

## 部分信道状态信息对 MIMO-OFDM 通信系统的影响

钟 俊<sup>1</sup> 彭启琮<sup>2</sup>

电子科技大学通信信息工程学院, 四川 成都 610054

<sup>1</sup>zhongjun55@163.com <sup>2</sup>qipeng@uestc.edu.cn

**摘 要:** 在无线通信系统中, 当发射端已知信道状态特性时, 自适应调制会较大程度地提高通信性能。然而, 实际应用中发射端仅仅可能已知部分信道状态特性。本文讨论了在 MIMO-OFDM 系统中信道反馈时延和多普勒频移所带来的信道估计误差对通信性能的影响。仿真证实了最大多普勒频移及反馈时延与一定误码率要求时存在的折衷设计问题, 可为时变信道的 MIMO-OFDM 系统设计提供参考。

**关键词:** 多输入多输出 正交频分复用 发射分集 波束成形 自适应调制

### 引言

Telatar 和 Foschini 证明了  $M$  个发射天线、 $N$  个接收天线且信道间相互独立的情况下, 信道容量与最小的发射及接收天线数  $\min(N, M)$  成线性关系的结论[1] [2]。在宽带无线通信中随着通信速率的提高, MIMO 系统的信道带有较强的频率选择性。正交频分复用(OFDM)通过多载波将频率选择性信道转换为并行的平坦衰落子信道, 从而可以用较低复杂度的均衡器来解决频率选择性信道所带来的码间干扰(ISI)问题, 基于上述优点, MIMO 与 OFDM 的结合便成为当今无线通信的研究热点[2][3]。

在 MIMO 系统中, 大量的研究集中在基于对信道状态信息的两个假设上: 第一种情况是当发射端和接收端都已知信道的状态信息; 第二种情况则是信道的状态信息仅为接收端已知, 对发射端未知。对于第一种情况当发射端功率  $P$  受限时, 最大可获得信道容量可以通过时域的灌水原理 (water-filling) 来获得[2]。对于第二种情况最佳的功率分配是将功率均匀地分配到  $N$  个发射天线中, 信道最大容量为  $C = \log_2[\det(I_M + \frac{P}{N} HH^*)]$  [1][2]。

实际的无线通信中信道是多径色散信道, 在具有反馈信道的 FDD 系统和 TDD 系统中信道的估计都存在时延。因此对于发射端而言, 实际的信道仅仅是部分已知的。因此, 如何评价信道的色散参数对通信性能的影响便成 MIMO-OFDM 系统设计急需解决的实际问题。

### 1 系统模型

图 1 为带自适应调制的 MIMO-OFDM 离散基带模型, 系统的子载波总数为  $K$ , 发射天线数为  $N_t$ , 接收天线数为  $N_r$ ;  $p[n; k]$  为在第  $n$  个符号分配给子载波  $k$  的能量,  $k$  为子载波序号  $k \in \{0, 1, \dots, K-1\}$ ;  $M[n, k]$  为  $n$  个符号时子载波  $k$  对应的星座点数, 其相应的信息比特数为  $b[n; k] = \log_2(M[n; k])$ ; 信息符号为  $s[n; k]$ ; 波束成形矢量为  $u[n, k]$ 。信号经自适应调制和波束成形后为:

$$x[n; k] = u[n, k] p[n, k] s[n, k] \quad (1)$$

现做出如下假设,

(1) 在每一符号长度内信道为准静态信道。

(2) 从发射天线  $u$  到接收天线  $v$  的冲激响应为  $h_{u,v}[n] = [h_{u,v}[n, 0] \dots h_{u,v}[n, L]]$ , 其元素满足高斯

分布。其对应的频域响应即为  $H_{u,v}[n, k] = \sum_{l=0}^{L-1} h_{u,v}[n, l] W_K^{kl}$ ,  $k \in [0, K-1]$ 。

(3) 不同的发射天线与接收天线间的信道响应相互独立。但信道响应的总能量相同。

$$y[n;k] = H[n,k]x[n;k] + \delta[n;k] = H[n,k]u[n,k]p[n,k]s[n,k] + \delta[n;k] \quad (2)$$

