

Nota: Siempre que sea necesario utilizar el método Simplex, éste se aplicará en la forma de Simplex Revisado

Nombre y apellidos: _____ e-mail: _____

1 Los responsables de la empresa Tektury, SA se plantean cómo planificar la producción de los tres tipos de embalaje de cartón A, B y C que fabrica.

Al mes, la empresa puede disponer de hasta 50 toneladas de cartón. El tiempo que se emplea en producir cada tonelada de embalaje es 20 horas para el de tipo A, 30 horas para el B, y 32 para el C. Tektury dispone de varias líneas de producción, que suponen una capacidad de trabajo total de 1.000 horas/mes.

El beneficio neto que proporciona cada tonelada de embalaje A, B y C es 4.000, 6.000 y 8.000 euros, respectivamente.

Por compromisos comerciales previamente adquiridos, se deben producir mensualmente al menos 10 toneladas de embalaje tipo A o B.

Los responsables de la empresa han planteado el siguiente modelo lineal para conocer la planificación de la producción que maximiza el beneficio respetando todas las condiciones enunciadas:

VARIABLES

x_i = Cantidad a fabricar de embalaje i (toneladas/mes), $i = A, B, C$.

FUNCIÓN OBJETIVO

Maximizar beneficio:

[beneficio] Max $z = 4x_A + 6x_B + 8x_C$ (miles euros/mes)

RESTRICCIONES

[cartón] $x_A + x_B + x_C \leq 50$

[tiempo] $20x_A + 30x_B + 32x_C \leq 1.000$

[demanda_de_A_y_B] $x_A + x_B \geq 10$

$x_A, x_B, x_C \geq 0$

La solución óptima y análisis de sensibilidad obtenido con LINGO® se muestran en las siguientes tablas:

Variable	Value	Reduced Cost
XA	10.00000	0.000000
XB	0.000000	0.500000
XC	25.00000	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	240.0000	1.000000
CARTON	15.00000	0.000000
TIEMPO	0.000000	0.250000
DEMANDA_DE_A_Y_B	0.000000	-1.000000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
XA	4.000000	1.000000	0.500000
XB	6.000000	0.500000	INFINITY
XC	8.000000	INFINITY	1.600000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
CARTON	50.00000	INFINITY	15.00000
TIEMPO	1000.000	480.0000	800.0000
DEMANDA_DE_A_Y_B	10.00000	40.00000	10.00000

Contesta a las siguientes cuestiones **justificando en todos los casos las respuestas:**

- ¿Existen soluciones óptimas alternativas?
- Explica las dos interpretaciones posibles del coste reducido de XB.
- ¿Cómo afectaría a la solución óptima, al beneficio óptimo asociado y a la base óptima un aumento de 1000 euros en el beneficio obtenido por cada tonelada de embalaje tipo A? Ante esta modificación, ¿existen soluciones óptimas alternativas?.
- Debido a una avería temporal en las instalaciones, la capacidad de trabajo disminuye a la mitad. ¿La solución óptima cambiará? ¿Cuál será el beneficio óptimo que podría obtenerse en dichas condiciones?

En la nueva solución óptima, ¿se fabricará embalaje de tipo B?

- Se plantea a la empresa la posibilidad de alquilar maquinaria adicional, a un precio de 110.000 euros al mes. Dicha operación supondría una capacidad extra de trabajo equivalente a 400 horas/mes. ¿Debe la empresa aceptar la oferta?
- La empresa se está preparando para fabricar un cuarto tipo de embalaje, D. Cada tonelada de este embalaje necesitaría 1 tonelada de cartón y 35 horas de producción. ¿Qué beneficio debería producir 1 tonelada de este nuevo tipo de embalaje para que fuese rentable su producción?

