

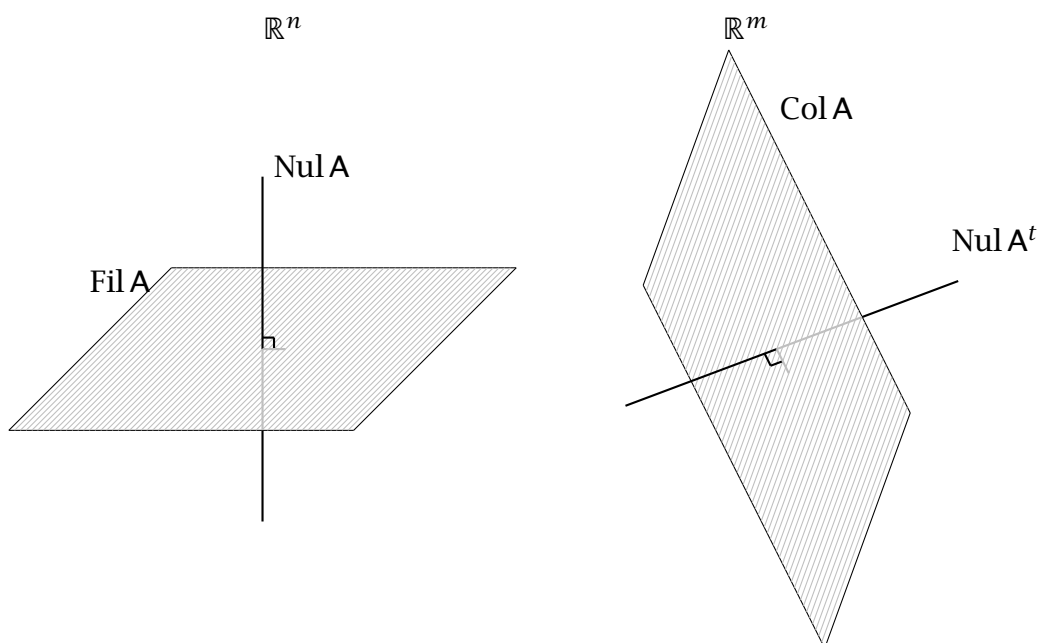
LLIÇÓ 13: ELS QUATRE SUBESPAIS DEDUÏTS D'UNA MATRIU

Els quatre subespais

- L'espai columna de la matriu $A \in \mathcal{M}_{m \times n}(\mathbb{R}^n)$, $\text{Col } A$, és el conjunt de totes les combinacions lineals de les columnes de A
- L'espai fila de la matriu A , $\text{Fil } A$, és el conjunt de totes les combinacions lineals de les files de A
- L'espai nul de la matriu A , $\text{Nul } A$, és el conjunt de totes les solucions del sistema lineal $A\vec{x} = \vec{0}$
- L'espai nul esquerre de la matriu A , $\text{Nul } A^t$, és el conjunt de totes les solucions del sistema lineal $A^t\vec{x} = \vec{0}$

Propietats

- L'espai columna i l'espai nul esquerre són subespais de \mathbb{R}^m
 - L'espai fila i l'espai nul són subespais de \mathbb{R}^n
 - Si $\text{rang } A = r$ llavors,
 - $\dim \text{Col } A = \dim \text{Fil } A = r$
 - $\dim \text{Nul } A = n - r$
 - $\dim \text{Nul } A^t = m - r$
 - $\text{Fil } A^\perp = \text{Nul } A$, $\text{Col } A^\perp = \text{Nul } A^t$
- ☞ Qualsevol subespai de \mathbb{R}^n es un dels quatre subespais d'una matriu adequada



Els quatre subespais