

## 4.6 CÂY.

**Định nghĩa 1:** Cây là đồ thị vô hướng, liên thông, không có chu trình đơn.

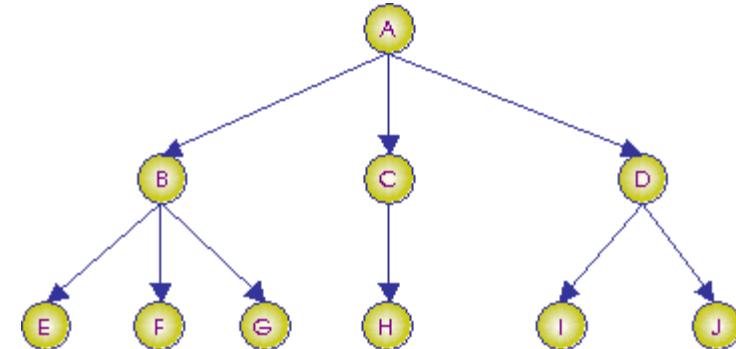
NX: Cây là đơn đồ thị.

Đồ thị vô hướng là cây nếu giữa mọi cặp đỉnh có đường đi đơn duy nhất

**Định nghĩa 2:** Cây có gốc là cây có một đỉnh được gọi là gốc và mọi cạnh có hướng từ gốc đi ra.

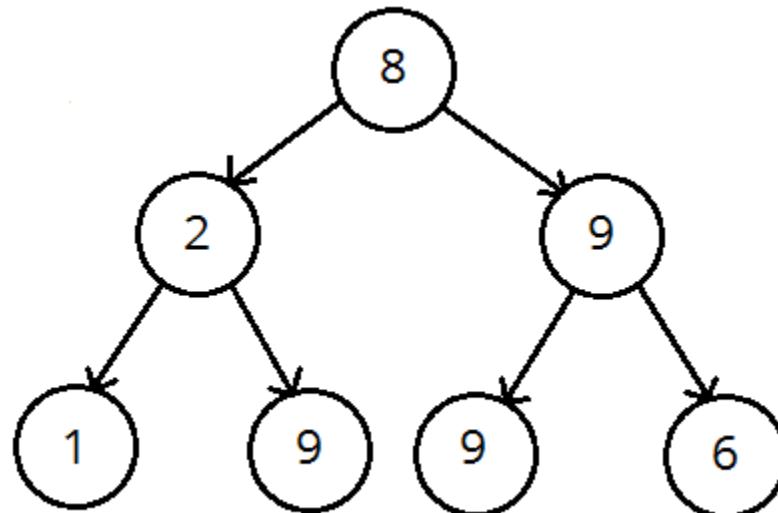
Trong một cây có gốc, nếu có một cạnh đi từ đỉnh x đến đỉnh y thì đỉnh x được gọi là cha của đỉnh y, y là con của x.

- Hai đỉnh cùng cha được gọi là anh em, đỉnh không có con được gọi là lá hay đỉnh ngoài, đỉnh không là lá được gọi là đỉnh trong.
- Số cạnh trên đường đi từ gốc tới mỗi đỉnh được gọi là mức của đỉnh ấy.



## ĐN3: Cây nhị phân

- Cây có gốc mỗi đỉnh có không quá hai con được gọi là **cây nhị phân** (*binary tree*).
- Cây nhị phân mà mỗi đỉnh trong có đúng hai con được gọi là **cây nhị phân đầy đủ** (*full binary tree*).
- Cây nhị phân đầy đủ mà tất cả các lá có cùng một mức được gọi là **cây nhị phân hoàn chỉnh** (*perfect binary tree*). Một số tài liệu gọi cây loại này là cây đầy đủ.



# Duyệt cây nhị phân

- Khi xét một cây nhị phân, mỗi đỉnh cùng với các đỉnh đứng sau nó là gốc của một cây con. Ta xét một đỉnh A là đỉnh trong của cây nhị phân. Theo thứ tự người ta xem xét thứ tự thăm đỉnh A so với việc thăm hai con của nó là
  - thăm A trước rồi 2 con sau,
  - thăm A xen giữa việc thăm hai con,
  - thăm A sau khi thăm hai con.

