Parcial 1 SOLUCIÓN
29 de Octubre de 2018
Curso 2018/19

Dep. Física Aplicada

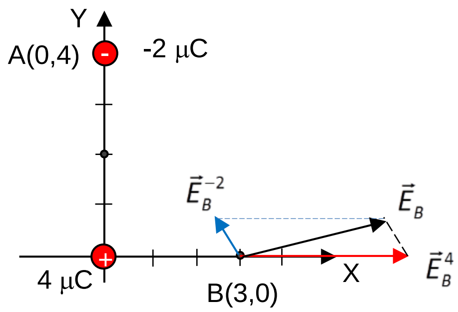
1. (2.5 puntos) Dadas las **dos cargas puntuales** de la figura, **q_1=4 μC** en el punto **(0,0)** y **q_2=-2 μC** en el punto **(0,4) m**:

a) Calcula el vector **campo eléctrico** resultante en **B (3,0) m. Dibuja** el campo eléctrico creado por cada carga y el campo eléctrico resultante.

b) Calcula el **potencial eléctrico** en **B**.

c) Calcula el **trabajo** necesario para llevar una carga de **2 μC desde el punto B** hasta el infinito. Este trabajo ¿es hecho por las fuerzas del campo, o en contra de ellas?

d) **Encuentra** un **punto** del **eje Y** donde el **campo eléctrico total** se **anule**. Da sus coordenadas.



a) $\vec{E}_B^4 = k\dfrac{4\cdot 10^{-6}}{3^2}\vec{i} = 9\cdot 10^9\dfrac{4\cdot 10^{-6}}{3^2}\vec{i} = 4000\vec{i}\ N/C$

$\vec{E}_B^{-2} = k\dfrac{2\cdot 10^{-6}}{5^2}\left(\dfrac{-3\vec{i}+4\vec{j}}{5}\right) = 9\cdot 10^9\dfrac{2\cdot 10^{-6}}{5^3}(-3\vec{i}+4\vec{j}) = -432\vec{i}+576\vec{j}\ N/C$

$\vec{E}_B = \vec{E}_B^4 + \vec{E}_B^{-2} = 4000\vec{i} - 432\vec{i} + 576\vec{j} = 3568\vec{i} + 576\vec{j}\ N/C$

b) $V_B = k\left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{2}{5}\right)\cdot 10^{-6} = 9\cdot 10^9\dfrac{14}{15}10^{-6} = 8400\,V$

c) $W = q(V_B - V_\infty) = 2\cdot 10^{-6}(8400-0) = 16{,}8\cdot 10^{-3}\ J$ Al ser el trabajo positivo, son las fuerzas del campo eléctrico a realizarlo.

d) El campo eletrico puede ser nulo solo en puntos por encima de la carga de -2 μC (y>4), ya que solamente en esa parte del eje Y se pueden cancelar mutuamente los campos eléctricos generados por las dos cargas. Entonces, si llamamos x la coordenada vertical de dicho punto, buscamos puntos en los que tenemos que $\dfrac{4}{x^2} = \dfrac{2}{(x-4)^2}$. Las dos soluciones son $x_1 = 8+4\sqrt{2} = 13{,}66\,m \quad and \quad x_2 = 8-4\sqrt{2} = 2{,}34\,m$, correspondientes a los puntos (0, 13,66) y (0, 2,34) m. La segunda no es válida ya que allí los dos campos eléctricos se suman y no se equilibran. Entonces única solución correcta es (0, 13,66) m.

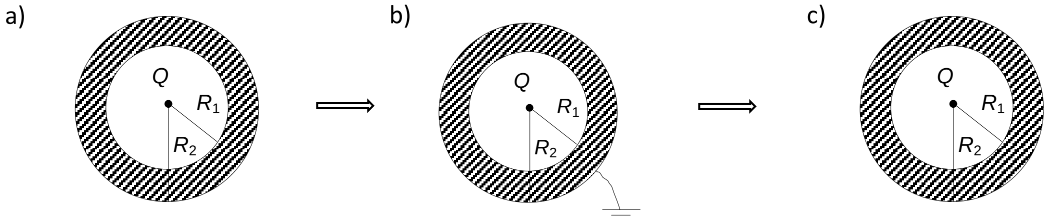
2. (2.5 puntos) La figura muestra una **esfera metálica** hueca de radios interior y exterior ***R_1*** y ***R_2**,* respectivamente. Se coloca una **carga** puntual **positiva**, ***Q***, en el centro de la esfera.

a) ¿Cuál es la **densidad superficial de carga** en las superficies interior y exterior de la esfera?

b) Si **conectamos** la esfera metálica a **tierra**, ¿Cuál es la **densidad superficial de carga** en las superficies interior y exterior de la esfera?

c) Después del punto b), **desconectamos** la esfera metálica de **tierra**. ¿Cuál es la **densidad superficial de carga** en las superficies interior y exterior de la esfera?

