

Цели и задачи работы

Цель лабораторной работы

Рассматривать 2 случая ведения боевых действий по модели Ланчестера:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Задание к лабораторной работе

1. Изучать модель Ланчестера
2. Построить графики для обеих армий
3. Определить кто из них победитель

Процесс выполнения лабораторной работы

Теоретический материал

Будем рассматривать 2 случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$dx/dt = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$dy/dt = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$, $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t)$, $h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t)$, $Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам x и y в течение одного дня.

Теоретический материал

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$dx/dt = -ax(t) - by(t) + P(t)$$

$$dy/dt = -c x(t)y(t) - h y(t) + Q(t)$$

Условие задачи

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 88000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 99000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $x(t)$, $y(t)$ непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии x и армии y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$dx/dt = -0.45x(t) - 0.55y(t) + \sin(t + 15)$$

$$dy/dt = -0.58x(t) - 0.45y(t) + \cos(t + 3)$$

Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$dx/dt = -0.37x(t) - 0.67y(t) + \sin(7t) + 1$$

$$dy/dt = -0.57x(t)y(t) - 0.39y(t) + \cos(8t) + 1$$

2. РЕШЕНИЯ

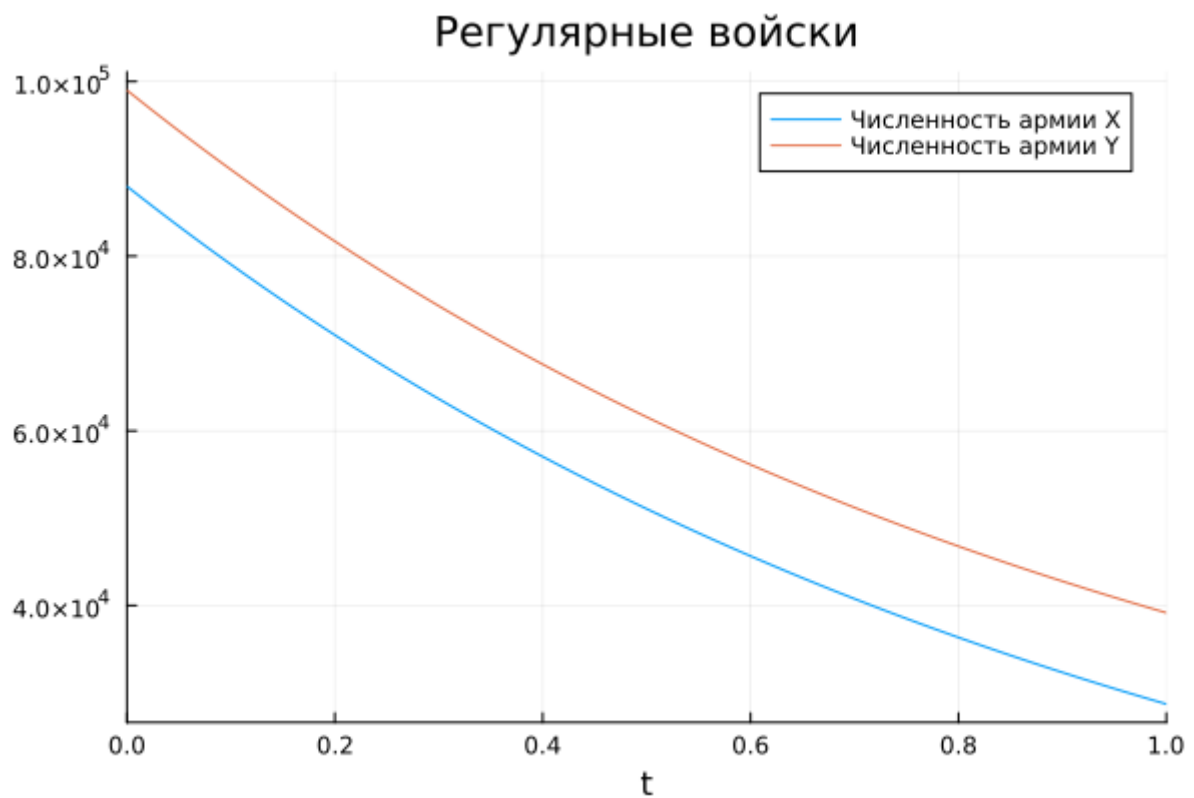


Рис.1 Боевые действия между регулярными войсками

По решению модели Ланчестера оказывается что армия Y - победитель.

