

单元测验 3

班级_____

姓名_____

学号_____

一、判断题(正确的请在括号里打“√”,错误的请打“×”)

1. 随机变量的数学期望都是存在的. ()
2. 随机变量 X 的数学期望和方差量纲相同. ()
3. 数学期望定义中的绝对收敛不能改为收敛或条件收敛. ()
4. 设 X 和 Y 是两个随机变量,若 $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$,则 X 和 Y 相互独立. ()
5. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 4)$,则 $D(X) = 2$. ()
6. 方差是描述随机变量取平均值的一个数字特征. ()
7. 设 X 和 Y 是两个随机变量,若 X 和 Y 相互独立,则 $D(X - Y) = D(X) + D(Y)$. ()
8. 若随机变量 X 服从正态分布,则 $\frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}} \sim N(0, 1)$. ()
9. 当 $\text{Cov}(X, Y) > 0$ 时,表示随机变量 X 和 Y 变化的方向相反. ()
10. 随机变量 X 的方差就是 X 的二阶中心矩. ()

二、填空题

1. 设随机变量 $X \sim B(1, p)$,且 $D(X) = \frac{2}{9}$,则 X 的分布律是_____.
2. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布,且 $P\{X=1\} = P\{X=2\}$,则 $E(X) =$ _____; $D(X) =$ _____.
3. 随机变量 X 的数学期望 $E(X)$,则其方差 $D(X)$ 是_____的数学期望.
4. 已知随机变量 X 的数学期望 $E(X) = 1$,方差 $D(X) = 1$,令 $Y = 1 - 2X$,则 $E(Y) =$ _____; $D(Y) =$ _____.

三、单项选择题

- 已知 $E(X) = -1, D(X) = 3$, 则 $E[3(X^2 - 2)] = (\quad)$.
A. 9 B. 6 C. 30 D. 36
- 对离散型随机变量 X , 若有 $P\{X = x_k\} = p_k, k = 1, 2, 3, \dots$, 则当 (\quad) 时, $\sum_{k=1}^{+\infty} x_k p_k$ 称为 X 的数学期望.
A. $\sum_{k=1}^{+\infty} x_k p_k$ 收敛 B. $\sum_{k=1}^{+\infty} |x_k| p_k$ 收敛
C. $\{x_n\}$ 为有界函数 D. $\lim_{k \rightarrow +\infty} x_k p_k = 0$
- 设 10 个电子管的寿命为 $X_i, i = 1, 2, \dots, 10$ 独立同分布, 且 $D(X_i) = M, i = 1, 2, \dots, 10$, 则 10 个电子管的平均寿命 Y 的方差 $D(Y) = (\quad)$.
A. M B. $0.1M$ C. $0.2M$ D. $10M$
- 设随机变量 (X, Y) 的方差 $D(X) = 4, D(Y) = 1$, 相关系数 $\rho_{XY} = 0.6$, 则方差 $D(3X - 2Y) = (\quad)$.
A. 40 B. 34 C. 25.6 D. 17.6
- 设人的体重为随机变量 $X_i, i = 1, 2, \dots$, 且 $E(X_i) = m, D(X_i) = n$, 10 个人的平均体重记为 Y , 则 (\quad) .
A. $E(Y) = m$ B. $E(Y) = 0.1m$ C. $D(Y) = 0.01n$ D. $D(Y) = n$
- 设 $P\{X = (-1)^n 2^n\} = \frac{1}{2^n}, n = 1, 2, \dots$, 则 $E(X) = (\quad)$.
A. 2 B. 1 C. 不存在 D. $\ln 2$
- 已知随机变量 X 和 Y 相互独立, 则 $\text{Cov}(X^2 + 1, Y^2 - 1) = (\quad)$.
A. -1 B. 1 C. 不确定 D. 0
- 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 则 $P\{X > \sqrt{D(X)}\} = (\quad)$.
A. $\ln \lambda$ B. $\frac{1}{\ln \lambda}$ C. $\frac{1}{e}$ D. e
- 对随机变量 X, Y , 已知 $3X + 5Y = 11$, 则 X 和 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = (\quad)$.
A. 0 B. 1 C. 不确定 D. -1
- 下列有关期望、方差的性质, 说法错误的是 (\quad) .
A. $E(c) = c, c$ 是常数
B. $D(X + c) = D(X), c$ 是常数
C. 设 X, Y 是两个随机变量, 则 $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$
D. 若 X, Y 是两个随机变量, 则 $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$

四、解答题

1. 设甲、乙两家灯泡厂生产的灯泡寿命(单位:h) X 和 Y 的分布律分别为:

X	900	1 000	1 100
P	0.1	0.8	a

Y	950	1 000	1 050
P	0.3	0.4	b

请求出 a, b 的值, 并判断哪家厂的灯泡质量更好.

2. 设离散型随机变量 X 的分布函数为:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ 0.2, & -2 \leq x < 0, \\ 0.6, & 0 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

求 $E(X), E\left(\frac{1}{X+1}\right), E(X^2), D(X)$.

3. 假设有 10 个同样的电器元件,其中有 2 个废品. 在装配仪器时,从这批元件中任取一个,如是废品则扔掉重新取一个,如仍是废品则扔掉再取一个,试求在取到正品以前已取出的废品个数的废品率、数学期望和方差.

4. 设一物体是圆截面,测量其直径,设其直径 X 服从 $[0,3]$ 上的均匀分布,则求横截面积 Y 的数学期望和方差.

5. 设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 相互独立, 均服从正态分布 $N(0,1)$, 记 $\bar{X} =$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \text{ 求 } \text{Cov}(X_1, \bar{X}) \text{ 和 } D(X_1 + \bar{X}).$$

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}x(1 + 3y^2), & 0 < x < 2, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 $E(X), E(Y), E(X+Y), E(XY), E\left(\frac{Y}{X}\right)$.