

Compton-Effekt

David Gutnikov
david.gutnikov@tu-dortmund.de

Abgabe am 04.05.2020

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Röntgenstrahlung	3
2.2	Absorption	4
2.3	Bragg-Reflexion	4
2.4	Totzeitkorrektur	4
3	Aufbau und Durchführung	5
3.1	Aufnahme des Emissionsspektrum der Kupfer-Anode	5
3.2	Aufnahme der Transmissionkurve	5
3.3	Messungen der durch Compton-Streuung ausgelösten Röntgen- quanten	5
4	Auswertung	6
4.1	Emissionsspektrum der Kupfer-Anode	6
4.2	Transmissionskurve	6
4.3	Bestimmung der Compton-Wellenlänge	7
5	Diskussion	8
6	Daten	8
7	Literaturverzeichnis	11

1 Zielsetzung

Die Compton-Wellenlänge des Elektrons λ_C soll mithilfe der Bragg-Bedingung bestimmt werden.

2 Theorie

Die Streuung von Röntgenstrahlen an Materie wird in zwei Arten unterteilt: In die kohärente bzw. inelastische Streuung und in die inkohärente bzw. elastische frequenzverschobene Streuung. Dieser Versuch setzt sich mit der ersten Art der Streuung, der Compton-Streuung auseinander. Dabei trifft ein Photon der Wellenlänge λ_1 auf ein freies Elektron in der Materie, überträgt dem Elektron einen Teil seiner Energie, wird um einen Winkel θ von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt und besitzt die Wellenlänge λ_2 .

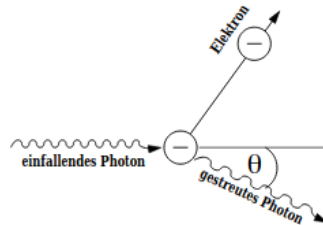


Abbildung 1: Vereinfachte Darstellung des Compton-Effektes

Die Wellenlängendifferenz $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ wird nach folgender Formel bestimmt

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (1)$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum h , der Lichtgeschwindigkeit c und der Elektronenmasse m_e . Die Compton-Wellenlänge wird als $\lambda_C = h/(m_e c)$ definiert. Es ist leicht zu erkennen, dass die Wellenlängendifferenz bei $\theta = 180^\circ$ mit $\Delta\lambda = 2\lambda_C$ maximal und bei $\theta = 0^\circ$ mit $\Delta\lambda = 0$ minimal ist.

In diesem Versuch wird die Compton-Wellenlänge indirekt durch das Transmissionsverhalten der Röntgenstrahlung bestimmt, weshalb ein paar Grundkenntnisse zu Röntgenstrahlung und Transmission gebraucht werden.

2.1 Röntgenstrahlung

Um Röntgenstrahlung zu erzeugen werden in einer evakuierten Röhre Elektronen aus einer Glühkathode gelöst und mithilfe einer Anode beschleunigt. Die herausgelösten Elektronen treffen auf das Anodenmaterial und verursachen Röntgenstrahlung.

Das Röntgenspektrum setzt sich aus zwei Strahlungsarten zusammen, der kontinuierlichen Bremsstrahlung und der charakteristischen Röntgenstrahlung.

Auslöser für die kontinuierliche Bremsstrahlung ist die Abbremsung eines Elektrons im elektrischen Feld eines Atoms des Anodenmaterials. Es wird ein Photon

ausgesandt, dessen Energie dem Energieverlust des Elektrons entspricht. Da die kinetische Energie eines Elektrons kontinuierlich ist, ist auch die Energie des erzeugten Photons und somit die Bremsstrahlung kontinuierlich.

Die auftreffenden Elektronen regen Atome im Anodenmaterial an, d.h. Elektronen in den äußeren Schalen werden auf höhere Energieniveaus gehoben. Nach kurzer Zeit fallen die angeregten Elektronen wieder auf ein niedrigeres Energieniveau zurück, wobei ein Röntgenquant, dessen Energie der Energiedifferenz zwischen den beiden Energieniveaus entspricht, emittiert wird. Diese Energiedifferenz kann nur quantisierte Werte annehmen, weshalb auch die Photonen, also die Strahlung nur charakteristische Werte hat.

