历届考研真题

班级__________ 姓名__________ 学号__________

一、单项选择题

1. (1995 数三)设 X 的概率密度函数为 $\varphi(x)$,且 $\varphi(-x)=\varphi(x)$,$F(x)$是 X 的分布函数,则对任意实数 a,有(　　).

A. $F(-a)=1-\int_0^a \varphi(x)\mathrm{d}x$　　B. $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a \varphi(x)\mathrm{d}x$

C. $F(-a)=F(a)$　　D. $F(-a)=2F(a)-1$

2. (1995 数三) 设随机变量 X 与 Y 均服从正态分布,$X\sim N(\mu,4^2)$,$Y\sim N(\mu,5^2)$,记 $p_1=\{X\leqslant\mu-4\}$,$p_2=\{Y\geqslant\mu+5\}$,则(　　).

A. 对任何实数 μ,都有 $p_1=p_2$　　B. 对任何实数 μ,都有 $p_1<p_2$

C. 只对 μ 的个别值才有 $p_1=p_2$　　D. 对任何实数 μ,都有 $p_1>p_2$

3. (1997 数三)设 X 是一随机变量,$E(X)=\mu$,$D(X)=\sigma^2$($\mu,\sigma>0$ 常数),则对任意常数 c,必有(　　).

A. $E(X-c)^2=E(X^2)-c^2$　　B. $E(X-c)^2=E(X-\mu)^2$

C. $E(X-c)^2<E(X-\mu)^2$　　D. $E(X-c)^2\geqslant E(X-\mu)^2$

4. (1998 数三)设 $F_1(x)$与 $F_2(x)$分别为随机变量 X_1 与 X_2 的分布函数,为使 $F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$是某一随机变量的分布函数,在下列给定的各组数值中应取(　　).

A. $a=\frac{3}{5},b=-\frac{2}{5}$　　B. $a=\frac{2}{3},b=\frac{2}{3}$

C. $a=-\frac{1}{2},b=\frac{3}{2}$　　D. $a=\frac{1}{2},b=-\frac{3}{2}$

5. (1999 数三)假设随机变量 X 服从指数分布,则随机变量 $Y=\min\{X,2\}$ 的分布函数(　　).

A. 是连续函数　　B. 至少有两个间断点

C. 是阶梯函数　　　　　　　　　　D. 恰好有一个间断点

6. (2002 数三)设 X_1,X_2 是任意两个相互独立的连续型随机变量,它们的概率密度分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$,分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$,则(　　).

A. $f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度

B. $F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数

C. $F_1(x)+F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数

D. $f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度

7. (2004 数三)设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$,对给定 $\alpha\in(0,1)$,数 μ_α 满足 $P\{X>\mu_\alpha\}=\alpha$. 若 $P\{|X|<x\}=\alpha$,则 x 等于(　　).

A. $\mu_{\frac{\alpha}{2}}$　　B. $\mu_{1-\frac{\alpha}{2}}$　　C. $\mu_{\frac{1-\alpha}{2}}$　　D. $\mu_{1-\alpha}$

8. (2006 数三)随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$,且 $P\{|X-\mu_1|<1\}>P\{|Y-\mu_2|<1\}$,则必有(　　).

A. $\sigma_1<\sigma_2$　　B. $\sigma_1>\sigma_2$　　C. $\mu_1<\mu_2$　　D. $\mu_1>\mu_2$

9. (2010 数三)设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1/2 & 0\leqslant x<1\\ 1-\mathrm{e}^{-x} & x\geqslant 1\end{cases}$,则 $P\{X=1\}=$(　　).

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}-\mathrm{e}^{-1}$　　D. $1-\mathrm{e}^{-1}$

10. (2010 数三)设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度,$f_2(x)$ 为 $[-1,3]$ 上的均匀分布的概率密度. 若 $f(x)=\begin{cases}af_1(x) & x\leqslant 0\\ bf_2(x) & x>0\end{cases}$ $(a>0,b>0)$ 为概率密度,则 a,b 应满足(　　).