其中  $y[n;k] = [Y_1[n;k] \dots Y_N[n;k]]^T$ , 矩阵  $H[n,k]$  的  $(v,u)$  个元素是  $H_{u,v}[n,k]$ ,  $\delta[n;k]$  是均值为零方差为  $N_0$  的  $N_r$  维独立同分布加性高斯噪声矢量。在接收端采用最大比合并 (MRC), 则接收信号可用下式来表示 [4]。

$$z[n;k] = h_{eqv}[n;k]s[n;k] + \sigma[n;k] \quad k \in \{0,1,\dots,K-1\} \quad (3)$$

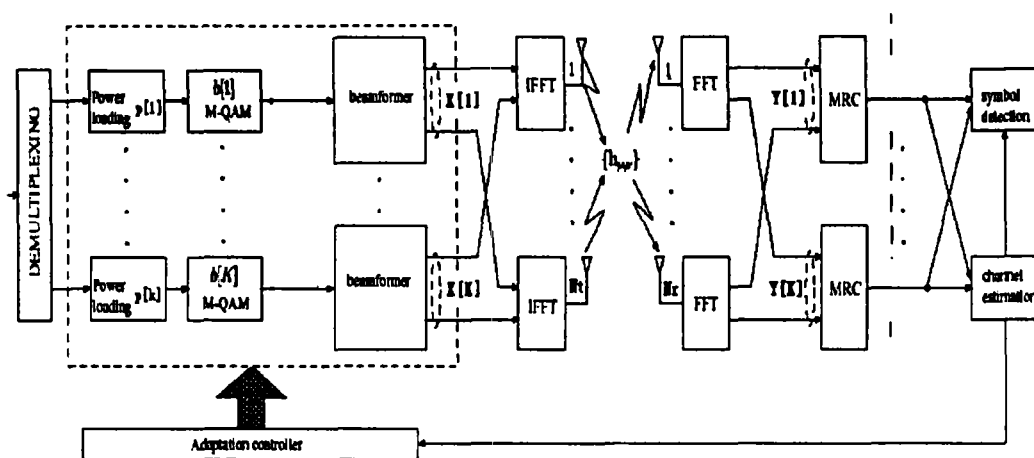


图1 MIMO-OFDM 的结构框图

其中,

$$h_{eqv}[n;k] = p[n,k] \|H[n,k]u[n,k]\|_F \quad (4)$$

$\|\cdot\|_F$  为 Frobenius 范数

这样在发射端采用波束成形的 MIMO-OFDM 系统的信道便等价于  $K$  个独立的子信道。对于时延反馈信道, 因时延而带来的信道估计误差的方差为  $E|h(t) - h(t - T_d)|^2$ 。由假设 2 知  $h(t)$  为零均值复高斯随机过程, 其自相关函数为  $J_0(2\pi f_d T_d)$  [5]。其中  $f_d$  为最大多普勒频移,  $T_d$  为时延,  $J_0(x)$  为零阶修正贝塞尔函数。由于  $h(t)$  是高斯随机变量,  $h(t) - h(t - T_d)$  亦为高斯随机变量, 其方差为

$$\sigma_h^2(T_d) = E|h(t) - h(t - T_d)|^2 = 2[1 - J_0(2\pi f_d T_d)] \quad (5)$$

因此时延的信道可模型化为

$$h(t) = \hat{h}(t) + \sigma_h(T_d)n(t) \quad (6)$$

其中  $h(t)$  为实际信道响应,  $\hat{h}(t)$  为估计值,  $h(t)$ 、 $n(t)$  为 0 均值方差为 1 的高斯随机过程。

对 MIMO-OFDM 系统, 若信道的冲激响应的最大长度为  $L$ , 考虑到信道因时延而带来的误差, 信道矩阵可用下式来表示。

$$H[n,k] = \hat{H}[n,k] + \epsilon[n,k] \quad (7)$$

$H[n,k]$  为真实的信道参数矩阵,  $\hat{H}[n,k]$  为估计的信道参数矩阵,  $\epsilon[n,k]$  为信道时延的误差矩阵, 其元素为高斯随机变量, 其均值为零, 方差为  $\sigma_h^2(T_d)$ 。

