Напишите параллельную программу вычисления следующего интеграла с использованием дополнений Intel Cilk Plus языка C++:

$$\int_0^1 \frac{4}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

В математическом анализе обосновывается аналитический способ нахождения значения интеграла с помощью формулы Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Однако применение данного подхода к вычислению наталкивается на несколько серьезных препятствий:

- Для многих функций не существует первообразной среди элементарных функций;
- Даже если первообразная для заданной функции существует, то вычисление двух ее значений $F(a)$, $F(b)$ может оказаться более трудоемким, чем вычисление существенно большего количества значений $f(x)$;
- Для многих реальных приложений определенного интеграла характерная дискретность задания подынтегральной функции, что делает аналитический подход неприменимым.

Сказанное предопределяет необходимость использования приближенных формул для вычисления определенного интеграла на основе значений подынтегральной функции. Такие специальные формулы называются квадратурными формулами или формулами численного интегрирования.

В качестве инструментов параллелизации, используемых для решения задачи, мы будем использовать:

- Cilk Plus – это расширения языка C/C++, которое помогает с введением параллелизма в код программы;
- Intel Parallel Studio XE – это набор программных продуктов от компании Intel;

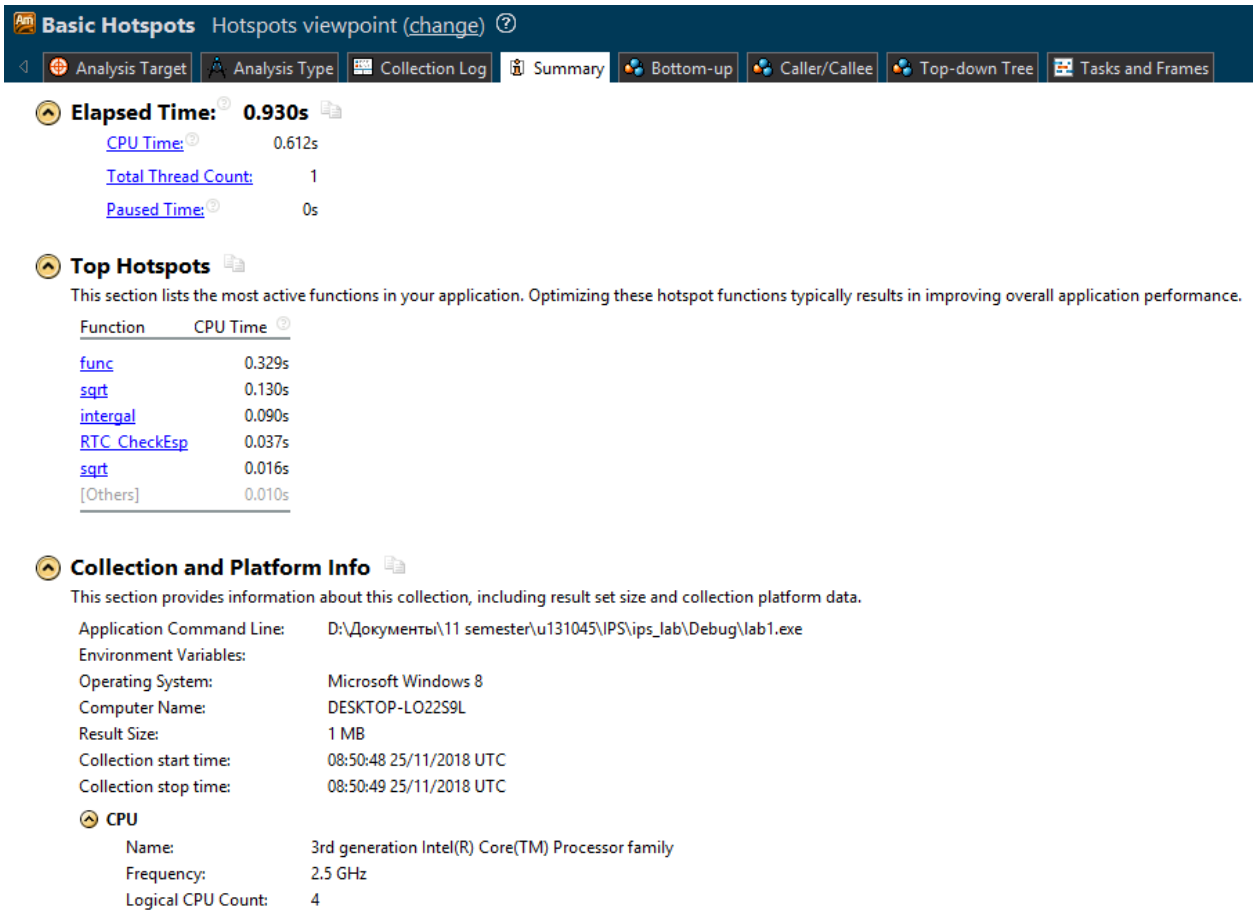
1. Intel Parallel Inspector – инструмент, предназначенный для тестирования работающей программы с целью выявления основных ошибок, которые возникают при разработке параллельного кода;

