

## Problemas de Satisfacción de Restricciones (CSP)

*“Constraint Satisfaction, a simple but powerful idea”*

*Rina Dechter, In 'Constraint Processing' Morgan Kaufmann Pub. (2003)*

Muchos problemas pueden ser expresados mediante:

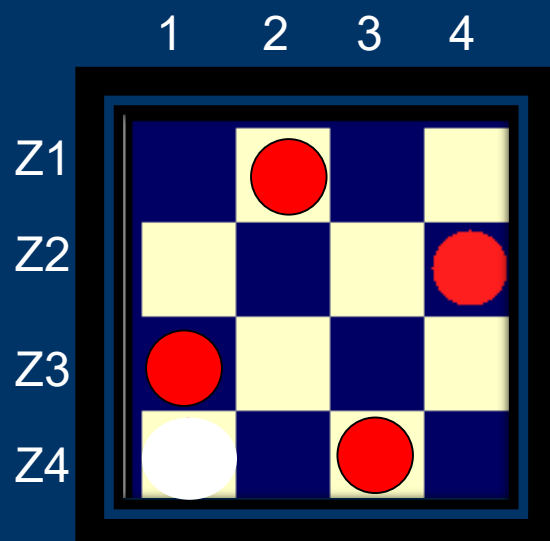
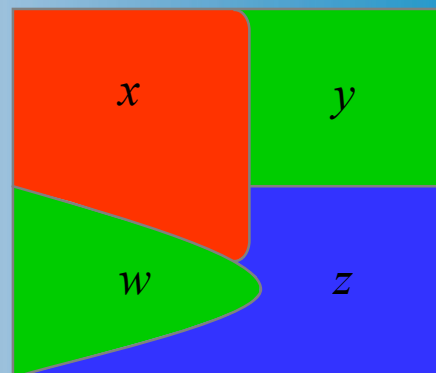
- Un conjunto de variables,
- Un dominio de interpretación (valores) para las variables.
- Un conjunto de restricciones entre las variables.

tal que la solución al problema es una asignación válida de valores a las variables.

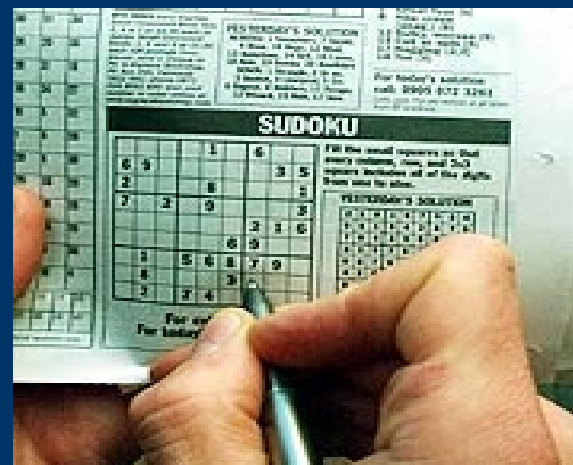
- Problemas de Empaquetamiento, cadenas montaje,
- Problemas de Rutas, transporte, logística,
- Problemas de Scheduling, compartición de recursos,
- Problemas de Razonamiento Temporal,
- Diseño, Planificación, Control, etc.

## Coloreado de Mapas

- Variables:  $x, y, z, w$
- Dominios:  $x, y, z, w : \{r, v, a\}$
- Restricciones: *binarias*  
 $x \neq y, y \neq z, z \neq x, \dots$

