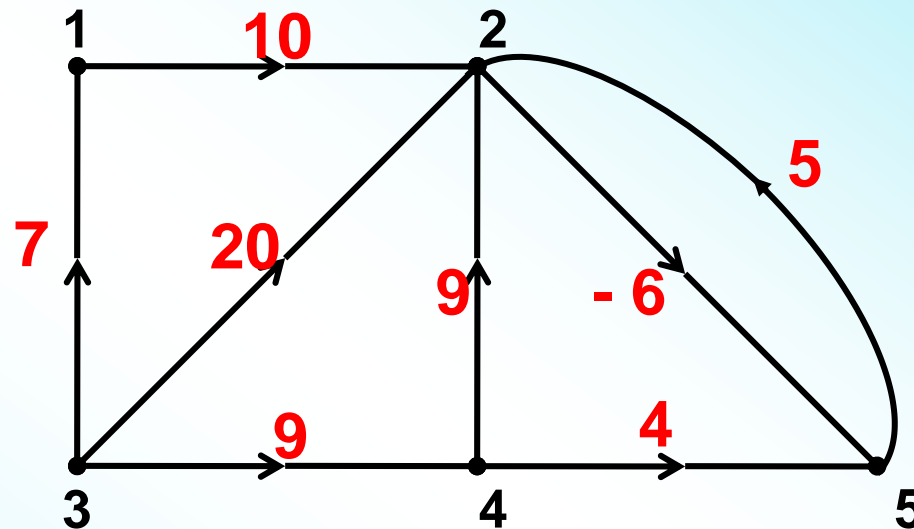


Chương 4 (tiếp theo)

5. Bài toán đường đi ngắn nhất

Các khái niệm mở đầu



- Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 3 đến đỉnh 5
 - ◆ Trả lời: 3 – 4 – 2 – 5 ??? Độ dài 11 là ngắn nhất ???
 - ◆ Đường đi này thì sao? Độ dài là bao nhiêu?
$$3 - 4 - 2 - 5 - 2 - 5$$
 - ◆ Đường đi trên đã ngắn nhất chưa???

Các khái niệm mở đầu (tt)

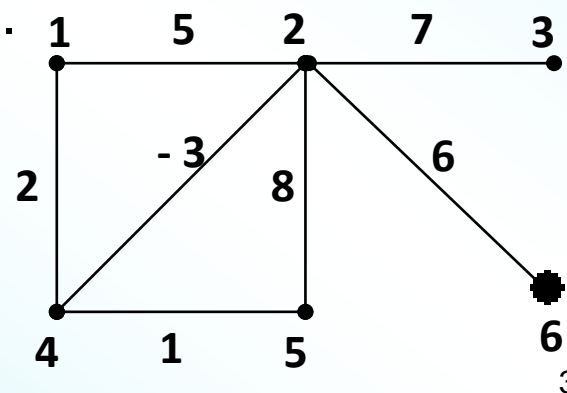
■ Điều kiện để bài toán có lời giải:

◆ Phải tồn tại đường đi từ s đến t:

- Đồ thị vô hướng liên thông
- Đồ thị có hướng liên thông mạnh
- Đồ thị vô hướng, s và t nằm trong cùng một thành phần liên thông
- Đồ thị có hướng, có tồn tại đường đi từ s đến t

◆ Trong đồ thị không tồn tại chu trình âm

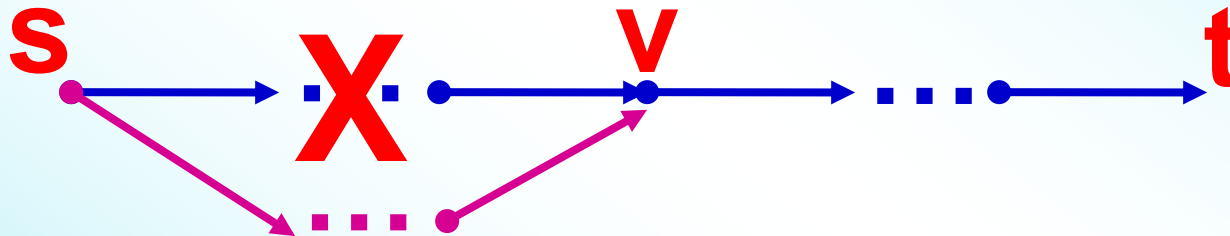
- Đồ thị có hướng: không tồn tại chu trình âm.
- Đồ thị vô hướng: không tồn tại cạnh âm.