## Duyệt cây nhị phân

- A, con trái, con phải
- Con trái, A, con phải
- Con trái, con phải, A
- Tất nhiên nếu không có con nào thì việc thăm con ấy không diễn ra. Còn nếu con L hoặc con R của A lại là gốc của một cây con, thì việc thăm thay bằng việc duyệt cây con có gốc tại đó.
- Từ đó có các phương pháp duyệt tiền thứ tự, trung thứ tự, hậu thứ tự đối với cây nhị phân có gốc tại đỉnh A như sau

## **Duyệt tiền thứ tự cây con gốc A**

- Nếu Cây là rỗng Return
- Thăm A
- Duyệt tiền thứ tự cây con gốc L
- Duyệt tiền thứ tự cây con gốc R

## **Duyệt trung thứ tự cây con gốc A**

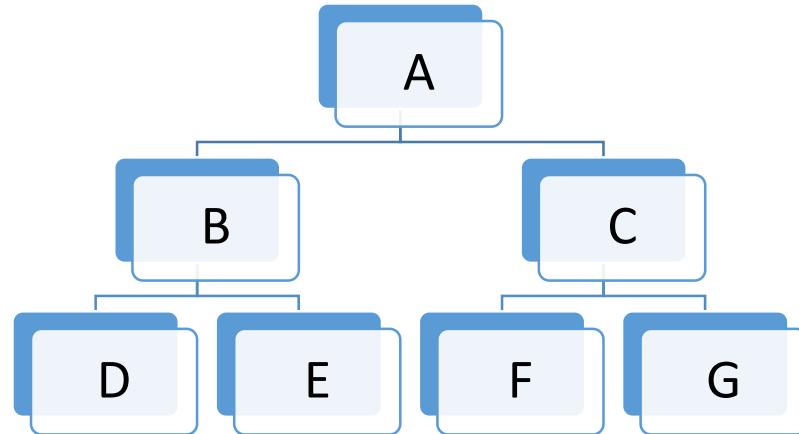
- Nếu Cây là rỗng Return
- Duyệt trung thứ tự cây con gốc L
- Thăm A
- Duyệt trung thứ tự cây con gốc R

## **Duyệt hậu thứ tự cây con gốc A**

- Nếu Cây là rỗng Return
- Duyệt hậu thứ tự cây con gốc L
- Duyệt hậu thứ tự cây con gốc R
- Thăm A

## Ví dụ:

Giả sử có cây nhị phân sau



**Duyệt tiền thứ tự** với cây này diễn ra tuần tự như sau

Thăm A, Duyệt cây gốc B, Duyệt cây gốc C

Thăm A, Thăm B, Thăm D, Thăm E, Thăm C, Thăm F, Thăm G

**Duyệt trung thứ tự** với cây này diễn ra tuần tự như sau

Duyệt cây gốc B, Thăm A, Duyệt cây gốc C

Thăm D, Thăm B, Thăm E, Thăm A, Thăm F, Thăm C, Thăm G

**Duyệt hậu thứ tự** với cây này diễn ra tuần tự như sau

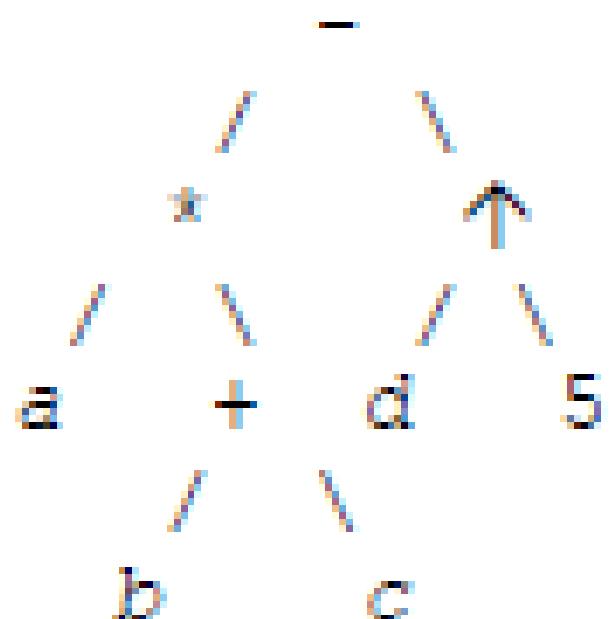
Duyệt cây gốc B, Duyệt cây gốc C, Thăm A

Thăm D, Thăm E, Thăm B, Thăm F, Thăm G, Thăm C, Thăm A

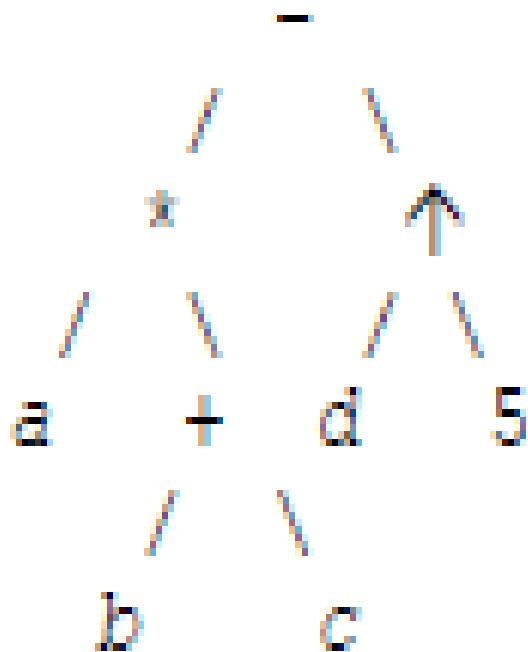
- Các kí pháp trung tố, tiền tố (kí pháp Ba Lan), hậu tố.
- Cây biểu diễn biểu thức
- Dùng cây biểu diễn biểu thức có thể thấy rõ trình tự tính toán biểu thức.

