

# Отчет по Лабораторной Работе №2

## Задача о Погоне

Озьяс Стив Икнэль Дани

### Цель работы

Рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

### Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

### Выполнение лабораторной работы

Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $x_{л0} = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_{к0} = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_{л0}$  ( $\theta = x_{л0} = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через

время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $k - x$  (или  $k + x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x/v$  или  $k - x/2v$  (для второго случая  $k + x/2v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $x/v = k - x/2v$  - в первом случае,  $x/v = k + x/2v$  во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = k/n + 1, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = k/n - 1, \text{ при } \theta = -\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $vr$  - радиальная скорость и  $vt$  - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса  $vr = dr/dt$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v = dr/dt$ . Тангенциальная скорость - это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $d\theta/dt$  на радиус  $r$ ,  $vt = r d\theta/dt$ . Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи  $vt = \sqrt[2]{(nvr)^2 - v^2}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $vt = \sqrt[2]{(nvr)^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $vt = \sqrt[2]{(nvr)^2 - v^2}$ . Следовательно,  $vt = vr \sqrt[2]{n^2 - 1}$

$$\text{Тогда получаем } r d\theta/dt = vr \sqrt[2]{n^2 - 1}$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$v = dr/dt$$

$$r d\theta/dt = vr \sqrt[2]{n^2 - 1}$$

с начальными условиями

$$\theta = 0$$

$$x_1 = k/n + 1$$

Или

$$\theta = -\pi$$

$$x_1 = k/n - 1$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $dr/d\theta = r/\sqrt{n^2 - 1}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

## Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,7 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

## Код программы (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
n = 3.7
s = 11.7
fi = 3*(pi/4)
```

```
function f(r, p, t)
    dr = r/ sqrt(n^2 - 1)
    return dr
end
```

```
function f2(t)
    y = tan(fi)*t
    return y
end
```

```
r0 = s/(n + 1)
tetha = (0, 2*pi)
```

```

prob = ODEProblem(f, r0, tetha)
sol = solve(prob)

t = collect(LinRange(0, 15, 1500))

r1 = []
tetha1 = []

for i in t
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
end

plot(sol, proj=:polar, label= "Кареп")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label= "Лодка")

savefig("image1.png")

r0 = s/(n - 1)
tetha = (-pi, pi)

prob = ODEProblem(f, r0, tetha)
sol = solve(prob)

plot(sol, proj=:polar, label= "Кареп")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label= "Лодка")

savefig("image2.png")

```

## Решение

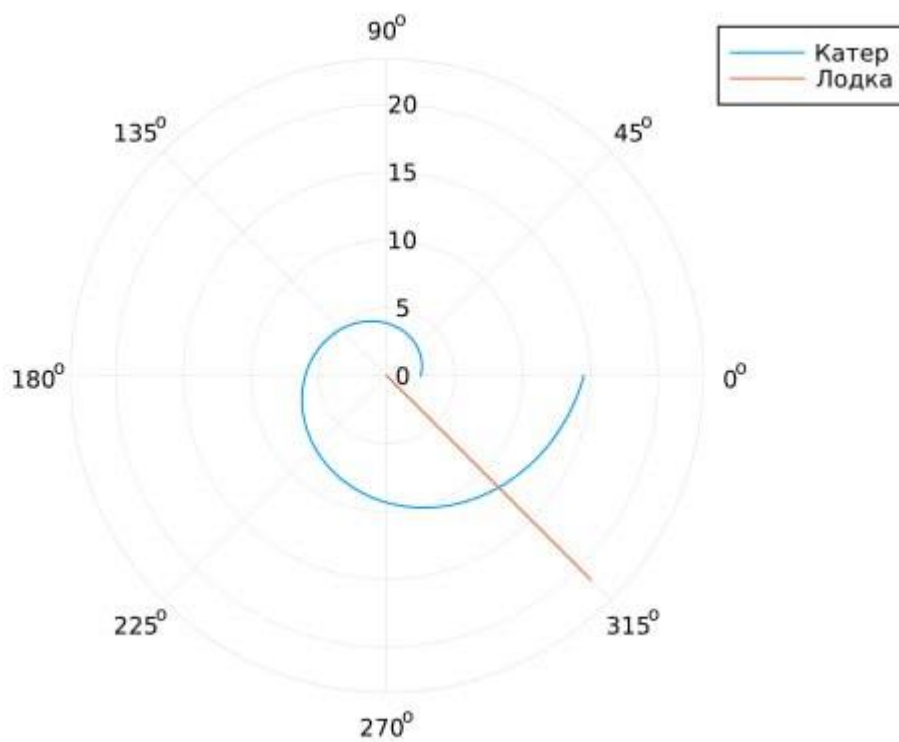
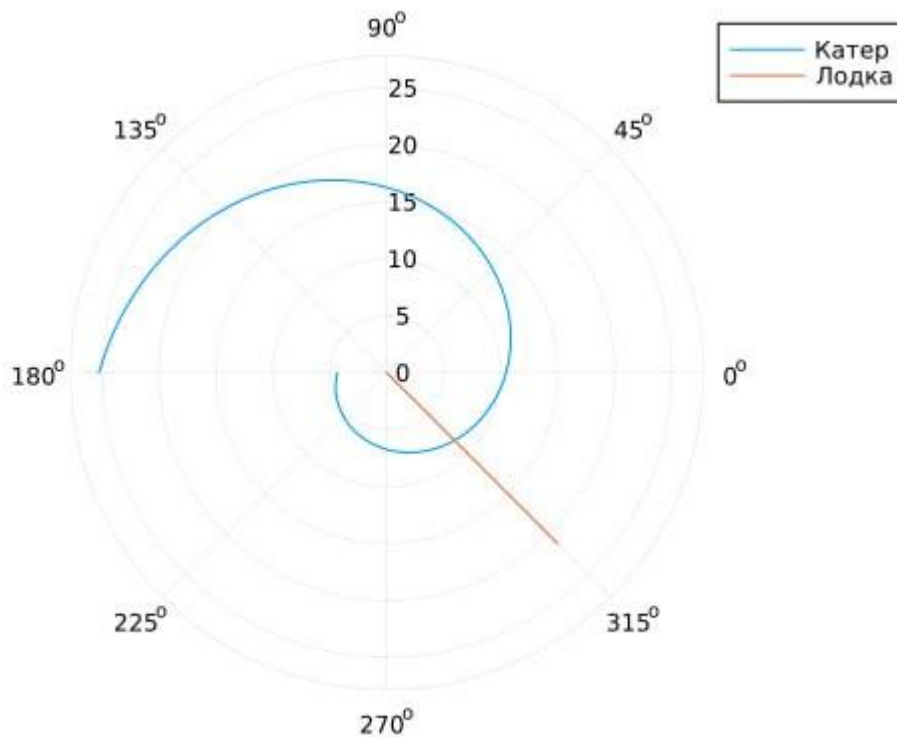


Fig.1 Решение первого случая



**Fig.1** Решение ого случая

Точка пересечения графиков является точкой пересечения катера и лодки.

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти меньшее расстояние.

## Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.

## Список литературы

1. [Задача о погоне](#)