Лабораторна робота

Діаграма Вороного, тріангуляція Делоне і побудова лінійної опуклої оболонки на площині

1. Реалізувати алгоритм Форчуна побудови діаграми Вороного і його поточну візуалізацію (*5 балів*).

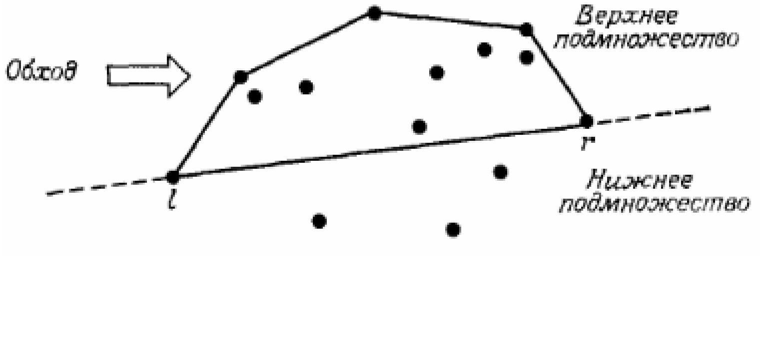
2. Здійснити тріангуляцію Делоне (*1 бал*), тобто побудувати діаграму, двоїсту до діаграми Вороного.

3. Реалізувати алгоритм Кейла-Кіркпатрика побудови лінійної опуклої оболонки N точок на площині з цілочисельними координатами ($1 \le x_i \le m_x; 1 \le y_i \le m_y; i = \overline{1, N}$). Складність алгоритму лінійна: $N + M$, де $M = \max\{m_x, m_y\}$. (*1 бал*)

   Ідея:
   1) відсортувати задані точки за y-координатою кишеньковим сортуванням; при цьому для кожного $i = \overline{1, m_y}$ визначити крайні ліву та праву точки серед заданих точок, y-координата яких дорівнює i. В результаті буде отримано 2 масиви A_l, A_r «лівих» та »правих» точок, які містять в собі вершини лівої та правої частини опуклої оболонки.
   2) зробити обхід (напр. знизу вгору) по A_l; при цьому відсіяти точки, які не є вершинами лівої частини опуклої оболонки (умова: в результаті при обході A_l знизу вгору поворот має здійснюватися завжди НАПРАВО). Аналогічно зробити обхід A_r. Результат вивести на екран.

4. Реалізувати мішаний алгоритм Ендрю та Джарвіса побудови лінійної опуклої оболонки N точок на площині ($1 \le x_i \le m_x; 1 \le y_i \le m_y; i = \overline{1, N}$). Складність алгоритму N^2. (*1 бал*)

   Ідея:
   1) відсортувати множину заданих точок за x-координатою; при цьому визначити крайню ліву та крайню праву точки.

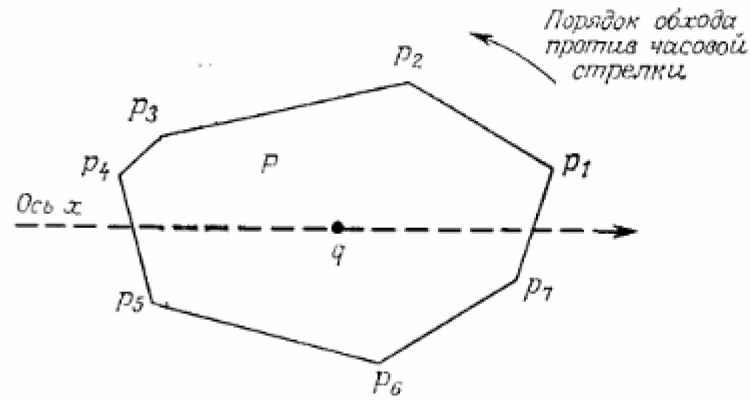


2) послідовно визначити ребра верхньої частини оболонки, використовуючи правило: відрізок γ, що визначається двома точками є ребром опуклої оболонки тоді і тільки тоді, коли всі інші точки заданої множини розташовані на γ або з одного боку від нього. Аналогічно побудувати множину ребер нижньої частини опуклої оболонки.
Результат вивести на екран.

5. Реалізувати алгоритм Грехема побудови лінійної опуклої оболонки N точок на площині ($1 \le x_i \le m_x; 1 \le y_i \le m_y; i = \overline{1, N}$). Складність алгоритму: $N \log N$. (*1 бал*)

Ідея:

1) відсортувати точки по полярному куту з центром в точці q як показано на рисунку, де q-внутрішня точка лінійної оболонки, яка вважається відомою. При цьому можна скористатися правилом: кут точки p_2 більше кута точки p_1 $\Leftrightarrow$, коли трикутник qp_1p_2 має строго додатно орієнтовану площу;



2) зробити повторний обхід відсортованого масиву (списку) точок. При цьому вилучити зайві точки так, як показано на рис.