## 2 MIMO-OFDM 系统的自适应调制

在 MIMO-OFDM 系统中, 可给具有高信噪比的子信道分配更多的比特数和更高的功率, 对具有低信噪比的子信道分配少的比特数和更低的功率。这种方式称之为自适应调制。自适应调制可以使通信速率提高和信噪比增强 [6][7]。自适应调制可以根据不同的需要而采取不同的优化准则。本文采用的优化准则是: 先假设 MIMO-OFDM 系统需传递的信息总比特数为常数, 然后将这些比特数按发射功率最小

的原则分配到各子载波中, 即:

$$\text{在 } \sum_{k=0}^{K-1} b[n; k] = B \text{ 条件下, 使 } \sum_{k=0}^{K-1} p[n; k] \text{ 最小, 其中 } b[n; k] \in \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \quad (8)$$

由 (3) 式  $z[n; k] = h_{eqv}[n; k]s[n; k] + \sigma[n; k]$   $k \in \{0, 1, \dots, K-1\}$ , 同时利用 [7] 提到的位加载算法, 便可得到各个子信道最优的功率分配和调制方式。经自适应调制的信号再经波束生成矢量分配到各个发射天线中。

由假设 2 和 3, 归一化的信道矩阵  $\hat{H}(n, k)$  为高斯随机矩阵其元素服从  $N(0, 1)$  的正态分布, 且各元素相互独立, 则  $\hat{H}(n, k)^H \hat{H}(n, k)$  为 Wishart 矩阵, 现对矩阵  $\hat{H}(n, k)^H \hat{H}(n, k)$  进行奇异分解,

$$\hat{H}(n, k)^H \hat{H}(n, k) = U_H[k] \Lambda_H[k] U_H^H[k], \quad U_H[k] = [u_{H,1}[K], \dots, u_{H,N_t}[K]],$$

$\Lambda_H[k] = \text{diag}(\lambda_1[k], \dots, \lambda_{N_t}[k]), \lambda_1[k] \geq \dots, \lambda_{N_t}[k]$ , 当采用平均信噪比为设计准则时最优波束形成矢量  $u[n, k] = u_{H,1}[k]$  [4]。(3) 式可简化为

$$z[n; k] = p[n, k] \lambda_1[k] s[n; k] + \sigma[n; k] \quad k \in \{0, 1, \dots, K-1\} \quad (9)$$

其中  $\sigma(n, k) \in N(0, N_0)$ 。等效信噪比为

$$SNR[n, k]_{eqv} = (p[n, k]^2 \lambda_1[k]) / N_0 \quad (10)$$

### 3 部分信道状态信息已知对通信性能的影响

由带加性高斯噪声的非衰落信道的瞬时误码率可由下式来表示 [4] [8]

$$p_b = 0.2 \exp[-g(b) E_S / N_0] \quad (11)$$

$$\text{上式中 } g(b) = \begin{cases} 6/(5.2^b - 4); & b = 1, 3, 5 \dots \text{ 圆形 M-QAM} \\ 6/(4.2^b - 4); & b = 2, 4, 6 \dots \text{ 矩形 M-QAM} \end{cases}$$

当信道矩阵已知时由 (11) 式误码率

$$BER([n, k] | M_i, H) = 0.2 \exp\left(-\frac{h_{eqv}^2[n, k] g_i[n, k] E_S}{N_0}\right) \quad (12)$$

当信道矩阵部分已知, 由 (7) 式可知  $H(n, k) = \hat{H}(n, k) + \epsilon(n, k)$ , 现定义  $h[n, k] := H[n, k] u_{H,1}$ , 则  $h[n, k] \in N(\hat{H}[n, k] U_{H,1}, \sigma_h^2(T_d) I_{N_t})$ ,

$$\overline{BER}([n, k] | M_i, \lambda_1) = E_H 0.2 \exp\left(-\frac{h^2[n, k] g_i[n, k] E_S}{N_0}\right) \quad (13)$$

引理—[9]: 若随机矢量  $Z \in N(i, \Sigma)$  则  $E_z \exp(-z^H A z) = \frac{\exp(-i^H (I + \Sigma A)^{-1} \mu)}{\det(I + \Sigma A)}$