Đường đi ngắn nhất xuất phát từ 1 đỉnh

■ Nhận xét:

- ◆ Nếu v là đỉnh trung gian trên đường đi ngắn nhất từ s đến t thì đường đi từ s đến v phải là ngắn nhất và đường đi từ v đến t cũng phải là ngắn nhất.



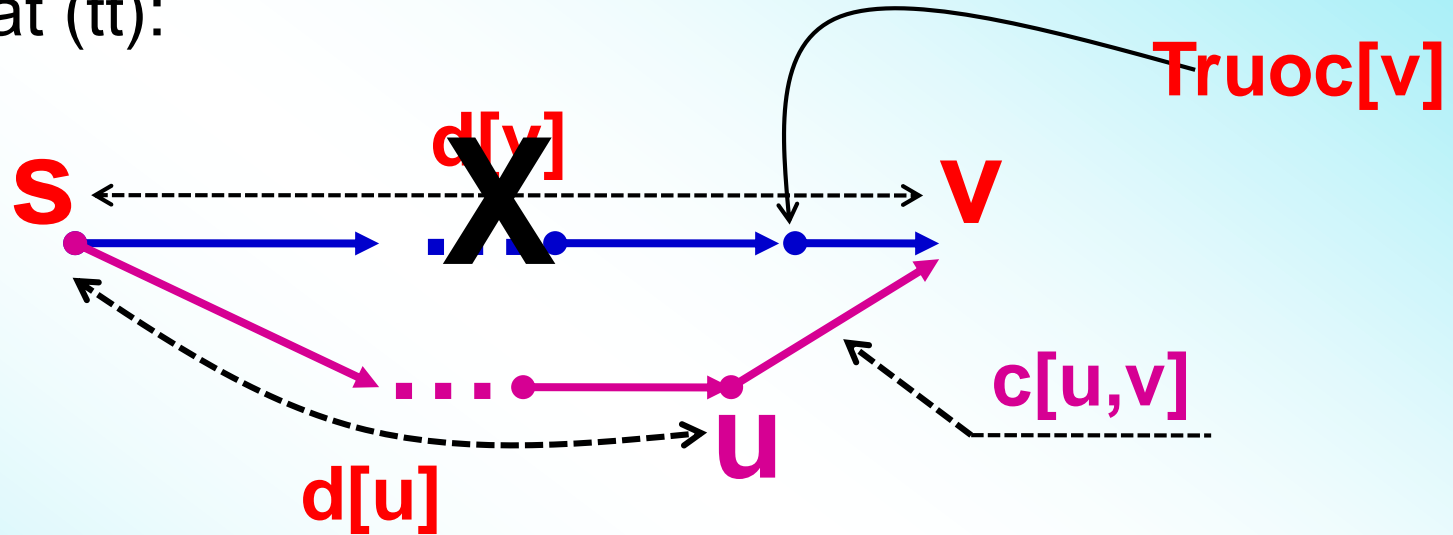
- ◆ Do đó, để tối ưu, người ta mở rộng bài toán **tìm đường đi ngắn nhất từ một đỉnh đến tất cả các đỉnh còn lại** của đồ thị.

Đường đi ngắn nhất xuất phát từ 1 đỉnh (tt)

- Ý tưởng chung của các thuật toán tìm đường đi ngắn nhất.
 - ◆ Dò tìm bằng cách thử đi qua các đỉnh trung gian
 - ◆ Nếu phát hiện đường đi qua đỉnh trung gian ngắn hơn đường đi hiện tại thì sẽ cập nhật đường đi mới, đồng thời chỉnh sửa các thông tin liên quan.
 - ◆ Sử dụng hai mảng để lưu trữ tạm thời:
 - Mảng $d[v]$: Lưu trữ độ dài đường đi hiện tại từ s đến v .
 - Mảng $T[v]$: Lưu trữ đỉnh nằm trước v trên đường đi hiện tại.

