\text{MEC}] \quad 4 \cdot X_1 + X_2 + 2 \cdot X_3 + 1 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5 = 160;$$

$$[\text{MONT}] \quad 6 \cdot X_1 + X_2 + 2 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 1 \cdot X_5 = 180;$$

### ▪ SOLUCIÓN BÁSICA 3:

VB (X2, X5)

VNB (X4, X3, X1)

v.básicas	B <sup>-1</sup>		X <sub>B</sub>
X2	1	0	160
X5	-1	1	20
C <sub>B</sub> <sup>t</sup> B <sup>-1</sup>	25	0	Z = 4000

$$C_{x1} - Z_{x1} = -50$$

$$C_{x3} - Z_{x3} = -30$$

$$C_{x4} - Z_{x4} = -25$$

$$SB_3: (0, 160, 0, 0, 20); Z=4000$$

**SOLUCIÓN ÓPTIMA**

$$Z_{x1} = (25 \ 0) \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}^t = 100$$

$$Z_{x3} = (25 \ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}^t = 50$$

$$Z_{x4} = (25 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^t = 25$$

### Caso 1:

Si el **beneficio** de cada **máquina de tipo 3** aumenta en 20 u.m., la solución óptima ¿cambia? Y el valor de la función objetivo? Justifica las respuestas

Y si el cambio supone un **aumento del beneficio en 40 u.m.**, la solución óptima ¿cambia? Y el valor de la función objetivo? Justifica las respuestas.

Como  $Z_{x3} \leq 50$ , ni la solución óptima ni la función objetivo cambian.

Análisis de sensibilidad de  $C_{x2}$ :

$$c_B^t B^{-1} = (C_{x2} \ 0) B^{-1} = (C_{x2} \ 0)$$

$$Z_{x1} = (C_{x2} \ 0) \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}^t = 4C_{x2}$$

$$Z_{x3} = (C_{x2} \ 0) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}^t = 2C_{x2}$$

$$Z_{x4} = (C_{x2} \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}^t = C_{x2}$$

$$C_{x1} - Z_{x1} = 50 - 4C_{x2} \leq 0 \rightarrow C_{x2} \geq 12.5.$$

$$C_{x3} - Z_{x3} = 20 - 2C_{x2} \leq 0 \rightarrow C_{x2} \geq 10.$$

$$C_{x4} - Z_{x4} = -C_{x2} \leq 0 \rightarrow C_{x2} \geq 0.$$

$$\text{MAX} = 50 \cdot X_1 + 25 \cdot X_2 + 20 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5;$$

s.a.:

$$[\text{MEC}] \quad 4 \cdot X_1 + X_2 + 2 \cdot X_3 + 1 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5 = 160;$$

$$[\text{MONT}] \quad 6 \cdot X_1 + X_2 + 2 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 1 \cdot X_5 = 180;$$

### ▪ SOLUCIÓN BÁSICA 3:

VB (X2, X5)

VNB (X4, X3, X1)

v.básicas	B <sup>-1</sup>		X <sub>B</sub>
X2	1	0	160
X5	-1	1	20
C <sub>B</sub> <sup>t</sup> B <sup>-1</sup>	25	0	Z = 4000

$$C_{x1} - Z_{x1} = -50$$

$$C_{x3} - Z_{x3} = -30$$

$$C_{x4} - Z_{x4} = -25$$

$$SB_3: (0, 160, 0, 0, 20); Z=4000$$

**SOLUCIÓN ÓPTIMA**

### Caso 2:

¿Qué efecto tendría sobre la solución óptima actual un **aumento en la capacidad de mecanizado de 15 horas?** Calcula el nuevo valor de las variables y de la función objetivo.

$$\text{MAX} = 50 \cdot X_1 + 25 \cdot X_2 + 20 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5;$$

s.a.:

$$[\text{MEC}] \quad 4 \cdot X_1 + X_2 + 2 \cdot X_3 + 1 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5 = 160;$$

$$[\text{MONT}] \quad 6 \cdot X_1 + X_2 + 2 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 1 \cdot X_5 = 180;$$

### ▪ SOLUCIÓN BÁSICA 3:

VB (X2, X5)

VNB (X4, X3, X1)

v.básicas	B <sup>-1</sup>		x <sub>B</sub>
X2	1	0	160
X5	-1	1	20
C <sub>B</sub> <sup>t</sup> B <sup>-1</sup>	25	0	Z = 4000

$$C_{x1} - Z_{x1} = -50$$

$$C_{x3} - Z_{x3} = -30$$

$$C_{x4} - Z_{x4} = -25$$

$$SB_3: (0, 160, 0, 0, 20); Z=4000$$

**SOLUCIÓN ÓPTIMA**

### Caso 3:

¿Qué efecto tendría sobre la solución óptima actual un **aumento en la capacidad de mecanizado de 30 horas?** Calcula el nuevo valor de las variables y de la función objetivo.