2. Intel Amplifier – инструмент, который используется для профилирования приложения с целью выявления наиболее часто используемых участков программы (hotspots), а также узких мест (bottleneck) в работе программы. Этот инструмент также позволяет анализировать параллельные программы на эффективность использования ими ресурсов процессора;

Реализуем вычисление интеграла с помощью формулы средних прямоугольников.

```
// Последовательное вычисление интеграла
// по формуле средних прямоугольников
double intergal(int n)
{
    double sum = 0.0;
    double h = (PREDEL_B - PREDEL_A) / (n-1);
    for (auto i = 0; i < n; i++)
        sum += func(i * h) + func((i+1)*h);
    return sum * h / 2.0;
}
```

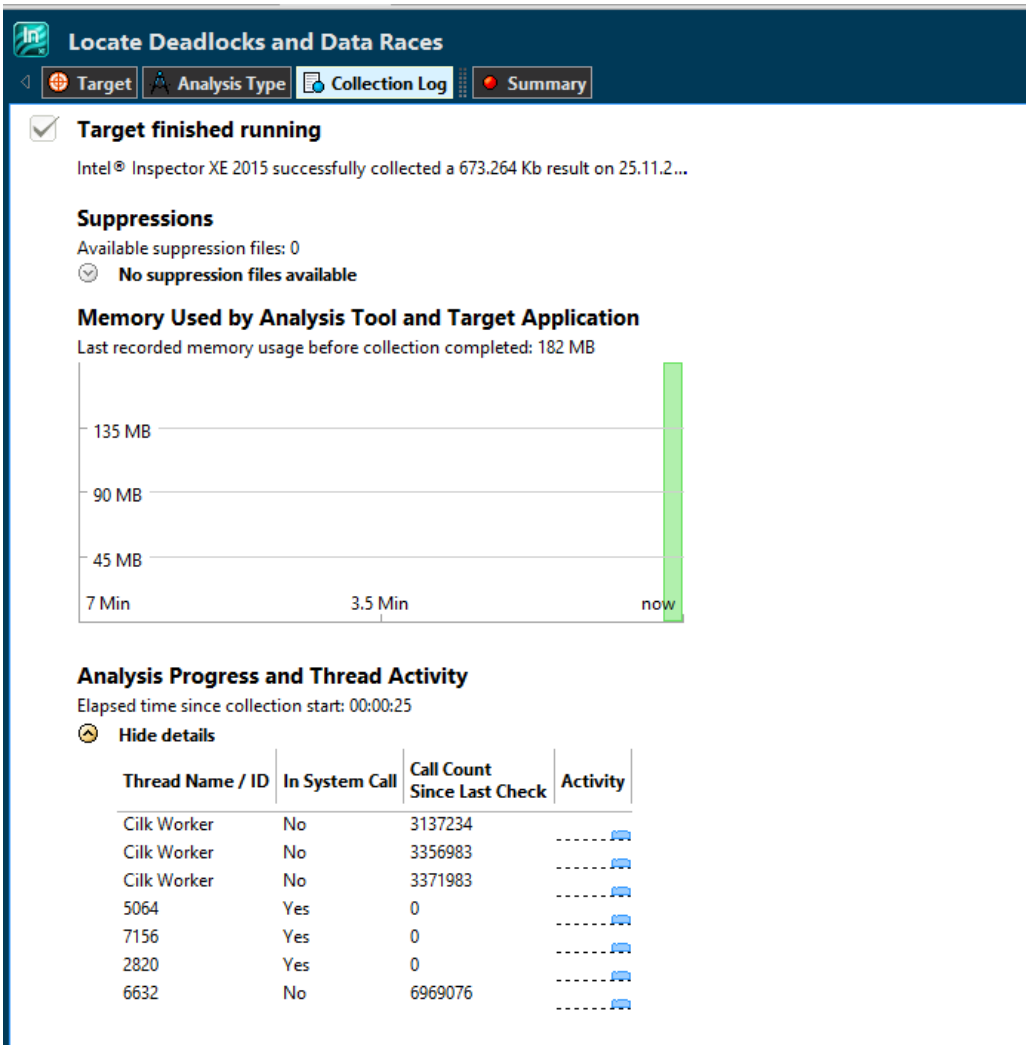
С помощью инструмента Amplifier XE определим наиболее часто используемые участки кода.

