

历届考研真题

班级_____

姓名_____

学号_____

一、单项选择题

- (1997 数一) 设两个相互独立的随机变量 X 和 Y 的方差分别为 4 和 2, 则随机变量 $3X - 2Y$ 的方差是().
 A. 8 B. 16 C. 28 D. 44
- (1999 数三) 设随机变量 X 和 Y 的方差存在且不等于 0, 则 $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ 是 X 和 Y 的().
 A. 不相关的充分条件, 但不是必要条件
 B. 独立的充分条件, 但不是必要条件
 C. 不相关的充分必要条件
 D. 独立的充分必要条件
- (2001 数三) 将一枚硬币重复掷 n 次, 以 X 和 Y 分别表示正面朝上和反面朝上的次数, 则 X 和 Y 的相关系数等于().
 A. -1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 1
- (2003 数三) 设随机变量 X 和 Y 都服从正态分布, 且它们不相关, 则().
 A. X 与 Y 一定独立 B. (X, Y) 服从二维正态分布
 C. X 与 Y 未必独立 D. $X + Y$ 服从一维正态分布
- (2004 数三) 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 独立同分布, 且其方差为 $\sigma^2 > 0$.
 令随机变量 $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则().
 A. $D(X_1 + Y) = \frac{n+2}{n} \sigma^2$ B. $D(X_1 - Y) = \frac{n+1}{n} \sigma^2$
 C. $\text{Cov}(X_1, Y) = \frac{1}{n} \sigma^2$ D. $\text{Cov}(X_1, Y) = \sigma^2$

6. (2007 数一) 设随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布, 且 X 与 Y 不相关, $f_X(x)$, $f_Y(y)$ 分别表示 X, Y 的概率密度, 则在 $Y = y$ 的条件下, X 的条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$ 为 ().
- A. $f_X(x)$ B. $f_Y(y)$ C. $f_X(x)f_Y(y)$ D. $\frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$
7. (2008 数三) 随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(1, 4)$, 且相关系数 $\rho_{XY} = 1$, 则 ().
- A. $P\{Y = -2X - 1\} = 1$ B. $P\{Y = 2X - 1\} = 1$
C. $P\{Y = -2X + 1\} = 1$ D. $P\{Y = 2X + 1\} = 1$
8. (2012 数一) 将长度为 1 m 的木棒随机地截成两段, 则两段长度的相关系数为 ().
- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -1
9. (2000 数一) 设二维随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布, 则随机变量 $\xi = X + Y$ 与 $\eta = X - Y$ 不相关的充分必要条件为 ().
- A. $E(X) = E(Y)$
B. $E(X^2) - [E(X)]^2 = E(Y^2) - [E(Y)]^2$
C. $E(X^2) = E(Y^2)$
D. $E(X^2) + [E(X)]^2 = E(Y^2) + [E(Y)]^2$

二、填空题

1. (2002 数三) 设随机变量 X 和 Y 的联合概率分布为:

X \ Y	Y		
	-1	0	1
0	0.07	0.18	0.15
1	0.08	0.32	0.2

则 X 和 Y 的相关系数 $\rho =$ _____, X^2 和 Y^2 的协方差 $\text{Cov}(X^2, Y^2) =$ _____.

2. (2003 数三) 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.5, $E(X) = E(Y) = 0$, $E(X^2) = E(Y^2) = 0$, 则 $E[(X + Y)^2] =$ _____.
3. (2003 数三) 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.9, 若 $Z = X - 0.4$, 则 Y 与 Z

的相关系数为_____.

4. (2011 数三) 设二维随机变量 (X, Y) 服从 $N(\mu, \mu; \sigma^2, \sigma^2; 0)$, 则 $E(XY^2) =$ _____.

5. (2010 数一) 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=k\} = \frac{C}{k!} (k=0, 1, 2, \dots)$, 则 $E(X^2) =$ _____.

