Solución REPASO 1 GRUPO FLIP

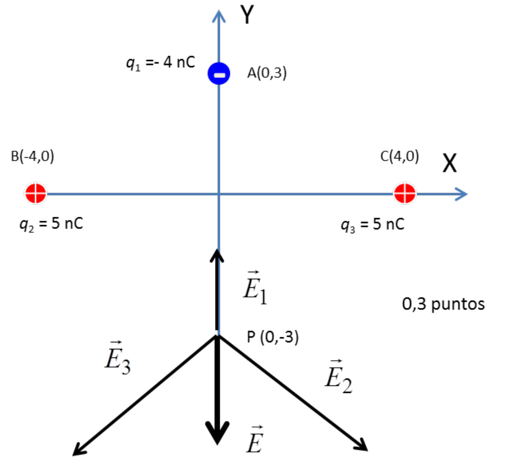
1. Dadas las cargas puntuales de la figura:

a) Calcula el vector campo eléctrico debido a las cargas en el punto P. Dibuja el campo que crea cada carga en P y el campo resultante.

b) Calcula el trabajo para llevar una carga de **2 μC** desde el punto P hasta el origen de coordenadas. Indica quien realiza el trabajo.

c) ¿En qué punto del eje Y deberíamos colocar la carga **q_1** para que el potencial en el origen de coordenadas se anule?

(3 puntos)



a) $\vec{E}_1 = k\dfrac{q_1}{r^2}\vec{j} = \dfrac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-9}}{6^2}\vec{j} = \vec{j}\ N/C$ $\quad\vec{E}_2 = k\dfrac{q_2}{r^2}\left(\dfrac{4\vec{i}-3\vec{j}}{5}\right) = \dfrac{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-9}}{5^2}\left(\dfrac{4\vec{i}-3\vec{j}}{5}\right) = \dfrac{9}{25}(4\vec{i}-3\vec{j})\ N/C$

$\vec{E}_3 = \dfrac{9}{25}(-4\vec{i}-3\vec{j})\ N/C$ $\quad\vec{E} = \vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3 = \vec{j}+\dfrac{9}{25}(4\vec{i}-3\vec{j})+\dfrac{9}{25}(-4\vec{i}-3\vec{j}) = \vec{j}-2\dfrac{27}{25}\vec{j} = -\dfrac{29}{25}\vec{j}\ N/C$

(1 punto)

b) $V_{P1} = k\dfrac{q_1}{d_1} = \dfrac{9\cdot10^9(-4\cdot10^{-9})}{6} = -6\,V$ $\quad V_{P2} = k\dfrac{q_2}{d_2} = \dfrac{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-9})}{5} = 9\,V = V_{P3}$

$V_P = V_{P1}+V_{P2}+V_{P3} = -6+9+9 = 12\,V$

$V_{O1} = k\dfrac{q_1}{d_1} = \dfrac{9\cdot10^9(-4\cdot10^{-9})}{3} = -12\,V$ $\quad V_{O2} = k\dfrac{q_2}{d_2} = \dfrac{9\cdot10^9\cdot5\cdot10^{-9}}{4} = \dfrac{45}{4}V = V_{O3}$

$V_O = V_{O1}+V_{O2}+V_{O3} = -12+2\dfrac{45}{4} = \dfrac{21}{2}V$

$W = q(V_P - V_O) = 2\cdot10^{-6}\left(12-\dfrac{21}{2}\right) = 3\cdot10^{-6}\ J$

Como este trabajo es positivo, es realizado por las fuerzas del campo.

c) Si trasladamos la carga q_1 al punto (0,y) y el potencial en O debe ser nulo, entonces debe verificarse que:

$$0 = \frac{9\cdot10^9(-4\cdot10^{-9})}{y}+2\frac{9\cdot10^9(5\cdot10^{-9})}{4} \Rightarrow \frac{4}{y} = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{8}{5}\,m$$ El punto es (0,8/5) m

Obviamente, el punto (0,-8/5) m es también solución del problema

2. Enuncia el teorema de Gauss y aplícalo para calcular el campo eléctrico creado por un conductor esférico de radio *R* cargado con una carga *Q*: **(0.8 puntos)**

a) A una distancia *3R* de su centro **(0.6 puntos)**

b) A una distancia *R/3* de su centro **(0.6 puntos)**

Teorema de Gauss: El flujo neto del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga neta encerrada en dicha superficie dividida por ε_0

a) Consideremos una superficie esférica de radio3R. En cualquier punto de dicha superficie, el vector campo eléctrico y el vector representativo de la superficie alrededor de dicho punto son paralelos. De acuerdo con el teorema de Gauss:

$$\phi = \int_{Superficie}\vec{E}d\vec{S} = \int_{Superficie} EdS = E4\pi(3R)^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{36\pi\varepsilon_0 R^2}$$

b) Consideremos una superficie esférica de radioR/3. De acuerdo con el teorema de Gauss, y teniendo en cuenta que dentro de la superficie esférica considerada no hay carga neta:

$$\phi = \int_{Superficie}\vec{E}d\vec{S} = \int_{Superficie} EdS = E4\pi(R/3)^2 = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = 0$$

