MA1143v **A. csoport** **Név:…………………………..**

2007. december 4. **Gyak.vez:…………………….**

Gyak. kódja:…………………

Neptun kód:………………….

1. Tekintsük az alábbi mátrixot!

$$A=\begin{bmatrix} -3 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

a, Invertálható-e az A mátrix? Ha igen, akkor bázistranszformációval határozza meg az inverzét! Ellenőrizze számításait!
b, Milyen egyéb mátrixtulajdonságokra következtethetünk a kapott eredményből?
(6 pont)

2. Legyen $A=[\underline{a}_1 \ \underline{a}_2 \ \underline{a}_3]_{3x3}$ egy mátrix, $\underline{b} \in R^3$.
Az alábbi táblázatot ismerjük:

bázis	$\underline{a}_1$	$\underline{a}_2$	$\underline{a}_3$	$\underline{b}$
$\underline{a}_2$	0	1	2	-3
$\underline{e}_2$	0	0	x	y
$\underline{a}_1$	1	0	4	1

a, Milyen számok írhatóak a táblázatba x és y helyére, hogy
- az $A\cdot\underline{x} = \underline{b}$ lineáris egyenletrendszernek ne legyen megoldása;
- az $A\cdot\underline{x} = \underline{b}$ lineáris egyenletrendszernek pontosan egy megoldásvektora legyen;
- az $A\cdot\underline{x} = \underline{b}$ lineáris egyenletrendszernek végtelen sok megoldásvektora legyen!

b, Legyen $x = y = 0$. Adja meg az egyenletrendszer megoldáshalmazát! (6 pont)

3.

$$A=\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 2 \\ 0 & 5 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}, \qquad C=\begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Adja meg azon lineáris leképezések típusát és hozzárendelési szabályát, amelyeknek a mátrixa A, B, illetve C.
(4 pont)

4. Tekintsük az alábbi lineáris transzformációkat:

$\mathcal{A} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1,x_2) \mapsto (x_1+3x_2 \, , \, 2x_1+6x_2),$

$\mathcal{B} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1,x_2) \mapsto (x_1+2x_2 \, , \, 3x_1+x_2).$

a, Írja fel a fenti lineáris transzformációk mátrixát!

b, Adja meg a fenti lineáris transzformációk determinánsát! Melyik injektív?

c, Adja meg a fenti lineáris transzformációk magterét!

d, Legyen $\underline{b} = (5 , 5)$. Igaz-e, hogy $\underline{b} \in \mathrm{im}(\mathcal{A})$. illetve $\underline{b} \in \mathrm{im}(\mathcal{B})$? Ha igen, akkor adja meg azon $\underline{x}$ vektorokat, amelyekre $\mathcal{A}(\underline{x}) = \underline{b}$, illetve $\mathcal{B}(\underline{x}) = \underline{b}$ teljesül!

(9 pont)

MA1143v **B. csoport** **Név:…………………………..**
2007. december 4. **Gyak.vez:…………………….**
Gyak. kódja:…………………
Neptun kód:………………….

1. a, Tekintsük az alábbi mátrixot!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix},$$

Határozza meg az A mátrix determinánsát! Milyen egyéb mátrixtulajdonságokra lehet a determináns kiszámolt értékéből következtetni?
b, Legyen $\underline{a}$ = (2, 0, 3), $\underline{b}$ = (-2, 5, 1) .Határozza meg az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektoriális szorzatát!
(6 pont)

2. Oldja meg bázistranszformáció alkalmazásával az alábbi lineáris egyenletrendszert!

$$\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & = & 5 \\ & & 2x_2 & + & 2x_3 & + & 2x_4 & = & 4 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & 7x_3 & + & x_4 & = & 8 \end{array}$$

Adja meg a fenti egyenletrendszer homogén párjának a megoldáshalmazát! (7 pont)

3.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 5 \\ 1 & 4 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -6 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Adja meg azon lineáris leképezések típusát és hozzárendelési szabályát, amelyeknek a mátrixa A, B, illetve C.
(4 pont)

