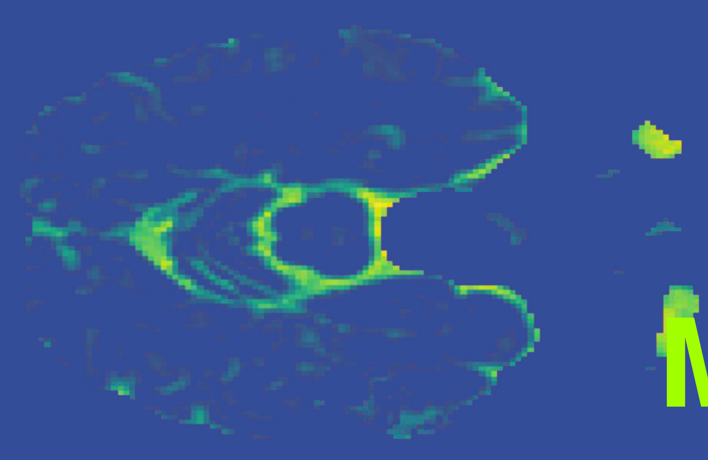


DTI DATA MANAGEMENT & MEANS ANALYSIS FOR INTERPOLATION

Alfonso Esposito, Teresa Perioli, Melanie Provvedi, Claudia Puliga, Benedetta Zibetti

Dipartimento di Matematica e Informatica - Università degli Studi di Perugia

Abstract

Il progetto affronta il problema dell'interpolazione spaziale di dati di Diffusion Tensor Imaging (DTI) ottenuti da una RM, dove ogni voxel contiene un tensore di diffusione simmetrico e definito positivo rappresentato da 6 componenti indipendenti. La necessità di ricostruire fette mancanti o aumentare la risoluzione richiede metodi di mediazione tra matrici che preservino le proprietà fisiche del tessuto biologico.

Dal segnale magnetico al tensore

- Il decadimento del segnale di Risonanza Magnetica (RM) è descritto da:

$$S(g_i) = S_0 \cdot e^{-b g_i^T D g_i}$$

- Linearizziamo con la trasformazione logaritmica:

$$\ln\left(\frac{S_i}{S_0}\right) = -b \sum_{j,k} g_{ij} g_{ik} D_{jk}$$

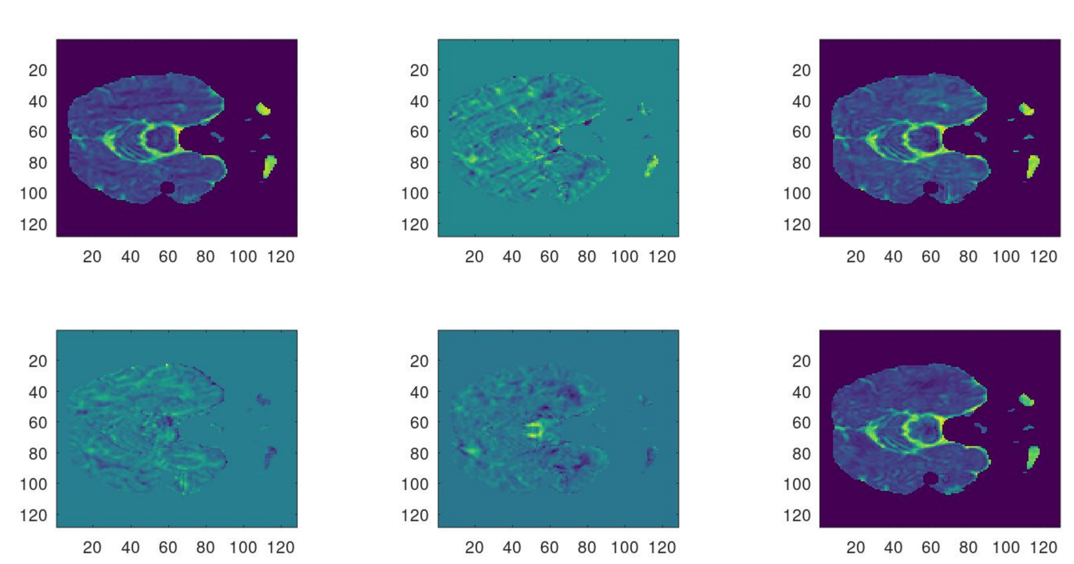
- Utilizzando il metodo dei minimi quadrati otteniamo il tensore di diffusione per un voxel:

$$D = \begin{pmatrix} D_{xx} & D_{xy} & D_{xz} \\ D_{xy} & D_{yy} & D_{yz} \\ D_{xz} & D_{yz} & D_{zz} \end{pmatrix}$$