Solución REPASO 1 GRUPO FLIP

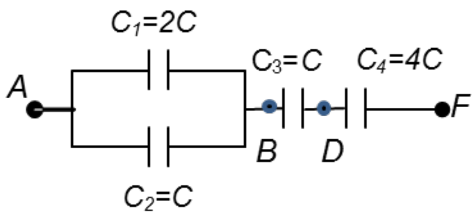
3. La asociación de condensadores de la figura se conecta a una d.d.p. V_{AF}=10V.

a) Calcula la carga de cada condensador y la d.d.p. en bornes de cada condensador.

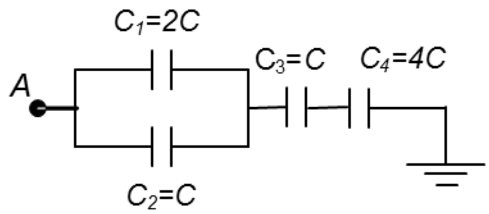
b) Calcula la capacidad equivalente de la asociación de condensadores si introducimos un dieléctrico de $\varepsilon_r = 2$ en el condensador C_1 y reducimos a la mitad la distancia entre las armaduras del condensador C_3.

c) Con las condiciones del apartado a), calcula V_B y V_D si conectamos el punto F a tierra y V_A=10V

a)



c)



a) Este ejercicio se puede resolver de dos maneras diferentes, ambas correctas:

- Sin utilizar la capacidad equivalente del conjunto de condensadores:

  - Los condensadores 1 y 2 están conectados en paralelo, y por lo tanto $V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{2C} = \frac{Q_2}{C} \Rightarrow Q_1 = 2Q_2$
  - Los condensadores 3 y 4 están conectados en serie, y por lo tanto $Q_3=Q_4$
  - La carga del condensador 3 se reparte entre los condensadores 1 y 2, y por lo tanto: $Q_1 + Q_2 = Q_3 \Rightarrow Q_3 = 3Q_2$
  - La diferencia de potencial entre A y F es 10 V, por lo tanto: $V_1 + V_3 + V_4 = \frac{Q_1}{2C} + \frac{Q_3}{C} + \frac{Q_4}{4C} = 10$

  Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior, podemos calcular la carga y la diferencia de potencial en cada condensador: $\frac{2Q_2}{2C} + \frac{3Q_2}{C} + \frac{3Q_2}{4C} = 10 \Rightarrow Q_2 = \frac{40}{19}C \Rightarrow Q_1 = \frac{80}{19}C \Rightarrow Q_3 = Q_4 = \frac{120}{19}C$

  $$V_1 = V_2 = \frac{Q_1}{2C} = \frac{40}{19}V \qquad V_3 = \frac{Q_3}{C} = \frac{120}{19}V \qquad V_4 = \frac{Q_4}{4C} = \frac{30}{19}V$$

  Obviamente se cumple que $V_1 + V_3 + V_4 = \frac{40}{19} + \frac{120}{19} + \frac{30}{19} = \frac{190}{19} = 10V$

- Utilizando la capacidad equivalente del conjunto de condensadores. Los condensadores 1 y 2 están en paralelo, y por lo tanto $C_{12} = 2C + C = 3C$. C_{12} está en serie con C_3 y C_4. Entonces

  $$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{3C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{4C} = \frac{19}{12C} \Rightarrow C_{eq} = \frac{12}{19}C$$

La carga del condensador equivalente es la misma que la carga de C_4 y por lo tanto $Q_4 = Q_3 = C_{eq} \cdot 10 = \frac{12}{19}C \cdot 10 = \frac{120}{19}C$

$$V_3 = \frac{Q_3}{C} = \frac{120}{19}V \qquad V_4 = \frac{Q_4}{4C} = \frac{30}{19}V \qquad V_1 = V_2 = 10 - (V_3 + V_4) = 10 - (\frac{120}{19} + \frac{30}{19}) = \frac{40}{19}V$$

$$Q_1 = 2CV_1 = \frac{80}{19}C \qquad Q_2 = CV_2 = \frac{40}{19}C$$

b) Con las condiciones dadas, C'_1=4C and C'_3=2C. Así, la nueva capacidad equivalente es:

