SEA L UN LENGUAJE.

SE DEFINE LA OPERACIÓN ρ COMO SIGUE

$$\rho(L) = \{ 0^{|x|} / x \in L \}$$

1) ¿ $L \in \mathcal{L}_R \Rightarrow \rho(L) \in \mathcal{L}_R$?

2) ¿ $L \in \mathcal{L}_{REN} \Rightarrow \rho(L) \in \mathcal{L}_{REN}$?

LA OPERACIÓN ρ LA PODEMOS REFORMULAR COMO SIGUE.

SEA h EL HOMOMORFISMO SIGUIENTE.

PARA $L \subseteq \Sigma^*$

$$h : \Sigma^* \longrightarrow \{0\}^*$$

$$\forall a \in \Sigma : h(a) = 0 \quad [\text{NÓTESE QUE } h(a) \neq \lambda]$$

$$\boxed{\text{ASÍ} : \rho(L) = h(L).}$$

EN CONSECUENCIA

1) $L \in \mathcal{L}_R \Rightarrow \rho(L) \in \mathcal{L}_R$

2) $L \in \mathcal{L}_{REN} \Rightarrow \rho(L) \in \mathcal{L}_{REN}$

DIFERENCIA DE LENGUAJES

$$L_1 - L_2 = \{ x \mid x \in L_1 \wedge x \notin L_2 \}$$

1 ¿ES LA DIFERENCIA DE LENGUAJES UNA OPERACIÓN DE CIERRE EN LA FAMILIA DE LOS LENGUAJES RECURSIVOS?

2 ¿Y EN LA FAMILIA DE LOS RECURSIVAMENTE ENUMERABLES?

1 $L_1 - L_2 = L_1 \cap \overline{L_2}$

ES DE CIERRE.

2 NO ES DE CIERRE.

SI LO FUERA LA FAMILIA SERÍA CERRADA PARA EL COMPLEMENTO.

$L \subseteq \Sigma^*$

SEA M UNA MT. SE DEFINE

$$L_5(M) = \{x \in L(M) \ / \ M \text{ PASA MÁS DE 5 VECES POR EL ESTADO INICIAL AL PROCESAR } x\}$$

1 ¿ $L(M) \in \mathcal{L}_{REC} \Rightarrow L_5(M) \in \mathcal{L}_{REC}$?

2 ¿ $L(M) \in \mathcal{L}_R \Rightarrow L_5(M) \in \mathcal{L}_R$?

1 A PARTIR DE M PODEMOS DEFINIR LA MÁQUINA M_5.

ESTA MÁQUINA SIMULA A M Y CONTABILIZA CADA VEZ QUE PASA POR EL ESTADO INICIAL.

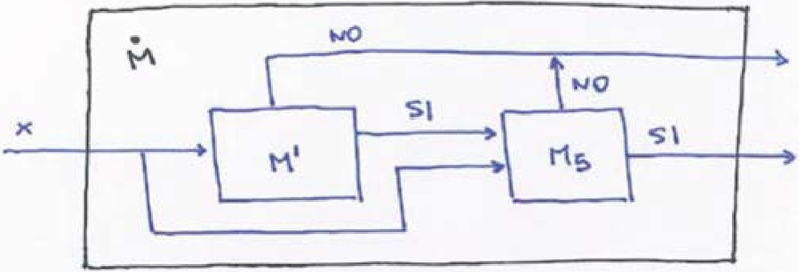
ACEPTA SI Y SOLO SI M LO HACE Y HA PASADO MÁS DE CINCO VECES POR EL ESTADO INICIAL DE M.

SI

~~2 IGUAL QUE EN EL CASO ANTERIOR. M_5 ACEPTA O RECHAZA DE MODO SIMILAR.~~

SI

2 SEA M' UNA MT QUE ACEPTA A L(M), $L(M) = L(M')$, Y QUE SE DETIENE PARA CADA ENTRADA.



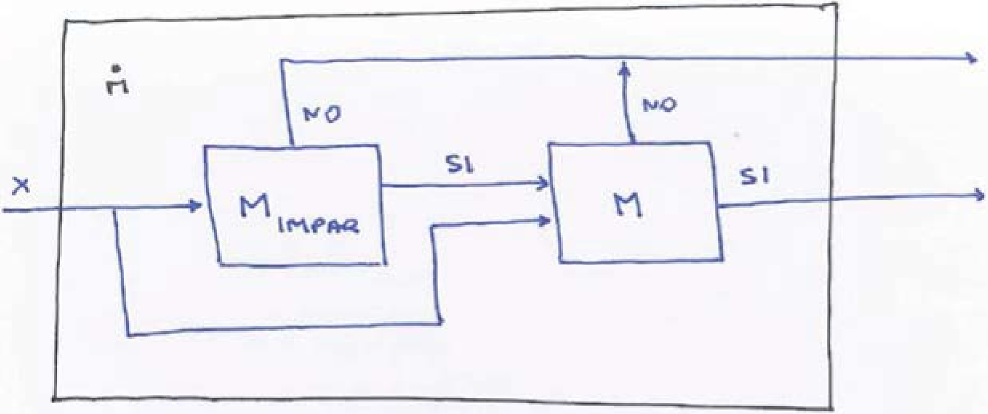
$\dot{M}$ SE DETIENE PARA CADA ENTRADA

$L(\dot{M}) = L_S(M)$

$\Bigg\}\ L_S(M) \in \mathcal{L}_R$

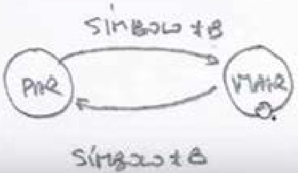
SEA M UNA MT DE MODO QUE SI LA CADENA DE ENTRADA TIENE LONGITUD IMPAR, ENTONCES SIEMPRE SE DETIENE, Y SI TIENE LONGITUD PAR NO SE DETIENE.

