单元测验 2

班级____________ 姓名____________ 学号____________

一、判断题(正确的请在括号里打“√”,错误的请打“×”)

1. 设 X 为一随机变量,对任意 $x\in\mathbf{R}$,函数 $F(x)=P\{X\leqslant x\}$ 称为随机变量 X 的分布函数. ( )
2. 对连续型随机变量 X,有 $P\{a\leqslant X\leqslant b\}=P\{a<X<b\}$. ( )
3. 常用的离散型分布有:0—1 分布、二项分布、指数分布. ( )

二、填空题

1. 设 $F(x)$ 是离散型随机变量的分布函数,若 $P\{X=b\}=$________,则 $P\{a<X<b\}=F(b)-F(a)$ 成立.

2. 设离散型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0 & x<-1\\ a & -1\leqslant x<1\\ \dfrac{2}{3}-a & 1\leqslant x<2\\ a+b & x\geqslant 2\end{cases}$,且 $P\{X=2\}=\dfrac{1}{2}$,则 $a=$________,$b=$________,X 的分布律为________.

3. 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}ke^{-\frac{x}{2}} & x>0\\ 0 & x\leqslant 0\end{cases}$, 则 $k=$________,$P\{1<X\leqslant 2\}=$________,$P\{X=2\}=$________,$P\{X<2\}=$________.

4. 设随机变量 X 的概率密度为:
$$f(x)=\begin{cases}kx^b, & 0<x<1(b>0,k>0)\\ 0, & \text{其他}\end{cases},$$
且 $P\left\{X>\dfrac{1}{2}\right\}=0.75$,则 $k=$________,$b=$________.

5. 设(X,Y)的分布律为：

$X \backslash Y$	0	1
0	0.56	0.24
1	0.14	0.06

则 $P\left\{X\leqslant\frac{1}{2},Y\leqslant\frac{1}{2}\right\}=$ ________，$P\{X\geqslant 1\}=$ ________，$P\left\{X<\frac{1}{2}\right\}=$ ________.

三、单项选择题

1. $P\{X=x_k\}=\dfrac{2}{p_k}(k=1,2,\cdots)$为某一离散型随机变量$X$的分布律的必要条件是(　　).

A. x_k 非负　　B. x_k 为整数

C. $0\leqslant p_k\leqslant 2$　　D. $p_k\geqslant 2$

2. 若函数$y=f(x)$是某一连续型随机变量X的概率密度，则(　　)一定成立.

A. $f(x)$的定义域为$[0,1]$　　B. $f(x)$的值域为$[0,1]$

C. $f(x)$非负　　D. $f(x)$在$(-\infty,\infty)$内连续

3. 如果$F(x)$是(　　)，则$F(x)$一定不可以是连续型随机变量的分布函数.

A. 非负函数　　B. 连续函数

C. 有界函数　　D. 单调减少函数

4. 在下列函数中，(　　)可以作为连续型随机变量的分布函数.

A. $F(x)=\begin{cases}e^x & x<0\\ 1 & x\geqslant 0\end{cases}$　　B. $G(x)=\begin{cases}e^{-x} & x<0\\ 1 & x\geqslant 0\end{cases}$

C. $\Phi(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1-e^x & x\geqslant 0\end{cases}$　　D. $H(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ 1+e^{-x} & x\geqslant 0\end{cases}$

5. 设随机变量X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则随着σ的增大，概率$P\{|X-\mu|<\sigma\}$(　　).

A. 单调增大　　B. 单调减小　　C. 保持不变　　D. 增减不定

6. 设(X,Y)的联合概率密度为$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}, & x^2+y^2\leqslant 1\\ 0, & 其他\end{cases}$，则$X$与$Y$为(　　)

的随机变量.

A. 独立同分布　　B. 独立不同分布

C. 不独立同分布　　D. 不独立也不同分布

7. 一电话交换台每分钟接到的呼唤次数 X 服从参数 $\lambda=4$ 的泊松分布,那么每分钟接到的呼唤次数大于 20 的概率是(　　).

A. $\dfrac{4^{20}}{20!}e^{-4}$　　B. $\sum\limits_{k=0}^{\infty}\dfrac{4^k}{k!}e^{-4}$　　C. $\sum\limits_{k=21}^{\infty}\dfrac{4^k}{20!}e^{-4}$　　D. $\sum\limits_{k=21}^{\infty}\dfrac{4^k}{k!}e^{-4}$

8. 设 $X\sim N(1,2^2)$,则$\dfrac{X-1}{2}\sim$(　　).

A. $N(1,2^2)$　　B. $N(1,2)$　　C. $N(0,2)$　　D. $N(0,1)$

四、解答题

1. 有一大批产品,其验收方案如下:先做第一次检验,从中任取 10 件,经验收无次品则接收这批产品,次品数大于 2 拒收;否则做第二次检验,其做法是从中再任取 5 件,仅当 5 件中无次品时则接收这批产品. 若该批产品的次品率为 10%,求:

①这批产品经第一次检验就能接收的概率.

②需做第二次检验的概率.

③该批产品按第 2 次检验的标准被接收的概率.

④该批产品在第 1 次检验未能作决定且第二次检验时被通过的概率.

⑤该批产品被接收的概率.

2. 有甲、乙两种味道和颜色极为相似的名酒各 4 杯. 如果从中挑选 4 杯，能将甲种酒全部挑选出来，算是试验成功一次.

①某人随机地去猜，问他试验成功一次的概率是多少？

②某人声称他通过品尝能区分两种酒. 他连续试验 10 次，成功 3 次. 试问他是猜对的，还是他确有区分的能力（设各次试验是相互独立的）？

3. 某公安局在长度为 t 的时间间隔内收到的紧急呼救次数 X 服从参数为 $\frac{1}{2}t$ 的泊松分布，而与时间间隔的起点无关（时间以小时计）.

①求某一天中午 12 时至下午 3 时没有收到紧急呼救的概率.

②求某一天中午 12 时至下午 5 时至少收到 1 次紧急呼救的概率.

4. 某地区 18 岁女青年的血压(收缩区,以 mm-Hg 计)服从 $N(110,12^2)$,在该地区任选 1 名 18 岁女青年,测量她的血压 X,求:

①$P\{X\leqslant 105\}$,$P\{100<X\leqslant 120\}$.

②确定最小的 x,使 $P\{X>x\}\leqslant 0.05$.

5. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布,求 $Y=X^2$ 的概率密度.

6. 设二维随机变量(X,Y)的联合概率分布为:

X \ Y	0	1	2
1	0.3	0.2	0.1
3	0.1	0.1	K

①求常数 K.

②求 $X+Y$ 的概率分布.

7. 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} x^2+\dfrac{1}{3}xy, & 0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

①求关于 X 和关于 Y 的边缘概率密度函数,并判断 X 和 Y 是否相互独立?

②求 $P\{X+Y\geqslant 1\}$.