Đường đi ngắn nhất xuất phát từ 1 đỉnh (tt)

- Ý tưởng chung của các thuật toán tìm đường đi ngắn nhất (tt):



```
if  $d[v] > d[u] + c[u,v]$  then  
{  
     $d[v] = d[u] + c[u,v];$   
     $Truoc[v] = u;$  }  
}
```

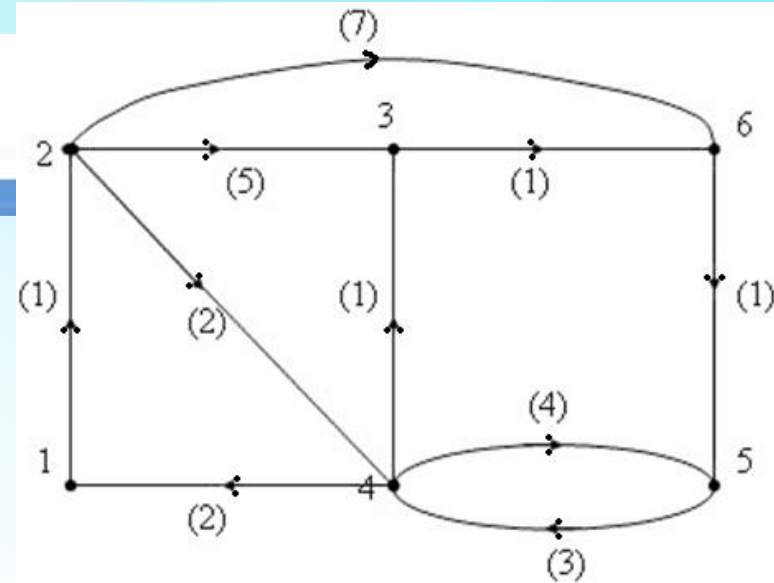
Thuật toán Dijkstra

- **Chú ý:** thuật toán này chỉ dùng cho đồ thị không có cạnh âm.
- **Ý tưởng:**
 - ◆ Do không có cạnh âm nên tại mỗi bước, sẽ có một đỉnh mà thông tin về nó sẽ không thay đổi về sau
 - ◆ Tại mỗi bước, ta không cần phải kiểm tra qua tất cả các đỉnh trung gian, mà chỉ thực hiện như sau:
 - Chọn một đỉnh u có giá trị $d[u]$ nhỏ nhất
 - Chọn u làm đỉnh trung gian để xác định các bước kế tiếp

Thuật toán Dijkstra (tt)

Thuật toán (xem giáo trình)

Ví dụ: Tìm đường đi ngắn nhất từ **1** đến **5**

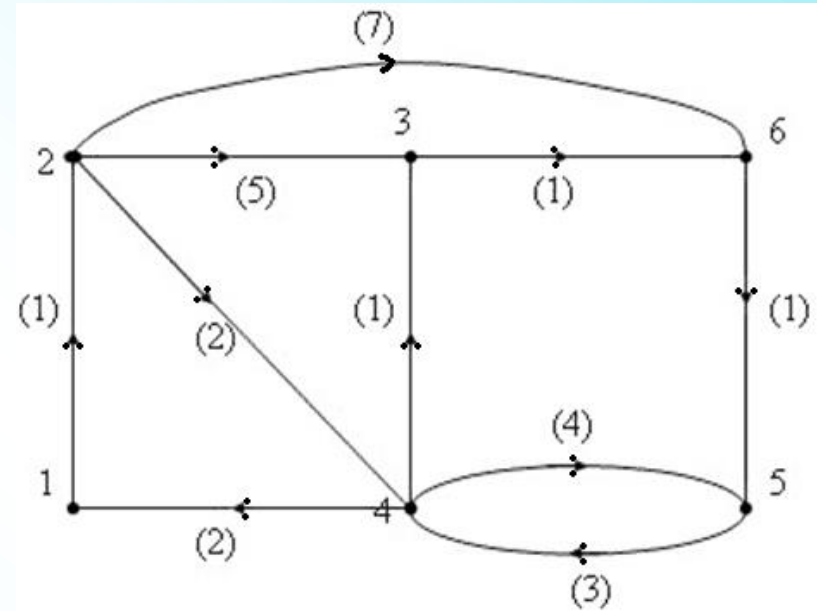


Bước	1	2	3	4	5	6	đđnn
0	0	∞	∞	∞	∞	∞	1
1		1, 1	∞	∞	∞	∞	2
2			6, 2	3, 2	∞	8, 2	4
3			4, 4		7, 4	8, 2	3
4					7, 4	5, 3	6
5					6, 6		5