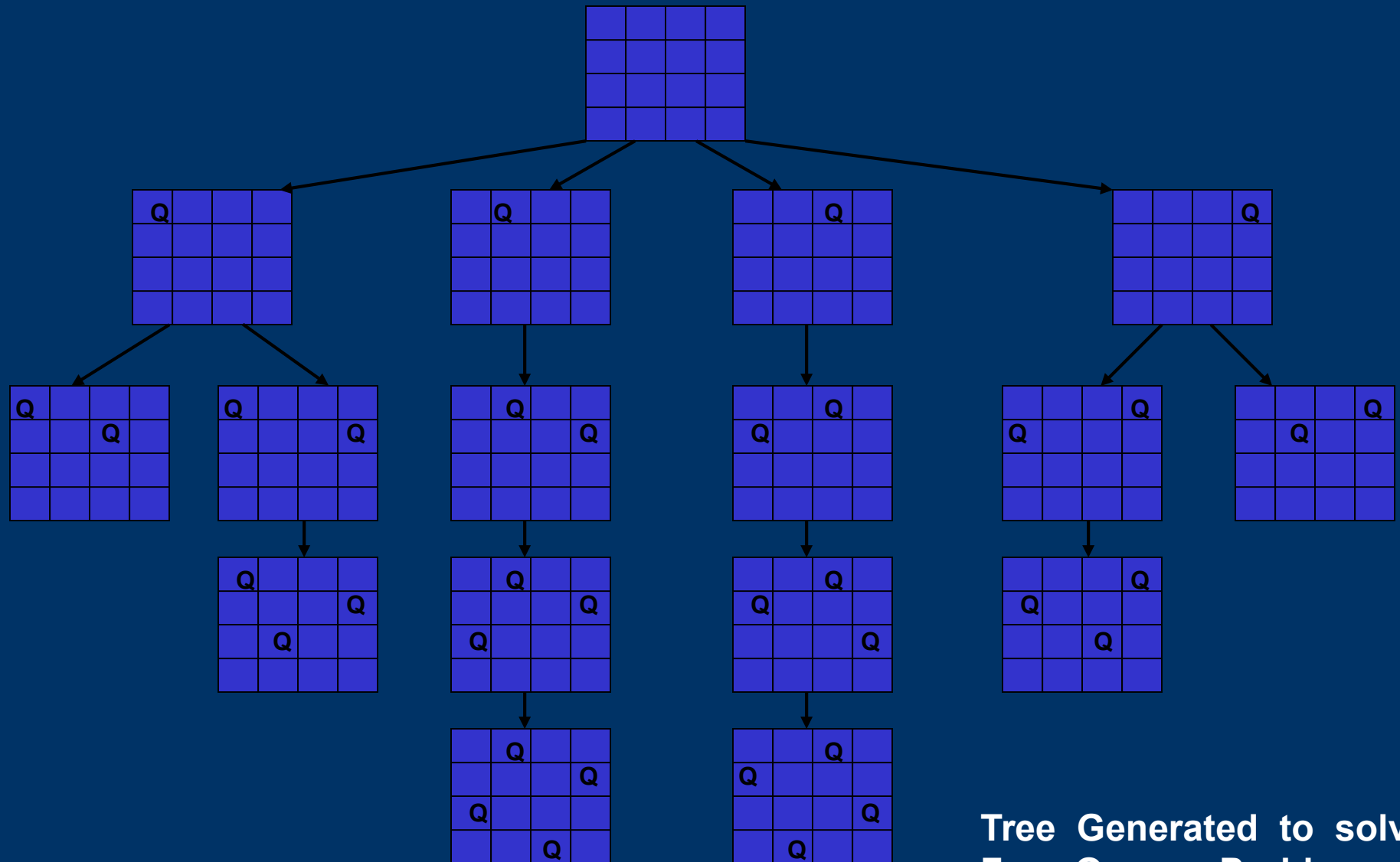


El Problema de las 4 reinas



Sudoku

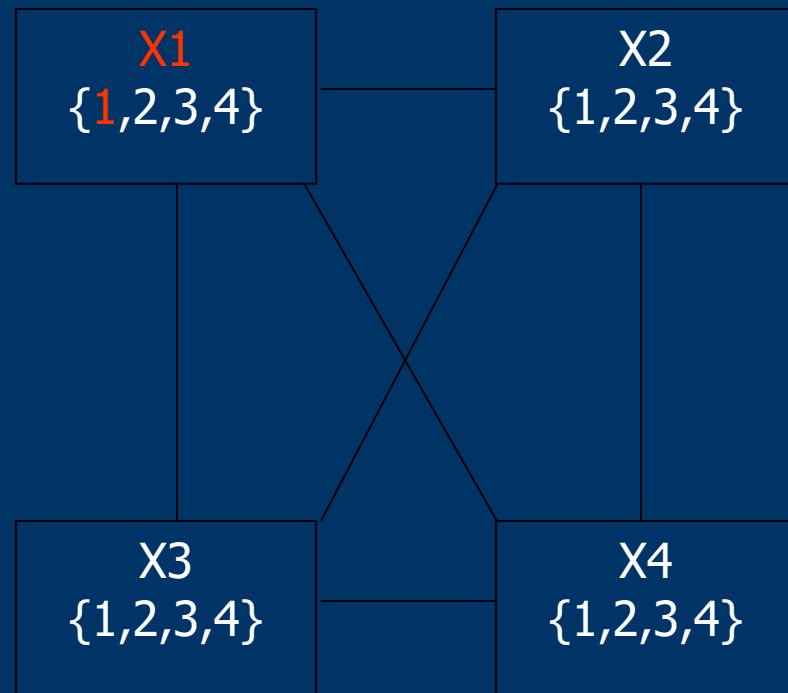
# Chronological Backtracking (bt)










