

# **Отчет по Лабораторной Работе №2**

**Задача о погоне - Вариант 27**

Озьяс Стив Икнэль Дани

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Условие задачи . . . . .	8
3.2	Код программы (Julia) . . . . .	8
3.3	Решение . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Список литературы</b>	<b>13</b>

# List of Figures

3.1	траектории для случая 1 (Julia)	10
3.2	траектории для случая 2 (Julia)	11

# 1 Цель работы

Рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии  $k$  км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

## 2 Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

### 3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $X_0 = 0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $X_0 = k$  - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_0 = 0$  ( $\theta = x_0 = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $x - k$  (или  $x + k$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $\frac{x}{v}$  или  $\frac{x+k}{v}$  (для второго случая  $\frac{x-k}{v}$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $\frac{x}{v} = \frac{x+k}{v}$  - в первом случае,  $\frac{x}{v} = \frac{x-k}{v}$  во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев.

$$x_1 = \frac{k}{n+1}, \text{ при } \theta = 0$$

$$x_2 = \frac{k}{n-1}, \text{ при } \theta = -\pi$$

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  - радиальная скорость и  $v_t$  - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер

удаляется от полюса  $v_r = \frac{dr}{dt}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v = \frac{dr}{dt}$ . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости  $\frac{d\theta}{dt}$  на радиус  $r$ ,  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Найдём тангенциальную скорость для нашей задачи  $v_t = r \frac{d\theta}{dt}$ . Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость  $v_t = \sqrt{n^2 v_r^2 - v^2}$ . Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_t = v \sqrt{n^2 - 1}$ .

Тогда получаем  $r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1}$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = v \sqrt{n^2 - 1} \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{k}{n+1} \end{cases}$$

Или

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{k}{n-1} \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:  $\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{n^2 - 1}}$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

### 3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,7 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

### 3.2 Код программы (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations
```

```
n = 3.7
s = 11.7
fi = 3*(pi/4)
```

```
function f(r, p, t)
    dr = r/ sqrt(n^2 - 1)
    return dr
end
```

```
function f2(t)
    y = tan(fi)*t
    return y
end
```



```

r0 = s/(n + 1)
tetha = (0, 2*pi)

prob = ODEProblem(f, r0, tetha)
sol = solve(prob)

t = collect(LinRange(0, 15, 1500))

r1 = []
tetha1 = []

for i in t
    push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))
    push!(tetha1, atan(f2(i)/i))
end

plot(sol, proj=:polar, label= "Кареп")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label= "Лодка")

savefig("image1.png")

r0 = s/(n - 1)
tetha = (-pi, pi)

prob = ODEProblem(f, r0, tetha)
sol = solve(prob)

```

```

plot(sol, proj=:polar, label= "Катер")
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label= "Лодка")

savefig("image2.png")

```

### 3.3 Решение

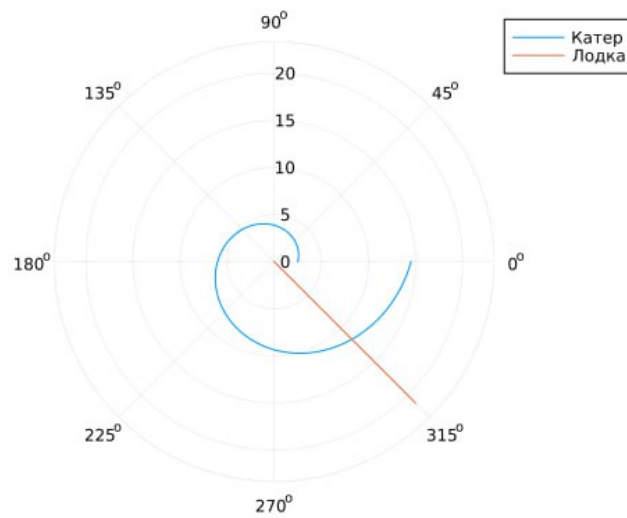


Figure 3.1: траектории для случая 1 (Julia)

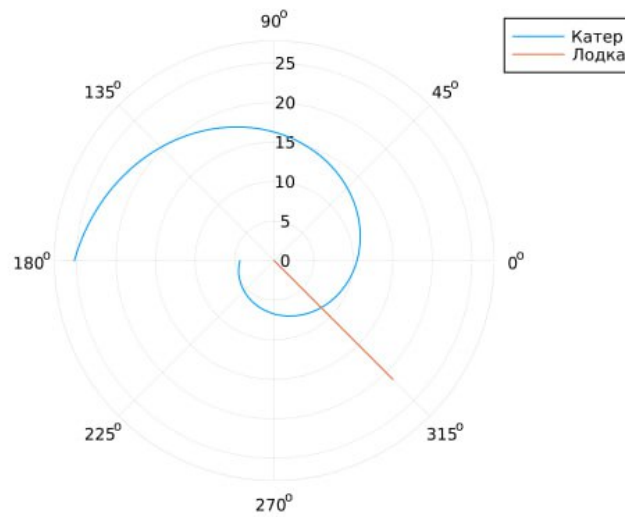


Figure 3.2: траектории для случая 2 (Julia)

Точка пересечения графиков является точкой пересечения катера и лодки.

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели требуется пройти меньшее расстояние.

## 4 Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.

## **5 Список литературы**

1. Задача о погоне