2.2 Absorption

Die Absorption eines Materials hängt hauptsächlich von drei wichtigen Prozessen ab, dem Photoeffekt, der Paarbildung und dem Compton-Effekt. Also setzt sich der stoffabhängige Absorptionskoeffizient $\mu = \mu_{\text{Ph}} + \mu_{\text{Pa}} + \mu_{\text{Co}}$ eines Materials aus dem Absorptionskoeffizienten des Photoeffektes μ_{Ph} , der Paarbildung μ_{Pa} und des Compton-Effektes μ_{Co} zusammen. Für die Intensität der Strahlung I , die durch eine Materie der Dicke d transmittiert ist, gilt mit der Intensität vor der Transmission I_0 :

$$I = I_0 e^{-\mu d}$$

Der Absorptionskoeffizient ist außerdem energieabhängig. Je kleiner die Energie des Photons / je größer seine Wellenlänge, desto größer der Absorptionskoeffizient. Im Bereich der Röntgenstrahlung $E \approx 1 - 100 \text{ keV}$ sind die beiden anderen Absorptionskoeffizienten zu vernachlässigen, sodass ca. für den Gesamtabsorptionskoeffizienten gilt: $\mu \approx \mu_{\text{Co}}$.

2.3 Bragg-Reflexion

Die Bragg-Bedingung besagt bei welchem Winkel α es zu einer konstruktiven Interferenz von Wellen bei einer Streuung an einem Gitter kommt. Treffen Photonen auf einen Kristall, also auf ein Gitter aus Atomen, wird ein kleiner Teil der Photonen an den Gitterebenen gebeugt. Doch diese Reflexion ist nur dann nennenswert, wenn die einzelnen reflektierten Anteile aus den verschiedenen Gitterebenen konstruktiv interferieren. Es muss deshalb für die Wellenlänge λ , den Netzebenenabstand d , die Glanzwinkel α und die Ordnung des Maximums der konstruktiven Interferenz n die Bragg-Bedingung gelten:

$$n\lambda = 2d \sin \alpha \quad (2)$$

2.4 Totzeitkorrektur

Die Totzeit ist die Zeit, in der ein Gerät nach Registrierung eines Teilchens keine weiteren Teilchen registrieren kann. Wenn also ein zweites Teilchen in den Apparat fliegt bevor die Totzeit abgeklungen ist, werden die zwei Teilchen als Eins gezählt. Es gibt zwei verschiedene Arten von Totzeit, die nicht verlängerbare und die verlängerbare Totzeit. Beim Geiger-Müller-Zählrohr geht es um die

nicht verlängerbare Totzeit. Dabei fängt eine nächste Totzeit nur an, wenn die vorherige Totzeit zuende gegangen ist.

Für zur Totzeit vergleichsweise hochfrequente Ereignisse gilt, dass der Anteil der der Gesamtzeit an der Messdauer dem Anteil der durch die Totzeit verlorenen Ereignisse entspricht

$$\frac{n^* - n}{n} = \frac{N\tau}{T} \quad \Rightarrow \quad 1 - \frac{n}{n^*} = \frac{N\tau}{\frac{N}{n}} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \quad n^* = \frac{n}{1 - n\tau} \quad (4)$$

mit der Messrate n , der tatsächlichen Messrate n^* , der Totzeit τ , der Anzahl der gemessenen Ereignisse N und der Messdauer $T = N/n$.

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufnahme des Emissionsspektrum der Kupfer-Anode

Hierbei wird eine 2mm-Blende verwendet um die Röntgenstrahlung, die aus der Kupferanode austritt zu fokussieren. Die Röntgenstrahlung trifft auf einen LiF-Kristall hinter dem ein Geiger-Müller-Zählrohr angebracht ist. Dieser Kristall und das Zählrohr werden nach jeder Messung, welche 5 bis 10 Sekunden dauert, in 0.2° Schritten gedreht.

