



Exámen 2012, preguntas y respuestas

Estructuras de datos y algoritmos (Universitat Politecnica de Valencia)

1.- Sea la siguiente clase abstracta la raíz de la jerarquía que implementa un Grafo en Java:

```
public abstract class Grafo {
    protected int visitados[]; //Para marcar los vértices visitados en un DFS o BFS
    protected int ordenVisita; //Orden de visita de un vértice en un DFS o BFS
    // Otros atributos para la implementación de Caminos Mínimos
    ...
    public abstract int numVertices();
    public abstract int numAristas();
    public abstract ListaConPI<Adyacente> adyacentesDe(int i);
    //Resto de métodos de la clase
    ...
}
```

donde la clase *Adyacente* se define como sigue:

```
public class Adyacente {
    protected int destino; protected double peso;
    public Adyacente(int v, double peso){ destino = v; this.peso = peso; }
    public int getDestino(){ return this.destino; }
    public double getPeso(){ return this.peso; }
    public String toString(){ return destino + "("+ peso+ ") "; }
}
```

Se pide diseñar en la clase *Grafo* un método *enCiclo* que compruebe si el vértice *v* forma parte de un ciclo de un Grafo. Indicar también el coste Temporal del método diseñado, justificándolo adecuadamente. **(3 puntos)**

```
public boolean enCiclo(int v){
    visitados = new int[numVertices()];
    return enCicloDFS(v, v);
}
protected boolean enCicloDFS(int v, int v){
    boolean res = false; visitados[v] = 1;
    ListaConPI<Adyacente> l = adyacentesDe(v);
    for ( l.inicio(); !l.esFin() && !res; l.siguiente() ){
        int w = l.recuperar().getDestino();
        if ( visitados[w]==0 ) res = enCicloDFS(w, v);
        else if ( w==v ) res = true;
    }
    return res;
}
```

Análisis del coste Temporal del método. Sea *x* el tamaño de un Grafo *Simple*, $x=f(|V|, |E|)$:

En el Mejor de los Casos *v* no tiene adyacentes, o existe un ciclo de longitud 3 formado por *v*, su 1^{er} adyacente y el 1^{er} adyacente a éste. Por tanto, $T_{enCiclo}^M(x) \in \Theta(1)$ y $T_{enCiclo}(x) \in \Omega(1)$.

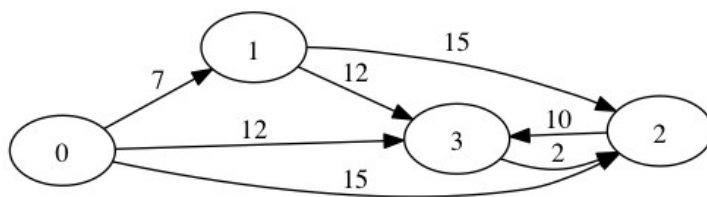
En el Peor de los Casos el Grafo es Conexo y Acíclico, por lo que en el DFS de *v* se visitan todas sus Aristas. Por tanto, $T_{enCiclo}^P(x) \in \Theta(|E|)$ y $T_{enCiclo}(x) \in O(|E|)$.

2.- El peso de entrada de un vértice *v* es la suma del peso de todas las Aristas de un Grafo que inciden en *v*. En la clase *Grafo* de la pregunta anterior, **se pide** diseñar un método *pesoEntrada* que devuelva el peso de entrada del vértice *v* de un Grafo. **(2 puntos)**

```
public double pesoEntrada(int v){
    double res = 0.0;
    for ( int i=0; i<numVertices(); i++ ){
        ListaConPI<Adyacente> l = adyacentesDe(i);
        for ( l.inicio(); !l.esFin(); l.siguiente() ){
            Adyacente a = l.recuperar();
            if ( a.getDestino()==v ) res += a.getPeso();
        }
    }
    return res;
}
```

Análisis del coste Temporal del método. Sea $x=f(|V|, |E|)$; en *pesoEntrada* se efectúa un Recorrido -sin instancias- de todas las Aristas del Grafo, por lo que $T_{pesoEntrada}(x) \in \Theta(|E|)$.

3.- Se pide realizar una traza del algoritmo de Dijkstra desde el vértice **0** a todos los demás del siguiente Grafo. **(2 puntos)**



Vértice	Adyacentes
0	(1, 7) (2, 15) (3, 12)
1	(2, 15) (3, 12)
2	(3, 10)
3	(2, 2)

v	distanciaMin				caminoMin				qPrioridad
	0	1	2	3	0	1	2	3	
	0	∞	∞	∞	-1	-1	-1	-1	(0, 0)
0		7	15	12		0	0	0	(1, 7) (2, 15) (3, 12)
1									(2, 15) (3, 12)
3			14				3		(2, 15) (2, 14)
2									(2, 15)
2	Ya visitado								Vacía

4- Sea la siguiente clase Java una implementación de la interfaz *MFSet* en la que el identificador de cada subconjunto es la raíz del Árbol que lo representa (*elArray[i]=i*).

```
public class ForestMFSetNormal implements MFSet {
    protected int talla; // N° de elementos
    protected int n_particiones; // N° de árboles
    protected int elArray[];

    public ForestMFSetNormal(int n){...}
    public int find(int x){...}
    public void merge(int x, int y){...}
}
```

Se pide diseñar en esta clase *ForestMFSetNormal* un método *cambiar* que asigne *x* al subconjunto al que pertenece *y*, siempre que *x* no sea el identificador de su subconjunto. Indicar también el coste Temporal del método diseñado, justificándolo adecuadamente. **(3 puntos)**

```
public void cambiar(int x,int y){
    if ( elArray[x]!=x ){
        int raizX = find(x); int raizY = find(y);
        for ( int i=0; i<talla; i++ )
            if ( elArray[i]==x ) elArray[i] = raizX;
        elArray[x] = raizY;
    }
}
```

Análisis del coste Temporal del método. Sea $x=talla$.

En el Mejor de los Casos *x* es el identificador de su subconjunto ($elArray[x]=x$), por lo que no se realiza el cambio. Así, $T_{\text{cambiar}}^M(x) \in \Theta(1)$ y $T_{\text{cambiar}}(x) \in \Omega(1)$.

En el Peor de los Casos *x* se cambia al subconjunto de *y*, manteniendo el resto del conjunto al que pertenecía *x* agrupado adecuadamente en $\Theta(x)$ (bucle *for*); por ello, aunque el coste de los *find* que se realizan para obtener *raizX* y *raizY* fuera $O(x)$, $T_{\text{cambiar}}^P(x) \in \Theta(x)$ y $T_{\text{cambiar}}(x) \in O(x)$.