Ví dụ:       $a * ( b + c ) - d \uparrow 5$

được biểu diễn bởi cây nhị phân sau



- Duyệt cây theo kiểu tiền thứ tự, trung thứ tự, hậu thứ tự ta lần lượt nhận được dạng tiền tố, trung tố, hậu tố của biểu thức  $a * (b + c) - d \uparrow 5$
- Kí pháp trung tố:  $a * (b + c) - d \uparrow 5$
- Kí pháp tiền tố:  $- * a + b c \uparrow d 5$
- Kí pháp hậu tố:  $a b c + * d 5 \uparrow -$



# Ví du:

Tính giá trị của biểu thức tiền tố sau

- \* + / 6 3 1 2 - 5 ↑ 3 - 2013 2012

$$- * + / \underset{2}{\textcolor{red}{6}} \underset{3}{\textcolor{red}{3}} \underset{1}{\textcolor{red}{1}} \underset{2}{\textcolor{red}{2}} - \underset{5}{\textcolor{black}{5}} \uparrow \underset{3}{\textcolor{black}{3}} \underset{\textcolor{red}{\cancel{-2013}}}{\cancel{-2013}} \underset{1}{\textcolor{red}{2012}}$$

$$- \quad * \quad \begin{array}{r} + \\ \underbrace{\phantom{+}2\phantom{1}}_3 \end{array} \quad 2 \quad - \quad \begin{array}{r} 5 \\ \uparrow \\ \underbrace{\phantom{5}3\phantom{1}}_3 \end{array} \quad 1$$

$$- \quad * \quad 3 \quad 2 \quad - \quad 5 \quad 3$$

- 6 2

Câu 7: (1 điểm) Cho biểu thức hậu tố sau

$$1 \ 6 \uparrow \ 2 \ + \ 2 \ 0 \ - \ 1 \ 7 \uparrow \ / \ *.$$

- a) (0,5 điểm) Tính giá trị biểu thức trên.
- b) (0,5 điểm) Hãy vẽ cây có gốc được sắp xếp ứng với biểu thức tiền tố trên.

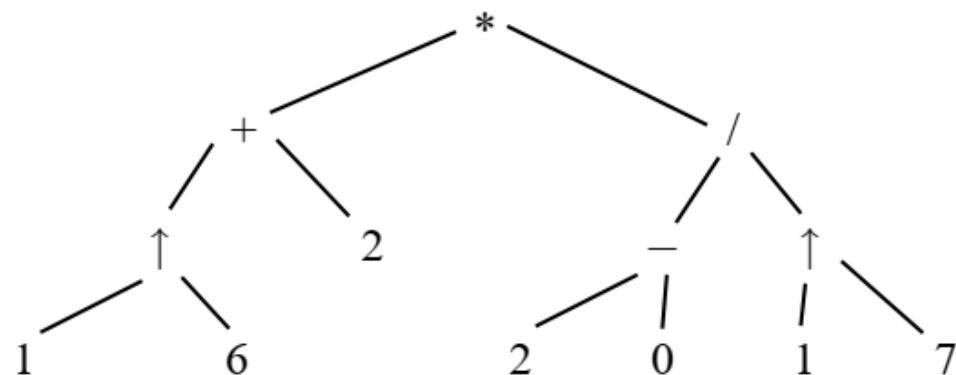
Câu 7: (1 điểm) Cho biểu thức hậu tố sau

1 6 ↑ 2 + 2 0 - 1 7 ↑ / \*.

- a) (0,5 điểm) Tính giá trị biểu thức trên.

$$\begin{aligned}
 & 1 \underset{1}{6} \uparrow 2 + \underbrace{2 \underset{2}{0} - 1}_{1} \underset{7}{7} \uparrow / * \\
 = & 1 \underset{3}{2} + 2 \underset{2}{1} / * \\
 = & 3 \underset{2}{2} * \\
 \equiv & 6
 \end{aligned}
 \quad [0,5 \text{ d}]$$

- b) (0,5 điểm) Hãy vẽ cây có gốc được sắp xếp ứng với biểu thức tiền tố trên.



[0,5 d]