历届考研真题

班级__________ 姓名__________ 学号__________

一、单项选择题

(2005 数三)设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,其中 μ,σ^2 均未知. 现从中随机抽取 16 个零件,测得样本均值 $\bar{x}=20(\mathrm{cm})$,样本标准差 $s=1(\mathrm{cm})$,则 μ 的置信度为 0.90 的置信区间是(   ).

A. $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(16),20+\frac{1}{4}t_{0.05}(16)\right)$ B. $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.1}(16),20+\frac{1}{4}t_{0.1}(16)\right)$

C. $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.05}(15),20+\frac{1}{4}t_{0.05}(15)\right)$ D. $\left(20-\frac{1}{4}t_{0.1}(15),20+\frac{1}{4}t_{0.1}(15)\right)$

二、填空题

1. (1995 数三)设总体 X 的方差为 1,根据来自 X 的容量为 100 的简单随机样本,测得样本均值为 5,则 X 的数学期望的置信度近似等于 0.95 的置信区间为________.
2. (2002 数三)设总体 X 的概率密度 $f(x;\theta)=\begin{cases}e^{-(x-\theta)}, & x\geqslant\theta \\ 0, & x\geqslant\theta\end{cases}$,而 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本,则未知参数 θ 的矩估计量为________.
3. (2009 数一)设 $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 为来自二项分布总体 $B(n,p)$ 的简单随机样本,$\overline{X}$和 S^2 分别为样本均值和样本方差. 若$\overline{X}+kS^2$ 为 np^2 的无偏估计量,则 $k=$________.
4. (2003 数一)已知一批零件的长度 X(单位:cm)服从正态分布 $N(\mu,1)$,从中随机地抽取 16 个零件,得到长度的平均值为 40(cm),则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是________.(注:标准正态分布函数值 $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(1.645)=0.95$)

三、解答题

1. (2015 数三)设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-\theta}, & \theta\leqslant x\leqslant 1\\ 0, & 其他\end{cases}$ 其中 θ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体的简单样本.

①求参数 θ 的矩估计量.

②求参数 θ 的最大似然估计量.

2. (2013 数三)设总体 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta^2}{x^3}e^{-\frac{\theta}{x}}, & x>0,\\ 0, & 其他\end{cases}$ 其中 θ 为未知参数且大于零，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.

①求 θ 的矩估计量.

②求 θ 的最大似然估计量.

3.(2012 数一)设随机变量 X 和 Y 相互独立,且分别服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 与 $N(\mu,2\sigma^2)$,其中 σ 是未知参数且 $\sigma>0$,设 $Z=X-Y$.

①求 Z 的概率密度 $f_Z(z,\sigma^2)$.

②设 $Z_1,Z_2,\cdots,Z_n$ 为来自总体 Z 的简单随机样本,求 σ^2 的最大似然估计量 $\hat{\sigma}^2$.

③证明 $\hat{\sigma}^2$ 是 σ^2 的无偏估计.

4.(2011 数一)设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自正态总体 $N(\mu_0,\sigma^2)$ 的简单随机样本,其中 μ_0 已知,$\sigma^2>0$ 未知,$\overline{X}$ 和 S^2 分别表示样本均值和样本方差.

①求参数 σ^2 的最大似然估计 $\hat{\sigma}^2$.

②计算 $E(\hat{\sigma}^2)$ 和 $D(\hat{\sigma}^2)$.

5. (2010 数一)设总体 X 的概率分布为:

X	1	2	3
P	$1-\theta$	$\theta-\theta^2$	θ^2

其中 $\theta\in(0,1)$ 未知,以 N 来表示来自总体 X 的简单随机样本(样本容量为 n)中等于 i 的个数($i=1,2,3$),试求常数 a_1,a_2,a_3,使 $T=\sum\limits_{i=1}^{3}a_iN_i$ 为 θ 的无偏估计量,并求 T 的方差.

6. (2000 数三)假设 0.50,1.25,0.80,2.00 是来自总体 X 的简单随机样本值.已知 $Y=\ln X$ 服从正态分布 $N(\mu,1)$.

①求 X 的数学期望 $E(X)$[(记 $E(X)$ 为 b)].

②求 μ 的置信度为 0.95 的置信区间.