A. $2a+3b=4$　　　　B. $3a+2b=4$

C. $a+b=1$　　　　D. $a+b=2$

11. (2011 数三)设 $F_1(x)$,$F_2(x)$ 为两个分布函数,其相应的概率密度 $f_1(x)$,$f_2(x)$ 是连续函数,则必为概率密度的是(　　).

A. $f_1(x)f_2(x)$　　　　B. $2f_2(x)F_1(x)$

C. $2f_1(x)F_2(x)$　　　　D. $f_1(x)F_2(x)+f_2(x)F_1(x)$

12. (2005 数一)设二维随机变量 (X,Y) 的概率分布律为:

$X \backslash Y$	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

已知随机事件$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$相互独立,则(　　).

A. $a=0.2, b=0.3$　　B. $a=0.4, b=0.1$

C. $a=0.3, b=0.2$　　D. $a=0.1, b=0.4$

13. (2008 数一)设随机变量 X, Y 独立同分布且 X 分布函数为 $F(x)$,则 $Z=\max\{X, Y\}$的分布函数为(　　).

A. $F^2(x)$　　B. $F(x)F(y)$

C. $1-[1-F(x)]^2$　　D. $[1-F(x)][1-F(y)]$

14. (2009 数一)设随机变量 X 与 Y 相互独立,且 X 服从标准正态分布 $N(0,1)$,Y 的概率分布为 $P\{Y=0\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{2}$. 记 $F_Z(z)$为随机变量 $Z=XY$ 的分布函数,则函数 $F_Z(z)$的间断点个数为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

15. (2012 数一)设随机变量 X 与 Y 相互独立,且分别服从参数为 1 和参数为 4 的指数分布,则 $P\{X<Y\}$等于(　　).

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

16. (1997 数三)设两个随机变量 X 和 Y 相互独立且同分布:$P\{X=-1\}=P\{Y=-1\}=\frac{1}{2}$,$P\{X=1\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{2}$,则下列各式成立的是(　　).

A. $P\{X=Y\}=\frac{1}{2}$　　B. $P\{X=Y\}=1$

C. $P\{X+Y=0\}=\frac{1}{4}$　　D. $P\{XY=1\}=\frac{1}{4}$

17. (1999 数三)设随机变量:

X_i	-1	0	1
p_i	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

且满足 $P\{X_1X_2=0\}=1$,则 $P\{X_1=X_2\}$等于(　　).

A. 0　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

18. (2012 数三)设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都服从区间$(0,1)$上的均匀分布,则 $P\{X^2+Y^2\leqslant 1\}=($　　$)$.

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\pi}{8}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

19. (2013 数三)设 X_1,X_2,X_3 是随机变量,且 $X_1\sim N(0,1)$,$X_2\sim N(0,2^2)$,$X_3\sim N(5,3^2)$,$P_j=P\{-2\leqslant X_j\leqslant 2\}$,则(　　).

A. $P_1>P_2>P_3$　　B. $P_2>P_1>P_3$

C. $P_3>P_1>P_2$　　D. $P_1>P_3>P_2$

20. (2013 数三)设随机变量 X 和 Y 相互独立,且 X 和 Y 的概率分布分别为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
Y	-1	0	1	
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	

则 $P\{X+Y=2\}=($　　$)$.

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

1. (1995 数一)设 X 和 Y 为两个随机变量,且 $P\{X\geqslant 0,Y\geqslant 0\}=\frac{3}{7}$,$P\{X\geqslant 0\}=P\{Y\geqslant 0\}=\frac{4}{7}$,则 $P\{\max(X,Y)\geqslant 0\}=$________.

2. (1998 数一)设平面区域 D 由曲线 $y=\frac{1}{x}$ 及直线 $y=0,x=1,x=e^2$ 所围成,二维随机变量(X,Y)在区域 D 上服从均匀分布,则(X,Y)关于 X 的边缘概率密度在 $x=2$ 处的值为________.