令  $\phi_i = g_i E_s / N_0$ , 由引理一和 (13) 式可进一步简化为

$$\overline{BER}([n, k] | M_i, \lambda_1) = \frac{0.2}{[1 + \sigma_h^2(T_d) \phi_i]^{N_t}} \exp\left[-\frac{\lambda_1 \phi_i}{1 + \sigma_h^2(T_d) \phi_i}\right] \quad (14)$$

对  $M_i$  星座点的 QAM 调制

$$\overline{BER}([n, k] | M_i) = \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} \overline{BER}([n, k] | M_i, \lambda_1) p(\lambda_1) d\lambda_1 \quad (15)$$

在一定的误码率条件下, 当  $\lambda_1 \in [\alpha_i, \alpha_{i+1}]$  时选择的调制方式为  $M = M_i$ 。

对每一子载波的平均误比特率为

$$\overline{BER}[n, k] = \frac{\sum_{i=1}^M \overline{BER}([n, k] | M_i) \times \log_2 M_i}{\sum_{i=1}^N \Pr(M_i) \log_2 M_i} \quad (16)$$

$$\text{其中 } \Pr(M_i) = \int_{\alpha_i}^{\alpha_{i+1}} p(\lambda_1) d\lambda_1 \quad (17)$$

因  $\hat{H}(n, k)^H \hat{H}(n, k)$  为 Wishart 随机矩阵, 则特征值的联合概率密度函数为[2][10]

$$p_{order}(\lambda_1, \dots, \lambda_M) = K_{m,n}^{-1} e^{-\sum_i \lambda_i} \prod_i \lambda_i^{n-m} \prod_{i < j} (\lambda_i - \lambda_j)^2, \quad \lambda_1 > \dots > \lambda_M \geq 0 \quad (18)$$

$$p(\lambda_1) = \int \dots \int p_{order}(\lambda_1, \dots, \lambda_M) d\lambda_2 \dots d\lambda_M \quad (19)$$

结合 (14) (15) (18) 式可得[4]

$$\overline{BER}([n, k] | M_i) = 0.2 [\psi_{\lambda_i}^k(b_i, a_{i+1}) - \psi_{\lambda_i}^k(b_i, a_i)] \quad (20)$$

$$\text{其中 } \psi_{\lambda_i}^k(a, x) = \int_0^x e^{-(a-1)} p_{\lambda_i}^k(\lambda_1) d\lambda_1, \quad b_i = 1 + \phi_i$$

将 (20) (17) 式代入 (16) 即可得相应的  $\overline{BER}[n, k]$ 。

由假设 2 可知各个子载波服从相同的分布, 则系统总体误码为:

$$\overline{BER}[n] = \left( \sum_{k=1}^K \overline{BER}[n, k] \right) / K = \overline{BER}[n, k] \quad (21)$$

## 4 仿真结果

利用 Monte Carlo 对上述结论进行计算机仿真分析。系统比特速率为 50Mbit/s, 可容纳的时延扩展为 200ns, 带宽 < 15MHz; 信道的最大冲激响应阶数  $L=5$ , 其功率延迟剖面图为  $[1, 1/e, 1/e^2, 1/e^3, 1/e^4]$ ;  $K=64$ , 保护时间间隔为 800ns, 符号长度为  $4\mu s$ ;  $N_t=4, N_r=2$ ; 接收端完全已知信道。图 2 为反馈时延为 1.2ms 时, 在不同的多普勒频移下误码率 BER 与每比特能量噪声功率谱密度比  $E_b/N_0$  的关系。图 3 为多普勒频移为 50Hz 时, 不同反馈时延下误码率与  $E_b/N_0$  的关系。

