

# Отчет по Лабораторной Работе №6

## Модель Эпидемии

Озьяс Стив Икнэль Дани

### Цель работы

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа — это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначающаяся через  $R(t)$  — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

### Задание

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если  $I(0) \leq I^*$
2. если  $I(0) > I^*$

### Выполнение лабораторной работы

#### Теоретические сведения

До того, как число заболевших не превышает критического значения, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -aS, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т. е.

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} aS - bI, & \text{если } I(t) > I^* \\ -bI, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = -bI$$



**Note:** Постоянные пропорциональности  $a$ ,  $b$ , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

## Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове  $N = 11300$  в момент начала эпидемии  $t = 0$  число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции)  $I(0) = 240$ , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 46$ . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени  $S(0) = N - I(0) - R(0)$

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если  $I(0) \leq I^*$

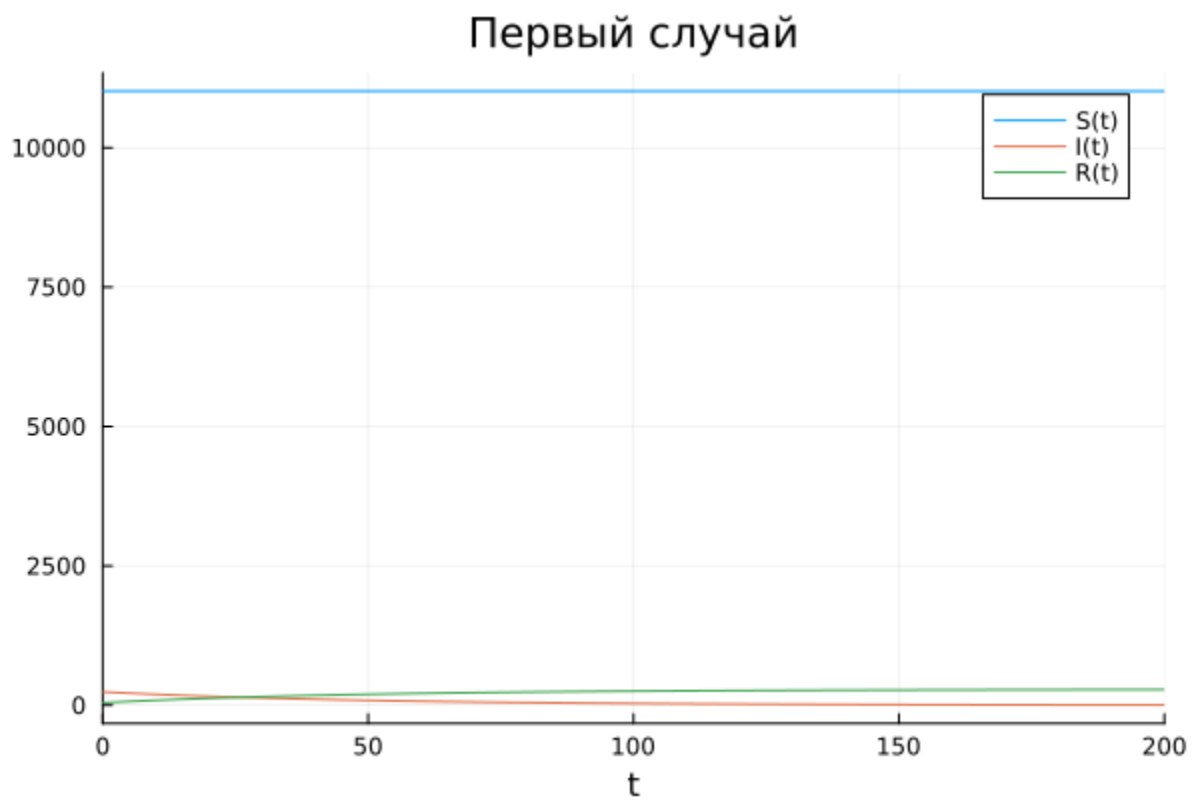


Рис1. Динамика изменения числа людей 1

2. если  $I(0) > I^*$