6. (2008 数一) 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布, 则 $P\{X = E(X^2)\} =$ _____.

7. (2004 数一) 设随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 则 $P\{X > \sqrt{D(X)}\} =$ _____.

8. (1995 数一) 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数, 每次射中目标的概率为 0.4, 则 X^2 的数学期望 $E(X^2) =$ _____.

9. (2014 数三) 设随机变量 X 服从标准正态分布 $N(0, 1)$, 则 $E(Xe^{2X}) =$ _____.

10. (2015 数三) 设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(1, 0; 1, 1; 0)$, 则 $P\{XY - Y < 0\} =$ _____.

三、解答题

1. (2015 数三) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} \ln 2, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 对 X 进行独立重复的观测, 直到第 2 个大于 3 的观测值出现时停止, 记 Y 为次数. 求 Y 的分布函数:

① Y 的概率分布.

② 数学期望 EY .

2. (2014 数三) 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=1\} = P\{X=2\} = \frac{1}{2}$, 在给定

$X=i$ 的条件下, 随机变量 Y 服从均匀分布 $U(0, i)$ ($i=1, 2$), 求:

① Y 的分布函数 $F_Y(y)$.

② $E(Y)$.

3. (2014 数三) 设随机变量 X, Y 的概率分布相同, X 的概率分布为 $P\{X=0\} = \frac{1}{3}, P\{X=1\} = \frac{2}{3}$, 且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = \frac{1}{2}$, 求:

① (X, Y) 的概率分布.

② $P\{X+Y \leq 1\}$.

4. (2012 数三) 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且均服从参数为 1 的指数分布,

$$U = \max\{X, Y\}, V = \min\{X, Y\}, \text{求:}$$

① 随机变量 V 的概率密度.

② $E(U + V)$.

5. (2012 数三) 已知随机变量 X, Y 以及 XY 的分布律如下表所示:

X	0	1	2
P	1/2	1/3	1/6

Y	0	1	2
P	1/3	1/3	1/3

XY	0	1	2	4
P	7/12	1/3	0	1/12

① 求 $P\{X = 2Y\}$.

② 求 $\text{Cov}(X - Y, Y)$ 与 ρ_{XY} .

6. (2011 数三) (X, Y) 在 G 上服从均匀分布, G 由 $x - y = 0, x + y = 2$ 与 $y = 0$ 围成, 求:

① 边缘密度 $f_X(x)$.

② $f_X(x | y)$.

7. (2011 数三) 设:

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

$P\{X^2 = Y^2\} = 1$, 求:

① (X, Y) 的分布.

② $Z = XY$ 的分布.

③ ρ_{XY} .

8. (2010 数三) 箱内有 6 个球, 其中红、白、黑球的个数分别为 1, 2, 3, 现从箱中随机地取出 2 个球, 记 X 为取出的红球个数, Y 为取出的白球个数, 求随机变量 (X, Y) 的概率分布.
9. (2008 数三) 设某企业生产线上产品合格率为 0.96, 不合格产品中只有 $\frac{3}{4}$ 的产品可进行再加工且再加工的合格率为 0.8, 其余均为废品, 每件合格品获利 80 元, 每件废品亏损 20 元, 为保证该企业每天平均利润不低于 2 万元, 问企业每天至少应生产多少产品?
10. (1997 数三) 两台同样的自动记录仪, 每台无故障工作的时间服从参数为 5 的指数分布. 首先开动其中一台, 当其发生故障时停用而另一台自行开动. 试求两台记录仪无故障工作的总时间 T 的概率密度 $f(t)$ 、数学期望和方差.

11. (1999 数三) 已知随机变量 X_1 和 X_2 的概率分布为:

X_1	-1	0	1
p_i	1/4	1/2	1/4

X_2	0	1
p_i	1/2	1/2

而且 $P\{X_1 X_2 = 0\} = 1$, ①求 X_1 和 X_2 的联合分布. ② X_1 和 X_2 是否独立? 为什么?