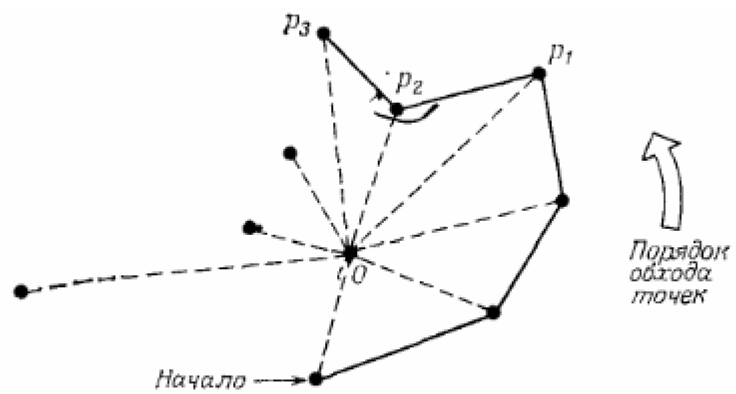


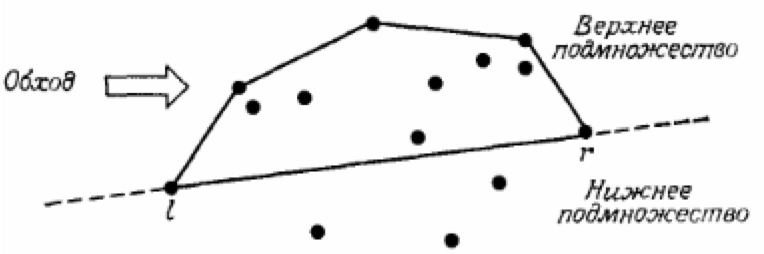
Рис. Начало обхода точек в методе Грэхема. Вершина p_2 удаляется, если угол $p_1p_2p_3$ оказывается вогнутым.

Результат вивести на екран.

6. Реалізувати швидкий рекурсивний алгоритм побудови лінійної опуклої оболонки N точок на площині ($1 \le x_i \le m_x; 1 \le y_i \le m_y; i = \overline{1, N}$). Складність алгоритму: $N \log N$. (*1 бал*)

Ідея:

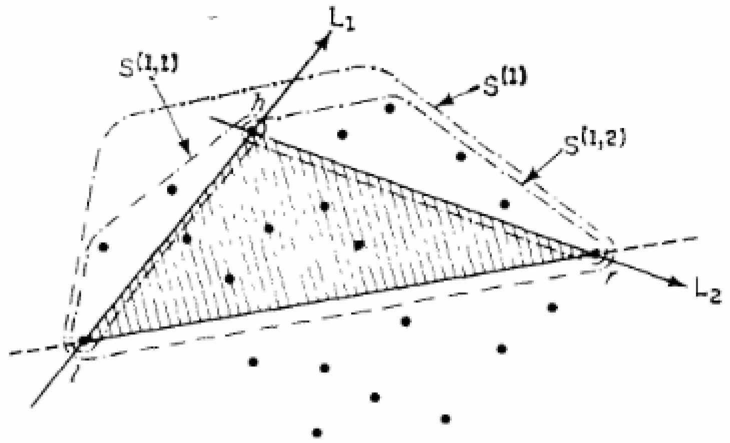
1) відсортувати множину заданих точок за x-координатою; при цьому визначити крайню ліву l та крайню праву r точки.



Множину S, що складена з N заданих точок розбити на дві підмножини, кожна з яких буде містити відповідно верхню та нижню ламані, з'єднання яких дає багатокутник випуклої оболонки.

Нехай при цьому $S^{(1)}$ - підмножина точок, що розташовані вище чи на прямій lr, що сполучає крайні ліву та праву точки множини S, та $S^{(2)}$ - підмножина точок, що розташовані нижче чи на прямій lr.

2) На кожному наступному кроці обробка множин, подібних до $S^{(1)}$ чи $S^{(2)}$ здійснюється таким чином (на прикладі множини $S^{(1)}$ - див. рис.):



визначається точка h, для якої трикутник hlr має найбільшу площу серед всіх трикутників $\{(plr), p \in S^{(1)}\}$, а якщо таких точок є більше однієї, тоді вибираємо ту з них, у якої кут (hlr) більше. Точка h при цьому належить опуклій оболонці. Нехай L_1-пряма, що сполучає l, h; L_2-пряма, що сполучає r, h. Множину $S^{(1)}$ розбиваємо на підмножини $S^{(1,1)}$ та $S^{(1,2)}$ таким чином: до $S^{(1,1)}$ відносимо точки $S^{(1)}$, що розташовані зліва від L_1 або на ній, до $S^{(1,2)}$ відносимо точки $S^{(1)}$, що розташовані справа від L_1 або на ній.

Далі множини $S^{(1,1)}, S^{(1,2)}, S^{(2,1)}, S^{(2,2)}$ передаються на наступний рівень рекурсивної обробки.