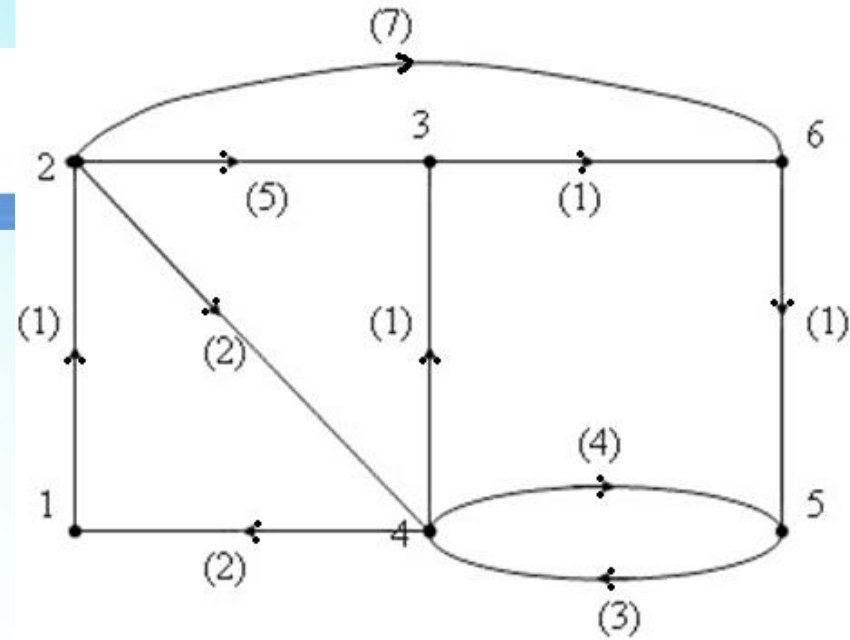
Thuật toán Dijkstra (tt)

Ví dụ: Tìm đường đi ngắn nhất từ 1 đến 5

k	1	2	3	4	5	6
	0	∞	∞	∞	∞	∞
1		1, 1*	∞	∞	∞	∞
2			6, 2	3, 2*	∞	8, 2
3			4, 4*		7, 4	8, 2
4					7, 4	5, 3*
5					6, 6*	



