Nota: Siempre que sea necesario utilizar el método Simplex, éste se aplicará en la forma de Simplex Revisado

Nombre y apellidos:____________________________________e-mail:____________________

1 La empresa Sunco Oil produce tres tipos de gasolina (gasolina 1, gasolina 2 y gasolina 3). Cada tipo de gasolina se produce mezclando tres tipos de crudo (crudo 1, crudo 2 y crudo 3). Los precios de venta por barril de gasolina y el precio de compra por barril de crudo se muestran en la siguiente tabla:

Gasolina	Precio venta (€/barril)
1	70
2	60
3	50

Crudo	Precio compra (€/barril)
1	45
2	35
3	25

Sunco puede comprar hasta 5.000 barriles de cada tipo de crudo al día. Los tres tipos de gasolina difieren en el ratio de octanaje y en el contenido de azufre. El crudo mezclado para obtener la gasolina tipo 1 debe tener un ratio de octanaje de al menos 10 y contener un máximo del 1% de azufre. El crudo mezclado para obtener gasolina tipo 2 ha de tener un ratio de octanaje de al menos 8 y contener un porcentaje máximo del 2% de azufre. El crudo que se mezcla para formar la gasolina tipo 3 ha de tener un ratio de octanaje de al menos 6 y un contenido máximo de azufre del 1%. El ratio de octanaje y el contenido de azufre de los tres tipos de crudo se incluyen en la tabla siguiente:

Crudo	Ratio de octanaje	Contenido de azufre (%)
1	12	0,5
2	6	2,0
3	8	3,0

El coste de transformación de un barril de crudo en gasolina es de 4 €.

Los clientes de Sunco demandan las siguientes cantidades de gasolina: gasolina 1, 3.000 barriles diarios; gasolina 2, 2.000 barriles diarios; gasolina 3, 1.000 barriles diarios. La empresa considera una obligación satisfacer exactamente estas cantidades demandadas.

a) Formula un modelo de Programación Lineal que permita a la empresa determinar cuánto crudo destinar a cada tipo de gasolina de modo que se maximicen sus beneficios diarios (beneficios = ingresos − costes). Indica claramente las variables, función objetivo y restricciones. **[2 puntos]**

b) La empresa Sunco tiene la posibilidad de incrementar la demanda de sus gasolinas a través de campañas publicitarias. Cada euro gastado en publicidad de un tipo concreto de gasolina, incrementaría la demanda diaria de ese tipo de gasolina en 10 barriles.

Teniendo en cuenta que la refinería de Sunco puede producir hasta 14.000 barriles de gasolina diariamente, reformula el modelo del apartado (a) de modo que permita a la empresa determinar la cantidad a producir de cada tipo de gasolina, así como la inversión en publicidad que maximice sus beneficios diarios. **Indica únicamente la nueva información que debe incluir el modelo (variables, función objetivo y restricciones) respecto al modelo ya formulado en el apartado (a). El modelo resultante ha de seguir siendo lineal. [1 punto]**

(**Puntuación: 3 puntos)**

2 Una empresa puede fabricar dos tipos de componente electrónico, A y B, en cualquiera de las dos máquinas que posee. La tabla siguiente muestra el tiempo que tarda cada máquina en producir cada tipo de componente, y el beneficio neto que se obtiene por cada unidad fabricada en cada máquina.

	Componentes tipo A		Componentes tipo B	
	Tiempo (minutos/unidad)	Beneficio neto (euros/unidad)	Tiempo (minutos/unidad)	Beneficio neto (euros/unidad)
Máquina 1	10	20	17	30
Máquina 2	15	25	20	35

Tanto la máquina 1 como la máquina 2 pueden trabajar un máximo de 16 horas al día. Cada unidad de A requiere 50 unidades de materia prima, mientras que cada unidad de B requiere 60 unidades de materia prima. Se dispone de hasta 8.000 unidades diarias de dicha materia prima. Existe el compromiso de producir al menos 100 unidades diarias de A. Por lo demás, la empresa sabe que podrá vender cualquier cantidad de producto fabricado.

El modelo de programación lineal planteado es:

VARIABLES:

$x_{ij} =$ Cantidad de componentes tipo i a fabricar en la máquina j (unidades/día). $i = \mathrm{A}, \mathrm{B}$; $j = 1, 2$.

