历届考研真题

班级__________ 姓名__________ 学号__________

一、单项选择题

1. (2014 数三)若 X_1, X_2, X_3 来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本,则统计量 $S = \dfrac{X_1 - X_2}{\sqrt{2}|X_3|}$ 服从的分布为(　　).

A. $F(1,1)$　　B. $F(2,1)$　　C. $t(1)$　　D. $t(2)$

2. (2015 数三) 设总体 $X \sim B(m, \theta)$, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体的简单随机样本, $\overline{X}$ 为样本均值,则 $E\left[\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2\right] = $(　　).

A. $(m-1)n\theta(1-\theta)$　　B. $m(n-1)\theta(1-\theta)$

C. $(m-1)(n-1)\theta(1-\theta)$　　D. $mn\theta(1-\theta)$

3. (2002 数三) 设随机变量 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立, $S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$, 则根据列维-林德伯格(Levy-Lindberg)中心极限定理,当 n 充分大时, S_n 近似服从正态分布,只要 $X_1, X_2, \cdots, X_n$(　　).

A. 有相同的数学期望　　B. 有相同的方差

C. 服从同一指数分布　　D. 服从同一离散型分布

4. (2005 数三)设 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 为独立同分布的随机变量列,且均服从参数为 $\lambda(\lambda > 1)$ 的指数分布,记 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数,则(　　).

A. $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\lambda\sqrt{n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$　　B. $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{\lambda n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$

C. $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\lambda\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n}{\sqrt{n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$　　D. $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - \lambda}{\sqrt{\lambda n}} \leqslant x\right\} = \Phi(x)$

5. (2002 数三) 设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布,则(　　).

A. $X+Y$ 服从正态分布　　B. X^2+Y^2 服从 χ^2 分布

C. X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布　　D. X^2/Y^2 服从 F 分布

6. (2011 数三) 设总体 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布,$X_1,X_2,\cdots,X_n(n>2)$ 为来自总体的简单随机样本,则对应的统计量 $T_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$,$T_2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}X_i+\frac{1}{n}X_n$,有(　　).

A. $E(T_1)>E(T_2),D(T_1)>D(T_2)$　　B. $E(T_1)>E(T_2),D(T_1)<D(T_2)$

C. $E(T_1)<E(T_2),D(T_1)>D(T_2)$　　D. $E(T_1)<E(T_2),D(T_1)<D(T_2)$

7. (2012 数三) 设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自总体 $N(1,\sigma^2)(\sigma>0)$ 的简单随机样本,则统计量 $\frac{X_1-X_2}{|X_3+X_4-2|}$ 的分布为(　　).

A. $N(0,1)$　　B. $t(1)$　　C. $\chi^2(1)$　　D. $F(1,1)$

8. (2005 数一) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n(n\geqslant 2)$ 为来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本,$\overline{X}$ 为样本均值,S^2 为样本方差,则(　　).

A. $n\overline{X}\sim N(0,1)$　　B. $nS^2\sim\chi^2(n)$

C. $\frac{(n-1)\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$　　D. $\frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{i=2}^{n}X_i^2}\sim F(1,n-1)$

9. 设随机变量 $X\sim t(n)(n>1)$,$Y=\frac{1}{X^2}$,则(　　).

A. $Y\sim\chi^2(n)$　　B. $Y\sim\chi^2(n-1)$　　C. $Y\sim F(n,1)$　　D. $Y\sim F(1,n)$

二、填空题

1. (1997 数三)设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(0,3^2)$,$X_1,X_2,\cdots,X_9$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_9$ 分别是来自总体 X 和 Y 的简单随机样本,则统计量 $U=\frac{X_1+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_9^2}}$ 服从________分布,参数为________.

2. (1998 数三)设 X_1,X_2,X_3,X_4 是正态总体 $N(0,2^2)$的简单随机样本,$X=a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3-4X_4)^2$,则当 $a=$________,$b=$________时,统计量 X 服从 χ^2 分布,其自由度为________.

3. (2001 数三)设总体 X 服从正态分布 $N(0,2^2)$,而 $X_1,X_2,\cdots,X_{15}$ 是来自总体 X

的简单随机样本,则随机变量 $Y=\dfrac{X_1^2+\cdots+X_{10}^2}{2(X_{11}^2+\cdots+X_{15}^2)}$ 服从________分布,参数________.

4. (2003 数三) 设总体 X 服从参数为 2 的指数分布,$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本,则当 $n\to\infty$ 时,$Y_n=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2$ 依概率收敛于________.

5. (2004 数三) 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma^2)$,总体 Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma^2)$,$X_1,X_2,\cdots,X_{n_1}$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{n_2}$ 分别是来自总体 X 和 Y 的简单随机样本,则 $E\left[\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n_1}(X_i-\overline{X})^2+\sum\limits_{j=1}^{n_2}(Y_j-\overline{Y})^2}{n_1+n_2-2}\right]=$________.

6. (2006 数三) 设总体 X 的概率密度 $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{-|x|}\ (-\infty<x<+\infty)$,$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 X 的简单随机样本,其样本方差 $S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$,则 $E(S^2)=$________.

7. (2009 数三) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自二项分布总体 $B(n,p)$ 的简单随机样本,$\overline{X}$ 和 S^2 分别为样本均值和样本方差,记统计量 $T=\overline{X}-S^2$,则 $E(T)=$________.

8. (2010 数三) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 $N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$ 的简单随机样本,统计量 $T=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i^2$,则 $E(T)=$________.

9. (2001 数一) 设随机变量的方差为 2,则根据切比雪夫不等式估计 $P\{|X-E(X)|\geqslant 2\}$________.

三、解答题

1. (2001 数三) 一生产线生产的产品成箱包装,每箱的质量是随机的. 假设每箱平均重 50 kg,标准差为 5 kg. 若用最大载重量为 5 t 的汽车承运,请利用中心极限定理说明每辆车最多可以装多少箱,才能保障不超载的概率大于 0.977. ($\Phi(2)=0.977$,其中 $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数)

2. (1999 数三) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_9$ 是来自正态总体 X 的简单随机样本, $Y_1 = \frac{1}{6}(X_1+\cdots+X_6)$, $Y_2 = \frac{1}{3}(X_7+X_8+X_9)$, $S^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=7}^{9}(X_i - Y_2)^2$, $Z = \frac{\sqrt{2}(Y_1 - Y_2)}{S}$, 证明统计量 Z 服从自由度为 2 的 t 分布.