¿ES L(M) RECURSIVO?



$$\left.\begin{array}{l}\dot{M}\ \text{SE DETIENE PARA CADA ENTRADA}\\[1em] L(\dot{M}) = L(M)\end{array}\right\} L(M) \in \mathcal{L}_R$$

Mínima:



DESPLAZAMIENTO HACIA LA DERECHA

SEA Σ UN ALFABETO Y SEA TAMBIÉN UN CONJUNTO DE LENGUAJES

$$\{ L_i \subseteq \Sigma^* / i = 1, \dots, n \}$$

DE MODO QUE

1) $\forall i, j \in \{1, \dots, n\}, \ i \neq j \Rightarrow L_i \cap L_j = \phi$

2) $\bigcup_{i=1}^{n} L_i = \Sigma^*$ -> esto significa que L_i particiona a Sigma*

SI TODOS LOS LENGUAJES L_i SON RECURSIVAMENTE ENUMERABLES, ENTONCES

¿SON TODOS LOS LENGUAJES L_i RECURSIVOS?

SE TIENE QUE PARA CADA i, $i = 1, \ldots, n$

$$\overline{L_i} = \bigcup_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{n} L_j$$

Por tanto:

$$\left.\begin{array}{l} L_i \in \mathcal{L}_{RE} \\ \overline{L_i} \in \mathcal{L}_{RE} \end{array}\right\} L_i \in \mathcal{L}_R \,,\ i = 1, \ldots, n$$

SEAN $L_1 \cap L_2 = \phi$.

¿SI L_1 ES RECURSIVO Y L_2 NO LO ES, ENTONCES

$L_1 \cup L_2$ NO ES RECURSIVO?

SUPÓNGASE QUE

$L_1 \cup L_2$ ES RECURSIVO

ENTONCES

$$L_2 = (L_1 \cup L_2) - L_1$$

YA QUE $L_1 \cap L_2 = \phi$

ENTONCES

$$L_2 = (L_1 \cup L_2) - L_1$$

YA QUE $\qquad L_1 \cap L_2 = \phi$

PERO ENTONCES TAMBIÉN L_2 ES RECURSIVO.

POR TANTO

$$\boxed{L_1 \cup L_2 \text{ NO ES RECURSIVO.}}$$

SEAN $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$.

SE DEFINE LA OPERACIÓN P COMO

$$P(L_1, L_2) = \{x \in \Sigma^* / x = yz : y \in L_1 \vee z \in L_2\}$$

1. ¿ $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_R \Longrightarrow P(L_1, L_2) \in \mathcal{L}_R$?

2. ¿ $L_1, L_2 \in \mathcal{L}_{REN} \Longrightarrow P(L_1, L_2) \in \mathcal{L}_{REN}$?

EN AMBOS CASOS LA RESPUESTA ES AFIRMATIVA YA QUE

$$\boxed{P(L_1, L_2) = L_1 \Sigma^* \cup \Sigma^* L_2}$$

$\Sigma^* \in \mathcal{L}_R \subseteq \mathcal{L}_{REN}$

LAS FAMILIAS $\mathcal{L}_R$ Y $\mathcal{L}_{REN}$ SON CERRADAS PARA LA UNIÓN Y LA CONCATENACIÓN.

SEA L UN LENGUAJE RECURSIVO. $L \subseteq \Sigma^*$.

SEA $L' = \{ a^{|x|} b^{|y|} / x \in L \wedge y \notin L \}$

¿ES L' RECURSIVO?

SEAN LOS HOMOMORFISMOS

$$h : \Sigma^* \longrightarrow \{a\}^*, \quad \forall c \in \Sigma, \; h(c) = a$$

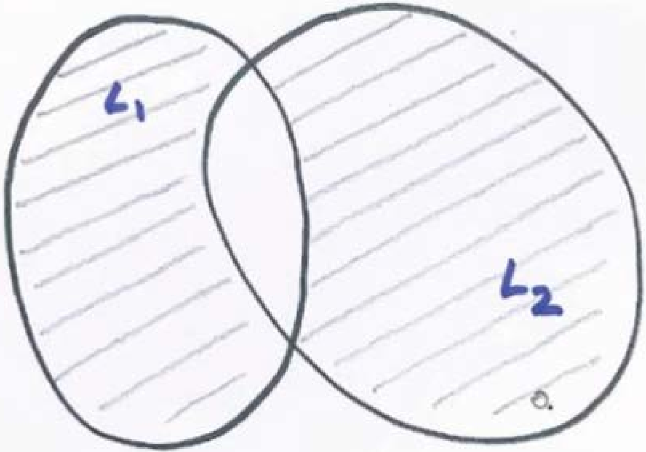
$$g : \Sigma^* \longrightarrow \{b\}^*, \quad \forall c \in \Sigma, \; h(c) = b$$

Así

$$L' = h(L) g(\overline{L})$$

DIFERENCIA SIMÉTRICA

$L_1 \triangle L_2$:



¿ES UNA OPERACIÓN DE CIERRE EN $\mathcal{L}_R$?

ES DE CIERRE EN $\mathcal{L}_R$ YA QUE

$$L_1 \triangle L_2 = (L_1 \cup L_2) - (L_1 \cap L_2)$$

$$= (L_1 - L_2) \cup (L_2 - L_1)$$