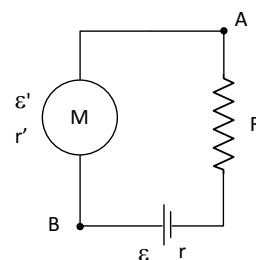




1. (2,5 puntos) En el circuito de la figura, se sabe que las potencias consumidas por efecto Joule en las resistencias internas de **motor** y **generador** y en la **resistencia R** son **10 W**: $P_R = P_r = P_{r'} = 10 \text{ W}$. Además, la diferencia de potencial entre los terminales de la resistencia R es 5 V: $V_R = 5 \text{ V}$, y el **rendimiento** del **motor** es del **80%**. Calcula (0,5 puntos cada apartado):

- La **potencia transformada** por el motor en energía mecánica y la **generada** por el generador. Indica la **polaridad** del motor.
- Calcula la **intensidad** que recorre el circuito.
- Calcula las características de motor, generador y resistencia: ϵ , r , ϵ' , r' y R .
- Calcula la **diferencia de potencial** entre los puntos **A** y **B** del circuito.
- Calcula el **rendimiento** del **generador**. **Razona** si este **rendimiento** podría, o no, ser menor o igual que el del motor.



Solución:

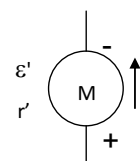
a) El rendimiento del motor es $\eta' = \frac{P_t}{P_c} = \frac{P_c - P_{r'}}{P_c} = \frac{P_c - 10}{P_c} = 0,8 \Rightarrow P_c = 50 \text{ W}$

Entonces, $P_t = P_c - P_{r'} = 50 - 10 = 40 \text{ W}$

Considerando el generador, podemos decir que la potencia proporcionada al circuito es la suma de la consumida en el motor y en la resistencia R. Es decir, $P_s = P_c + P_R = 50 + 10 = 60 \text{ W}$

Entonces tenemos que $P_g = P_s + P_r = 60 + 10 = 70 \text{ W}$

Acorde a la polaridad del generador, la intensidad I fuye en sentido horario, siendo la polaridad del motor la indicada en esta siguiente figura:



- b) Si conocemos la potencia consumida en R y la diferencia de potencial entre sus bornes,

podemos determinar facilmente R. $P_R = 10 = \frac{V_R^2}{R} = \frac{5^2}{R} \Rightarrow R = \frac{25}{10} = 2,5 \Omega$

Y tenemos que $V_R = IR \Rightarrow I = \frac{V_R}{R} = \frac{5}{2,5} = 2 \text{ A}$

- c) Al ser la potencia consumida en las resistencias r , r' and R igual, así como la corriente, entonces las tre resistencias son iguales siendo: $r = r' = R = 2,5 \Omega$

Consideramos ahora ϵ y ϵ' : $P_g = 70 = \epsilon I \Rightarrow \epsilon = \frac{P_g}{I} = \frac{70}{2} = 35 \text{ V}$ $P_t = 40 = \epsilon' I \Rightarrow \epsilon' = \frac{P_t}{I} = \frac{40}{2} = 20 \text{ V}$

- d) Si nos movemos de A a B via motor, tenemos que: $V_{AB} = -I r' - \epsilon' = -2 \cdot 2,5 - 20 = -25 \text{ V}$

Necesariamente por el otro lado, es decir, por el generador, tenemos el mismo resultado:

$V_{AB} = I(R + r) - \epsilon = 2(2,5 + 2,5) - 35 = -25 \text{ V}$

e) $\eta = \frac{P_s}{P_g} = \frac{60}{70} \approx 86 \%$

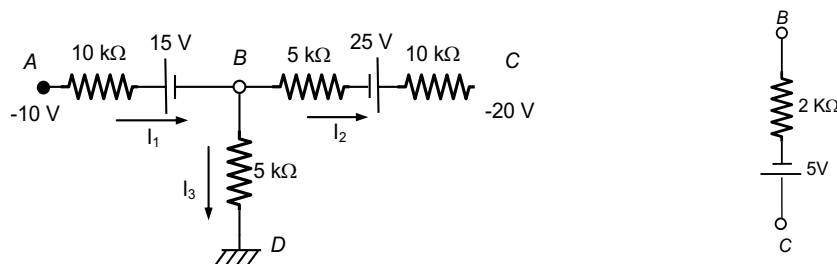
El rendimiento de un generador no puede ser nunca menor o igual del rendimiento de un motor. En caso contrario, tendríamos una potencia generada (por el generador) igual o menor de la potencia consumida por el motor. Recuerda que la potencia consumida en las resistencia internas es la misma.