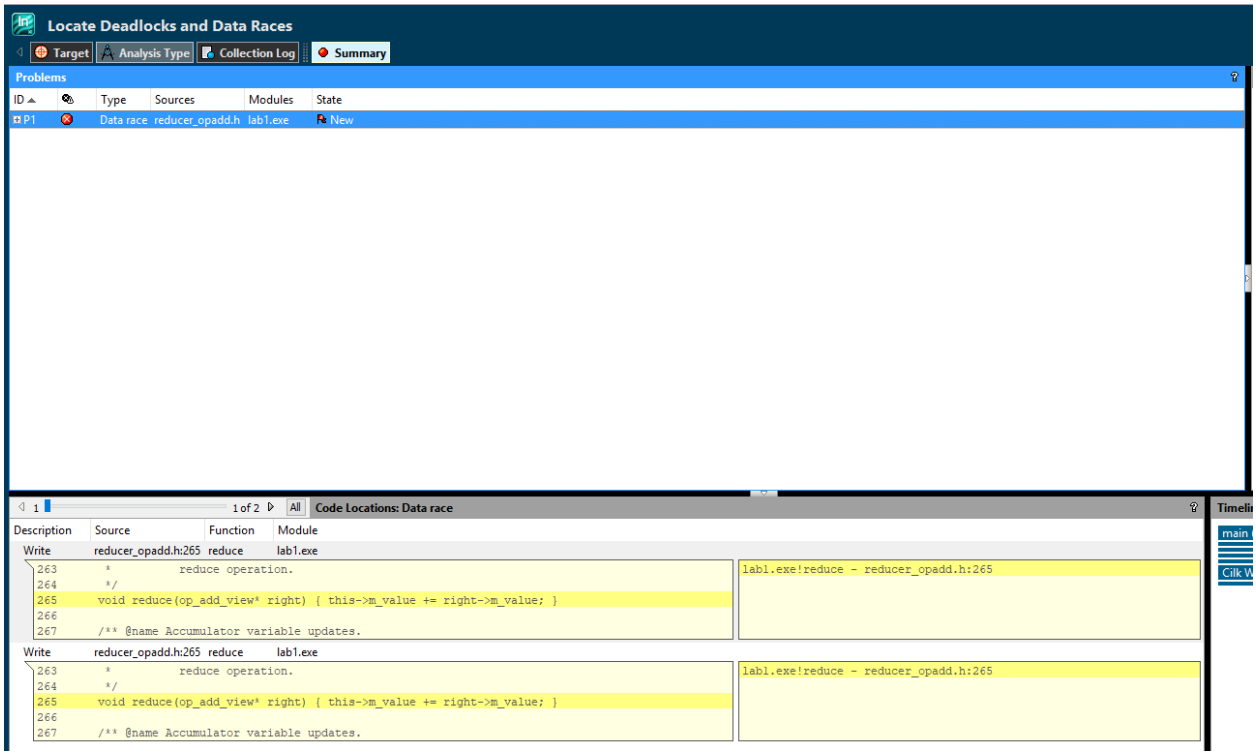


На основе последовательной функции создадим новую функцию, используя cilk_for.

```
// Параллельное вычисление интеграла
// по формуле средних прямоугольников
double parallel_integral(int n)
{
    double h = (PREDEL_B - PREDEL_A) / n;
    cilk::reducer_opadd<double> sum(0.0);
    cilk_for (auto i = 0; i < n; i++)
        sum += func(i * h) + func((i + 1)*h);
    return sum->get_value()*h / 2.0;
}
```

