

## Gyakorló feladatsor az 1. zh-hoz

### 1. feladat:

Legyen  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{a, b, c\}$ . Tekintsük a

$$\rho = \{(1, a), (2, c), (4, c), (5, b)\} \subseteq A \times B \text{ megfeleltetést!}$$

- Ábrázolja a  $\rho$  megfeleltetést nyíldiagramon!
- Adja meg a  $\rho$  megfeleltetés indulási halmazát, érkezési halmazát, értelmezési tartományát, értékkészletét!
- Döntse el, hogy a  $\rho$  megfeleltetés *leképezés-e*, illetve *reláció-e*! Válaszát indokolja!

### 2. feladat:

Legyen  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Tekintsük a

$$\rho = \{(1, 3), (2, 2), (4, 1), (5, 1), (3, 2)\} \subseteq A \times A \text{ megfeleltetést!}$$

- Ábrázolja a  $\rho$  megfeleltetést nyíldiagramon!
- Adja meg a  $\rho$  megfeleltetés indulási halmazát, érkezési halmazát, értelmezési tartományát, értékkészletét!
- Döntse el, hogy a  $\rho$  megfeleltetés *leképezés-e*, illetve *reláció-e*! Válaszát indokolja!

### 3. feladat:

Tekintsük az alábbi leképezéseket!

$$f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad x \mapsto 2^x$$

$$f_2: [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1], \quad x \mapsto \sin x$$

$$f_3: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1], \quad x \mapsto \cos x$$

$$f_4: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x|$$

$$f_5: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^4$$

$$f_6: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^3$$

$$f_7: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+, \quad x \mapsto x^4$$

- Ábrázolja a fenti leképezéseket!
- Melyik *injektív*, *szürjektív*, illetve *bijektív*? Válaszát indokolja!

### 4. feladat:

Az alábbi  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényekre adja meg az  $f \circ g$  és  $g \circ f$  összetett függvényeket!

- $f(x) = \sin x$ ,  $g(x) = x^3 + 5$
- $f(x) = x^5$ ,  $g(x) = 2x - 3$
- $f(x) = \frac{1}{x+1}$ ,  $g(x) = x^4$
- $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = \cos x$
- $f(x) = 2^x$ ,  $g(x) = x + 6$

5. **feladat:**

Keressen olyan  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  és  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényeket, hogy  $h = f \circ g$  teljesüljön!

a)  $h(x) = \sin(5x+1)$

b)  $h(x) = \lg(x^2 + 3)$

c)  $h(x) = \cos^3 2x$

d)  $h(x) = \sqrt{3x-2}$

e)  $h(x) = \sin \sqrt{x}$

6. **feladat:**

$$\rho_1 = \{(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : m \text{ osztója } n\text{-nek}\}$$

$$\rho_2 = \{(e, f) \in X \times X : e \text{ párhuzamos } f\text{-fel}\}, \text{ ahol } X \text{ egy sík egyeneseinek halmaza}$$

$$\rho_3 = \{(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : m \geq n\}$$

$$\rho_4 = \{(a, b) \in X \times X : a \text{ anyja } b\text{-nek}\}, \text{ ahol } X \text{ Magyarország lakosainak halmaza}$$

$$\rho_5 = \{(a, b) \in X \times X : a \text{ és } b \text{ ugyanabban az évben született}\}, \text{ ahol } X \text{ Magyarország lakosainak halmaza}$$

$$\rho_6 = \{(P, Q) \in X \times X : P \text{ távolsága az origótól ugyanakkora, mint } Q \text{ távolsága az origótól}\}, \text{ ahol } X \text{ a sík pontjainak halmaza}$$

Döntse el, hogy a fenti relációkra melyik tulajdonság teljesül: *reflexív, szimmetrikus, antiszimmetrikus, tranzitív, dichotom*.

Van-e a relációk között *részbenrendezés, rendezés, ekvivalenciareláció*?