(Puntuación: 3 puntos)

2 Dado el siguiente programa lineal:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max} \quad z = 24X_1 + 20X_2 \\ \text{s.a:} \quad \begin{array}{l} \text{[R1]} \quad 1/2 X_1 + X_2 \leq 12 \\ \text{[R2]} \quad 3/2 X_1 + X_2 \leq 24 \\ \text{[UB1]} \quad X_1 \leq 15 \\ \text{[UB2]} \quad X_2 \leq 7/2 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{array} \end{array} \right\} (P).$$

- a) Obtener la tabla de la **solución básica inicial** a partir de la cual se aplicaría el algoritmo simplex con variables acotadas.
- b) A partir de la tabla de la solución básica inicial planteada en el apartado a), realizar **UNA iteración del algoritmo simplex con variables acotadas** y obtener la nueva solución básica.
- c) La siguiente tabla corresponde a una Solución Básica obtenida mediante la aplicación del Simplex al problema inicial (P), (donde X3 y X4 son las variables de holgura de las restricciones [R1] y [R2] respectivamente y u1 es la variable asociada a la cota [UB1]):

(Variables: U₁, X2, X3, X4)

v.básicas	B ⁻¹		x _B
X3	1	-1	3
X2	0	1	3/2
c _B ^t B ⁻¹	0	20	390

Determina si esta solución **es o no solución óptima** y en caso de que no lo sea, indica de forma razonada la **variable que debería entrar y la que debería salir** de la base para pasar a la siguiente solución básica (NO HAY que calcular la nueva solución).

(Puntuación: 2.5 puntos)

3 Dado el siguiente modelo de programación lineal:

$$\begin{array}{l} \text{MAX } Z = 2X_1 + X_2 \\ \text{s.a:} \quad \begin{array}{l} \text{[R1]} \quad X_1 + 2X_2 \leq 10 \\ \text{[R2]} \quad 3X_1 + X_2 \leq 10 \\ \text{[R3]} \quad X_1 + X_2 \leq 2 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{array} \end{array}$$

Cuya solución óptima se incluye en la tabla siguiente:

v.básicas	B ⁻¹			x _B
X3	1	0	-1	8
X4	0	1	-3	4
X1	0	0	1	2
c _B ^t B ⁻¹	0	0	2	Z=4

Y sabiendo que X3, X4 y X5 son las variables de holgura de las restricciones R1, R2 y R3 respectivamente, calcular:

- a) **Obtener el intervalo de Análisis de sensibilidad del coeficiente en la función objetivo de X1 (c1).** Explica el efecto sobre la solución óptima y el valor óptimo de la función objetivo de una variación de dicho coeficiente en el intervalo obtenido.
- b) Realizar los cálculos necesarios que permitan determinar si sería interesante la inclusión de una nueva variable en el modelo anterior teniendo en cuenta que su coeficiente en la función

objetivo es 3 y su vector de coeficientes técnicos es: $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. En caso de que resulte

interesante la inclusión de la nueva variable, calcular la nueva solución.

(Puntuación: 2 puntos)

4 Las tablas que aparecen a continuación corresponden a tablas de alguna iteración del algoritmo simplex revisado aplicado a los siguientes problemas:

- a) Maximizar $Z = 3x_1 + 4.5x_2$
s.a: $x_1 + 3x_2 \leq 9$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
 $x_1, x_2 \geq 0$

v.básicas	B ⁻¹		x _B
X2	2/3	-1/3	2
X1	-1	1	3
c _B ^t B ⁻¹	0	3/2	Z=18

- b) Maximizar $Z = 2x_1 + 1.5x_2$
s.a: $x_1 - x_2 \leq 1$
 $2x_1 - x_2 \leq 1$
 $x_1, x_2 \geq 0$

v.básicas	B ⁻¹		x _B
X3	1	-1/2	1/2
X1	0	1/2	1/2
c _B ^t B ⁻¹	0	1	Z=1

- Identificar en cada caso **cuál** de las afirmaciones siguientes **es cierta** justificando numéricamente tu respuesta en todos los casos:

- a) El problema tiene solución óptima única.
b) El problema tiene soluciones óptimas alternativas.
c) El problema tiene solución no acotada. ¿Por qué?
d) Se puede mejorar el objetivo. ¿Qué par de variables determinan el cambio de base?