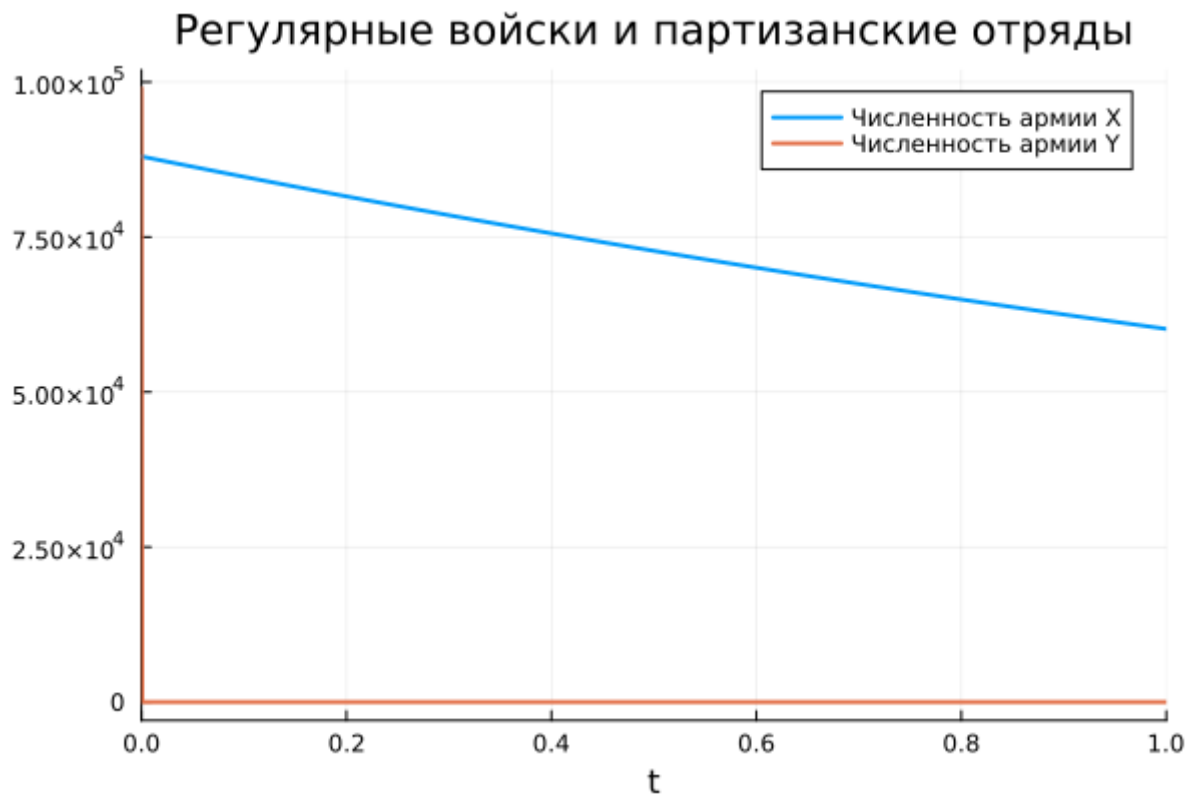


Рис.2 Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

По решению модели Ланчестера оказывается что армия X - победитель.

Выводы по проделанной работе

Вывод

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделями Ланчестера. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили графики $x(t)$ и $y(t)$ в рассматриваемых случаях.