Отчет по Лабораторной Работе №3

Модель Боевых Действий

Озьяс Стев Икнэль Дани

Цель работы

Рассматривать 2 случая ведения боевых действий по модели Ланчестера:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Задание

1. Изучать модель Ланчестера
2. Построить графики для обеих армий
3. Определить кто из них победитель

Выполнение лабораторной работы

Теоретические сведения

Будем рассматривать 2 случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);

3. скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$dx/dt = -a(t)\,x(t) - b(t)\,y(t) + \,P(t)$$

$$dy/dt = -c(t)\,x(t) - h(t)\,y(t) + \,Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)\,x(t)$ и $-h(t)\,y(t)$, члены $-b(t)\,y(t)$ и $-c(t)\,x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$, $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t)$, $h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции P(t), Q(t) учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Y в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$dx/dt = -ax(t) - by(t) + P(t)$$

$$dy/dt = -c\,x(t)y(t) - h\,y(t) + \,Q(t)$$

Задача

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 88000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 99000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты $a, b, c\,, h$ постоянны. Также считаем $x(t)$, $y(t)$ непрерывные функции Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$dx/dt = -0.45x(t) - 0.55y(t) + sin(t + 15)$$

$$dy/dt = -0.58x(t) - 0.45y(t) + cos(t + 3)$$

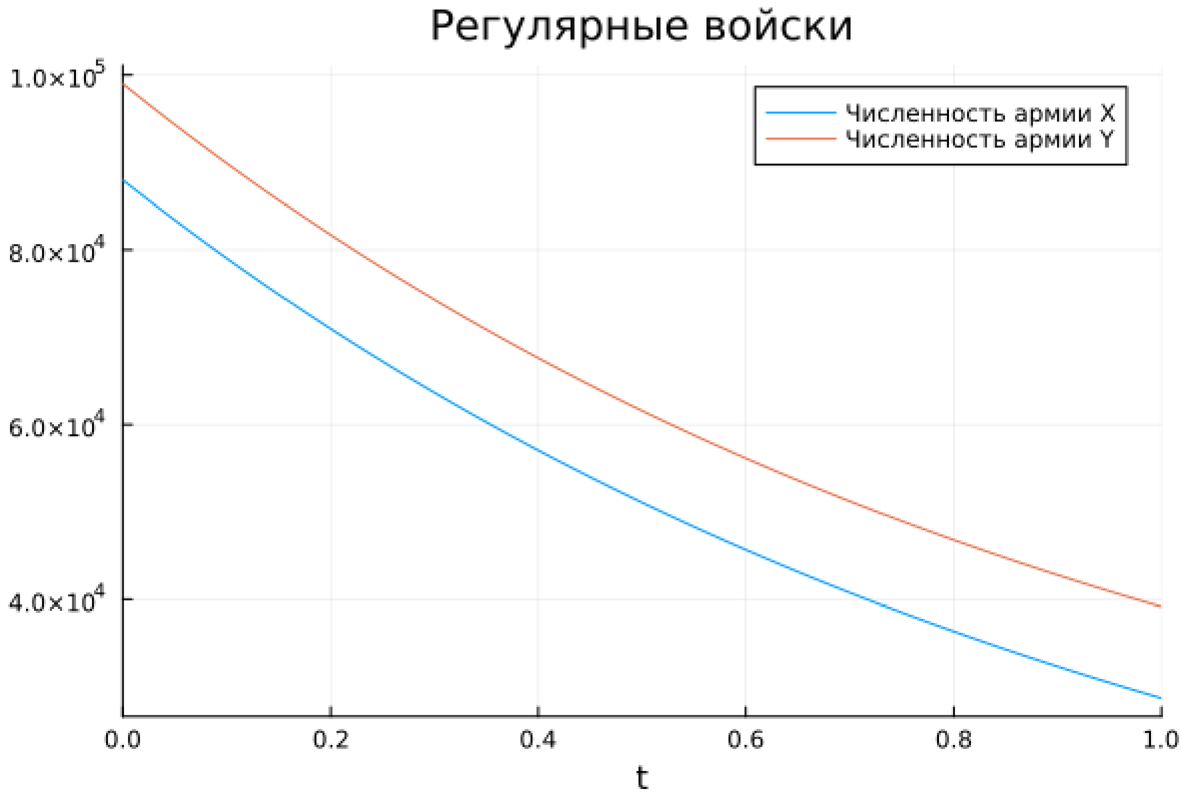

Рис.1 Боевые действия между регулярными войсками

По решению модели Ланчестера оказывается что армия Y - победитель.

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$dx/dt = -0.37x(t) - 0.67y(t) + sin(7t) + 1$$

$$dy/dt = -0.57x(t)y(t) - 0.39y(t) + cos(8t) + 1$$

Рис.2 Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

По решению модели Ланчестера оказывается что армия X - победитель.

Код программы (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations
using OrdinaryDiffEq


# начальные условия
x0 = 88000;   #численность первой армии
y0 = 99000;    #численность второй армии

t0 = 0;    #начальный момент времени
a = 0.45;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на
потери
b = 0.55;    #эффективность боевых действий армии y
c = 0.58;   #эффективность боевых действий армии x
h = 0.45;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на
потери

tmax = 1;   #предельный момент времени

t = (t0;tmax);

# ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ

function P(t)      #возможность подхода подкрепления к армии x
```

```
    p = sin(t + 15);
    return p;
end


function Q(t)      #возможность подхода подкрепления к армии y
    q = cos(t + 3);
    return q;
end


#Система дифференциальных уравнений
function f(du, u, p, t)
    du[1] = - a*u[1] - b*u[2] + P(t);       #изменение численности первой армии
    du[2] = - c*u[1] - h*u[2] + Q(t);       #изменение численности второй армии
end


v0 = [x0;y0];    #Вектор начальных условий

prob = ODEProblem(f, v0, t)
sol = solve(prob)


plot(sol, vars=(1), label = "Численность армии X", title = "Регулярные войски")
plot!(sol, vars=(2), label = "Численность армии Y")


a = 0.38;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери
b = 0.67;    #эффективность боевых действий армии y
c = 0.57;   #эффективность боевых действий армии x
h = 0.39;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на потери


# ВТОРОЙ СЛУЧАЙ

function P(t)      #возможность подхода подкрепления к армии x
    p = sin(7*t) + 1;
    return p;
end


function Q(t)      #возможность подхода подкрепления к армии y
    q = cos(8*t) + 1;
    return q;
end


#Система дифференциальных уравнений
function f(du, u, p, t)
    du[1] = - a*u[1] - b*u[2] + P(t);       #изменение численности первой армии
    du[2] = - c*u[1]*u[2] - h*u[2] + Q(t);       #изменение численности второй армии
end
```

```
v0 = [x0;y0];    #Вектор начальных условий

prob = ODEProblem(f, v0, t)
sol = solve(prob)


plot(sol, vars=(1), linewidth = 2, label = "Численность армии X", title =
"Регулярные войски и партизанские отряды")
plot!(sol, vars=(2), linewidth = 2, label = "Численность армии Y")
```

Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделями Ланчестера . Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили графики x(t) и y(t) в рассматриваемых случаях.

Список литературы

1. Законы Осипова — Ланчестера
2. Дифференциальные уравнения динамики боя
3. Элементарные модели боя