**Tree Generated to solve  
Four-Queens Problem**

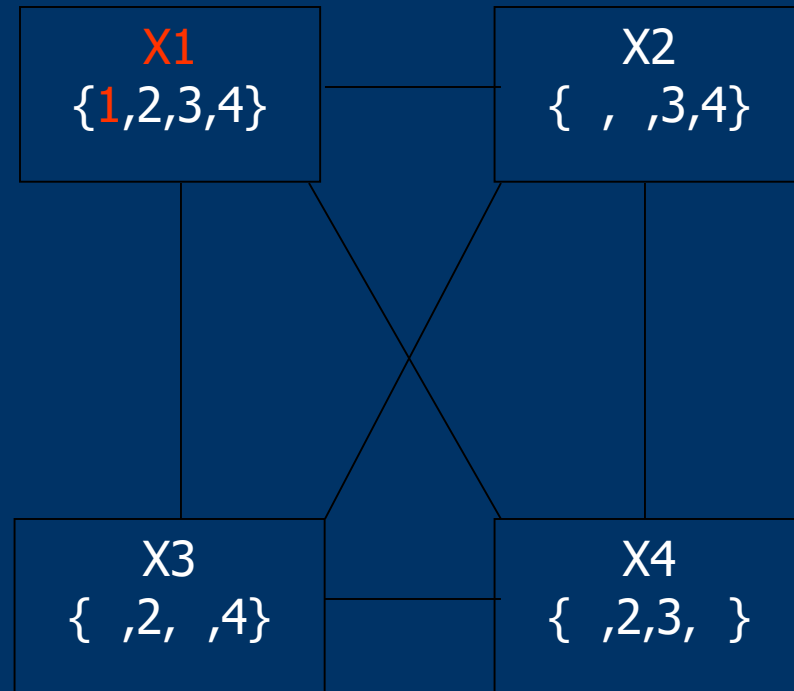
# Forward Checking (fc)

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●		
3			●	
4				●



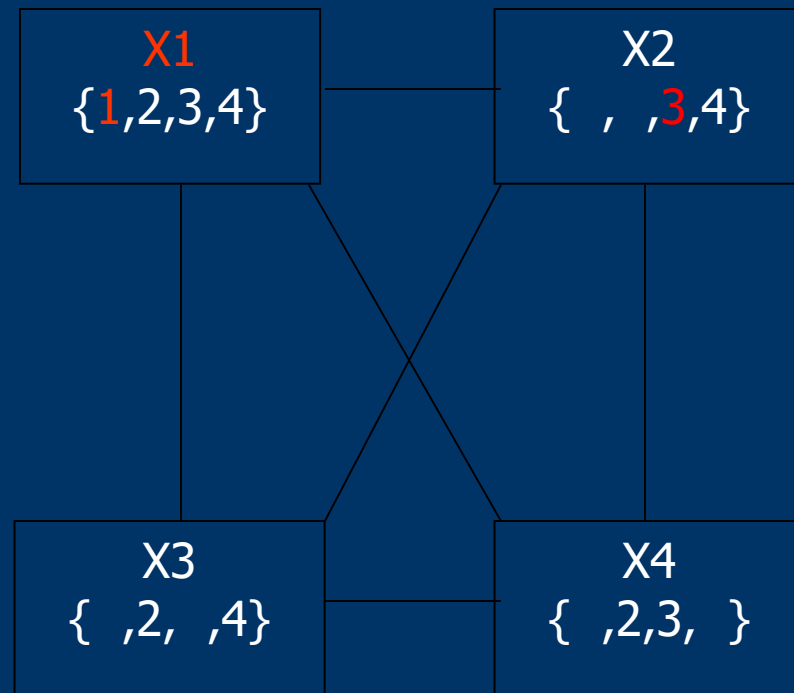
# Forward Checking (fc)

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				



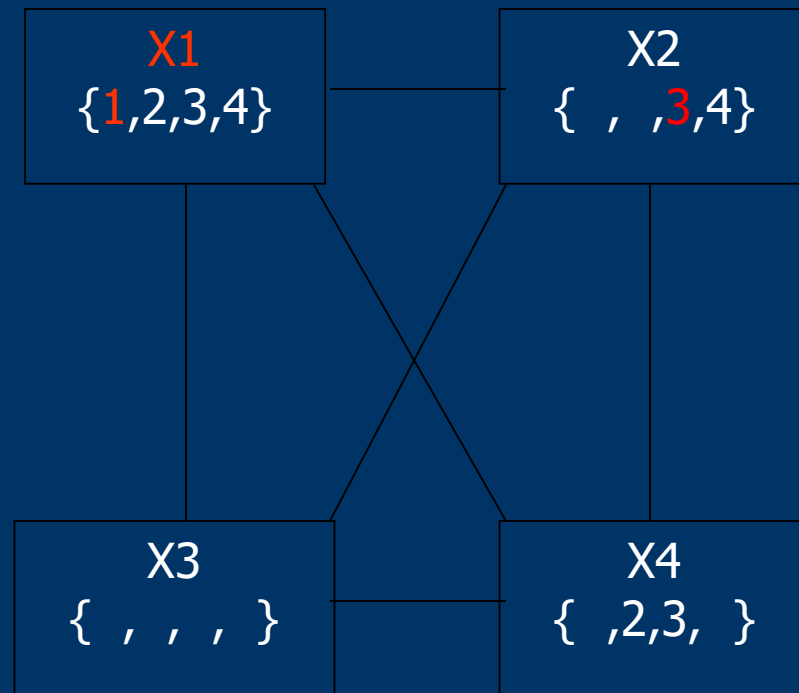
# Forward Checking (fc)

