Отчет по Лабораторной Работе №6

Модель Эпидемии

Озьяс Стев Икнэль Дани

Цель работы

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа — это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через **S(t)**. Вторая группа — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их **I(t)**. А третья группа, обозначающаяся через **R(t)** — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

Задание

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $\boldsymbol{I}(\mathbf{0}) \leq \boldsymbol{I}*$
2. если $\boldsymbol{I}(\mathbf{0}) > \boldsymbol{I}*$

Выполнение лабораторной работы

Теоретические сведения

До того, как число заболевших не превышает критического значения, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $\boldsymbol{I}(\boldsymbol{t}) > \boldsymbol{I}*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -aS, & \text{если } I(t) > I* \\ 0, & \text{если } I(t) \le I* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т. е.

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} aS - bI, & \text{если } I(t) > I* \\ -bI, & \text{если } I(t) \le I* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = -bI$$

📝 **Note:** Постоянные пропорциональности a, b, - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $N = 11300$ в момент начала эпидемии $t = 0$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 240$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 46$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \le I*$

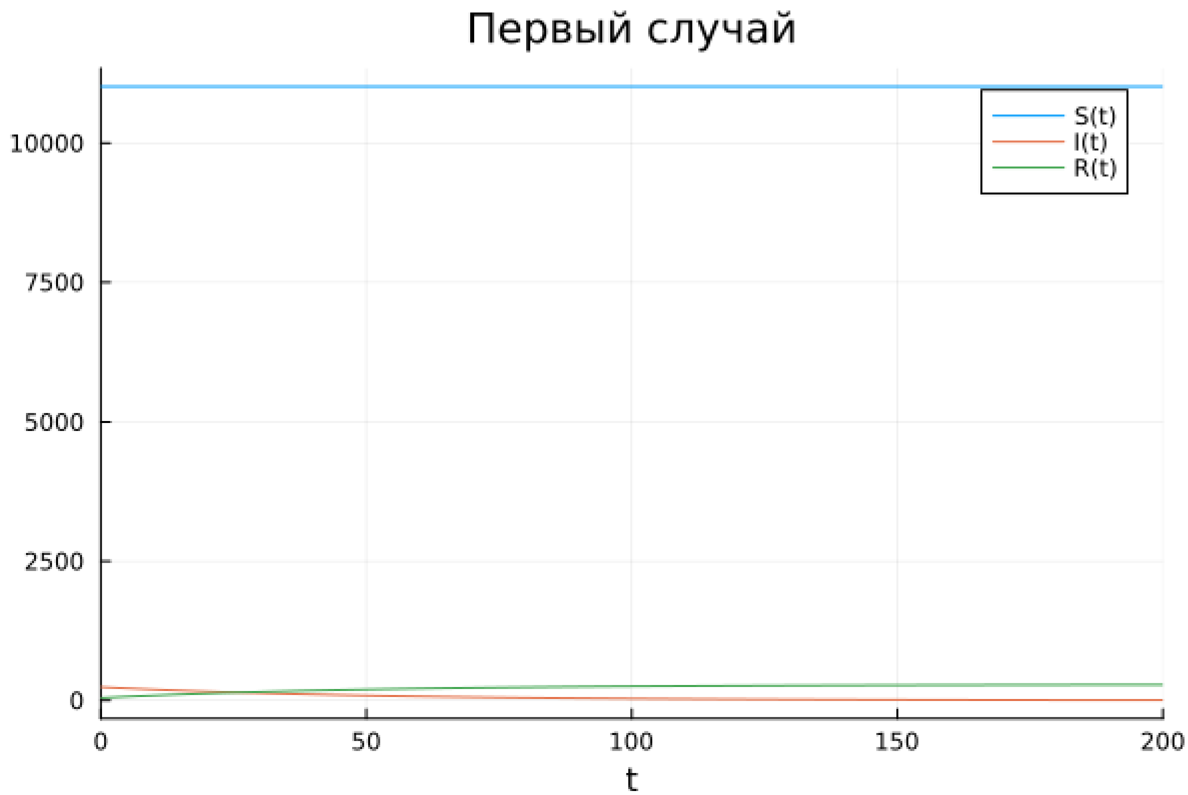