3.2 Aufnahme der Transmissionkurve

Für diese Messung wird der LiF-Kristall in einem Winkelbereich von 7° bis 10° in 0.1° Schritten gedreht. Die Integrationszeit der Messungen beträgt 100 Sekunden. Es werden zwei Messreihen aufgenommen, einmal die Zählraten ohne Absorber n_0 und einmal die Zählraten mit einem Aluminium-Absorber vor der 2mm-Blende n_{Al} .

3.3 Messungen der durch Compton-Streuung ausgelösten Röntgenquanten

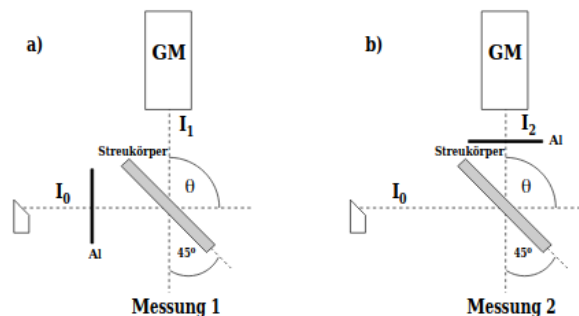


Abbildung 2: Aufbau des Versuchs zur Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Die 2mm-Blende wird durch eine 5mm-Blende und der LiF-Kristall wird durch einen Plexiglas-Streuer ersetzt. Der Streuer wird auf 45° und das Geiger-Müller-Zählrohr wird auf 90° ausgerichtet wie es in Abbildung 2 zu sehen ist. Jetzt wird die Intensität ohne Absorber I_0 , die Intensität mit dem Aluminium-Absorber zwischen Blende und Streuer I_1 und die Intensität mit dem Aluminium-Absorber zwischen Streuer und Zählrohr I_2 gemessen.

4 Auswertung

4.1 Emissionsspektrum der Kupfer-Anode

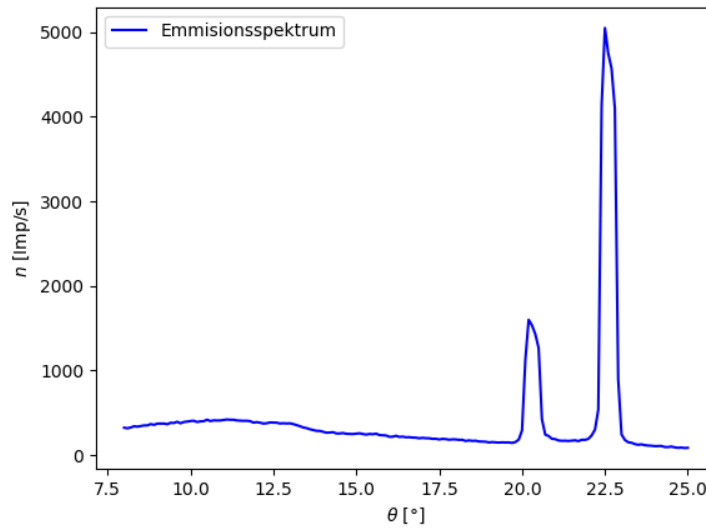


Abbildung 3: Röntgenspektrum der Kupferanode aus der Tabelle 1

Die K_α -Linie und die K_β -Linie sind in Abbildung 3 deutlich zu erkennen. Es lassen sich ca. die Werte $\theta_\alpha = 22.5$ und $\theta_\beta = 20.3$ für die Winkel der Peaks bestimmen. Somit gilt mit Gleichung 2 und mit $E = hc/\lambda$ für die Energiewerte $E_\alpha = (8.043 \pm 34)$ eV und $E_\beta = (8.872 \pm 42)$ eV für die K_α -Linie und die K_β -Linie.

Mit den wahren Energiewerten $E_{\alpha,\text{wahr}} = 8.038$ eV und $E_{\beta,\text{wahr}} = 8.905$ eV [2] ergeben sich relative Abweichungen von $a_\alpha = 0,067\%$ und $a_\beta = 0,37\%$.

4.2 Transmissionskurve

Die Winkel aus Tabelle 2 werden gemäß der Bragg-Gleichung in Gleichung 2 in die zugehörigen Wellenlängen umgewandelt. Die Zählraten n_0 und n_{Al} werden nach Gleichung 4 korrigiert. Aus den korrigierten Zählraten n_0^* und n_{Al}^* wird mit $T = n_{\text{Al}}^*/n_0^*$ die Transmission berechnet und gegen die Wellenlänge aufgetragen. Die Messunsicherheiten zu den Zählraten werden mit \sqrt{n} berechnet. Die daraus

folgenden Fehler der Transmissionwerte werden gemäß der Fehlerfortpflanzung berechnet

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{k=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_k} \cdot \Delta x_k \right)^2}$$

und sind in Tabelle 2 einzusehen.

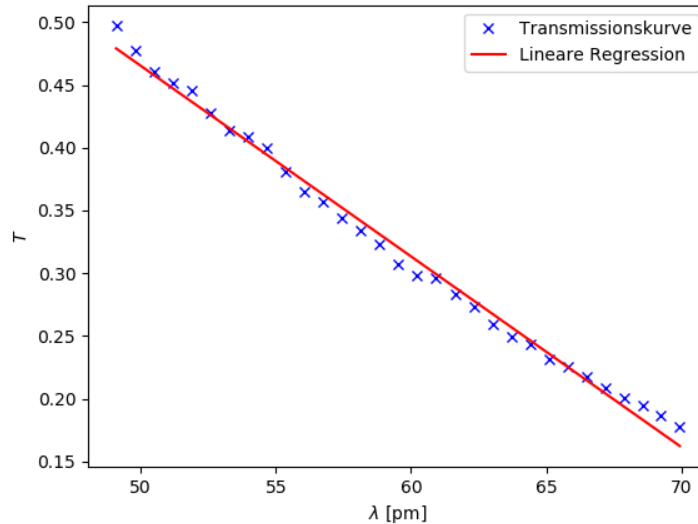


Abbildung 4: Der Graph zeigt die Transmission der Strahlung gegen ihre Wellenlänge aufgetragen. Es wird auch eine Regressionsparabel zu den Punkten angezeigt.

Die Regressiongerade hat die Form:

$$f(x) = ax + b$$

mit den Parameter:

$$a = (1,52 \pm 0,02) \cdot 10^{-2}$$

$$b = (1,23 \pm 0,014)$$

4.3 Bestimmung der Compton-Wellenlänge

Mit den Werten aus den Messungen gemäß Abschnitt 3.3 wird die Transmission für die noch nicht gestreute Röntgenstrahlung $T_1 = I_2/I_0$ und die Transmission für die gestreute Röntgenstrahlung $T_1 = I_2/I_0$ bestimmt.

$$I_0 = 2731 \quad \text{Impulse}$$

$$I_1 = 1180 \quad \text{Impulse}$$

$$I_2 = 1024 \quad \text{Impulse}$$

Es ergeben sich die Werte:

$$T_1 = 0,4321$$

$$T_2 = 0,3750$$

Die Werte für die Wellenlängen λ_1 und λ_2 werden aus der Regressionsparabel für die Transmissionskurve bestimmt.

$$\lambda_1 = (52,2 \pm 1.2) \text{ pm}$$

$$\lambda_2 = (55,9 \pm 1.3) \text{ pm}$$

Da das Geiger-Müller-Zählrohr im 90° -Winkel aufgestellt ist, gilt für die Compton-Wellenlänge nach Abbildung 1:

$$\lambda_C = \lambda_2 - \lambda_1 = (3,76 \pm 0.06) \text{ pm}$$

Mit der Compton-Wellenlänge eines Elektron aus der Literatur $\lambda_{C,\text{wahr}} = 2,4263 \text{ pm}$ [3] entsteht eine relative Abweichung von ca. 35,5%.

5 Diskussion

Bei geringeren Zählraten ist keine Totzeitkorrektur nötig, da sie das Ergebnis nicht mehr korregieren, sondern verfälschen würde. Ist die Totzeitdauer im Vergleich zur durchschnittlichen Dauer bis ein Ereignis eintritt sehr klein, so würde ein Ereignis nur mit einer sehr kleinen Wahrscheinlichkeit in der Totzeit landen. Damit würde man mit der Totzeitkorrektur die Zählrate niedriger schätzen als sie eigentlich ist.

Es gibt den systematischen Fehler, dass auch am Aluminium-Absorber der Compton-Effekt auftreten und ins Zählrohr gelangen kann.

Dies kann der Grund für die nichtzuvernachlässigbare Abweichung der Compton-Wellenlänge vom Literaturwert sein. Außerdem ist die Transmissionskurve nicht ganz gerade und hat einen kleinen Knick, welcher die lineare Regression nicht so nah an die, zur Bestimmung der Compton-Wellenlänge, abzulesenen Messwerte kommen lässt.

Die berechneten Energiewerte für die K_α -Linie und die K_β -Linie sind sehr nah an den Literaturwerten, da der Versuchsaufbau relativ einfach ist und dadurch weniger systematische Fehler passieren können.

6 Daten

Tabelle 1: Die Werte für den Winkel und die Zählraten für das Röntgenspektrum.

θ [°]	n [Imp/s]	θ [°]	n [Imp/s]	θ [°]	n [Imp/s]	θ [°]	n [Imp/s]
8.0	323.0	12.3	376.0	16.6	211.0	20.9	192.0
8.1	316.0	12.4	385.0	16.7	206.0	21.0	188.0
8.2	326.0	12.5	384.0	16.8	205.0	21.1	172.0
8.3	340.0	12.6	382.0	16.9	198.0	21.2	168.0
8.4	335.0	12.7	373.0	17.0	203.0	21.3	169.0
8.5	343.0	12.8	376.0	17.1	199.0	21.4	166.0
8.6	350.0	12.9	373.0	17.2	198.0	21.5	170.0
8.7	350.0	13.0	375.0	17.3	191.0	21.6	174.0
8.8	366.0	13.1	366.0	17.4	192.0	21.7	164.0
8.9	357.0	13.2	354.0	17.5	184.0	21.8	180.0
9.0	371.0	13.3	341.0	17.6	191.0	21.9	179.0
9.1	371.0	13.4	326.0	17.7	188.0	22.0	191.0
9.2	372.0	13.5	318.0	17.8	181.0	22.1	232.0
9.3	364.0	13.6	305.0	17.9	185.0	22.2	300.0
9.4	381.0	13.7	296.0	18.0	184.0	22.3	536.0
9.5	379.0	13.8	286.0	18.1	179.0	22.4	4128.0
9.6	393.0	13.9	285.0	18.2	180.0	22.5	5050.0
9.7	375.0	14.0	274.0	18.3	166.0	22.6	4750.0
9.8	391.0	14.1	264.0	18.4	173.0	22.7	4571.0
9.9	395.0	14.2	266.0	18.5	167.0	22.8	4097.0
10.0	402.0	14.3	270.0	18.6	169.0	22.9	901.0
10.1	405.0	14.4	255.0	18.7	160.0	23.0	244.0
10.2	390.0	14.5	255.0	18.8	159.0	23.1	179.0
10.3	398.0	14.6	260.0	18.9	157.0	23.2	151.0
10.4	400.0	14.7	251.0	19.0	149.0	23.3	145.0
10.5	418.0	14.8	250.0	19.1	153.0	23.4	130.0
10.6	401.0	14.9	248.0	19.2	150.0	23.5	121.0
10.7	410.0	15.0	253.0	19.3	147.0	23.6	126.0
10.8	408.0	15.1	257.0	19.4	150.0	23.7	117.0
10.9	409.0	15.2	248.0	19.5	148.0	23.8	112.0
11.0	414.0	15.3	242.0	19.6	149.0	23.9	110.0
11.1	420.0	15.4	249.0	19.7	143.0	24.0	105.0
11.2	417.0	15.5	246.0	19.8	153.0	24.1	106.0
11.3	417.0	15.6	252.0	19.9	182.0	24.2	107.0
11.4	409.0	15.7	236.0	20.0	291.0	24.3	95.0
11.5	406.0	15.8	234.0	20.1	1127.0	24.4	94.0
11.6	404.0	15.9	231.0	20.2	1599.0	24.5	100.0
11.7	405.0	16.0	215.0	20.3	1533.0	24.6	91.0
11.8	400.0	16.1	217.0	20.4	1430.0	24.7	85.0
11.9	383.0	16.2	227.0	20.5	1267.0	24.8	88.0
12.0	389.0	16.3	214.0	20.6	425.0	24.9	83.0
12.1	382.0	16.4	217.0	20.7	241.0	25.0	85.0
12.2	372.0	16.5	210.0	20.8	225.0		

Tabelle 2: Hier sind die Werte der Winkel, die zugehörigen Zählraten, die korregierten Zählraten die Transmission und ihre Messunsicherheiten aufgezählt.

θ [°]	n_0 [Imp/s]	n_{Al} [Imp/s]	n_0^* [Imp/s]	n_{Al}^* [Imp/s]	Δn_0^*	Δn_{Al}^*	T	ΔT
7.0	226.0	113.5	230.6	114.6	15.1	10.7	0.49	0.05
7.1	232.0	112.0	236.9	113.1	15.3	10.6	0.47	0.05
7.2	240.5	112.0	245.8	113.1	15.6	10.6	0.46	0.05
7.3	248.0	113.5	253.6	114.6	15.9	10.7	0.45	0.05
7.4	255.0	115.0	260.9	116.2	16.1	10.7	0.44	0.04
7.5	262.0	113.5	268.3	114.6	16.3	10.7	0.42	0.04
7.6	269.0	113.0	275.6	114.1	16.6	10.6	0.41	0.04
7.7	276.0	114.5	283.0	115.6	16.8	10.7	0.40	0.04
7.8	281.0	114.0	288.2	115.1	16.9	10.7	0.39	0.04
7.9	289.5	112.0	297.2	113.1	17.2	10.6	0.38	0.04
8.0	295.0	109.5	303.0	110.5	17.4	10.5	0.36	0.04
8.1	300.0	109.0	308.3	110.0	17.5	10.4	0.35	0.03
8.2	308.5	108.0	317.3	109.0	17.8	10.4	0.34	0.03
8.3	311.0	106.0	319.9	107.0	17.8	10.3	0.33	0.03
8.4	317.0	104.5	326.3	105.4	18.0	10.2	0.32	0.03
8.5	324.0	101.5	333.7	102.4	18.2	10.1	0.30	0.03
8.6	328.5	100.0	338.5	100.9	18.3	10.0	0.29	0.03
8.7	332.5	100.5	342.7	101.4	18.5	10.0	0.29	0.03
8.8	337.0	97.5	347.5	98.3	18.6	9.9	0.28	0.03
8.9	340.5	95.0	351.2	95.8	18.7	9.7	0.27	0.03
9.0	348.0	92.5	359.2	93.2	18.9	9.6	0.25	0.03
9.1	350.0	89.5	361.3	90.2	19.0	9.4	0.24	0.02
9.2	353.0	88.0	364.5	88.7	19.0	9.4	0.24	0.02
9.3	356.5	84.5	368.3	85.1	19.1	9.2	0.23	0.02
9.4	359.0	83.0	370.9	83.6	19.2	9.1	0.22	0.02
9.5	363.5	81.0	375.7	81.5	19.3	9.0	0.21	0.02
9.6	367.0	78.5	379.5	79.0	19.4	8.8	0.20	0.02
9.7	369.0	76.0	381.6	76.5	19.5	8.7	0.20	0.02
9.8	370.5	74.0	383.2	74.4	19.5	8.6	0.19	0.02
9.9	375.0	72.0	388.0	72.4	19.7	8.5	0.18	0.02
10.0	375.5	68.5	388.6	68.9	19.7	8.3	0.17	0.02

7 Literaturverzeichnis

- [1] *Versuchsanleitung V603 - Compton-Effekt*. TU Dortmund, 2020
- [2] Physical Measurement Laboratory: *X-Ray Transition Energies Database* 10. Mai 2020 <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html>
- [3] The NIST Reference on Constants, Units and Uncertainty: *Fundamental Physical Constants* 10. Mai 2020 https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?ecomwl|search_for=atomnuc!