Justifica las respuestas.



a) As there is total influence between the charge and the inner surface of sphere, the total charge over the inner surface of the sphere must be –Q. And the surface density of charge on this surface: $\sigma_{inner} = \frac{-Q}{4\pi R_1^2}$

As the sphere is initially discharged, the outer surface of the sphere must take a charge Q, and its density surface of charge will be: $\sigma_{outer} = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$

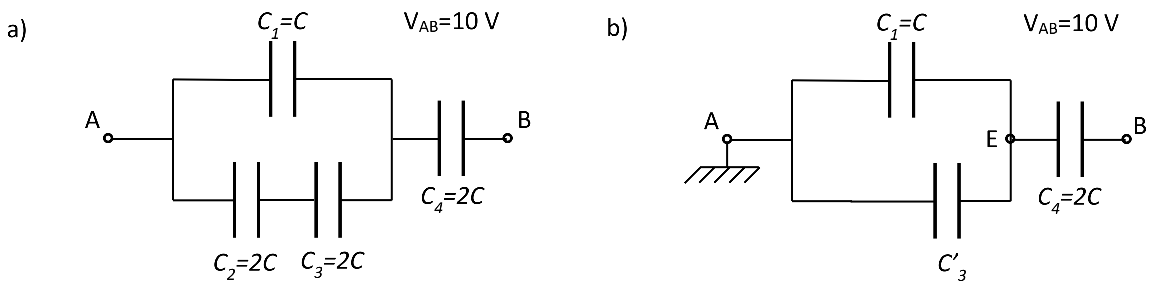
b) If the sphere is linked to ground, the inner surface density of charge remains unchanged: $\sigma_{inner} = \frac{-Q}{4\pi R_1^2}$ and the charge over the outer surface goes to ground in order to cancel the electric field and the potential outside of the sphere. Therefore $\sigma_{outer} = 0$

c) If the ground connection is removed, the total charge of the sphere remains constant. The charge on inner surface of the sphere can't change because of the total influence between point charge and sphere, and then $\sigma_{inner} = \frac{-Q}{4\pi R_1^2}$ and $\sigma_{outer} = 0$

3. (2,5 puntos) La asociación de condensadores de la figura se conecta a una d.d.p. **V_A-V_B=10 V**

a) Calcula la carga en cada condensador (**Q_1, Q_2, Q_3 y Q_4**) y la diferencia de potencial entre sus terminales (**V_1, V_2, V_3 y V_4**).

b) A continuación, el condensador **2 es eliminado**, se **dobla la separación** entre las **placas** del condensador **3**, y el punto **A se conecta a tierra**. La fuente de tensión está siempre conectada, manteniendo **10 V entre A y B** (figura b). Cuál es el potencial del punto E? Y la **carga del condensador 4**?



a) Hay 2 fromas, ambas correctas, de resolver ese problema.

- Sin calcular previamente la capacidad equivalente:

- Condensadores C_2 y C_3 están en serie entonces Q_2=Q_3=Q_{23}.
- Condensadores C_2 y C_3 están en paralelo con C_1: $V_1 = V_2 + V_3 \Rightarrow \frac{Q_1}{C} = \frac{Q_{23}}{2C} + \frac{Q_{23}}{2C} \Rightarrow Q_{23} = Q_1$
- La suma de las cargas en el condensador C_{123} es igual a la carga en C_4: $Q_1 + Q_3 = Q_4 \Rightarrow Q_4 = 2Q_1$
- Además, la diferencia de potencial de dicha asociación es de 10 V:

$$V_1 + V_4 = \frac{Q_1}{C} + \frac{Q_4}{2C} = 10 \Rightarrow \frac{Q_1}{C} + \frac{2Q_1}{2C} = 10 \Rightarrow \frac{4Q_1}{2C} = 10 \Rightarrow Q_1 = 5C = Q_2 = Q_3 \qquad Q_4 = 10C$$

- Siendo las diferencias de potencial: $V_1 = \frac{Q_1}{C} = 5\,V \qquad V_2 = \frac{Q_2}{2C} = \frac{5}{2}V = V_3 \qquad V_4 = \frac{Q_4}{2C} = 5\,V$

Es fácil comprobar qué: $V_2 + V_3 + V_4 = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} + 5 = 10\,V$

- Utilizamos la capacidad equivalente de la asociación de condensadores.