(Puntuación: 2.5 puntos)

SOLUCIÓN

1

- a) **No existen soluciones óptimas alternativas.** Para que existan soluciones óptimas alternativas, al menos una fila: value + reduced cost o bien slack + dual Price deben ser ceros. Es decir, debe haber alguna variable no básica en la solución óptima cuyo $c_j - z_j$ sea cero. Y por tanto, si se incrementara esta variable provocando un cambio de base, la nueva solución tendría el mismo valor óptimo de la función objetivo.
- b) Coste reducido de 0.5 miles de euros (500 euros). Esto implica por un lado que si se deseara producir unidades de XB, **se debería mejorar el coeficiente** asociado a esta variable en 0.5 miles de euros para que interesara que esta variable tomara valores mayores de cero en la solución óptima.

La segunda interpretación del coste reducido de X_B sería el **empeoramiento en el valor óptimo de la función objetivo** en caso de fabricar una unidad de XB.

- c) $\Delta c_A = 1 \Rightarrow c_A' = c_A + \Delta c_A = 4 + 1 = 5$ miles de euros/tonelada.
Como estamos aumentando el precio de una variable básica, sabemos que, con las nuevas condiciones, el nuevo valor óptimo de la función objetivo será mayor que el original. Máximo incremento que puede sufrir c_A sin que varíe la solución óptima es de 1 miles de euros/tonelada.
Como $\Delta c_A = 1 \leq 1 \Rightarrow$ estamos aún «dentro de rangos» \Rightarrow **La solución óptima no cambia**; sigue siendo válida la solución óptima actual. Pero sí que variará el beneficio óptimo:
 $Z^* = Z^* + \Delta c_A x_A = 240 + 1 \cdot 10 = 250$ miles de euros/mes.

Además, en este caso, dado que c_A' está justo en el límite superior del intervalo, sabemos que la solución óptima NO será única: habrá al menos otra solución básica factible (SBF) que también proporcionará un beneficio de 250.000 euros/mes; y también **serán solución óptima los infinitos puntos** contenidos en el «segmento» que une ambas SBF.

- d) $\Delta b_2 = -0,5 b_2 = -500 \Rightarrow b_2' = b_2 - 0,5 b_2 = 500$ horas/mes.
Coste de oportunidad de la restricción Tiempo = 0,25 miles de euros/hora.
El coste de oportunidad de «Tiempo» nos dice que, por cada hora adicional que la empresa sea capaz de trabajar, el beneficio aumentará en 250 euros; y por cada hora de menos, la función objetivo disminuirá en 250 euros.
Al tratarse de una restricción con holgura igual a cero y por tanto coste de oportunidad distinto de cero, podemos afirmar que la solución óptima cambiará. Además, por tratarse de un coste de oportunidad positivo y plantearse una disminución del lado derecho, la nueva solución óptima presentará un beneficio inferior al original.
La DISMINUCIÓN máxima que puede sufrir b_2 sin que varíen la base de la solución óptima ni el coste de oportunidad de la restricción es de 800 horas/mes.

Como $\Delta b_2 = -500 \geq -800 \Rightarrow$ estamos «dentro de rangos» \Rightarrow **La solución óptima SÍ cambia, pero NO la base, y el coste de oportunidad de la restricción** sigue siendo válido. Como es válido el coste de oportunidad, podemos recalcular el beneficio óptimo:
 $Z^* = Z^* + C.Op.([Tiempo]) \cdot \Delta b_2 = 240 + 0,25 \cdot (-500) = 115$ miles de euros/mes.

Como **no cambia la base** de la solución óptima, las variables que eran no básicas en la solución original lo seguirán siendo en la nueva solución (también las variables de holgura). \Rightarrow **El embalaje de tipo B seguirá sin fabricarse**, ya que en la solución original dicha variable era no básica (tomaba valor cero).

- e) $\Delta b_2 = 400 \Rightarrow b_2' = b_2 + \Delta b_2 = 1.400$ horas/mes.
Coste de oportunidad Tiempo = 0,25 miles de euros/hora.
El coste de oportunidad de «Tiempo» nos dice que, por cada hora adicional que la empresa sea capaz de trabajar, el beneficio aumentará en 250 euros.
Al tratarse de una restricción con holgura igual a cero y por tanto coste de oportunidad distinto de cero, podemos afirmar que la solución óptima cambiará.
Además, por tratarse de un coste de oportunidad positivo y plantearse una ampliación del lado derecho, la nueva solución óptima presentará un beneficio mayor que el original.

