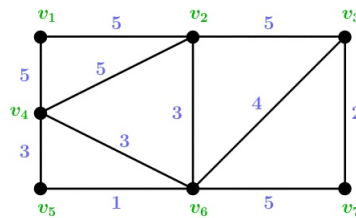


Prácticas de Matemática Discreta

Actividades de la sesión 5 (Árboles)

1. Un árbol tiene $2n$ vértices de grado 1, $3n$ vértices de grado 2 y n vértices de grado 3. Determina el número de vértices y de aristas de dicho árbol.
2. Sea T un árbol con 21 vértices, cuyo conjunto de grados es $\{1, 3, 5, 6\}$. Sabiendo que tiene 15 hojas y un solo vértice de grado 6, ¿cuántos vértices de grado 5 tiene?
3. Calcula un árbol generador minimal, aplicando el algoritmo de Kruskal, del siguiente grafo ponderado:



Calcula también un árbol generador maximal.

4. (*) Considera el mapa de España del ejemplo de SWGraphs que aparece al abrir los menús Ejemplos-Dijkstra-mapa de España. Se pretende conectar entre sí todas las ciudades que aparecen en el mapa mediante una red de líneas de AVE. En el ejemplo se ha modelizado la situación mediante un grafo cuyos vértices se corresponden con las ciudades que se desea conectar, y cuyas aristas se corresponden con los “posibles tramos” por los que puede construirse la línea férrea. Se indica, también, la longitud de cada tramo (en Km). El diseño de la red de AVE debería verificar las siguientes condiciones razonables (al menos, a priori):
 - la red debe conectar dos ciudades cualesquiera de las que aparecen en el mapa (es decir, un viajero debe ser capaz de viajar entre dos ciudades cualesquiera tomando sólo trenes AVE);
 - la longitud total de vía construida ha de ser la menor posible (para así minimizar el coste de la obra, que es, de por sí, considerable).
- (a) Determina un posible diseño de la red de AVE con estas condiciones usando algún algoritmo de Teoría de Grafos, razonando adecuadamente por qué aplicas dicho algoritmo.

- (b) Por motivos estratégicos resulta conveniente realizar la construcción de un eje mediterráneo (Gerona-Barcelona-Tarragona-Vinarós-Castelló-Sagunt-Valencia-Alicante-Murcia-Cartagena-Águilas-Almería). ¿Cuál es el recorrido total del AVE que debe diseñarse teniendo en cuenta, además de los 2 requisitos iniciales, la condición de que el eje mediterráneo debe estar presente?
5. (*) Los agentes 001,002,003,004,005,006,007 & 008 están trabajando en una misión para salvar el mundo (una vez más). Se quiere establecer un sistema de comunicación entre los agentes de manera que cada agente tenga la posibilidad de contactar, directa o indirectamente, con los restantes agentes. Establecer una comunicación entre dos agentes tiene un cierto riesgo. En la siguiente tabla aparecen los factores de riesgo asociados a las comunicaciones directas entre dos agentes (a mayor factor, mayor riesgo); el resto de canales de comunicación han sido interceptados. ¿Cuál es el riesgo total mínimo de un sistema de comunicación entre los agentes?

Agentes	Factor de riesgo
001-002	9
001-003	3
001-005	8
001-006	3
001-007	4
002-003	10
002-006	6
003-004	6
003-006	4
003-007	5
003-008	7
004-005	7
004-008	3
005-008	5