

1. Legyen $\underline{a} = (-1, 2, 0, 3)$, $\underline{b} = (4, 2, 3, -1)$, $\underline{c} = (7, 6, 6, 1)$,
 $\underline{d} = (-3, 6, 0, 9)$. $A := \{\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}, \underline{d}\}$

Bázistranszformációt alkalmazva válaszoljon az alábbi kérdésekre! (Indoklás!)

- a) Mennyi az A vektorhalmaz rangja?
b) Van-e az A vektorhalmaznak két vektorból álló lineárisan összefüggő részhalmaza?
c) Adjon meg egy olyan \underline{v} vektort, amelyet az A vektorhalmazhoz csatolva megnöveli annak rangját! (6 pont)

2. Legyen $\underline{a} = (2, 0)$, $\underline{b} = (4, -3)$.
Ellenőrizze a Cauchy-Schwarz egyenlőtlenséget az \underline{a} és \underline{b} vektorokra! (3 pont)

3. Egy egyenes paraméteres egyenletrendszere:
$$\begin{aligned} x_1 &= 3 + 2t \\ x_2 &= -1 + 4t \\ x_3 &= 2 - 5t \end{aligned}$$

a, Adja meg az egyenes egy pontját és egy irányvektorát!
b, Írja fel annak a síknak az egyenletét, amely merőleges a fenti egyenesre és áthalad az $\underline{a} = (3, -1, 4)$ ponton! (3 pont)

4.

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B := \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad C := \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad D := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Melyek léteznek az alábbi mátrixok közül? Amelyik létezik, azt számítsa ki!

$$B \cdot (A^T + 3D), \quad D^T \cdot B \cdot C, \quad D^T \cdot A \cdot C, \quad C \cdot C^T \quad (6 \text{ pont})$$

5. Egy koncertre 3héten keresztül 4-féle kategóriában árultak jegyeket. Az alábbi táblázat az egyes heteken az egyes kategóriákban eladott jegyek számát tartalmazza:

| | 1. kategória | 2. kategória | 3. kategória | 4. kategória |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. hét | 150 | 100 | 70 | 50 |
| 2. hét | 200 | 120 | 100 | 80 |
| 3. hét | 180 | 80 | 120 | 100 |

Az egyes kategóriák jegyárait tartalmazza az alábbi árvektor (eFt-ban): $\underline{p} = (1, 1.5, 2, 3)^T$.

Legyen A a táblázat adataiból nyert mátrix.

- a, Számítsa ki és értelmezze az alábbi kifejezéseket!

$$1^T \cdot A, \quad A \cdot \underline{e}_2, \quad \underline{e}_1^T \cdot A \cdot \underline{p}.$$

- b, Írja fel azokat a kifejezéseket, amelyek megadják, hogy

- mennyi az egyes heteken az eladott összes jegyek száma;
- mennyi a 3 hét alatt a jegyek eladásából származó összes árbevétel? (7 pont)