Questo processo viene ripetuto per ogni voxel, il risultato è un campo tensoriale 3D dove ogni punto (voxel) è rappresentato da una matrice 3×3.

Visualizzazione Grafica

Dopo aver elaborato un'infrastruttura per l'interpretazione del dataset, abbiamo ipotizzato dalle immagini che l'ordine degli elementi del tensore dato fosse: D_{xx} D_{xy} D_{yy} D_{xz} D_{yz} D_{zz}.



Medie per l'interpolazione

Fissata una fetta h, siano A e B i tensori rispettivamente delle fette h-1 e h+1, l'obiettivo è ricostruire il tensore C relativo alla fetta h, attraverso le seguenti medie:

- **Aritmetica**

$$C = \frac{A+B}{2}$$

- **Geometrica**

$$C = A(A^{-1}B)^{1/2}$$

- **Log-Euclidea**

$$C = \exp\left(\frac{\ln(A)+\ln(B)}{2}\right)$$

- **Armonica**

$$C = \left(\frac{A^{-1}+B^{-1}}{2}\right)^{-1}$$

- **Power Mean**

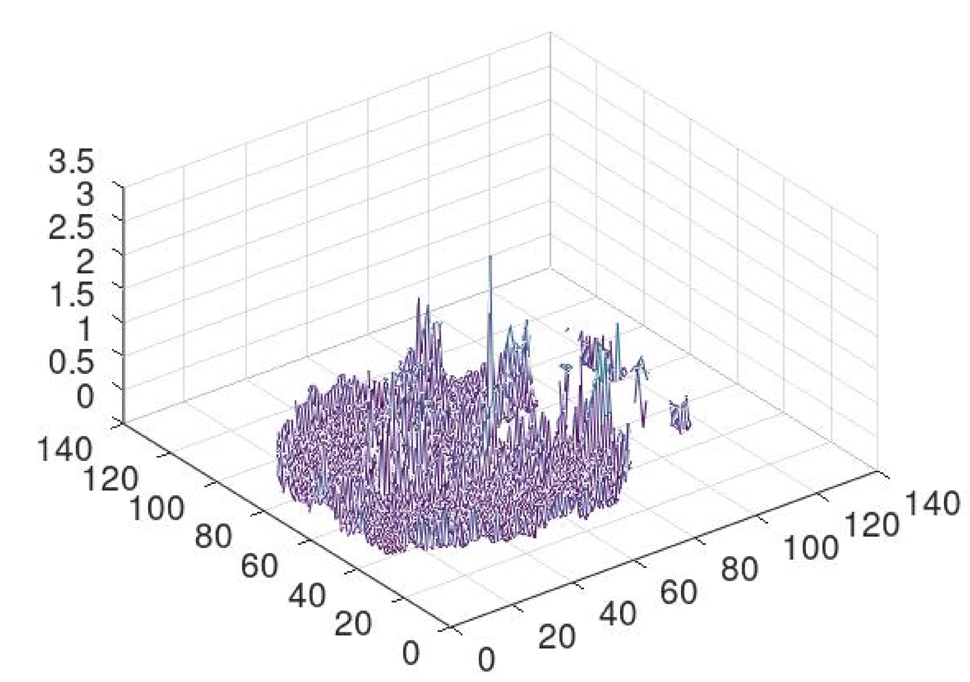
$$C = \left(\frac{A^p+B^p}{2}\right)^{1/p}, p \in [-2,2]$$

Analisi dell'errore

Utilizzando le medie per l'interpolazione della fetta h, abbiamo studiato quale metodo minimizzasse l'errore.