FUNCIÓN OBJETIVO:

[Beneficio] Max $Z = 20x_{\mathrm{A1}} + 25x_{\mathrm{A2}} + 30x_{\mathrm{B1}} + 35x_{\mathrm{B2}}$ (euros/día)

RESTRICCIONES:

[Máquina_1] $10x_{\mathrm{A1}} + 17x_{\mathrm{B1}} \leq 16 \cdot 60$ (minutos/día)

[Máquina_2] $15x_{\mathrm{A2}} + 20x_{\mathrm{B2}} \leq 16 \cdot 60$ (minutos/día)

[Materia_prima] $50(x_{\mathrm{A1}} + x_{\mathrm{A2}}) + 60(x_{\mathrm{B1}} + x_{\mathrm{B2}}) \leq 8000$ (unidades/día)

[Demanda_A] $x_{\mathrm{A1}} + x_{\mathrm{A2}} \geq 100$ (unidades/día)

$x_{ij} \geq 0, \ \forall\, i, j$

Los informes de Lingo® de solución óptima y análisis de sensibilidad son:

Variable	Value	Reduced Cost
XA1	96.00000	0.000000
XA2	4.000000	0.000000
XB1	0.000000	6.125000
XB2	45.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
MAQUINA_1	0.000000	2.125000
MAQUINA_2	0.000000	1.750000
MATERIA_PRIMA	300.0000	0.000000
DEMANDA_A	0.000000	-1.250000

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
XA1	20.00000	INFINITY	3.602941
XA2	25.00000	1.250000	INFINITY
XB1	30.00000	6.125000	INFINITY
XB2	35.00000	INFINITY	1.666667

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
MAQUINA_1	960.0000	40.00000	600.0000
MAQUINA_2	960.0000	100.0000	900.0000
MATERIA_PRIMA	8000.000	INFINITY	300.0000
DEMANDA_A	100.0000	60.00000	4.000000

Basando tus respuestas en la información proporcionada por estos informes, **responde de manera razonada** a las cuestiones que se plantean a continuación.

NOTA: Todas las preguntas se abordan de manera independiente entre sí; es decir, los sucesivos cambios que se plantean sobre el modelo original NO se acumulan.

a) ¿Cuál es el máximo beneficio que podría llegar a obtener la empresa diariamente? ¿Qué debería hacer para conseguirlo? **Justifica tu respuesta. [0.5 puntos]**

b) La solución óptima obtenida, ¿es única? **Justifica tu respuesta. [0.5 puntos]**

c) Si la gerencia de la empresa estuviera interesada en la fabricación de unidades de componente B en la máquina 1, ¿qué cambios aconsejarías realizar en las condiciones del problema, para que dicha actividad resultase rentable? Sé tan preciso/-a como lo permita la información facilitada por los informes de Lingo®. **Justifica tu respuesta. [0.5 puntos]**

d) Identifica los cuellos de botella del proceso. Ordénalos según importancia. **Justifica tu respuesta. [0.5 puntos]**

e) Explica cuál sería el plan óptimo de producción y el beneficio asociado en el caso de que el beneficio neto por cada unidad de B producida por la máquina 2 fuese de 32 euros, en lugar de los 35 actuales. Sé tan preciso/-a como lo permita la información facilitada por los informes de Lingo®. **Justifica tu respuesta. [0.5 puntos]**

f) Supongamos que nuevos acuerdos comerciales obligan ahora a producir como mínimo 97 unidades de A al día, en lugar de las 100 actuales. ¿Cómo afectaría esto al plan de producción óptimo y al beneficio asociado? Sé tan preciso/-a como lo permita la información facilitada por los informes de Lingo®. **Justifica tu respuesta. [0.5 puntos]**

(**Puntuación: 3 puntos)**

3 Dado el siguiente modelo de programación lineal:

$$
\left.
\begin{array}{lll}
\text{Max} & & Z = 3X1 + X2 \\
\text{s.a:} & [R1] & X1 + X2 \geq 4 \\
 & [R2] & X1 + 2\,X2 \leq 10 \\
 & [R3] & 2\,X1 + X2 = 6 \\
 & [UB1] & 0 \leq X1 \leq 1 \\
 & [LB1] & X2 \geq 2 \\
 & & X_1, X_2 \geq 0
\end{array}
\right\}
$$

a) Plantea el modelo en forma estándar y el modelo ampliado para poder aplicar el algoritmo Simplex. **[0.5 puntos]**

b) Obtén la **solución básica inicial** del algoritmo Simplex con variables acotadas. **[1 punto]**

c) A partir de la tabla del apartado b), realiza **dos iteraciones** del algoritmo Simplex con variables acotadas. **[1.5 puntos]**

d) La solución obtenida en c) ¿es factible para el modelo planteado? **Justifica tu respuesta [0.5 puntos]**

e) La solución obtenida en c) ¿es óptima para el modelo planteado? **Justifica tu respuesta [0.5 puntos]**