Esto es imposible porque la resistencia R ctambien consume algo d epotencia y por ello podemos afirmar que es imposible que el rendimiento de un generador sea menor o igual que él de un motor. En formulas:

$$\left. \begin{aligned} \eta_g &= \frac{P_s}{P_g} = \frac{P_g - P_r}{P_g} = 1 - \frac{P_r}{P_g} \\ \eta_m &= \frac{P_t}{P_c} = \frac{P_c - P_{r'}}{P_c} = 1 - \frac{P_{r'}}{P_c} \end{aligned} \right\} \text{siendo } P_r = P_{r'}, \text{ con } \eta_g \leq \eta_m \Rightarrow -\frac{P_r}{P_g} \leq -\frac{P_{r'}}{P_c} \Rightarrow P_c \geq P_g \text{ IMPOSIBLE!}$$

2. (3 puntos) Dado el **circuito** de la figura, calcula:

- (1) La intensidad de corriente en cada rama con los sentidos mostrados, I_1 , I_2 y I_3 . Indica si los elementos de 15 y 25 V **actúan como generadores o receptores**.
- (1) El **generador equivalente de Thevenin** entre los puntos **B y C**, indicando claramente su polaridad.
- (0,5) Al circuito se le **añade una nueva rama** (la mostrada a la derecha) **entre los puntos B y C**. Indica si el elemento de 5 V de la nueva rama, **genera o consume energía** y calcula su **valor**.
- (0,5) El **generador equivalente de Thevenin** entre los puntos **A y D**, indicando claramente su polaridad.



Solución:

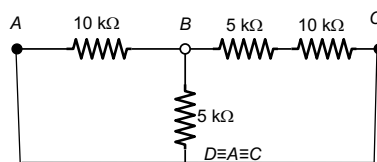
Tenemos un circuito con dos mallas y dos nudos. Sacaremos una ecuación de nudo y dos de mallas:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ V_{AD} &= -10 = 10I_1 + 15 + 5I_3 \\ V_{CD} &= -20 = -10I_2 + 25 - 5I_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_1 = -1 \text{ mA} \quad I_2 = 2 \text{ mA} \quad I_3 = -3 \text{ mA}$$

Después de calcular las intensidades y viendo su sentido real, podemos afirmar que las baterías de 15 V y 25 V actúan como generadores.

a) $\mathcal{E}_T = V_{BC} = V_B - V_C = (5 + 10)I_2 - 25 = 15 \cdot 2 - 25 = 5 \text{ V}$

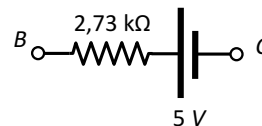
Ese es el circuito pasivo después de quitar los generadores



su resistencia equivalente entre B y C es:

$$\frac{1}{R_{eqBC}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5+10} \Rightarrow R_{eqBC} = \frac{30}{11} \approx 2,73 \text{ k}\Omega$$

El generador equivalente de Thevenin es

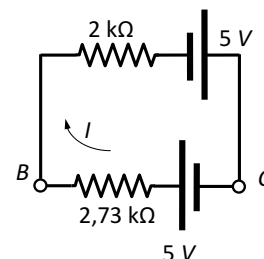


- b) Si conectamos la nueva rama entre B y C, obtenemos el circuito de la figura.
La corriente fluye en sentido horario con un valor de

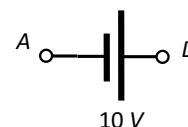
$$I = \frac{5+5}{2,73+2} = 2,11 \text{ mA}$$

La batería de 5 V en la nueva rama genera energía.

