

1. Legyen $\underline{a} = (2, 1, -4, 3)$, $\underline{b} = (1, -5, 2, 0)$, $\underline{c} = (3, 7, -10, 6)$,
 $\underline{d} = (5, -14, 2, 3)$. $A := \{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}\}$
Bázistranszformációt alkalmazva válaszoljon az alábbi kérdésekre! (Indoklás!)
- a) Mennyi az A vektorhalmaz rangja?
b) Van-e az A vektorhalmaznak két vektorból álló lineárisan összefüggő részhalmaza?
c) Adjon meg egy olyan $\underline{v} \neq \underline{0}$ vektort, amelyet az A vektorhalmazhoz csatolva nem növeli meg annak rangját! (6 pont)

2. Legyen $\underline{a} = (3, 4)$, $\underline{b} = (0, -1)$.
Ellenőrizze a Cauchy-Schwarz egyenlőtlenséget az \underline{a} és \underline{b} vektorokra! (3 pont)

3. Egy S sík egyenlete: $3x_1 + x_2 - 4x_3 = 8$.
a) Adja meg a sík egy pontját és egy normálvektorát!
b) Írja fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, amely merőleges a fenti síkra és áthalad az $\underline{a} = (2, 0, -5)$ ponton! (3 pont)

4. $A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$, $B := \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, $C := \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $D := \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Melyik létezik az alábbi mátrixok közül? Amelyik létezik, azt számítsa ki!

$$A \cdot (2B + C^T), \quad B^T \cdot A \cdot D^T, \quad D^T \cdot D, \quad B^T \cdot C \cdot D^T \quad (6 \text{ pont})$$

5. Egy vállalat az év első négy hónapjában 3-féle termékből az alábbi mennyiségeket gyártja:

	1. termék	2. termék	3. termék
Január	24	32	18
Február	30	34	22
Március	35	40	34
Április	28	36	40

Az egyes termékek eladási árait tartalmazó árvektor: $\underline{p} = (100, 200, 150)^T$.

Legyen A a táblázat adataiból nyert mátrix.

- a) Számítsa ki és értelmezze az alábbi kifejezéseket!

$$\mathbf{1}^T \cdot A \cdot \underline{e}_2, \quad A \cdot \underline{e}_1, \quad \underline{e}_3^T \cdot A \cdot \underline{p}.$$

- b) Írja fel azokat a kifejezéseket, amelyek megadják, hogy

- mennyi az egyes hónapokban a vállalat árbevétele:
- mennyi az egyes termékekből a négy hónap alatt gyártott összes mennyiség.

(7 pont)