(**Puntuación: 4 puntos)**

SOLUCIÓN

EJERCICIO 1

a)

VARIABLES:

xij = barriles de crudo i usados diariamente para producir gasolina j (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3)

FUNCION OBJETIVO:

Ingresos diarios por las ventas de gasolina = $70(x11 + x21 + x31) + 60(x12 + x22 + x32) + 50(x13 + x23 + x33)$
Costes diarios de adquisición de crudo = $45(x11 + x12 + x13) + 35(x21 + x22 + x23)+ 25(x31 + x32 + x33)$
Además,
Costes diarios de producción = $4(x11 + x12 + x13 + x21 + x22 + x23 + x31 + x32 + x33)$

Entonces,
Beneficio diario = Ingresos diarios por la venta de gasolinas – Costes diarios por adquisición de crudo – costes diarios de producción
= $(70 - 45 - 4)x11 + (60 - 45 - 4)x12 + (50 - 45 - 4)x13 + (70 - 35 - 4)x21 + (60 - 35 - 4)x22 + (50 - 35 - 4) x23 + (70 - 25 - 4)x31 + (60 - 25 - 4)x32 + (50 - 25 - 4)x33$

Por tanto, el objetivo de Sunco es maximizar:
$z = 21x11 + 11x12 + x13 + 31x21+ 21x22 + 11x23 + 41x31 + 31x32 + 21x33$

RESTRICCIONES:
Restricciones demanda de gasolinas: La Gasolina i producida diariamente debe ser igual a su demanda diaria (Barriles).

$$x11 + x21 + x31 = 3.000$$
$$x12 + x22 + x32 = 2.000$$
$$x13 + x23 + x33 = 1.000$$

Restricciones adquisición crudos: Diariamente pueden adquirirse hasta 5000 barriles de crudo i.

$$x11 + x12 + x13 \le 5.000$$
$$x21 + x22 + x23 \le 5.000$$
$$x31+x32 + x33 \le 5.000$$

Restricciones octanaje en gasolinas:

$$12x11 + 6x21 + 8x31 \ge 10(x11+ x21 + x31)$$
$$12x12 + 6x22 + 8x32 \ge 8(x12+ x22 + x32)$$
$$12x13 + 6x23 + 8x33 \ge 6(x13+ x23 + x33)$$

Restricciones azufre gasolinas:

$$0.005\, x11 + 0.02\, x21 + 0.03\, x31 \le 0{,}01\, (x11+ x21 + x31)$$
$$0.005\, x12 + 0.02\, x22 + 0.03\, x32 \le 0{,}02\, (x12+ x22 + x32)$$
$$0.005\, x13 + 0.02\, x23 + 0.03\, x33 \le 0{,}005\, (x13+ x23 + x33)$$

Restricciones de no negatividad de las variables: $xij \ge 0$

b)

VARIABLES (adicionales):

p_j = euros gastados diariamente en publicidad de gasolina j (j = 1, 2, 3)

FUNCION OBJETIVO:

Costes diarios de publicidad = $p1 + p2 + p3$
Entonces,
Beneficio diario a maximizar:
$z = 21x11 + 11x12 + x13 + 31x21+ 21x22 + 11x23 + 41x31 + 31x32 + 21x33 \mathbf{- p1 - p2 - p3}$

RESTRICCIONES:
Las únicas restricciones afectadas por las nuevas condiciones son las de demanda diaria de cada tipo de gasolina. Para expresar los incrementos de demanda por publicidad tendremos en cuenta que:

$$Demanda\ Gasolina\ por\ publicidad(barriles) = \left(\frac{Demanda\ gasolina(barriles)}{€\ gastado}\right) \cdot (€\ gastado) = 10p_j$$