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●	●	
3		★	●	●
4			●	●



# Forward Checking (fc)

	1	2	3	4
1	★	●	●	●
2		●	●	
3		★	●	●
4			●	●



# CON'FLEX

<http://www.inra.fr/bia/T/conflex/>

- Herramienta para la resolución de problemas de satisfacción de restricciones (CSP)
- Libre y sin limitaciones. Escrito en C++.
- No requiere instalación, solo colocar en una carpeta.
- Permite la parametrización de:
  - Preproceso (consistencia parcial)
  - Método de búsqueda: backtracking, look-forward, looking-ahead.
- Restricciones flexibles.
- Interfaz simple.
- Windows



# Llamada a CON'FLEX (windows)

- Desde DOS y desde la carpeta del ejecutable:  
> **conflex fichero.csp [> salida.ext]**

## FICHERO CON'FLEX

**Parametrización del Resolvedor**

→ **Parámetros del Proceso**

**Declaración de Variables**

**Restricciones**

**Tipo del fichero: texto**

**Marca de comentario: #**

# CON'FLEX: 4-Reinas

##### 4-queens problem

## ### Parameters

\filtering : f ;

\search : rfla ,all\_solutions ;

\static\_labeling\_order : smallest\_domain ;

\verbose : display\_solutions;

## ### VARIABLES ###

\vi : Z1,Z2,Z3,Z4 1..4 ;

## ### CONTRAINTES ###

\ci : rd1 , abs (Z1 - Z2) != 1 ;

\ci : rd2 , abs (Z1 - Z3) != 2 ;

\ci : rd3 , abs (Z1 - Z4) != 3 ;

\ci : rd4 , abs (Z2 - Z3) != 1 ;

\ci : rd5 , abs (Z2 - Z4) != 2 ;

\ci : rd6 , abs (Z3 - Z4) != 1 ;

\cim : ct1 , <>(Z1,Z2,Z3,Z4);

**Las expresiones acaban con ;**

```
Simbolo del sistema

C:\>conflex "4queen.csp"

Lecture du fichier... "4queen.csp"
... OK

##### Filtering "superficiel" (AC pour les variables entieres) ...

##### Fin filtering du CSP #####

##### Resolution par Real Full Look Ahead #####

- Recherche de toutes les solutions satisfaisantes au moins  $\alpha$  0.090
- Tri préalable des variables, du plus petit domaine au plus grand.
- Ordre d'examen des valeurs numériques : de la plus petite  $\alpha$  la plus grande.
-----

SOLUTION No 1
  Z1 = 2  Z2 = 4  Z3 = 1  Z4 = 3  sat = 1.000 .
(trouvee apres 5 instanciations et 12 tests de contraintes)

SOLUTION No 2
  Z1 = 3  Z2 = 1  Z3 = 4  Z4 = 2  sat = 1.000 .
(trouvee apres 9 instanciations et 24 tests de contraintes)

##### Fin du Real Full Look Ahead #####

Nombre de solution(s) trouvee(s) : 2
Nb d'instanciations : 10, Nb de tests de contraintes : 24

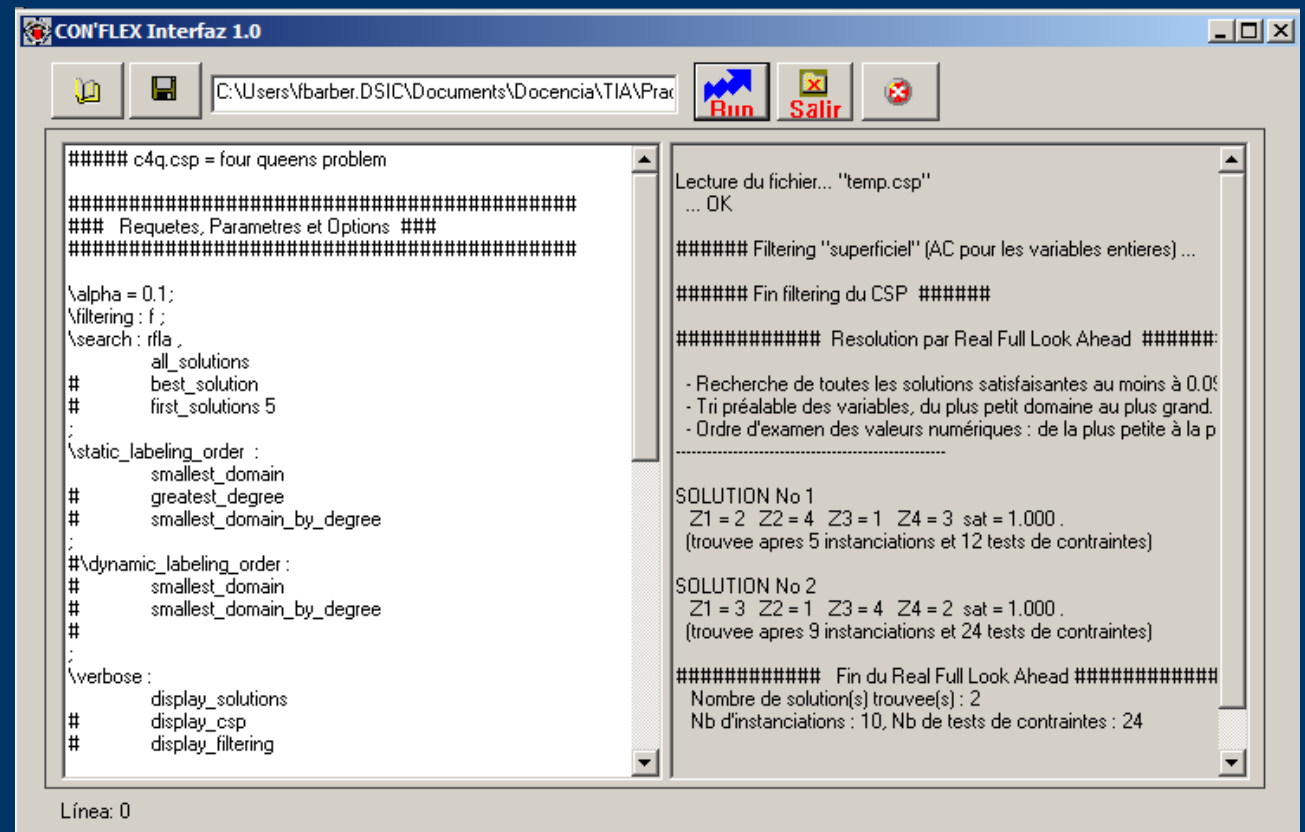
durée de la résolution : 0'00''00

C:\>
```

