

1 Cuestionario de la Primera Práctica

DERIVE es un programa de cálculo simbólico. Es muy sencillo de usar y suficientemente avanzado para lo que necesitaremos durante el curso.

Nos permite realizar operaciones numéricas y simplificaciones algebraicas que manualmente serían imposibles. Además, podremos calcular límites, derivadas e integrales; manipular matrices y vectores; y trabajar con representaciones de funciones en dos o tres dimensiones.

El objetivo de esta práctica es mostrarte las posibilidades del programa y la ubicación de las diferentes opciones que necesitaras para manejarlo.

Como complemento a ésta y las demás practicas del curso, te sugerimos que consultes la ayuda (en el menú **Help**) que el programa te proporciona.

Cualquier expresión que necesitemos usar hay que introducirla desde la única línea de edición, en la parte inferior de la pantalla. F2 sitúa el cursor en esa línea y F3 o F4 pegan ahí lo que esté seleccionado.

Si una expresión introducida contiene errores, puedes editarla. Aún así, para expresiones complicadas, resulta conveniente introducirlas a trozos y después unirlos.

Te será útil saber que puedes referirte al contenido de una línea usando # seguido del número de línea; por ejemplo si escribes #2+#3 estarás sumando el contenido de las líneas dos y tres de la pantalla.

1.1 Simplificación y aproximación de expresiones numéricas.

Para evaluar, calcular o simplificar una expresión se usan las opciones del menú **Simplify**, bien en modo exacto (**Basic**) o en modo aproximado.

Ejercicio 1: Simplifica y aproxima las siguientes expresiones:

a) $\frac{3}{2} : \frac{5}{8}$ (: no es valido para indicar cocientes)

b) $\frac{\frac{2}{3} - \frac{9 + (-1)^5}{2}}{7 + \frac{1}{7}}$ (las potencias se indican con ^)

c) $\sqrt{1+7!}$ (La raíz cuadrada está en el panel inferior)

d) $(e^2 - \pi)^{-2}$ (debes usar ê para distinguir el número e de la letra e)

1.2 Manipulación de expresiones algebraicas.

Igual que con las expresiones numéricas, también puedes operar con expresiones que incluyan letras y números. Ten en cuenta que cualquier letra se interpretará como una variable, incluida la letra e.

Para desarrollar o factorizar expresiones algebraicas necesitarás usar las otras dos opciones de simplificación (Factor y Expand).

Ejercicio 2: Simplifica las expresiones

a) $(x^3 + x^2 + x + 1)(x^5 - x^4 + x - 1)$ (necesitas Expand)

b) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ (la simplificación en los cocientes es automática)

c) $(2x + 1)^5$

y factoriza

d) $24x^3 - 26x^2 + 9x - 1$

e) $x^4 - 1$

f) $a^2 - b^2$

Utiliza Expand para obtener la descomposición en fracciones simples de

g) $\frac{4x^3 - 6}{x^4 - 1}$

1.3 Cálculo con DERIVE

Desde el menú Calculus podemos realizar límites, derivadas y algunas cosas más.

Ejercicio 3: Considera la función $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ y determina:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ (dejaremos marcado both, salvo para límites laterales)

b) $f'''(0)$ (necesitas la derivada antes de sustituir)

c) $\int f(x) dx$ (la integral indefinida calcula primitivas, la definida áreas)

d) $\int_0^1 f(x) dx$

Ejercicio 4: Considera la función $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 1}{2x^2 + x - 1}$ y obtén los valores exacto y aproximado de $f\left(\frac{5}{4}\right)$

Ejercicio 5: Para la función $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x + 1}{x^2 + x - 1}$ obtén los valores exacto y aproximado de $f(4)$

Ejercicio 6: Calcula la derivada décima de la función $f(x) = \cos^4(x) + \sin^4(x)$ en el punto $x = \pi$

Ejercicio 7: Halla la derivada sexta de la función $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right) - \cos\left(\frac{x^3}{5}\right)$ en el punto $x = 0$

Soluciones

$$1.a) \quad \frac{3}{2} : \frac{5}{8} = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$1.b) \quad \frac{\frac{2}{3} - \frac{9 + (-1)^5}{2}}{7 + \frac{1}{7}} = \frac{-7}{15} = -0.466...$$

$$1.c) \quad \sqrt{1 + 7!} = 71$$

$$1.d) \quad (e^2 - \pi)^{-2} = 0.0554...$$

$$2.a) \quad (x^3 + x^2 + x + 1)(x^5 - x^4 + x - 1) = x^8 - 1$$

$$2.b) \quad \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \frac{x - 2}{x + 1}$$

$$2.c) \quad (2x + 1)^5 = 32x^5 + 80x^4 + 80x^3 + 40x^2 + 10x + 1$$

$$2.d) \quad 24x^3 - 26x^2 + 9x - 1 = (2x - 1)(3x - 1)(4x - 1) \quad :$$

$$2.e) \quad x^4 - 1 = (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)$$

$$2.f) \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$2.g) \quad \frac{4x^3 - 6}{x^4 - 1} = \frac{-\frac{1}{2}}{x - 1} + \frac{\frac{5}{2}}{x + 1} + \frac{2x + 3}{x^2 + 1}$$

$$3.a) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$$

$$3.b) \quad f'''(0) = \frac{3}{4}$$

$$3.c) \quad \int f(x) \, dx = \frac{2(1-x)^{3/2}}{3} + \frac{2(x+1)^{3/2}}{3}$$

$$3.d) \quad \int_0^1 f(x) \, dx = \frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{4}{3}$$

$$4) \quad f\left(\frac{5}{4}\right) = -\frac{71}{216} \approx -0.3287037037$$

$$5) \quad f(4) = \frac{21}{19} \approx 1.105263157$$

$$6) \quad f^X(\pi) = -262144$$

$$7) \quad f^{VI}(0) = \frac{72}{5}$$