Una prima analisi globale dei dati, effettuata utilizzando solo le prime quattro medie, ha evidenziato come la geometrica fosse la migliore sul piano sagittale e assiale mentre sul piano coronale la migliore risulta essere l'aritmetica, con poco scarto dalla geometrica.

Una seconda analisi dei dati ha evidenziato come nei bordi ci fosse un picco di errore, quindi abbiamo deciso di restringere lo studio al cubo [15,40]x[25,50]x[50,75] selezionato adeguatamente lontano dai bordi.

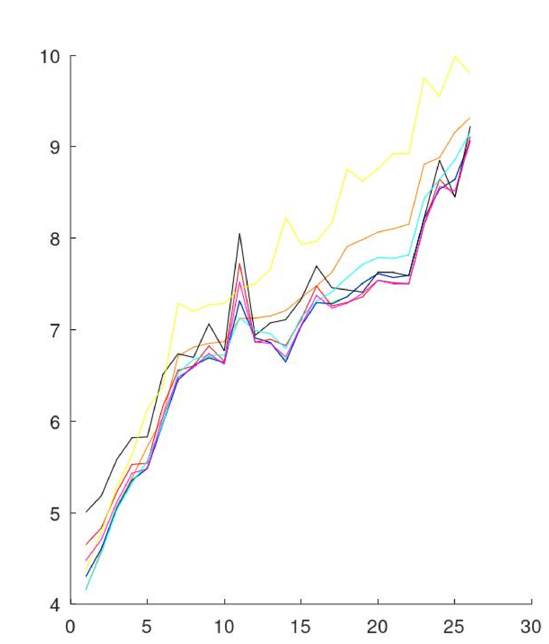


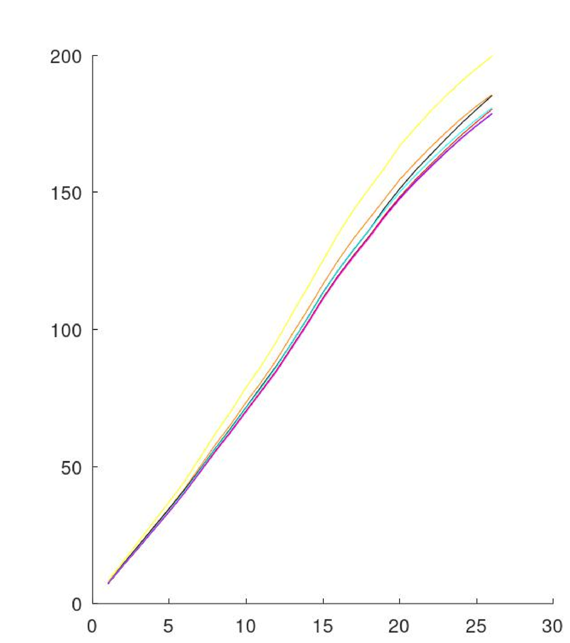
I dati ottenuti, analizzando l'errore sul singolo cubo, confermano quanto osservato in letteratura: considerando solo le prime quattro medie la migliore è la log-euclidea, mentre aggiungendo anche la power mean (con p=-2,2,-0.5,0.5) risulta essere quest'ultima.

I conteggi riportati di seguito evidenziano quale sia la media che minimizza l'errore per ogni fetta analizzata:

	Arit	Geom	Log-E	Arm	PM -2	PM 2	PM 0,5	PM -0,5
Taglio Assiale	2	2	4	3	1	0	4	**10**
Taglio Sagittale	0	0	12	0	0	0	**14**	0
Taglio Coronale	0	0	2	0	0	0	**24**	0

Osservando i seguenti grafici vediamo a sinistra l'andamento degli errori relativi di tutte le norme rispetto al taglio assiale, a destra la somma dei contributi agli errori.





Le immagini evidenziano come, nonostante esista una media migliore delle altre, in diversi punti lo scarto dell'errore è minimo.

Bibliografia

[1] Fick, A. *Ueber Diffusion*, 1855

[2] Gant, S. *MR diffusion tensor spectroscopy and imaging*, 1994.

[3] Haacke, Brown, Thompson. *MRI: Physical Principles and Sequence Design*.