Рис1. Динамика изменения числа людей 1

2. если $\boldsymbol{I}(\mathbf{0}) > \boldsymbol{I}*$

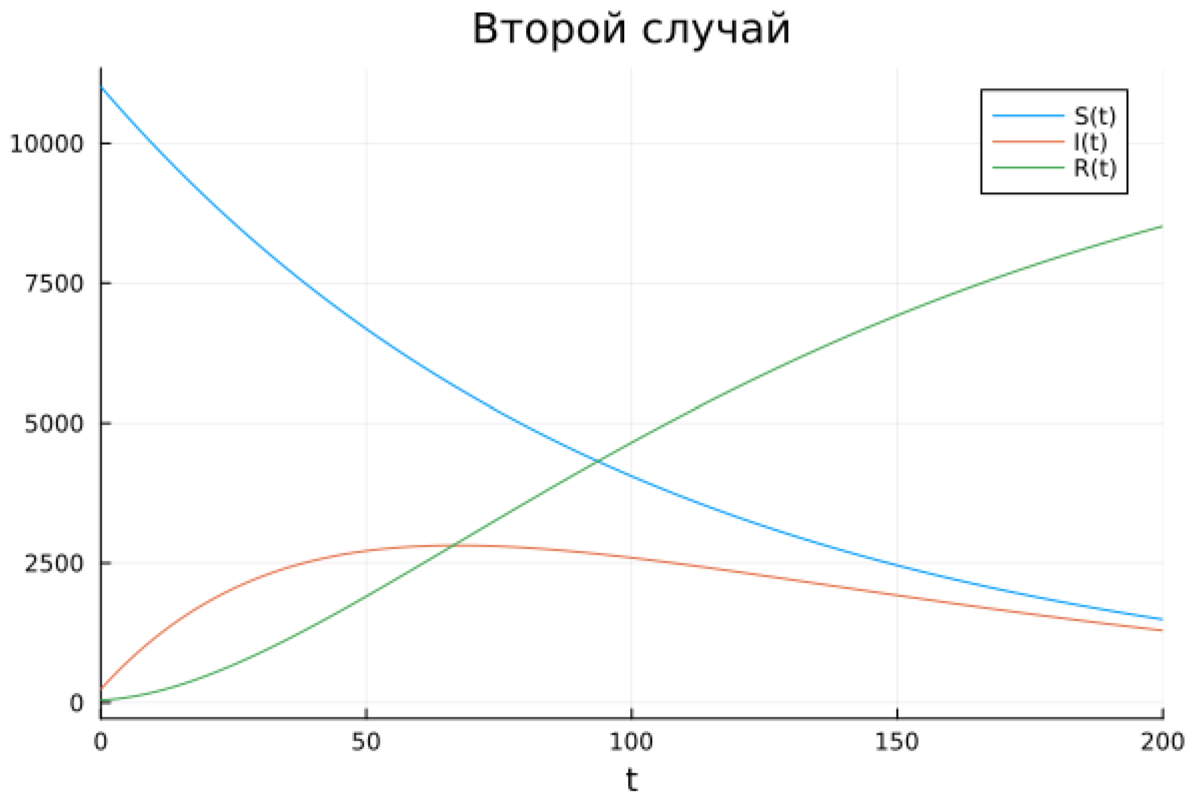

Рис2. Динамика изменения числа людей 2

Код программы (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.01; # коэффициент заболеваемости
b = 0.02; # коэффициент выздоровления
N = 11300; # общая численность популяции
I0 = 240; # количество инфицированных особей в начальный момент времени
R0 = 46; # количество здоровых особей с иммунитетом в начальныймомент времени
S0 = N - I0 - R0; # количество восприимчивых к болезни особей в начальный
момент времени

x0 = [S0;I0;R0]; #начальные значения
t = (0,200);

#ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ


# случай, когда I(0)<=I*
function F1(du, u, p, t)
    du[1] = 0;
    du[2] = - b*u[2];
    du[3] = b*u[2];
end

prob = ODEProblem(F1, x0, t)
```

```
sol = solve(prob)

plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], title="Первый случай")
savefig("image1.png")


#ВТОРОЙ СЛУЧАЙ
# случай, когда I(0)>I*
function F2(du, u, p, t)
    du[1] = - a*u[1] ;
    du[2] = a*u[1] - b*u[2];
    du[3] = b*u[2];
end

prob = ODEProblem(F2, x0, t)
sol = solve(prob)

plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], title="Второй случай")
savefig("image2.png")
```

Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделем эпидемии. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, показали динамику изменения числа людей в каждой из трех групп в каждом случае.

Список литературы

1. Модель эпидемии