3. (2002 数一)设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)(\sigma>0)$,且二次方程 $y^2+4y+X=0$ 无实根的概率为$\frac{1}{2}$,则 $\mu=$________.

4. (2003 数一) 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x)=\begin{cases}6x & 0\leqslant x\leqslant y\leqslant 1\\ 0 & 其他\end{cases}$，则 $P\{X+Y\leqslant 1\}=$________.

5. (2006 数一) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且均服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布，则 $P\{\max\{X,Y\}\leqslant 1\}=$________.

6. (2007 数一) 在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数，则这两个数之差的绝对值小于 $\frac{1}{2}$ 的概率为________.

7. (1996 数三) 一实习生用同一台机器接连独立地制造 3 个同种零件，第 i 个零件是不合格品的概率 $P_i=\frac{1}{i+1}$，$(i=1,2,3)$，以 X 表示 3 个零件中合格品的个数，则 $P\{X=2\}=$________.

8. (1997 数三) 设随机变量 X 服从参数为 $(2,p)$ 的二项分布，随机变量 Y 服从参数为 $(3,p)$ 的二项分布，若 $P\{X\geqslant 1\}=\frac{5}{9}$，则 $P\{Y\geqslant 1\}=$________.

9. (2000 数三) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}1/3 & x\in[0,1]\\ 2/9 & x\in[3,6]\\ 0 & 其他\end{cases}$，若 k 使得 $P\{X\geqslant k\}=\frac{2}{3}$，则 k 的取值范围是________.

三、解答题

1. (2013 数三) 设 (X,Y) 是二维随机变量，X 的边缘概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}3x^3, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$. 在给定 $X=x(0<x<1)$ 的条件下，Y 的条件概率密度为

$$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\frac{3y^2}{x^3}, & 0<x<1\\ 0 & 其他\end{cases}.$$

①求 (X,Y) 的联合概率密度 $f(x,y)$.

②求 Y 的边缘概率密度 $f_Y(y)$.

③求 $P\{X>2Y\}$.

2. (2009 数一)袋中有 1 个红球、2 个黑球与 3 个白球,现有放回地从袋中取两次,每次取一球,以 X,Y,Z 分别表示两次取球所取得的红球、黑球与白球的个数.

①求 $P\{X=1 \mid Z=0\}$.

②求二维随机变量(X,Y)的联合概率分布.

3. (2008 数一)设随机变量 X 与 Y 相互独立,X 的概率分布为 $P\{X=i\}=\frac{1}{3}(i=-1,0,1)$,$Y$ 的概率密度为 $f_Y(y)=\begin{cases}1 & 0\leqslant y\leqslant 1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$,记 $Z=X+Y$,求:

①$P\left\{Z\leqslant\frac{1}{2}\mid X=0\right\}$.

②Z 的概率密度.

4. (2007 数一)设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}2-x-y & 0<x<1,0<y<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$. 求:

①$P\{X>2Y\}$.

②$Z=X+Y$ 的概率密度.

5. (2006 数一)随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}1/2, & -1<x<0\\ 1/4, & 0\leqslant x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$. 令 $Y=X^2$, $F(x,y)$ 为二维随机变量(X,Y)的分布函数. 求:

①Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

②$F\left(-\dfrac{1}{2},4\right)$.

6. (2003 数三)随机变量 X 概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}, & x\in[1,8]\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$, $F(x)$ 是 X 的分布函数. 求随机变量 $Y=F(X)$ 的分布函数.

7. (2001 数一)设某班车起点站上客人数 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布,每位乘客在中途下车的概率为 $p(0<p<1)$,且中途下车与否相互独立. Y 为中途下车的人数,求:

①在发车时有 n 个乘客的条件下,中途有 m 人下车的概率.

②二维随机变量 (X,Y) 的概率分布.