Por tanto, las nuevas restricciones de demanda de cada tipo de gasolina serán:

$$x11 + x21 + x31 = 3.000 + 10p1$$
$$x12 + x22 + x32 = 2.000 + 10p2$$
$$x13 + x23 + x33 = 1.000 +10p3$$

Además,
Restricción producción máxima de gasolina Diariamente pueden producirse hasta 14000 barriles de gasolina.

$$x11 + x21 + x31 + x12 + x22 + x32 + x13 + x23 + x33 \le 14.000$$

Resto restricciones igual apartado a)
Por último, añadiremos las **condiciones de no negatividad** sobre las variables: $p_j \ge 0$, (j=1,2,3)

EJERCICIO 2

a)

De acuerdo con la solución óptima calculada por LINGO, el plan óptimo de producción es:

- producir 96 unidades de A en la máquina 1, y
- producir 4 de A y 45 de B en la máquina 2, diariamente.

El beneficio que se obtendría de esta forma sería:

$$z = 20 \cdot 96 + 25 \cdot 4 + 30 \cdot 0 + 35 \cdot 45 = 3595 \text{ euros/día.}$$

b)

La **solución óptima es única** ya que toda variable no básica tiene un coeficiente reducido (Cj-Zj) distinto de cero. Para que un problema tenga soluciones óptimas alternativas, es necesario que para alguna variable no básica su coeficiente reducido sea cero.

c)

Producir componentes tipo B en la máquina 1 no es rentable con las condiciones actuales, ya que en el plan óptimo calculado por LINGO no se contempla dicha posibilidad (es decir, la variable x_{B1} es *no básica* en el óptimo).

Si la empresa quiere producir componentes B en la máquina 1 sin perder dinero, el beneficio unitario de dichos componentes en esta máquina debería ser mayor. En concreto, el *coste reducido* nos indica que si el coeficiente de la variable x_{B1} en la función objetivo se incrementase en al menos 6,125 euros/unidad, se provocaría un cambio de solución óptima en la cual la variable x_{B1} pasaría a ser básica (es decir, pasaría a producirse B en la máquina 1).

Por tanto, se recomienda a la empresa incrementar los ingresos y/o reducir los costes de producción de los componentes tipo B en la máquina 1 de modo que el beneficio neto se incremente en al menos 6,125 euros/unidad.

d)

Los cuellos de botella son aquellas restricciones con holgura igual a cero en el óptimo. La holgura de una restricción es la diferencia (en valor absoluto) entre el valor del lado derecho y el del lado izquierdo de esa restricción. Por tanto, en este caso:

Restricción	Holgura	Coste de Oportunidad
[Máquina_1]	$\boxed{0}$	2.125
[Máquina_2]	$\boxed{0}$	1.75
[Materia_prima]	$\boxed{300}$	0

[Demanda_A]	$\boxed{0}$	-1.25

Las restricciones cuello de botella (holgura cero) ordenados según importancia* son:

- [Máquina 1], la limitación del tiempo disponible de máquina 1.
- [Máquina 2], la limitación del tiempo disponible de máquina 2.
- [Demanda A], la condición de demanda mínima del producto A.

* Ordenados de mayor a menor coste de oportunidad en valor absoluto

e)

Nos plantean la disminución del coeficiente asociado a la variable x_{B2} en la función objetivo en 3 euros/unidad, es decir:

$$\Delta c_{\mathrm{B2}} = c'_{\mathrm{B2}} - c_{\mathrm{B2}} = 32 - 35 = -3.$$

Puede comprobarse que dicha disminución es, según Lingo, *superior* a la máxima disminución de c_{B2} para la cual se mantendría constante la solución óptima original, es decir:

$$3 > 1{,}6667,$$

Al estar la modificación fuera de rangos, el descenso en el beneficio de la producción de B en la máquina 2 provocaría un cambio de solución óptima (y de base). Con la información proporcionada por Lingo no podemos saber cuál es la nueva solución óptima ni el nuevo valor óptimo de la función objetivo. Lo que si sabemos es que **la nueva solución óptima va a ser peor que la solución actual** y que **el valor óptimo de la función objetivo será ≥ que**:

$$\boldsymbol{Z'} = 20 * 96 + 25 * 4 + 30 * 0 + 32 * 45 = \mathbf{3.460}$$

f)