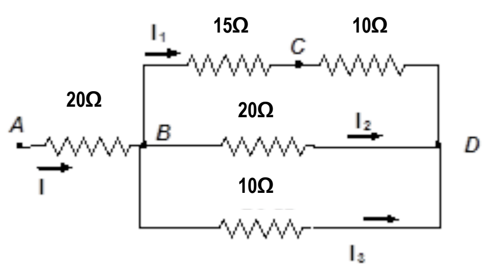
$$\frac{1}{C'_{eq}} = \frac{1}{5C} + \frac{1}{2C} + \frac{1}{4C} = \frac{19}{20C} \Rightarrow C'_{eq} = \frac{20}{19}C$$

c) Si el punto F se conecta a tierra, entonces V_F=0 y V_A=10 V. Por lo tanto

$$V_B = V_A - V_1 = 10 - \frac{40}{19} = \frac{150}{19}V = 7.89V \quad \text{y} \quad V_D = V_B - V_3 = \frac{150}{19} - \frac{120}{19} = \frac{30}{19}V = 1.58V$$

Solución REPASO 1 GRUPO FLIP

4. En la asociación de resistencias de la figura, se sabe que V_{AB} = **10 V**.
Calcula:
a) I_1, I_2, I_3, I, V_{CD}, V_{BD}, V_{BC} y V_{AD}.
b) Resistencia equivalente entre A y D
c) Resistencia equivalente entre A y C



a) $I = \frac{V_{AB}}{20} = \frac{10}{20} = 0.5\ A$ $V_{BD} = I_1 \cdot (15+10) = 20 \cdot I_2 = 10 \cdot I_3$ entonces $I_3 = 2I_2$ y $I_1 = \frac{4}{5} I_2$

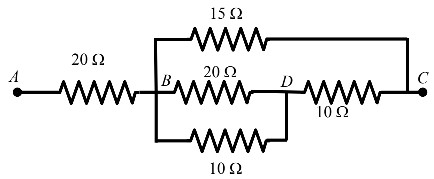
Además $I = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow 0.5 = \frac{4}{5} I_2 + I_2 + 2I_2 = \frac{19}{5} I_2 \Rightarrow I_2 = 0.131\ A$ $I_1 = 0.105\ A$ $I_3 = 0.263\ A$

$V_{BD} = I_2 20 = 2.63\ V$ $V_{BC} = I_1 10 = 1.57\ V$ $V_{AD} = V_{AB} + V_{BD} = 10 + 2.63 = 12.63\ V$ $V_{CD} = V_{BD} - V_{Bc} = 2.63 - 1.57 = 1.06V$

b) Entre B y D hay tres resistencias en paralelo: $\frac{1}{R_{BD}} = \frac{1}{25} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = \frac{19}{100} \Rightarrow R_{BD} = \frac{100}{19} = 5.26\ \Omega$

$\Rightarrow R_{AD} = R_{AB} + R_{BD} = 20 + 5.26 = 25.26\ \Omega$

c) Entre A y C, el circuito puede representarse del siguiente modo:



Entre B y D, las resistencias de 20 y 10 Ω están conectadas en paralelo:

$\frac{1}{R'_{BD}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = \frac{3}{30} \Rightarrow R'_{BD} = \frac{20}{3}\ \Omega$ (enparalelo) $R'_{BC} = \frac{20}{3} + 10 = \frac{50}{3}\ \Omega\ (en\, serie)$

$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{\frac{50}{3}} + \frac{1}{15} = \frac{3}{50} + \frac{1}{15} = \frac{19}{150} \Rightarrow R_{BC} = \frac{150}{19} = 7.89\ \Omega$ (en paralelo)

$R_{AC} = 20 + \frac{150}{19} = 27.89\ \Omega$ (en serie)

Formulario

$$\vec{F} = K\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{u}_r \qquad U = K\frac{q_1 q_2}{r} \qquad W = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = U_A - U_B = q(V_A - V_B)$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9x10^9\ \frac{kg\ m^3}{A^2 s^4} \qquad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r \qquad \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = (V_A - V_B) = -\Delta V$$

$$V = \frac{U}{q'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \qquad \int_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\sum_i q_i}{\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$C = \frac{Q}{V} \qquad C = \varepsilon_0\frac{S}{d} \qquad W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 \qquad \vec{E}_d = \frac{\vec{E}}{\varepsilon_r} \qquad \varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$$

$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$	$\vec{J} = \sigma\vec{E}$	$\vec{J} = nq\vec{v}_a$	$\rho = \rho_0(1+\alpha(T-T_0))$	$V_1 - V_2 = RI$	$R = \rho L/S$