C_2 y C_3 están en serie: $\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{2C} = \frac{2}{2C} = \frac{1}{C} \Rightarrow C_{23} = C$

C_2 y C_3 están en paralelo con C_1: $C_{123} = C_1 + C_{23} = C + C = 2C$.

C_{123} está en serie con C_4. Tenemos $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{2C} = \frac{1}{C} \Rightarrow C_{eq} = C$

La carga del condensador equivalente es igual a la carga en C_4 siendo entonces and $Q_4 = C_{eq} \cdot 10 = 10C$

$$V_4 = \frac{Q_4}{2C} = \frac{10C}{2C} = 5\,V \qquad V_1 = V_{23} = 10 - V_4 = 10 - 5 = 5\,V \Rightarrow Q_1 = CV_1 = 5C$$

$$V_{23}=\frac{Q_{23}}{2C}+\frac{Q_{23}}{2C}=\frac{Q_{23}}{C}=5\,V\Rightarrow Q_{23}=Q_2=Q_3=5C \quad \text{y} \quad V_2=\frac{Q_2}{2C}=\frac{5C}{2C}=\frac{5}{2}V=V_3$$

b) With the new conditions, C'_3=C and the equivalent capacitance of 1 and 3: C'_{13}=2C. Note that C'_{13} equals the equivalent capacitance C_{123} of before paragraph. Then, the situation for C_4 is the same than before, and both its charge and its potential remain equal: $V_4=5\,V$ $Q_4=10C$ As V_A=0 and V_A-V_B=10 therefore V_B=-10 V V_E-V_B=5→V_E=V_B+5=-5 V

Anyway, if you don't note that the situation remains unchanged for C_4, you can still solve the exercise:

C'_{13}=2C. This equivalent capacitor equals C_4 and they are in series, being the potential equally divided between them: $V_1=V_3=5\,V$ and $V_4=5\,V$

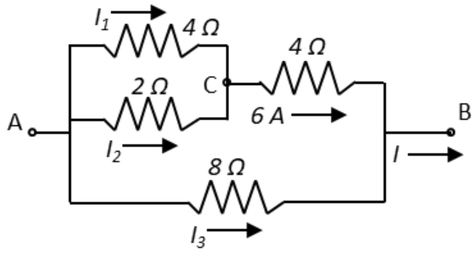
siendo V_A=0 y V_A-V_B=10, obtenemos V_B=-10 V V_E-V_B=5→V_E=V_B+5=-5 V con $Q_4=2C\cdot 5=10C$

4. (2,5 puntos) Dada la **asociación** de resistencias de la figura, y la **intensidad mostrada**, calcula:

a) **I_1, I_2, I_3, I, V_{AC}, V_{CB} y V_{AB}.**

b) Si el punto **C se conecta a tierra**, halla **V_A** and **V_B**.

c) Resistencia equivalente entre los puntos **A** y **C**.



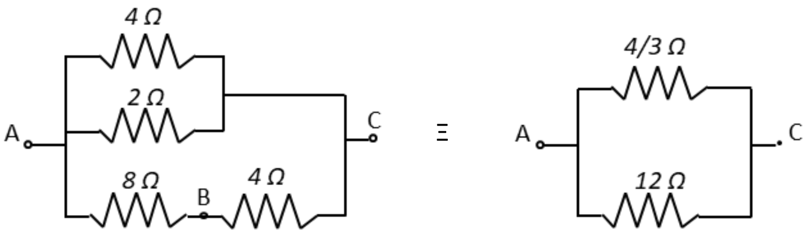
a) 4 Ω y 2 Ω están en paralelo. Entonces, $\left.\begin{array}{l} I_1+I_2=6 \\ 4I_1=2I_2 \end{array}\right\}\Rightarrow I_1=2\,A \quad I_2=4\,A$ $\quad V_{AC}=4I_1=4\cdot 2=8\,V \quad V_{CB}=4\cdot 6=24\,V$

$$V_{AB}=V_{AC}+V_{CB}=8+24=32\,V \qquad I_3=\frac{V_{AB}}{8}=\frac{32}{8}=4\,A \qquad I=I_3+6=4+6=10\,A$$

b) Si C se conecta a tierra, V_C=0. Considerando la diferencia de potencial calculada en el apartado anterior:

$$V_{AC}=V_A-V_C=8\Rightarrow V_A=8+V_C=8\,V \qquad V_{CB}=V_C-V_B=24\Rightarrow V_B=V_C-24=-24\,V$$

c) Entre los puntos A y C, podemos redibujar el circuito de esta forma:



Siendo la eresistencia equivalente entre A y C: $\frac{1}{R_{AC}}=\frac{3}{4}+\frac{1}{12}=\frac{10}{12}\Rightarrow R_{AC}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}\,\Omega$