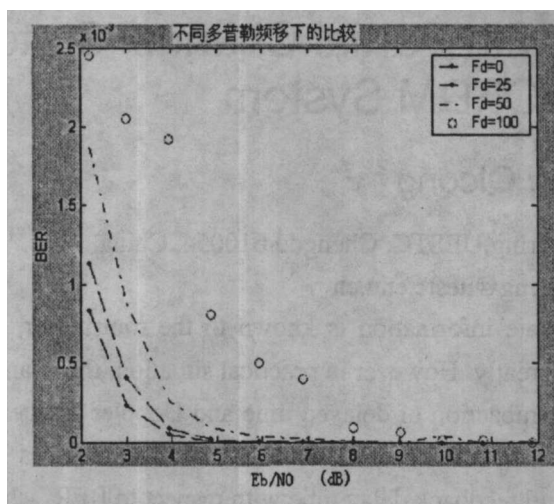


图 2 不同多普勒频移下的性能比较

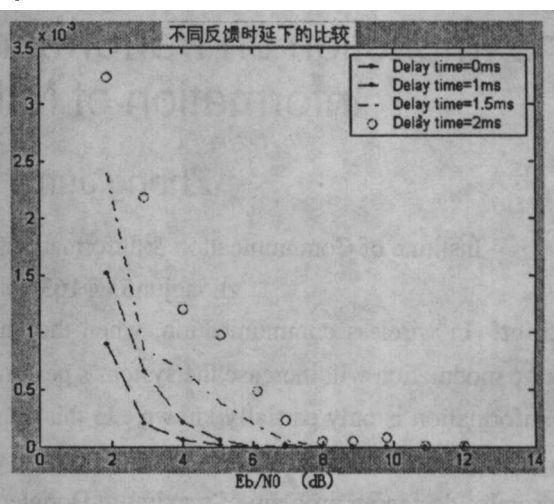


图 3 不同反馈时延下的性能比较

## 5 结论

本文从信道部分特性已知的情况下推导了 MIMO-OFDM 系统中发射端采用波束成形和自适应调制后, 反馈时延和多普勒频移对通信性能的影响, 可为时变信道下的 MIMO-OFDM 系统设计提供参考; Monte Carlo 仿真表明当最大多普勒频移和反馈时延增大时通信性能也随着下降, 这与实际情况亦是相吻合的。

## 参考文献

- 1 G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," *Wireless Personal Communications*, vol.6, no.3, pp. 311-335, 1998
- 2 I.E.Telatar, "Capacity of multi antenna Gaussian channels," *Eur. Trans. Telecommun.*, vol.10, no.6, Nov. Dec. 1999
- 3 G.J.Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Labs Tech.J.*, pp.41-59, Autumn 1996
- 4 S. Zhou and G.B. Giannakis, "How accurate channel prediction needs to be for transmit-beamforming with adaptive modulation over Rayleigh MIMO channels?" *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004(to appear)
- 5 T.L.Tung, K.Yao, and R.E.Hudson "Channel Estimation and Adaptive Power Allocation for Performance and Capacity Improvement of Multiple-Antenna OFDM Systems," *Third IEEE Signal Processing Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, March, 2001
- 6 C. Y. Wong, R. S. Cheng, K. B. Letaief, and R. D. Murch, "Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit and power allocation," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 17, pp. 1747-1758, Oct. 1999
- 7 P. Bansal and A. Brzezinski, "Adaptive loading in MIMO/OFDM Systems," <http://www.mit.edu/~brzezins/359>
- 8 S.Zhou and G.B.Giannakis, "Optimal transmitter eigen-beamforming and space-time block coding based on channel mean feedback," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.50, no.10, pp.2599-2613, Oct. 2002
- 9 G.Taricco and E.Biglieri, "Exact pairwise error probability of space-time codes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol.48, no.2, pp.510-513, Feb.2002
- 10 Alan.Edelman, "Eigenvalues and condition numbers of Random Matrices", phd thesis Massachusetts Institute of Technology 1989

## The Impaction on Performance with Partial Channel State Information of MIMO-OFDM System

Zhong Jun<sup>1</sup> Peng Qicong<sup>2</sup>

Institute of Communication & Information Engineering, UESTC, Chengdu 610054, China

<sup>1</sup>zhongjun55@163.com <sup>2</sup>qipeng@uestc.edu.cn

**Abstract:** In wireless communication, when the channel state information is known to the transmitter, the adaptive modulation will increase the system's performance greatly. However in practical situation, the channel state information is only partially known. In this paper, the impaction of delayed time and Doppler frequency shift in feedback channel on the system performance has been discussed. Simulation also indicates the compromise designing problem of maximum Doppler shift and feedback delay time with respect to BER, which can provide a reference design of time varying MIMO-OFDM systems.

**Keywords:** MIMO, OFDM, Transmit Diversity, Beam former, Adaptive Modulation