一、点估计

1、通用步骤、

设总体 X 的分布函数 $F(x;\theta)$ 形式已知，其中含有一未知参数 θ.

目的：估计参数 θ、

过程：① 从总体 X 中抽取样本 $X_1, X_2, \cdots X_n$

② 按照一定方法构造合适统计量 $g(X_1, X_2, \cdots X_n)$ 作为 θ 的估计量，记为 $\hat{\theta} = g(X_1, X_2, \cdots X_n)$

③ 代入样本观测值 $x_1, x_2, \cdots x_n$，即得 θ 估计值 $\hat{\theta} = g(x_1, x_2, \cdots x_n)$

2、矩估计法

① 即用样本一阶矩 $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum X_i$ 完成对总体一阶矩 $E(X)$ 的估计

令 $EX = \bar{X}$，即 $h(\theta) = \bar{X}$，解方程求出 θ.

② 若未知参数多于一个，即有 k 个：$\theta_1, \theta_2, \cdots \theta_k$，可以令 $E(X^i) = A_i = \frac{1}{n}\sum X_j^i$，求出 $\theta_1, \theta_2, \cdots \theta_k$

3、最大似然估计法

① 似然函数：$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} P(x_i; \theta)$

当 X 为离散型随机变量，$P(x_i;\theta)$ 表示 X 的分布列 $P\{X = x_i\} = P(x_i;\theta)$

当 X 为连续型随机变量，$P(x_i;\theta)$ 表示 X 的密度函数 $f(x,\theta)$ 在 x_i 处的取值

② 若存在一个只与样本观测值 $x_1, x_2, \cdots x_n$ 有关的实数 $\hat{\theta}(x_1, x_2, \cdots x_n)$ 使得 $L(\hat{\theta}) = \max L(\theta)$

则

最大似然估计值：$\hat{\theta}(x_1, x_2, \cdots x_n)$

最大似然估计量：$\hat{\theta}(X_1, X_2, \cdots X_n)$

③ 当 $L(\theta)$ 比较复杂时，直接求导得极大值较困难，因此可对 $L(\theta)$ 取对数，得到对数似然函数 $\ln L(\theta)$

二、点估计优良性的评定标准

1、无偏性

若 θ 的估计量 $\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \cdots X_n)$ 满足 $E(\hat{\theta}) = \theta$，则

$\hat{\theta}$：无偏估计量

反之为有偏估计量

2、有效性

$\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 均为参数 θ 的无偏估计量，若 $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$，则 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效

3、一致性（相合性）

$\hat{\theta}_n = \hat{\theta}(X_1, X_2, \cdots X_n)$ 是 θ 的一个估计量，若对 $\forall \varepsilon > 0$，$\exists \lim_{n\to+\infty} P\{|\hat{\theta}_n - \theta| < \varepsilon\} = 1$，则

$\hat{\theta}_n$：θ 的一致估计量、