# Interfaz CON'FLEX

Los ficheros deben estar en la misma carpeta.

Puede ralentizarse la obtención de resultados.



# Parametrización del Resolvedor

Estas parametrizaciones son opcionales. Por defecto, es la primera opción.

## Preproceso

\filtering: f | uf <p> ;      f:            arco-consistencia  
                 uf <p>:    partición del dominio para variables reales  
                                 en  $2^p$  intervalos. Por defecto  $p=8$ .

## Algoritmo de Resolución

\search : <algoritmo> [<solucion>] ;

<algoritmo>: bt | fc | rfla    backtracking, forward-checking, looking-ahead

<solucion>: first\_solution | first\_solutions [<n>] | all\_solutions

## Salvaguarda Parcial

\save : nombre\_fichero;

Guarda en un fichero el estado del CSP una vez hecho el preproceso inicial.

Permite ahorrar tiempo en múltiples procesos de resolución.

# Parametrización del Resolvedor: Heurísticas.

## Heurísticas de Variables:

### a) Heurísticas Estáticas:

\static\_labeling\_order: <tipo> ;

<tipo>: smallest\_domain: Por orden del dominio más pequeño.

greatest\_degree: Por orden de variables más ligadas

smallest\_domain\_by\_degree: Relación talla\_dominio/grado más pequeño

### b) Heurísticas Dinámicas:

\dynamic\_labeling\_order: <tipo> ;

<tipo>: smallest\_domain: Por orden del dominio más pequeño.

smallest\_domain\_by\_degree: Relación talla\_dominio/grado más pequeño

## Heurísticas Orden de Valores:

\value\_order: <tipo> ;

<tipo>: bottom\_first: Instanciación de valores por orden de más pequeño.

top\_first: Instanciación de valores por orden de más grande.

mid\_first: Instanciación de valores por orden de en medio.

# Declaración de Variables

## Enteras:

\vi : Z1, Z2, Z3, Z4 1..4;

*;incluyen restricciones unarias*

\vi : P, Q 3 10..15;

*; equivale a {3, 10..15}*

## Simbólicas

\vs : talla, tamaño pequeña media grande;

## Reales

\vr : X, Y [10 100];

\vr : Z 10.5 3.14159 [20.5 30.3 ];

## Constantes en Con'flex: PI, INFINITY

# Restricciones

- Restringen el valor que las variables pueden simultáneamente tomar.
- Tipos:
  - Restricciones por extensión
  - Restricciones intensionales. Intensionales múltiples.
  - Restricciones Condicionales.
  - Restricciones Disyuntivas.
- Se asume que todas las restricciones son conjuntivas.

# Restricciones: intensionales

## Restricciones intensionales:

Se especifica una expresión que restringe las variables (enteras o reales).

