Lliçó 2: Matrius i vectors. Operacions amb matrius
Idees clau, definicions, propietats, mètodes...

Matrius. Definicions

☞ Una *matriu* $m \times n$ és un conjunt de nombres ordenats en m files i n columnes

- Una matriu *quadrada* és una matriu $n \times n$
- Una matriu *columna* és una matriu $m \times 1$
- Una matriu *fila* és una matriu $1 \times n$
- Una matriu és *nul·la* si totes les entrades són zeros
- La matriu *identitat* és quadrada i només conté uns a la diagonal i zeros fora de la diagonal
- $\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{R}) = \{\text{matrius reals } m \times n\}$
  $\mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{C}) = \{\text{matrius complexes } m \times n\}$
  $\mathcal{M}_{m\times n} = \{\text{matrius } m \times n\}$

Operacions amb matrius

- *Suma*: sumeu element a element
- *Diferència*: resteu element a element
- *Producte escalar-matriu*: multipliqueu l'escalar per tots els elements de la matriu
- *Combinació lineal:* $\alpha_1 \mathsf{A}_1 + \alpha_2 \mathsf{A}_2 + \cdots + \alpha_p \mathsf{A}_p$

Vectors

☞ Un *vector* n-dimensional és una matriu $n \times 1$

- $\mathbb{R}^n = \{\text{vectors } n - \text{dimensionals reals}\}$
- $\mathbb{C}^n = \{\text{vectors } n - \text{dimensionals complexos}\}$
- $\mathbb{K}^n = \{\text{vectors } n - \text{dimensionals}\}$

Producte escalar real

- *Definició:* $(u_1, u_2, \ldots, u_n) \cdot (v_1, v_2, \ldots, v_n) = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \cdots + u_n v_n$
- *Norma:* $||\vec{u}|| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$
- *Distància:* $d(\vec{u}, \vec{v}) = ||\vec{u} - \vec{v}||$
- *Angle:* $\cos\alpha = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{||\vec{u}||\,||\vec{v}||}$ (si $\vec{u} \neq \vec{0}$ i $\vec{v} \neq \vec{0}$)

Producte escalar complex

- *Definició:* $(u_1, u_2, \ldots, u_n) \cdot (v_1, v_2, \ldots, v_n) = \overline{u_1} v_1 + \overline{u_2} v_2 + \cdots + \overline{u_n} v_n$
- *Norma:* $||\vec{u}|| = \sqrt{\vec{u} \cdot \vec{u}}$
- *Distància:* $d(\vec{u}, \vec{v}) = ||\vec{u} - \vec{v}||$
- *Angle:* $\cos\alpha = \dfrac{\mathrm{Re}(\vec{u} \cdot \vec{v})}{||\vec{u}||\,||\vec{v}||}$ (si $\vec{u} \neq \vec{0}$ i $\vec{v} \neq \vec{0}$)

Vectors ortogonals

☞ Dos vectors $\vec{u}$ i $\vec{v}$ són *ortogonals* ($\vec{u} \perp \vec{v}$) si $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

- Zero és ortogonal a tots els vectors: $\vec{0} \perp \vec{u}, \quad \forall \vec{u} \in \mathbb{K}^n$