Nos plantean un decremento del segundo miembro de la restricción [Demanda A]:

$$\Delta b_4 = 97 - 100 = -3 \text{ unidades/día.}$$

De acuerdo con el dato «Allowable Decrease» de dicha restricción facilitado por Lingo, la modificación está dentro del intervalo de análisis de sensibilidad. Por tanto, por la teoría del análisis de sensibilidad:

- Habrá cambio de solución óptima ya que la restricción es cuello de botella con coste de oportunidad no nulo, aunque no habrá *cambio de base*.
- El coste de oportunidad de la restricción NO cambia. En concreto, mientras el decremento esté dentro del intervalo de análisis de sensibilidad, sabemos que cada unidad que *disminuya*

b_4 supondrá una mejora (incremento) de 1,25 euros en la función objetivo (según la columna «Dual Price»).

De todo ello se deduce que la variación ΔZ que experimentará el valor óptimo de la función objetivo será $\Delta Z = (1{,}25) \cdot 3 = 3{,}75$.

y por tanto, el nuevo beneficio óptimo Z' tras decrementar la demanda mínima de A a 97 unidades/día verificará:

$$3595 + 3{,}75 = 3598{,}75 \text{ euros/día.}$$

EJERCICIO 3

$$\left.\begin{array}{lll}
\text{Max} & & Z = 3X1 + X2 \\
\text{s.a:} & [R1] & X1 + X2 \geq 4 \\
 & [R2] & X1 + 2\,X2 \leq 10 \\
 & [R3] & 2\,X1 + X2 = 6 \\
 & [UB1] & 0 \leq X1 \leq 1 \\
 & [LB1] & X2 \geq 2 \\
 & & X_1, X_2 \geq 0
\end{array}\right\}$$

a)

Plantea el modelo en forma estándar y el modelo ampliado para poder aplicar el algoritmo Simplex

El modelo en forma estándar a partir del cual aplicar el algoritmo simplex con variables acotadas es el siguiente:

$$\begin{array}{lll}
\text{Max} & & Z = 3X1 + X2 \\
\text{s.a:} & [R1] & X1 + X2 - h1 = 4 \\
 & [R2] & X1 + 2\,X2 + h2 = 10 \\
 & [R3] & 2\,X1 + X2 = 6 \\
 & [UB1] & 0 \leq X1 \leq 1 \\
 & [LB1] & X2 \geq 2 \\
 & & X_1, X_2, h_1, h_2 \geq 0
\end{array}$$

El modelo ampliado resulta de añadir variables artificiales a las restricciones de tipo ≥ e =. El modelo resultante en este caso es:

$$\begin{array}{lll}
\text{Max} & & Z = 3X1 + X2 \\
\text{s.a:} & [R1] & X1 + X2 - h1 + a1 = 4 \\
 & [R2] & X1 + 2\,X2 + h2 = 10 \\
 & [R3] & 2\,X1 + X2 + a2 = 6 \\
 & [UB1] & X1 \leq 1 \\
 & [LB1] & X2 \geq 2 \\
 & & X_1, X_2, h_1, h_2 \geq 0
\end{array}$$

b)

Obtén la solución básica factible inicial para la aplicación del algoritmo Simplex y la técnica de las cotas.

Al tener el modelo ampliado una cota inferior: $X2 \geq 2$, aplicamos la técnica de la cota inferior haciendo $X2 = 2 + l2$ con $l2 \geq 0$:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Max} & Z = 2 + 3X1 + l2 \\
\text{s.a:} & [R1]\ X1 + l2 - h1 + a1 = 2 \\
 & [R2]\ X1 + 2\,l2 + h2 = 6 \\
 & [R3]\ 2\,X1 + l2 + a2 = 4 \\
 & [UB1]\ X1 \leq 1 \\
 & [LB1]\ l2 \geq 0 \\
 & X_1, l_2, h_1, h_2 \geq 0
\end{array}
$$

A partir del modelo ampliado aplicamos la técnica de la cota inferior reemplazando X2 por $X2 = 2 + l2$. Para resolver mediante el simplex el modelo resultante es necesario aplicar el método Simplex de 2 Fases del que es SB inicial de la Fase 1 la que se muestra en la siguiente tabla:

FASE 1: Min Z = a1 + a2

SBF_0: (Variables: X1, l2, h1, h2)

v.básicas	B^{-1}			x_B
a1	1	0	0	2
h2	0	1	0	6
a2	0	0	1	4
$c_B^t B^{-1}$	1	0	1	Z=6

c)

A partir de la tabla del apartado b), realiza dos iteraciones del algoritmo Simplex con variables acotadas.

Comprobamos si la SBF0 cumple el criterio de optimalidad:

$$Cx1\text{-}Zx1 = 0 - (1, 0, 1)\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} = 0 - 3 = -3$$

$$Cl2\text{-}Zl2 = 0 - (1, 0, 1)\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} = 0 - 2 = -2$$

$$Ch1\text{-}Zh1 = 0 - (1, 0, 1)\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} = 0 - 1/3 = +1$$

Por tanto: JE=x1

$$Yx1 = B^{-1} a_{x1} = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$$

Calculamos los parámetros β, uj y δ para determinar cómo se hace el cambio de base:

$\beta = \min (X_B i/\alpha_{i,j}^+) = 2$
Ux1 =1
δ no existe ya que ninguna de las var. básicas tienen cota superior

θj = min (β, uj, δ) = **uj**

- No hay cambio de variables básicas (por tanto no hay que recalcular B^{-1})
- Pasamos a trabajar con un modelo en el que aparece u_1 en lugar de x1 (x1=1-u1).
- Hay que recalcular el valor de las variables básicas y de la función objetivo.

Modelo Equivalente con x1=1-u1

$$
\begin{array}{l}
[R1]\ -u1 + l2 - h1 + a1 = 1 \\
[R2]\ -u1 + 2\,l2 + h2 = 5 \\
[R3]\ -2\,u1 + l2 + a2 = 2 \\
[UB1]\ u1 \leq 1 \\
[LB1]\ l2 \geq 0 \\
u_1, l_2, h_1, h_2 \geq 0
\end{array}
$$

Por tanto, la nueva Solución Básica es:

$$X_B = B^{-1} b = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\5\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\5\\2\end{pmatrix}$$

$$Z = (1, 0, 1)\begin{pmatrix}1\\5\\2\end{pmatrix} = 3$$

y la nueva tabla será:

SBF1: (Variables: u1, l2, h1, h2)

v.básicas	B^{-1}			x_B	Yl2	ratio
a1	1	0	0	1	1	1
h2	0	1	0	5	2	5/2
a2	0	0	1	2	1	2
$c_B^t B^{-1}$	1	0	1	Z = 3		

La Solución Básica obtenida **NO es optima para la Fase 1**, por tanto, estudiamos optimalidad:

$$Cu1\text{-}Zu1 = 0 - (1, 0, 1)\begin{pmatrix}-1\\-1\\-2\end{pmatrix} = 0 - (-3) = +3$$

$$Cl2\text{-}Zl2 = 0 - (1, 0, 1)\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} = 0 - 2 = -2$$

$$Ch1\text{-}Zh1 = 0 - (1, 0, 1)\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} = 0 - 1/3 = +1$$

Por tanto: JE=l2

$$Yl2 = B^{-1} a_{x1} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$$

Calculamos los parámetros β, uj y δ para determinar cómo se hace el cambio de base:

$\beta = \min (X_{Bi}/\alpha_{i,j}^{+}) = 1$
Ul2 no existe ya que l2 no está acotada superiormente
δ no existe ya que ninguna de las var. básicas tienen cota superior

$$\boldsymbol{\theta j} = \min (\beta, uj, \delta) = \boldsymbol{\beta j}$$

- No hay cambio de modelo.
- Hay cambio de base.

Por tanto: IS=a1

La nueva SBF será:

SBF2: (Variables: X1, l2, h1, h2)

v.básicas	B^{-1}			x_B
l2	1	0	0	1
h2	-2	1	0	3
a2	-1	0	1	1
$c_B^t B^{-1}$	-1	0	1	Z=1

$$Cu1\text{-}Zu1 = 0 - (-1, 0, 1)\begin{pmatrix}-1\\-1\\-2\end{pmatrix} = 0 - (-1) = +1$$

$$Ch1\text{-}Zh1 = 0 - (-1, 0, 1)\begin{pmatrix}-1\\0\\0\end{pmatrix} = 0 - 1 = -1$$

d)

La solución obtenida en c), ¿es factible para el modelo planteado?

No. Ya que aún queda una variable artificial en la base y por tanto Z es distinto de cero.

e)

La solución obtenida en c), ¿es óptima para el modelo planteado?

No. Ya que aún no es factible.