\ci: <nombre-restriccion> , <expresion> =|<=<|>=<|<>|!= <expresion> ;

<expresion>      Expresión matemática, incluyendo variables o constantes enteras o reales, y operadores matemáticos.

Operadores:      +, -      *por orden creciente de prioridad*  
                  \*, /  
                  ^ (potencia entera), \*\* (potencia real), sqrt, nthroot(N, expr)  
                  min, max  
                  sin, arcsin, cos, arccos, ln, exp, abs

## Ejemplos:

\ci: restriccion-2 ,  $X/Y < \ln(Z)$ ;

\ci: restriccion-3 ,  $X^2 - 3*X + 2 \geq -0.5$ ;

\ci: restriccion-4 ,  $X^2 - 3*X + 2 = [-0.5, 0.5]$ ;

*Solo entre  
variables  
enteras o reales*



# Restricciones: intensionales, múltiples

## Restricciones intensionales múltiples:

Se especifica una misma restricción sobre un conjunto de variables (enteras o reales).

\cim: <nombre-restriccion> , <operador> (....<expresion<sub>i</sub>>, .... );

<operador>        =|<=|<|>=|>|<>|!=

## Ejemplos:

\cim: restriccion-5 ,        <> (T, U+V, 5\*W);

\cim: restriccion-6 ,        = (A, B+C, 5\*D);

\cim: restriccion-7 ,        < (A, B, C, D);

*Solo entre  
variables  
enteras o reales*

*# equivale a  $A < B < C < D$*

# Disyunción de Restricciones

Establece una disyunción de restricciones (en extensión, en intensidad, condicionales, o una conjunción de restricciones).

`\doc: <nombre-restriccion> <Ci> \or ..... ;`

`<Ci>`: Restricción o

Conjunción de Restricciones: `\coc <c1> \and <c2> \and <c3> .....`;

## Ejemplo:

```
\doc: Doc1
  \ci : C1 , Y= 1/sin(X);
\or
  \ce : C2   S1 S2 , a a   a b   b a;
\or
  \coc : C3      \ci : C31 , Y = X^2 +1;
                  \and
                  \ci : C32 , Y = X-2;;
;
```

# EJEMPLO

##### Permutaciones de n elementos

### Parametros ###

\filtering : f ;

\search : rfla all\_solutions;

# bt\fc

# best\_solution

# first\_solutions 5

\static\_labeling\_order : smallest\_domain ;

# greatest\_degree

# smallest\_domain\_by\_degree

#\dynamic\_labeling\_order :

# smallest\_domain

# smallest\_domain\_by\_degree

#\value\_order: bottom\_first

# top\_first

# edges\_first

# mid\_first

\verbose : display\_solutions;

# display\_csp

# display\_filtering

# display\_search

# display\_all

### VARIABLES ###

\vi : Z1,Z2,Z3,Z4,Z5 1..5 ;

### RESTRICCIONES ###

\cim : ct1 , <>(Z1,Z2,Z3,Z4,Z5);

# solo esta restriccion obtendria las  
# permutaciones de los 5 elementos

# ademas podemos añadir

\ci : c1 , abs (Z1 - Z3) <= 3 ;

\ci : c2 , Z2=2\*Z4 ;

## EJEMPLO: Periodicos y Lectores

Existen 3 periódicos (P1, P2, P3) y 4 lectores (L1, L2, L3, L4), que desean leer los periódicos en el mismo orden. Todos deben empezar a partir del ready-time y acabar antes del due-time, según la tabla siguiente:

	Ready-Time	P1	P2	P3	Due-Time
L1	0	5' - I11	10' - I12	2' - I13	30'
L2	0	2' - I21	6' - I22	5' - I23	20'
L3	0	10' - I31	15' - I32	15' - I33	60'
L4	0	3' - I41	5' - I42	5' - I43	15'

# EJEMPLO: Periodicos y Lectores. CON'FLEX

## ##### Lectores y Periodicos

### ### Parametros ###

\filtering : f ;

#Solo quiero obtener 5 soluciones

\search : rfla first\_solutions 5;

\static\_labeling\_order : smallest\_domain ;

# Para poder obtener los valores mas tempranos

\value\_order: bottom\_first;

#Para obtener la salida de las variables tras el preproceso

\save : salidaclausura.txt;

\verbose : display\_solutions;

### ### VARIABLES

\vi : I11a, I11b, I12a, I12b, ... 0..60;

## ### RESTRICCIONES

# FINALIZACION

\ci: duetime13, I13b <=30;

....

# DURACIONES

\ci : duracion11, I11b = I11a + 5;

.....

# ORDEN

\ci : patron1, I11b <= I12a;

....