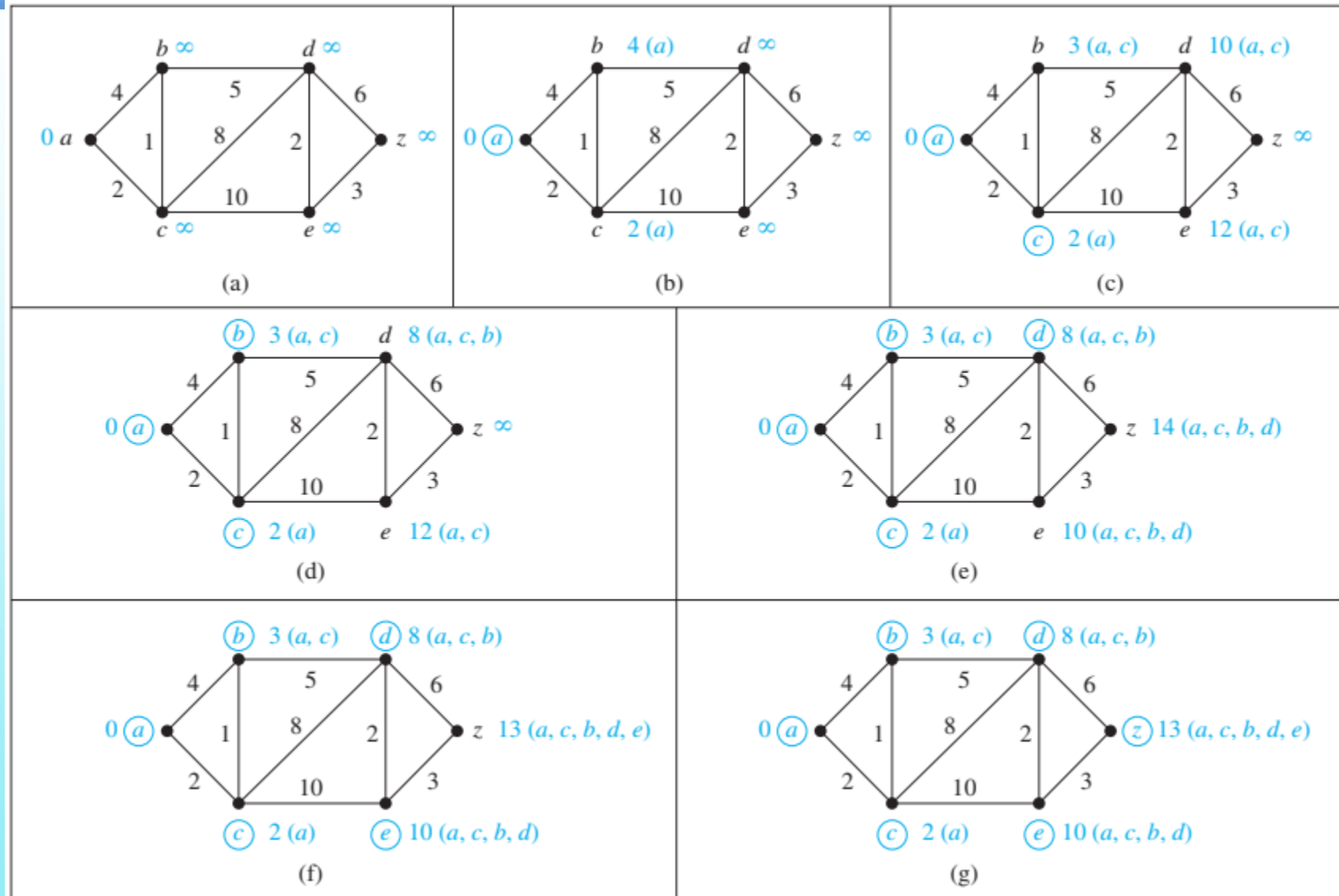
Thuật toán Dijkstra (tt)



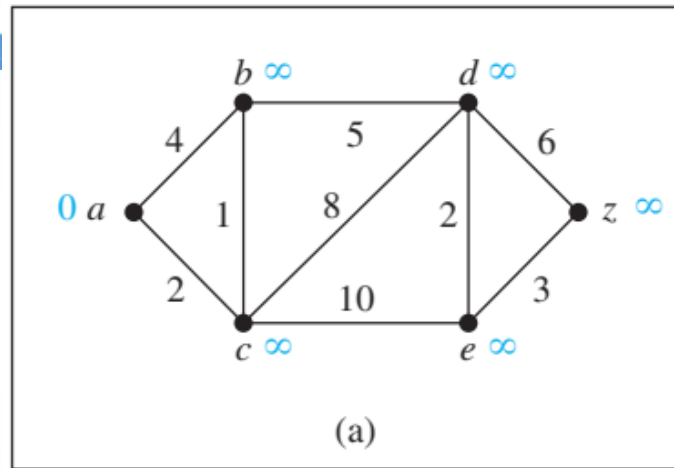
1
2
4
3
6
5

k	1	2	3	4	5	6
1	0	∞	∞	∞	∞	∞
2			∞	∞	∞	∞
3					∞	8, 2
4					7, 4	8, 2
5						
6						

Thuật toán Dijkstra (tt)



Thuật toán Dijkstra (tt)



Bước	a	b	c	d	e	z	đãnn
0	0	∞	∞	∞	∞	∞	a
1		4, a	2, a	∞	∞	∞	c
2		3, c		10, c	12, c	∞	b
3				8, b	12, c	∞	d
4					10, d	14, d	e
5						13, e	z

Thuật toán Dijkstra (tt)

Làm các bài tập 5, 11 (594 - 595)