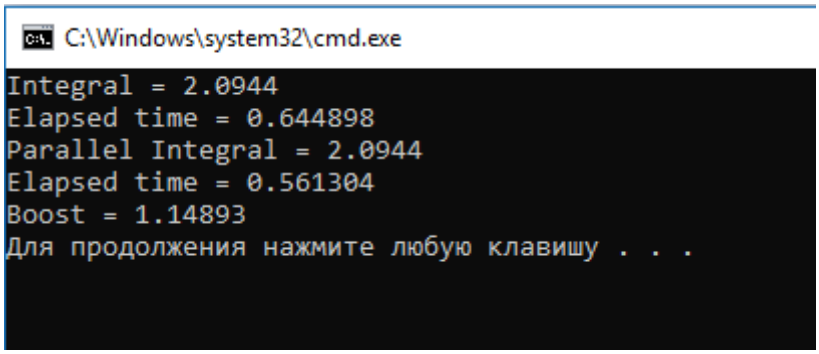
Далее, используя Inspector XE, определим те данные, которые принимают участие в гонке данных или в других основных ошибках, возникающих при разработке параллельных программ.



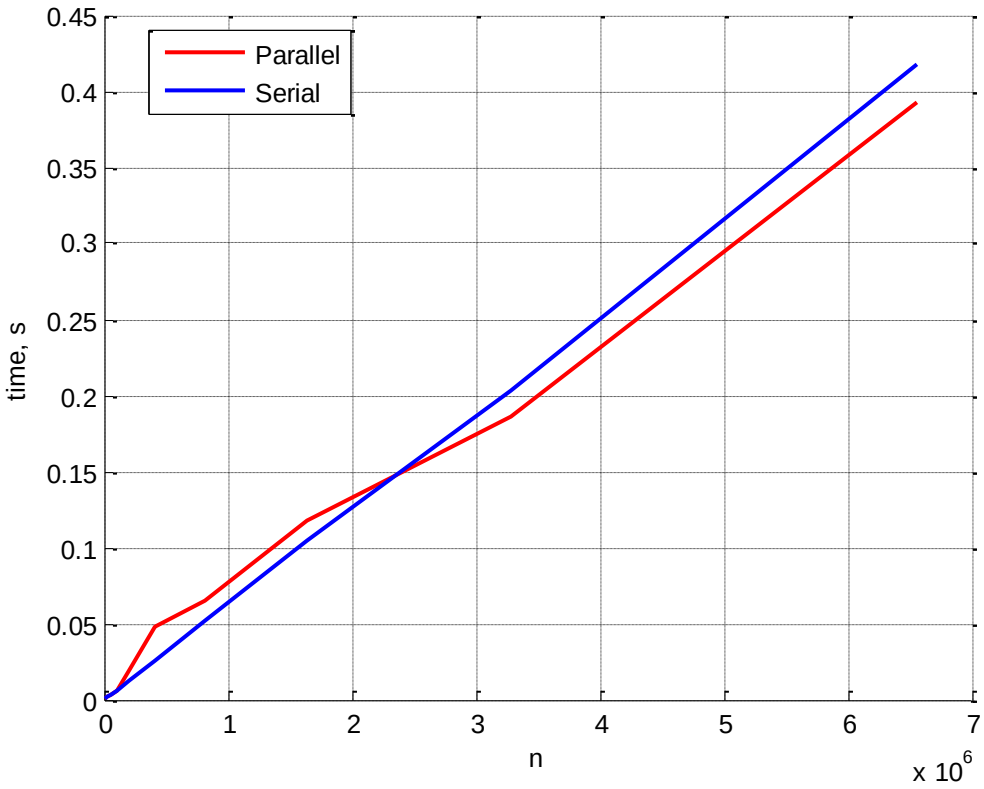


Как видно, ошибок не обнаружено.

Запустим полученную программу



Построим график зависимости времени выполнения от заданных параметров алгоритма.



Как видно, при увеличении количества точек разбиения, параллельная реализация работает быстрее, чем последовательная.