El INCREMENTO máximo que puede sufrir b_2 sin que varíen la base de la solución óptima ni el coste de oportunidad de la restricción es de 480 horas/mes.

Como $\Delta b_2 = 400 \leq 480 \Rightarrow$ estamos «dentro de rangos» \Rightarrow **La solución óptima SÍ cambia, pero NO la base, y el coste de oportunidad de la restricción** sigue siendo válido. Como es válido el coste de oportunidad, podemos calcular el incremento del beneficio, si tenemos 400 horas extra de trabajo al mes:

$$\Delta z = C.Op.([Tiempo]) \cdot \Delta b_2 = 0,25 \cdot 400 = 100 \text{ miles de euros/mes.}$$

Como $\Delta z = 100 < 110 \Rightarrow$ **La empresa NO debe aceptar la oferta** (lo que es capaz de ganar de más con esa maquinaria adicional NO supera a lo que le cuesta alquilarla).

- f) Cada tonelada de D consume recursos antes destinados únicamente a producir embalajes de tipo A, B y C; esa disminución de recursos la podemos valorar económicamente gracias al coste de oportunidad de cada restricción.

Por cada tonelada de D, consumimos:

$$1 \text{ tonelada de cartón} \Rightarrow 1 \cdot 0 = 0 \text{ miles de euros.}$$

$$35 \text{ horas de trabajo} \Rightarrow 35 \cdot 0,25 = 8,75 \text{ miles de euros.}$$

(y no afecta a la restricción «Demanda A y B»).

Por tanto, cada tonelada de D supone una disminución de 8.750 euros en la producción mensual de A, B y C, respecto a la solución óptima.

En consecuencia, para que resultase rentable fabricar el embalaje tipo D, cada tonelada de éste debería producir **un beneficio mayor de 8.750 euros**.

2.

Expresar el modelo en forma estándar:

MODELO forma Estándar

$$\begin{aligned} \text{MAX } & 24 X_1 + 20 X_2 \\ & 1/2 X_1 + X_2 + X_3 = 12 \\ & 3/2 X_1 + X_2 + X_4 = 24 \\ & X_1 \leq 15 \\ & X_2 \leq 7/2 \end{aligned}$$

- Además deberemos tener en cuenta la cota superior definida sobre x_1 y sobre x_2 . Para ello se define las variables u_1 y u_2 como:

$$\begin{aligned} X_1 + u_1 &= 15 \\ X_2 + u_2 &= 7/2 \end{aligned}$$

a su vez $u_1 \leq 15$ y $u_2 \leq 7/2$, por lo que trabajaremos con ambas variables utilizando una u otra según que X_1 y X_2 estén o no en su cota superior.

Tabla SB₀

(Variables: X_1, X_2, X_3, X_4)

v.básicas	B ⁻¹		x _B
X3	1	0	12
X4	0	1	24
c _B ^t B ⁻¹	0	0	0

b)

$$z_j = (c_B^t B^{-1}) a_j$$

$$z_{x1} = (c_B^t B^{-1}) a_{x1} = (0, 1) \begin{pmatrix} 1/2 \\ 3/2 \end{pmatrix} = 0; \quad c_{x1} - z_{x1} = 24$$

$$z_{x2} = (c_B^t B^{-1}) a_{x2} = (0, 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0; \quad c_{x2} - z_{x2} = 20$$

JE: x_1

$$y_{x1} = B^{-1} a_{x1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 3/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 3/2 \end{pmatrix}$$

Tabla SB₀

(Variables: X_1, X_2, X_3, X_4)

v.básicas	B ⁻¹		x _B	y _{x1}
X3	1	0	12	1/2
X4	0	1	24	3/2
c _B ^t B ⁻¹	0	0	0	

Como x_1 está acotada superiormente, calculamos los parámetros β , u_j y δ para determinar cómo se hace el cambio de base:

$$\beta = \min (X_{Bi} / \nabla_{ij}^+) = \min\{24, 16\} = 16$$

$$u_j = 15$$

δ no existe ya que ninguna de las var. Básicas tienen cota superior

$$\theta_j = \min (\beta, u_j, \delta) = u_j$$

- No hay cambio de variables básicas
- Recalcular el valor de las variables y de la función objetivo. Pasamos a trabajar con un modelo en el que aparece u_{x1} en lugar de x_1 .