# Recursos-No-simultaneos

\doc: nointerseccionI11I21

\ci: C1121a, I11b <= I21a;

\or

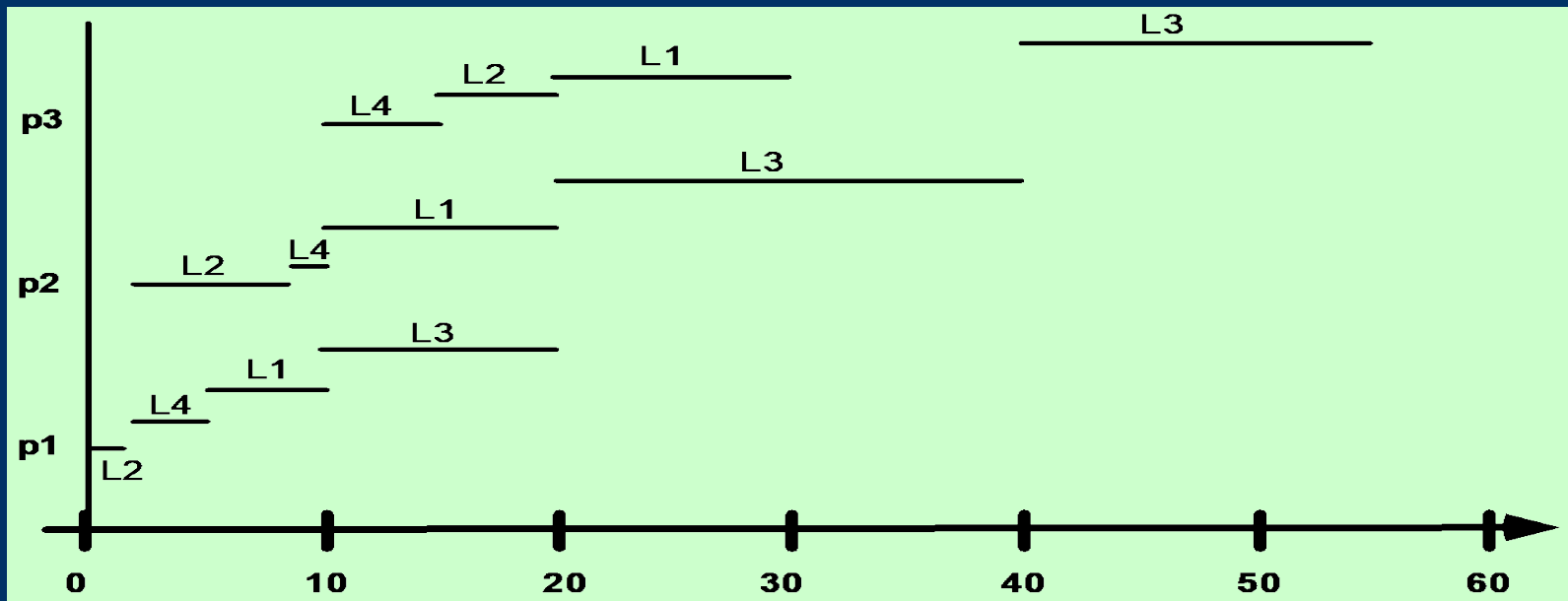
\ci: C1121b, I11a >= I21b;;

.....

# EJEMPLO: Periodicos y Lectores

Solución coste 55

		p1			p2			p3		due-time
		on	off		on	off		on	off	
L1	5	5	10	10	10	20	2	20-28	22-30	<30
L2	2	0	2	6	2	8	5	15	20	<20
L3	10	10	20	20	20	40	15	40	55	<60
L4	3	2	5	2	8	10	5	10	15	<15



# TAREA

## 1.- Ejercicio de Evaluación de las n Reinas:

Realizar una evaluación del problema de las 4-reinas a partir del modelo proporcionado

.

<b>(1 solución)</b>	n=4
BT	
FC	
RFLA	

<b>(todas las soluciones)</b>	n=4
BT	
FC	
RFLA	

<b><u>Heurísticas variables (1 solución)</u></b> (elegid BT, FC o <u>RFLA</u> para esta prueba)	n=4
Static: <u>smallest domain</u>	
Static: <u>smallest domain by degree</u>	
Dynamic: <u>smallest domain</u>	
Dynamic: <u>smallest domain by deg</u>	

<b><u>Heurísticas valores (1 solución)</u></b> (elegid BT, FC o <u>RFLA</u> para esta prueba)	n=4
<u>bottom first</u>	
<u>top first</u>	
<u>mid first</u>	

