

LLIÇÓ 3: PRODUCTE DE MATRIUS

Producte matriu-columna (matriu-vector)

$$A\vec{b} = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = b_1\vec{a}_1 + b_2\vec{a}_2 + \cdots + b_n\vec{a}_n$$

☞ És una combinació lineal de les columnes de A

Producte fila-matriu

$$AB = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = a_1B_1 + a_2B_2 + \cdots + a_nB_n$$

☞ És una combinació lineal de les files de B

Producte fila-columna

$$A\vec{b} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n$$

☞ És un escalar

Producte matriu-matriu

$$\boxed{m \times n} \quad \boxed{n \times p} = \boxed{m \times p} \quad \text{☞ El producte d'una matriu } m \times n \text{ per una matriu } n \times p \text{ és una matriu } m \times p$$

Files per columnes

$$AB = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1\vec{b}_1 & A_1\vec{b}_2 & \cdots & A_1\vec{b}_p \\ A_2\vec{b}_1 & A_2\vec{b}_2 & \cdots & A_2\vec{b}_p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_m\vec{b}_1 & A_m\vec{b}_2 & \cdots & A_m\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

☞ Els elements de AB són productes fila-columna

A per columnes de B

$$AB = A \begin{bmatrix} \vec{b}_1 & \vec{b}_2 & \cdots & \vec{b}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A\vec{b}_1 & A\vec{b}_2 & \cdots & A\vec{b}_p \end{bmatrix}$$

☞ Les columnes de AB són combinacions lineals de les columnes de A

Files de A per B

$$AB = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} A_1 B \\ A_2 B \\ \vdots \\ A_m B \end{bmatrix}$$

☞ Les files de AB són combinacions lineals de les files de B

Columnes per files

$$AB = \begin{bmatrix} \vec{a}_1 & \vec{a}_2 & \cdots & \vec{a}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \vec{a}_1B_1 + \vec{a}_2B_2 + \cdots + \vec{a}_nB_n$$

☞ AB és una suma de productes columna-fila