Modelo Equivalente con $x_1=15-u_1$

$$\begin{aligned} \text{MAX } & 360 - 24 u_1 + 20 X_2 \\ & -1/2 u_1 + X_2 \leq 9/2 \\ & -3/2 X_1 + X_2 \leq 3/2 \\ & u_1 \leq 15 \\ & X_2 \leq 7/2 \end{aligned}$$

$$X_B = B^{-1} b = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9/2 \\ 3/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9/2 \\ 3/2 \end{pmatrix}$$

$$Z = 360 + c_B^t X_B = 360 + (0, 0) X_B = 360$$

Tabla SB₁

(Variables: u_1, X_2, X_3, X_4)

v.básicas	B ⁻¹		x _B
X3	1	0	9/2
X4	0	1	3/2
c _B ^t B ⁻¹	0	0	360

c)

Partimos de la siguiente solución básica:

Tabla SB₂

(Variables: u_1, X_2, X_3, X_4)

v.básicas	B ⁻¹		x _B
X3	1	-1	3
X2	0	1	3/2
c _B ^t B ⁻¹	0	20	390

En primer lugar necesitamos determinar si la solución básica actual es solución óptima. Para ello evaluamos los $c_j - z_j$ de las variables no básicas:

$$z_{u1} = (0, 20) \begin{pmatrix} -1/2 \\ -3/2 \end{pmatrix} = -30; \quad c_{u1} - z_{u1} = -24 + 30 = 6$$

$$z_{x4} = (0, 20) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 20; \quad c_{x4} - z_{x4} = -20$$

por tanto la solución actual NO es SOLUCIÓN ÓPTIMA y la variable JE: u_1 .

$$y_{u1} = B^{-1} a_{u1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ -3/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3/2 \end{pmatrix}$$

Calculamos los parámetros β , u_j y δ para determinar cómo se hace el cambio de base:

$$\beta = \min (X_{Bi} / \alpha_{ij}^*) = 3$$

$$U_j = 15$$

$$\delta = \min ((X_{Bi} - \text{cota superior } i) / \alpha_{ij}^-) = 4/3$$

$$\theta_j = \min (\beta, u_j, \delta) = \delta$$

Dado que el menor valor corresponde al parámetro δ , el cambio de solución implica cambio de solución básica. Concretamente:

- Hay cambio de var. Básicas. JE: u_1 ; IS: X_2
- En la nueva solución, se calcularán los valores de la solución teniendo en cuenta que pasaremos a trabajar con el modelo en el que X_2 habrá sido reemplazada por u_2 :

Modelo Equivalente con $x_2 = 7/2 - u_2$

$$\begin{aligned} \text{MAX } & 430 - 24 u_1 - 20 u_2 \\ & -1/2 u_1 - 1 u_2 \leq 1 \\ & -3/2 X_1 - 1 u_2 \leq -2 \\ & u_1 \leq 15 \\ & u_2 \leq 7/2 \end{aligned}$$

3

Análisis de sensibilidad de c_j : Intervalo de variación del c_j en el que la SB actual sigue siendo óptima. En nuestro caso debe mantenerse la siguiente condición de optimalidad: $c_j - z_j \leq 0$ para todo j en VNB puesto que el problema es de maximizar.

- a) A partir de la S.O. y dado que X_1 es VB en la SB actual, la variación de C_1 afecta a todos los $c_j - z_j$ de las VNB:

$$c_B^T B^{-1} = (0, 0, C_1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (0, 0, C_1)$$

$$C_2 - Z_2 = 1 - (0, 0, C_1) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 - C_1 \leq 0 \rightarrow C_1 \geq 1$$

$$C_5 - Z_5 = 0 - (0, 0, C_1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -C_1 \leq 0 \rightarrow C_1 \geq 0$$

Por tanto, mientras $C_1 \geq 1$:

1. La SB actual seguirá siendo óptima
2. El valor de la Función objetivo cambiará: $\Delta Z = 2C_1$
3. En el límite ($c_1 = 1$) existen soluciones óptimas alternativas

- b) Sea X_n la nueva variable,

En primer lugar calculamos su $C_j - Z_j$ para determinar si la solución actual sigue o no siendo óptima:

$$C_{Xn} - Z_{Xn} = 3 - (0, 0, 2) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 - 2 = 1$$

Como estamos maximizando y $C_{Xn} - Z_{Xn} \geq 0$, implica que la solución actual seguiría siendo óptima, por tanto, **SÍ INTERESA** la inclusión de la nueva variable.