## Второй случай

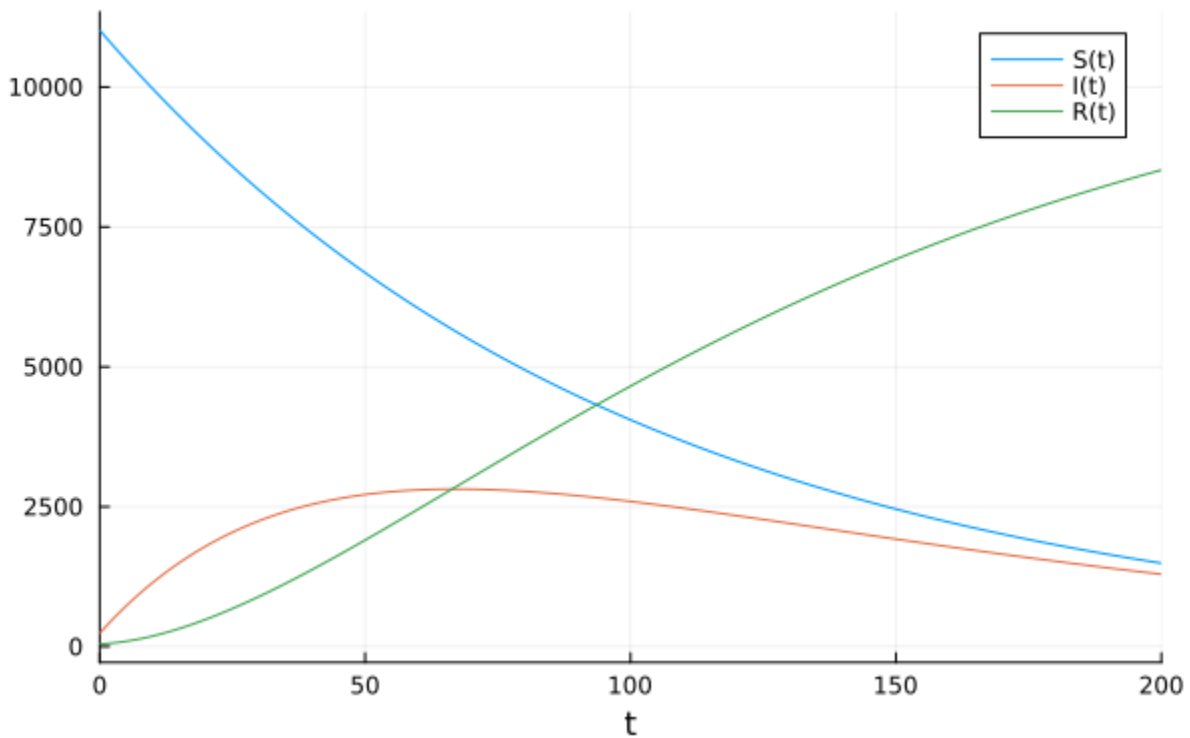


Рис2. Динамика изменения числа людей 2

## Код программы (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations

a = 0.01; # коэффициент заболеваемости
b = 0.02; # коэффициент выздоровления
N = 11300; # общая численность популяции
I0 = 240; # количество инфицированных особей в начальный момент времени
R0 = 46; # количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
S0 = N - I0 - R0; # количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент времени

x0 = [S0; I0; R0]; # начальные значения
t = (0, 200);

# ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ

# случай, когда  $I(0) \leq I^*$ 
function F1(du, u, p, t)
    du[1] = 0;
    du[2] = -b*u[2];
    du[3] = b*u[2];
end

prob = ODEProblem(F1, x0, t)
```

```

sol = solve(prob)

plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], title="Первый случай")
savefig("image1.png")

#ВТОРОЙ СЛУЧАЙ
# случай, когда I(0)>I*
function F2(du, u, p, t)
    du[1] = - a*u[1] ;
    du[2] = a*u[1] - b*u[2];
    du[3] = b*u[2];
end

prob = ODEProblem(F2, x0, t)
sol = solve(prob)

plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], title="Второй случай")
savefig("image2.png")

```

## Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделью эпидемии. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, показали динамику изменения числа людей в каждой из трех групп в каждом случае.

## Список литературы

1. [Модель эпидемии](#)