DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA OCTAVA PRÁCTICA (Modelo A)

1. La suma s_n de los n primeros naturales impares es $s_n = \sum_{k=1}^{\boxed{n}} \boxed{(2k-1)} = \boxed{n^2}$

2. Obtén la suma exacta de la serie numérica

$$\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4} = \boxed{\frac{7\pi^4}{720}} \approx \boxed{0.9470328294}$$

La suma $s_{50} = \boxed{0.9470327526}$ proporciona $\boxed{6}$ decimales exactos.

3. Sabiendo que la suma parcial n-ésima de la serie $\sum_{n\geq 1} a_n$ es $s_n = \dfrac{n}{2n+1}$, determina el término general, a_n, y la suma de la serie en caso de convergencia.

La serie tiene por término general $a_n = \boxed{\dfrac{1}{4n^2-1}}$, y su suma es $\boxed{\dfrac{1}{2}}$.

4. Halla el valor exacto para la suma de la serie $\sum_{n\geq 1} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n\cdot 2^n} = \boxed{\log\left(\dfrac{3}{2}\right)} \approx \boxed{0.4054651081}$

¿Cuántos términos necesitas sumar para aproximar la suma de la serie con 4 decimales exactos? $N = \boxed{12}$

La aproximación que proporciona la suma parcial correspondiente será $\boxed{0.4054586919}$.

5. Halla el polinomio de McLaurin de grado 9 de la función $f(x) = \log\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

$$\boxed{P_9(x) := \frac{2x^9}{9} + \frac{2x^7}{7} + \frac{2x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + 2x}$$

Obtén la aproximación que proporciona el polinomio anterior para $\log(3)$, al sustituir x por $\boxed{\dfrac{1}{2}}$ en P_9,

$$\log(3) \approx \boxed{1.098499503}$$

Mejora la estimación anterior hallando la aproximación que proporciona el polinomio de Taylor de grado 20

$$\log(3) \approx \boxed{1.098612229}$$

Compara este valor con el que calcula Derive y concluye que la aproximación garantiza $\boxed{7}$ decimales correctos.

6. Sabiendo que la función $f(x) = \cos(x)$ se puede escribir como

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

siendo $P_n(x)$ el polinomio de Taylor de grado n y $R_n(x)$ el resto de Lagrange

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1} \quad , \quad s \in]a, x[$$

Aproxima los 20 primeros decimales de $\cos(0.05)$ utilizando el polinomio de McLaurin de grado 8

$$\cos(0.05) \approx P_8(0.05) = \boxed{0.99875026039496624658}$$

El error cometido vendrá dado por

$$|R_8(0.05)| = \frac{\boxed{|\sin(s)|}}{\boxed{9!}}(0.05)^9 < 10^{-\boxed{18}}$$

Verifícalo calculando el valor de $\cos(0.05)$ con Derive.

APELLIDOS:	NOMBRE:	GRUPO:

DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA (etsinf)

CUESTIONARIO DE LA OCTAVA PRÁCTICA (Modelo B)

1. Comprueba que la suma de los n primeros cubos de los números naturales coincide con el cuadrado de la suma de los n primeros naturales

$$\sum_{k=1}^{\boxed{n}} \boxed{k^3} = \boxed{\frac{n^2\,(n+1)^2}{4}} = \left(\sum_{k=1}^{n} \boxed{k}\right)^2$$

2. Obtén la suma exacta de las serie numérica $\displaystyle\sum_{n\geq 3} \frac{(n-1)(2n-5)^2}{5^{n-1}} = \boxed{\frac{93}{160}}$

3. Sabiendo que la suma parcial n-ésima de la serie $\displaystyle\sum_{n\geq 1} a_n$ es $s_n = \dfrac{4n}{8n+1}$, determina el término general, a_n, y la suma de la serie en caso de convergencia.

   La serie tiene por término general $a_n = \boxed{\dfrac{4}{64n^2-48n-7}}$, y su suma es $\boxed{\dfrac{1}{2}}$.

4. Considera la serie $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}}{n\cdot 3^n}$. Halla el valor exacto para su suma $s = \boxed{\log\left(\dfrac{4}{3}\right)} \approx \boxed{0.28768207245}$

   ¿Cuántos términos necesitas sumar para aproximar la suma de la serie con 5 decimales exactos? $N = \boxed{10}$.

   La aproximación que proporciona la suma parcial correspondiente será $\boxed{0.2876816792}$.

5. Halla el polinomio de McLaurin de grado 6 de la función $f(x) = \log\left(\dfrac{1}{1-x}\right)$

$$\boxed{P_6(x) := \frac{x^6}{6}+\frac{x^5}{5}+\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x}$$

   Obtén la aproximación que proporciona el polinomio anterior para $\log(2)$, al sustituir x por $\boxed{\dfrac{1}{2}}$ en P_6,

$$\log(2) \approx \boxed{0.6911458333}$$

   Mejora la estimación anterior hallando la aproximación que proporciona el polinomio de Taylor de grado 15

$$\log(2) \approx \boxed{0.693145374590}$$

   Compara este valor con el que calcula Derive y concluye que la aproximación garantiza $\boxed{5}$ decimales correctos.

6. Sabiendo que la función $f(x) = \sin(x)$ se puede escribir como

$$f(x) = P_n(x) + R_n(x) \quad , \quad x \in \mathbb{R}$$

   siendo $P_n(x)$ el polinomio de Taylor de grado n y $R_n(x)$ el resto de Lagrange

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(s)}{(n+1)!}\,(x-a)^{n+1} \quad , \quad s \in \,]a,x[$$

   Aproxima el valor de $\sin(1)$ utilizando el polinomio de McLaurin de grado 9

$$\sin(1) \approx P_9(1) = \boxed{0.84147100970017636684}$$

   El error cometido vendrá dado por

$$|R_9(1)| = \frac{\boxed{|\sin(s)|}}{\boxed{10!}} < 10^{-\boxed{6}}$$

   Verifícalo aproximando el valor de $\sin(1)$ con Derive.

APELLIDOS:	NOMBRE:	GRUPO: