

1. Legyen $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

- a) Határozza meg az A mátrix determinánsát!
b) Milyen egyéb mátrixtulajdonságokra következtethetünk a determináns értékéből a fenti mátrix esetén?

4 pont

2. Tekintsünk egy három ágazatból felépülő gazdaságot. Az I. ágazat által termelt jószág egységnyi mennyiségének előállításához 0,2 egység I. ágazatbeli, 0,5 egység II. ágazatbeli és 0,3 egység III. ágazatbeli termékre van szükség. A II. ágazat által előállított jószág egységnyi mennyiségéhez 0,2 egység szükséges mindhárom ágazat termékéből. A III. ágazat termékének egységnyi mennyiségéhez az egyes ágazatok termékeiből rendre 0,4, 0,3 és 0,2 egység szükséges. A termékek iránti végső kereslet 80, 120 és 75 egység.

- a) Írja fel a gazdaság Leontieff-modelljét és rendezze azt!
b) Mit jelentenek a modellben szereplő ismeretlenek és mit fejeznek ki a felírt egyenletek?

6 pont

3. Tekintsük a következő lineáris egyenletrendszert!

$$\begin{array}{rrcrcl} x_1 & + & & + & 2x_3 & = & 1 \\ 3x_1 & - & x_2 & + & 5x_3 & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & 2 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & 6x_3 & = & 5 \end{array}$$

- a) Oldja meg az egyenletrendszert a Gauss-módszer alkalmazásával!
b) Oldja meg az egyenletrendszert bázistranszformáció alkalmazásával!
c) Írja fel a fenti egyenletrendszer homogén párját és azt is oldja meg Gauss-módszerrel és bázistranszformáció alkalmazásával is!

15 pont