4. Tekintsük az alábbi lineáris transzformációkat:

$\mathcal{A} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2) \mapsto (2x_1 + 3x_2, 4x_1 + 6x_2),$
$\mathcal{B} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2) \mapsto (x_1 + 5x_2, -2x_1 + 3x_2).$

a, Írja fel a fenti lineáris transzformációk mátrixát!

b, Injektívek-e a fenti lineáris transzformációk? Amelyik injektív, annak adja meg az inverzét (az inverz transzformáció típusát és hozzárendelési szabályát)! (8 pont)

MA1143v **C. csoport** **Név:…………………………..**
2007. december 4. **Gyak.vez:……………………..**
Gyak. kódja:…………………
Neptun kód:………………….

5. a, Tekintsük az alábbi mátrixot!

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

Határozza meg az A mátrix determinánsát! Milyen egyéb mátrixtulajdonságokra lehet a determináns kiszámolt értékéből következtetni?
b, Legyen $\underline{a}$ = (2, -1, 3), $\underline{b}$ = (0, 5, 1) .Határozza meg az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektoriális szorzatát!
(6 pont)

6. Oldja meg bázistranszformáció alkalmazásával az alábbi lineáris egyenletrendszert!

$$\begin{array}{ccccccccc} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & 5x_4 & = & 4 \\ x_1 & + & & & x_3 & + & 3x_4 & = & 2 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & = & 3 \end{array}$$

Adja meg a fenti egyenletrendszer homogén párjának a megoldáshalmazát! (7 pont)

7.

$$A=\begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \qquad C=\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Adja meg azon lineáris leképezések típusát és hozzárendelési szabályát, amelyeknek a mátrixa A, B, illetve C. (4 pont)

8. Tekintsük az alábbi lineáris leképezést!

$$\mathcal{A} : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto (x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 \;,\; x_1 - x_2 + 2x_4),$$

a, Írja fel a fenti lineáris leképezés mátrixát!
b, Határozza meg az $\mathcal{A}$ lineáris leképezés rangját!
c, Határozza meg az $\mathcal{A}$ lineáris leképezés magterét!
d, Legyen $\underline{b}$= (4,1). Igaz-e, hogy $\underline{b} \in \mathrm{im}(\mathcal{A})$? Ha igen, akkor adja meg azon $\underline{x}$ vektorok halmazát, amelyekre $\mathcal{A}(\underline{x}) = \underline{b}$! (8 pont)

MA1143v **D. csoport** **Név:…………………………..**
2007. december 4. **Gyak.vez:…………………….**
Gyak. kódja:…………………
Neptun kód:………………….

5. Tekintsük az alábbi mátrixokat!

$$A = \begin{bmatrix} 1 & c & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

a, Milyen legyen a $c \in R$ paraméter értéke, hogy az A mátrix invertálható legyen?
b, Adja meg a B mátrix adjungált mátrixát és inverz mátrixát! (6 pont)

6. Oldja meg bázistranszformáció alkalmazásával az alábbi lineáris egyenletrendszert!

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & & & 2x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & 4x_2 & + & 6x_3 & = & 5 \\ 2x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & = & 3 \\ -3x_1 & + & 2x_2 & - & 4x_3 & = & 1 \end{array}$$

Adja meg a fenti egyenletrendszer homogén párjának a megoldáshalmazát! (7 pont)

7.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 5 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}, \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 2 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

Adja meg azon lineáris leképezések típusát és hozzárendelési szabályát, amelyeknek a mátrixa *A*, *B*, illetve *C*. (4 pont)

8. Tekintsük az alábbi lineáris transzformációkat:

$\mathcal{A} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2) \mapsto (2x_1+3x_2, -x_1+4x_2),$
$\mathcal{B} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \quad (x_1, x_2) \mapsto (4x_1+6x_2, -2x_1-3x_2).$

a, Írja fel a fenti lineáris transzformációk mátrixát!

b, Injektívek-e a fenti lineáris transzformációk? Amelyik injektív, annak adja meg az inverzét (az inverz transzformáció típusát és hozzárendelési szabályát)! (8 pont)