Para calcular la nueva solución necesitamos el vector Y_{Xn} :

$$Y_{Xn} = B^{-1} a_{Xn} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

A partir de estos valores, se determina que la variable $X1$ es la variable IS, de modo que la nueva SB es:

v.básicas	B^{-1}			x_B
X3	1	0	-2	6
X4	0	1	-2	6
Xn	0	0	1	2
$C_B^t B^{-1}$				$Z=6$

4

Las tablas que aparecen a continuación corresponden a tablas de alguna iteración del algoritmo simplex revisado aplicado a los siguientes problemas:

a) Maximizar $Z = 3x_1 + 4.5x_2$

s.a: $x_1 + 3x_2 \leq 9$
 $2x_1 + 3x_2 \leq 12$
 $x_1, x_2 \geq 0$

v.básicas	B^{-1}		x_B
X2	2/3	-1/3	2
X1	-1	1	3
$C_B^t B^{-1}$	0	3/2	$Z=18$

b) Maximizar $Z = 2x_1 + 1.5x_2$

s.a: $x_1 - x_2 \leq 1$
 $2x_1 - x_2 \leq 1$
 $x_1, x_2 \geq 0$

v.básicas	B^{-1}		x_B
X3	1	-1/2	1/2
X1	0	1/2	1/2
$C_B^t B^{-1}$	0	1	$Z=1$

■ Identificar en cada caso **cuál** de las afirmaciones siguientes **es cierta** justificando numéricamente tu respuesta en todos los casos:

- El problema tiene solución óptima única.
- El problema tiene soluciones óptimas alternativas.
- El problema tiene solución no acotada. ¿Por qué?
- Se puede mejorar el objetivo. ¿Qué par de variables determinan el cambio de base?

En el problema a), para determinar el tipo de solución ante la que nos encontramos es necesario determinar si la solución actual es óptima.

Suponiendo que x_3 y x_4 son las variables de holgura asociadas a las restricciones, calculamos $c_j - z_j$ para las VNB:

$$C_{X3} - Z_{X3} = 0 - 0 = 0, \text{ puesto que } Z_{X3} = (0, 3/2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$C_{X4} - Z_{X4} = 0 - 3/2 = -3/2, \text{ puesto que } Z_{X4} = (0, 3/2) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3/2$$

Por tanto, la solución es óptima y no es única sino que **EXISTEN SOLUCIONES ÓPTIMAS ALTERNATIVAS** ya que el $c_j - z_j = 0$ para una de las variables no básicas en la solución óptima.

Por tanto, la afirmación correcta para este problema es la **b) El problema tiene soluciones óptimas alternativas**

En el **problema b)**, determinamos si se trata o no de la solución óptima calculando el $c_j - z_j$ para todas las variables no básicas. Asumiendo que x_3 y x_4 son las variables de holgura de las restricciones, calculamos:

$$C_{x_2} - Z_{x_2} = 3/2 - (-1) = 5/2, \text{ puesto que } Z_{x_2} = (0, 1) \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = -1$$

$$C_{x_4} - Z_{x_4} = 0 - 1 = -1, \text{ puesto que } Z_{x_4} = (0, 1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1$$

Por tanto, la solución actual NO ES OPTIMA y tendría que entrar la variable x_2 .

A continuación calculamos el vector Y_{x_2} :

$$Y_{x_2} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

Teniendo en cuenta que las componentes del vector Y indican la modificación del valor de las variables básicas por unidad de la variable no básica que va a entrar en la solución, concluimos que cuando entra en la solución x_2 NINGUNA variable básica se hará 0. Se trata por tanto de un problema con **SOLUCIÓN NO ACOTADA**.

Por tanto, la afirmación correcta para este problema es la **c) El problema tiene solución no acotada**