CÁLCULO E SIMULAÇÃO DE RIPPLE

Autor: Daniel Agnoletto

Objetivo: pesquisa pessoal

No circuito abaixo, uma fonte V_{in} alimenta uma malha formada por um resistor série e uma carga R_L paralela a um capacitor C. Este circuito simula, de forma muito simplificada, o funcionamento de um circuito digital, onde chaves internas (mosfets) estão constantemente ligando e desligando com um período T dado pelo clock do circuito (ou por um múltiplo deste). Quando a chave S_1 está aberta, a carga R_L possui um valor R_{Lmin}, quando fechada, a carga é R_{Lmax}. O objetivo é calcular a variação na tensão V_{out} (ripple) dados os valores de V_{in}, R_1, R_{Lmin}, R_{Lmax}, C e o período do chaveamento T. Após o perfil do ripple ser obtido, uma análise espectral da corrente em R_1 será realizado para avaliar quais frequências compõe o sinal e estabelecer como os valores dos componentes do circuito influenciam na distribuição espectral. A partir disso, os valores de C e R_1 poderão ser calculados para que os picos de frequência sejam os menores possíveis. Os resultados desta analise são importantes uma vez que podem ajudar na solução de problemas relacionados a emissões eletromagnéticas (emc).

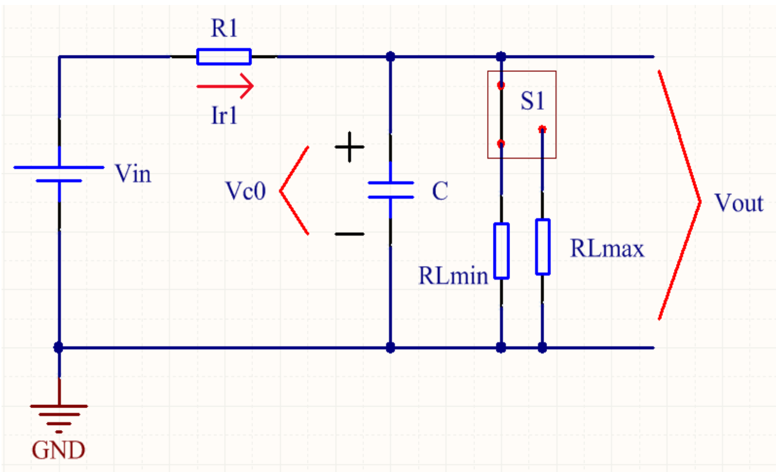

Figura 1: modelo simplificado de circuito digital

O circuito da Figura 1 foi baseado no modelo representado na Figura 2 abaixo. Podemos observar que a alimentação do uC foi realizada através de uma trilha de VCC (em vermelho) e um plano de GND (em azul). Além disso, o circuito possui um capacitor C em paralelo com os pinos de alimentação do circuito integrado. A trilha de VCC possui uma resistência ôhmica R_1 do cobre. Este modelo é incompleto, visto que a trilha também possui uma indutância associada. A título de simplicidade, as indutâncias não estão sendo consideradas nesta primeira análise. Note também que não estão sendo consideradas impedâncias no GND pois, por simplicidade, admite-se que a impedância no plano de terra é extremamente baixa para ter efeito significativo.

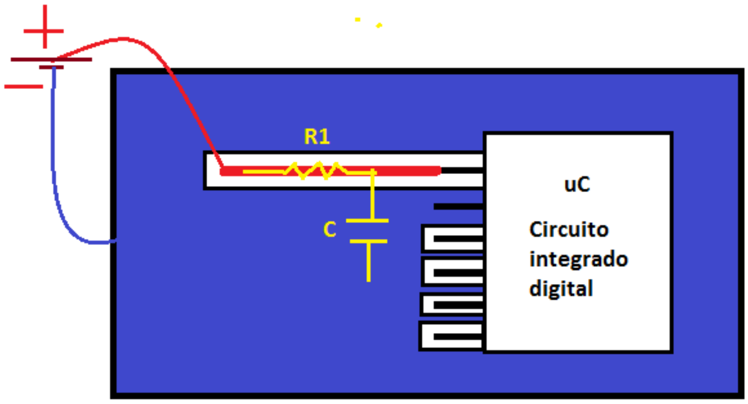

Figura 2: modelo simples de alimentação de circuito

Para encontrar a forma de onda da tensão V_{out} vamos retirar as equações para a chave S_1 aberta e fechada. Para isso, vamos derivar as equações genericamente com R_L e posteriormente substituir por R_{Lmin} e R_{Lmax}. Trabalhando no domínio da frequência e utilizando o teorema dos nós, temos a seguinte expressão para a corrente $I(s)$ do resistor R_1:

Equação 1) $\frac{V_{in}(s)-V_{out}(s)}{R_1} = I(s)$

O somatório das correntes na carga R_L e no capacitor C nos dá outra equação:

Equação 2) $\frac{V_{out}(s)-\left(\frac{V_{c0}}{s}\right)}{\frac{1}{j\varpi C}} + \frac{V_{out}(s)}{R_L} = I(s)$

Onde V_{c0} é a tensão inicial do capacitor.

$$\left(V_{out}(s) - \left(\frac{V_{c0}}{s}\right)\right)j\varpi C + \frac{V_{out}(s)}{R_L} = \frac{V_{in}(s)-V_{out}(s)}{R_1}$$
$$(V_{out}(s))j\varpi C - \left(\frac{V_{c0}}{s}\right)j\varpi C + \frac{V_{out}(s)}{R_L} + \frac{V_{out}(s)}{R_1} = \frac{V_{in}(s)}{R_1}$$
$$(V_{out}(s))j\varpi CR_1 - \left(\frac{V_{c0}}{s}\right)j\varpi CR_1 + \frac{R_1}{R_L}V_{out}(s) + V_{out}(s) = V_{in}(s)$$

Logo, a função de transferência do circuito é:

$$V_{out}(s) = \frac{(V_{in}(s)+V_{c0}CR_1)R_L}{R_1+R_L+sCR_1R_L}$$

Para uma fonte V_{in} constante:

$$V_{in}(s) = \frac{V_{in}}{s}$$

Neste caso a tensão V_{out} no domínio da frequência é:

$$V_{out}(s) = \frac{\left(\frac{V_{in}}{s}+V_{c0}CR_1\right)R_L}{R_1+R_L+sCR_1R_L}$$

A transformada inversa (função no domínio do tempo):

$$V_{out}(t) = \frac{V_{in}R_L}{R_1+R_L}\left(1 - e^{\frac{-t(R_1+R_L)}{CR_1R_L}}\right) + V_{c0}e^{\frac{-t(R_1+R_L)}{CR_1R_L}}$$

$$R_1 = 15$$
$$R_L = 10$$
$$C = 2$$
$$V_i = 5$$
$$V_0 = 3.8085$$
$$R_R = 100$$
$$v_o(t) = \frac{V_iR_L}{R_1+R_L}\left(1 - e^{\frac{-t(R_1+R_L)}{CR_1R_L}}\right) + \left(V_0e^{-\frac{t(R_1+R_L)}{CR_1R_L}}\right)$$
$$v_f(t) = \frac{V_iR_R}{R_1+R_R}\left(1 - e^{\frac{-t(R_1+R_R)}{CR_1R_R}}\right) + \left(V_0e^{-\frac{t(R_1+R_R)}{CR_1R_R}}\right)$$
$$v_o(5) = 1.8085e^{-\frac{5}{12}} + 2$$
$$v_f(50) = \frac{100}{23} - 3.6663e^{-\frac{23}{12}} = 3.8085$$
$$v_o(50) = 1.8085e^{-\frac{25}{6}} + 2 = 2.028$$
$$k_1 = \frac{R_L}{R_1+R_L} = \frac{(10)}{15+10} = \frac{2}{5}$$
$$k_2 = \frac{R_R}{R_1+R_R} = \frac{100}{15+100} = \frac{20}{23}$$
$$T_1 = \frac{(R_1+R_L)}{CR_1R_L} = \frac{(15+10)}{2(15)10} = \frac{1}{12}$$
$$T_2 = \frac{(R_1+R_R)}{CR_1R_R} = \frac{(15+100)}{2(15)100} = \frac{23}{600}$$
$$c(T) = \frac{5\left(\frac{2}{5}+\left(\frac{20}{23}-\frac{2}{5}\right)e^{-T\left(\frac{1}{12}\right)}-\frac{20}{23}e^{-T\left(\frac{1}{12}+\frac{23}{600}\right)}\right)}{\left(1-e^{-T\left(\frac{1}{12}+\frac{23}{600}\right)}\right)}$$
$$c(2) = -\frac{1}{e^{-\frac{73}{300}}-1}\left(\frac{54}{23}e^{-\frac{1}{6}} - \frac{100}{23}e^{-\frac{73}{300}} + 2\right) = V_{c1} = 2.6791$$
$$V_{c0} = 5\left(\frac{20}{23}\right) + \left(2.6791 - 5\left(\frac{20}{23}\right)\right)e^{-2\left(\frac{23}{600}\right)} = 2.8023$$
$$v_o(2) = 2\left(1 - e^{-\frac{1}{6}}\right) + \left(2.8023e^{\frac{-1}{6}}\right) = 2.6791$$
$$v_f(t) = \frac{(5)(100)}{15+100}\left(1 - e^{\frac{-2(15+100)}{2(15)(100)}}\right) + \left(2.6791e^{\frac{-2(15+100)}{2(15)(100)}}\right) = 2.8023$$