

## 单元测验 5

班级\_\_\_\_\_

姓名\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_

### 一、判断题(正确的请在括号里打“√”,错误的请打“×”)

1. 对总体参数  $\theta$  进行估计,用矩估计法得到的矩估计量一定是唯一的. ( )
2. 设  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$  都是  $\theta$  的无偏估计量,若  $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$ ,则称  $\hat{\theta}_1$  比  $\hat{\theta}_2$  有效. ( )
3. 一个无偏估计量意味着它非常接近总体未知参数. ( )
4. 估计量的有效性与其方差无关. ( )
5. 对于总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,其中  $\mu$  和  $\sigma^2$  均为未知,设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的样本,  $S^2$  是样本方差,则  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间为  $\left( \bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}}t(n), \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}}t(n) \right)$ . ( )

### 二、填空题

1. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu, \sigma^2$  均为未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的一个样本,则  $\sigma^2$  的矩估计量是\_\_\_\_\_,极大似然估计量是\_\_\_\_\_;  $\mu$  的矩估计量是\_\_\_\_\_,极大似然估计量是\_\_\_\_\_.
2. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自  $[\theta, \theta + 1]$  ( $\theta > 0$ ) 上的均匀分布总体的一个样本,则  $\theta$  的矩估计量是\_\_\_\_\_.
3. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$  未知,  $\sigma^2$  已知,为使总体均值  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间长度是  $L$ ,则抽取的样本容量  $n$  最少为\_\_\_\_\_.
4. 总体参数  $\theta$  的极大似然估计  $\hat{\theta}$  就是\_\_\_\_\_函数的极大值点.

### 三、单项选择题

1. 估计量的含义是指( ).  
A. 用来估计总体参数的统计量

- B. 用来估计总体参数的统计量的具体数值  
 C. 总体参数的名称  
 D. 总体参数的具体取值
2. 一个 95% 的置信区间是指( ).  
 A. 总体参数有 95% 的概率落在这一区间内  
 B. 总体参数有 5% 的概率未落在这一区间内  
 C. 在用同样方法构造的总体参数的多个区间中, 有 95% 的区间包含该总体参数  
 D. 在用同样方法构造的总体参数的多个区间中, 有 95% 的区间不包含该总体参数
3. 根据一个具体的样本求出的总体均值为 95% 的置信区间是指( ).  
 A. 以 95% 的概率包含总体均值  
 B. 有 5% 的可能性包含总体均值  
 C. 一定包含总体均值  
 D. 要么包含总体均值, 要么不包含总体均值
4. 当样本容量一定时, 置信区间的宽度( ).  
 A. 随着置信水平的增大而减小  
 B. 随着置信水平的增大而增大  
 C. 与置信水平的大小无关  
 D. 与置信水平的平方成反比
5. 置信水平  $(1 - \alpha)$  表达了置信区间的( ).  
 A. 准确性  
 B. 精确性  
 C. 显著性  
 D. 可靠性
6. 在方差  $\sigma^2$  已知, 对  $\mu$  进行区间估计时, 若给定的置信水平为 90%, 则其相应的临界值为( ).  
 A. 1. 65  
 B. 1. 96  
 C. 2. 58  
 D. 1. 5
7. 在其他条件相同的条件下, 95% 的置信区间比 90% 的置信区间( ).  
 A. 要宽  
 B. 要窄  
 C. 相同  
 D. 可能宽也可能窄
8. 已知总体  $X$  的期望  $E(X) = 0$ , 方差  $D(X) = \sigma^2$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为其简单随机样本, 均值为  $\bar{X}$ , 方差为  $S^2$ . 则  $\sigma^2$  的无偏估计量为( ).  
 A.  $n\bar{X}^2 + S^2$   
 B.  $\frac{1}{2}n\bar{X}^2 + \frac{1}{2}S^2$   
 C.  $\frac{1}{3}n\bar{X}^2 + S^2$   
 D.  $\frac{1}{4}n\bar{X}^2 + \frac{1}{4}S^2$
9. 在参数估计中, 要求通过样本的统计量来估计总体参数, 评价统计量的标准之一是使它与总体参数的离差越小越好. 这种评价标准称为( ).  
 A. 无偏性  
 B. 有效性  
 C. 一致性  
 D. 充分性
10. 设  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的一个简单随机样本, 则在下列  $E(X)$  的估计量

中,最有效的估计量是( ).

A.  $\frac{1}{4}(X_1 + 2X_2 + X_3)$

B.  $\frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$

C.  $\frac{1}{5}(X_1 + 3X_2 + X_3)$

D.  $\frac{1}{5}(2X_1 + 2X_2 + X_3)$

#### 四、解答题

1. 设随机变量  $X$  的概率密度函数为:  $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2}{\theta^3}, & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 其中  $\theta > 0$ , 且  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的简单随机样本.

$X_2, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的简单随机样本.

① 计算  $X$  的一阶原点矩  $\mu_1$ .

② 用  $\mu_1$  将参数  $\theta$  表示出来.

③ 用样本一阶原点矩估计总体一阶原点矩  $\mu_1$ , 则  $\theta$  的矩估计量为多少?

2. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为总体  $X$  的一个样本,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为一相应的样本值,  $X$  的

概率密度为:  $f(x, \theta) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 其中  $\theta > 0$ ,  $\theta$  为未知参数. 求  $\theta$  的

极大似然估计量.

3. 设总体  $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ ,  $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$ , 从两个总体中分别抽取容量为  $n_1$  和  $n_2$  的两个独立样本, 其样本方差分别为  $S_1^2$  和  $S_2^2$ .

①证明: 对于任意常数  $a$  和  $b$  ( $a + b = 1$ ),  $Z = aS_1^2 + bS_2^2$  都是  $\sigma^2$  的无偏估计.

②确定常数  $a$  和  $b$  ( $a + b = 1$ ), 使  $D(Z)$  达到最小.

4. 为了解某银行营业厅办理某业务的办事效率,调查人员观察了该银行营业厅办理该业务的柜台办理每笔业务的时间,随机记录了 16 名客户办理业务的时间,测得平均办理时间为 12 min,样本标准差为 4.1 min,假定办理该业务的时间服从正态分布,则:①此银行办理该业务的平均时间置信水平为 95% 的区间估计是什么? ②若样本容量为 40,而观测数据的样本均值和样本标准差不变,则置信水平为 95% 的置信区间是什么?
5. 若岩石密度的测量误差  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,随机抽取 12 个样品,测得  $s = 0.2$ . 求方差  $\sigma^2$  的置信水平为 0.90 的置信区间.