La potencia generada es: $P_g = \mathcal{E}I = 5 \cdot 2,11 = 10,55 \text{ mW}$

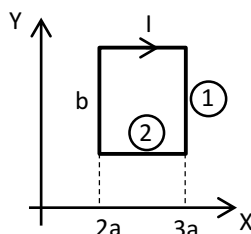


- d) $\mathcal{E}_T = V_{AD} = -10 \text{ V}$ y $R_{eqAD} = 0$ entonces el generador equivalente de Thevenin entre A y D es:



3. (2 puntos) Sea la **espira** rectangular de la figura de lados a y b , recorrida por una corriente de intensidad I en el sentido indicado, situada en el interior de un campo magnético **no uniforme** de valor $B = B_0 \frac{a}{x} k$. Calcula:

- La **fuerza magnética** que aparece sobre los lados 1 y 2.
- El **momento magnético** m de la espira.
- Si el campo magnético fuera $B = B_0 k$ (B_0 una constante positiva), calcula el **momento** M de las fuerzas magnéticas que actúan sobre la espira.



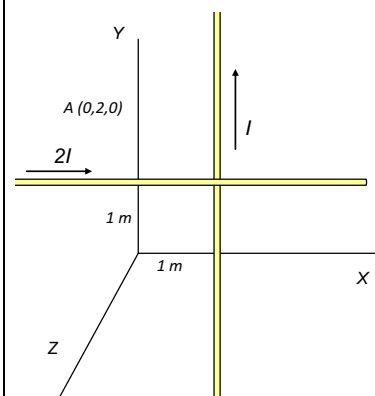
Solución:

- $$F_1 = I(-b)j \times B_0 \frac{a}{3a} k = -\frac{IbB_0}{3} i$$

$$F_2 = \int_{2a}^{3a} I(-dxi) \times B_0 \frac{a}{x} k = IB_0 a \int_{2a}^{3a} \frac{dx}{x} j = IB_0 a \ln \frac{3}{2} j$$
- Al tener solamente una espira: $\mu = IS = -labk$
- $\tau = \mu \times B = -labk \times B_0 k = 0$

4. (2,5 puntos) Dos **conductores** rectilíneos e **indefinidos** están colocados en el **plano XY**, paralelos a los ejes X e Y respectivamente, a una distancia de **1 m** cada uno, como se puede ver en la figura. Sus intensidades son **2I** e **I**. Halla:

- El **vector campo magnético** producido por ambas corrientes en el punto **A (0,2,0) m**.
- Un punto **P** del **eje X** donde se **anule el campo magnético** total. Da sus **coordenadas**.
- Una **espira circular** (radio **0,5 m**) recorrida por una corriente **I'** es colocada en el **plano XY** con su centro en el punto **A**. ¿Cuál debe ser el **sentido** de **I'** (horario o antihorario) para que el **campo magnético** en **A** se **anule**? Calcula el **valor** que debe tener **I'** en este caso.



Solución:

En ambos casos el campo magnético es la suma de los campos producidos por cada conductor:

$$B_A = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 2I}{2\pi \cdot 1} k + \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot 1} k = \frac{3\mu_0 I}{2\pi} k = 6I \cdot 10^{-7} k$$

- Para anular el campo magnético producido por ambos conductores, el punto P tiene que estar ubicado a la izquierda del conductor vertical. Si las coordenadas del punto P son $(x, 0, 0)$ con $x < 1$, se tiene que:
- El campo magnético calculado en el punto A va hacia fuera de la página y el campo magnético creado por la espira circular va hacia dentro. Por ello la corriente I' es horaria y su valor tiene que verificar la siguiente condición:

$$\frac{\mu_0 I'}{2 \cdot 0,5} = 6I \cdot 10^{-7} \Rightarrow I' = \frac{6I \cdot 10^{-7}}{\mu_0} = \frac{6I}{4\pi} = \frac{3I}{2\pi}$$

FORMULAS

corriente $V_A - V_B = I \sum R - \sum \mathcal{E}$ $I = \frac{\sum \mathcal{E}}{\sum R}$ $P = V \cdot I$ $\mathcal{E} = \frac{dW}{dq}$ $P_R = I^2 \cdot R$ $P_g = \mathcal{E} \cdot I$

$P_t = \mathcal{E}' \cdot I$ $P_g - P_r = P_s$ $P_t + P_{r'} = P_c$ $\eta_g = \frac{P_s}{P_g}$ $\eta_r = \frac{P_t}{P_c}$

fuerza magnética $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$ $\vec{\mu} = N \cdot I \cdot \vec{S}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $V_H = \frac{I \cdot B \cdot d}{n \cdot e \cdot S}$

fuentes del campo magnético $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3}$ $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ (I.S. units)}$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$