# TAREA: modelo proporcionado

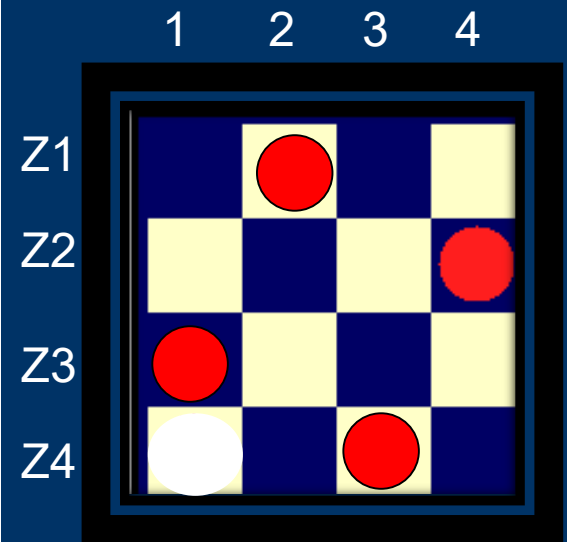
```
#####

\alpha = 0.1;
\filtering : f ;
\search :
    bt,
#    fc,
#    rfla,
    all_solutions
#    first_solution
;
\static_labeling_order :
    smallest_domain
#    greatest_degree
#    smallest_domain_by_degree
;
#\dynamic_labeling_order :
#    smallest_domain
#    smallest_domain_by_degree
;
\value_order:
    bottom_first;
#    top_first;
#    mid_first;
#
\verbose :
    display_solutions
#    display_csp
#    display_filtering
#    display_search
#    display_intervals
;
```



# TAREA: modelo proporcionado

```
#####  
###          VARIABLES          ###  
#####  
  
###          VARIABLES          ###  
\vi : Z1,Z2,Z3,Z4 1..4 ;  
  
###          CONTRAINTES        ###  
\ci : rd1 , abs (Z1 - Z2) != 1 ;  
\ci : rd2 , abs (Z1 - Z3) != 2 ;  
\ci : rd3 , abs (Z1 - Z4) != 3 ;  
\ci : rd4 , abs (Z2 - Z3) != 1 ;  
\ci : rd5 , abs (Z2 - Z4) != 2 ;  
\ci : rd6 , abs (Z3 - Z4) != 1 ;  
  
\cim : ct1 , <>(Z1,Z2,Z3,Z4);
```



El Problema de las 4 reinas

# TAREA

## 1.- Ejercicio de Evaluación de las n Reinas:

Realizar una evaluación del problema de las 4-reinas a partir del modelo proporcionado

<b>(1 solución)</b>	n=4
BT	
FC	
RFLA	

<b>(todas las soluciones)</b>	n=4
BT	
FC	
RFLA	

<b>Heurísticas variables (1 solución)</b> (elegid BT, FC o <u>RFLA</u> para esta prueba)	n=4
Static: <u>smallest domain</u>	
Static: <u>smallest domain by degree</u>	
Dynamic: <u>smallest domain</u>	
Dynamic: <u>smallest domain by deg</u>	

<b>Heurísticas valores (1 solución)</b> (elegid BT, FC o <u>RFLA</u> para esta prueba)	n=4
<u>bottom first</u>	
<u>top first</u>	
<u>mid first</u>	

El *valor a medir es el número de instanciaciones* que devuelve CONFLEX  
(no el tiempo de cálculo, que es dependiente de cada procesador).

# TAREA

```
CONFLEX Interfaz 1.0

# display_solutions
# display_csp
# display_filtering
# display_search
# display_intervals
;

#####
### VARIABLES ###
#####

### VARIABLES ###
\vi: Z1 Z2 Z3 Z4 1..4 ;

### CONTRAINTES ###
\ci: rd1 , abs (Z1 - Z2) != 1 ;
\ci: rd2 , abs (Z1 - Z3) != 2 ;
\ci: rd3 , abs (Z1 - Z4) != 3 ;
\ci: rd4 , abs (Z2 - Z3) != 1 ;
\ci: rd5 , abs (Z2 - Z4) != 2 ;
\ci: rd6 , abs (Z3 - Z4) != 1 ;

\cim: ct1 , <>(Z1 Z2 Z3 Z4);

Lecture du fichier... "temp.csp"
... OK

##### Filtering "superficiel" (AC pour les variables entieres) ...

##### Fin filtering du CSP #####

##### Resolution par Backtrack #####

- Recherche de toutes les solutions satisfaisantes au moins à 0.0:
- Tri préalable des variables, du plus petit domaine au plus grand.
- Ordre d'examen des valeurs numériques : de la plus petite à la p

-----

SOLUTION No 1
  Z1 = 2  Z2 = 4  Z3 = 1  Z4 = 3  sat = 1.000 .
(trouvée apres 26 instanciaciones et 94 tests de contraintes)

SOLUTION No 2
  Z1 = 3  Z2 = 1  Z3 = 4  Z4 = 2  sat = 1.000 .
(trouvée apres 38 instanciaciones et 142 tests de contraintes)

##### Fin du Backtrack #####
Nombre de solution(s) trouvée(s) : 2
Nb d'instanciaciones : 60, Nb de tests de contraintes : 224
```

El **valor a medir** es el **número de instanciaciones** que devuelve CONFLEX (no el tiempo de cálculo, que es dependiente de cada procesador).