Отчет по Лабораторной Работе №4

Модель Гармонических Колебаний

Озьяс Стев Икнэль Дани

Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Задание

1. Изучать модель гармонических колебаний
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора

Выполнение лабораторной работы

Теоретические сведения

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$x'' + 2 g x' + w^2 x = 0$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), g – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), w – собственная частота колебаний, t – время.

Решение

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$x'' + 9 x = 0$$

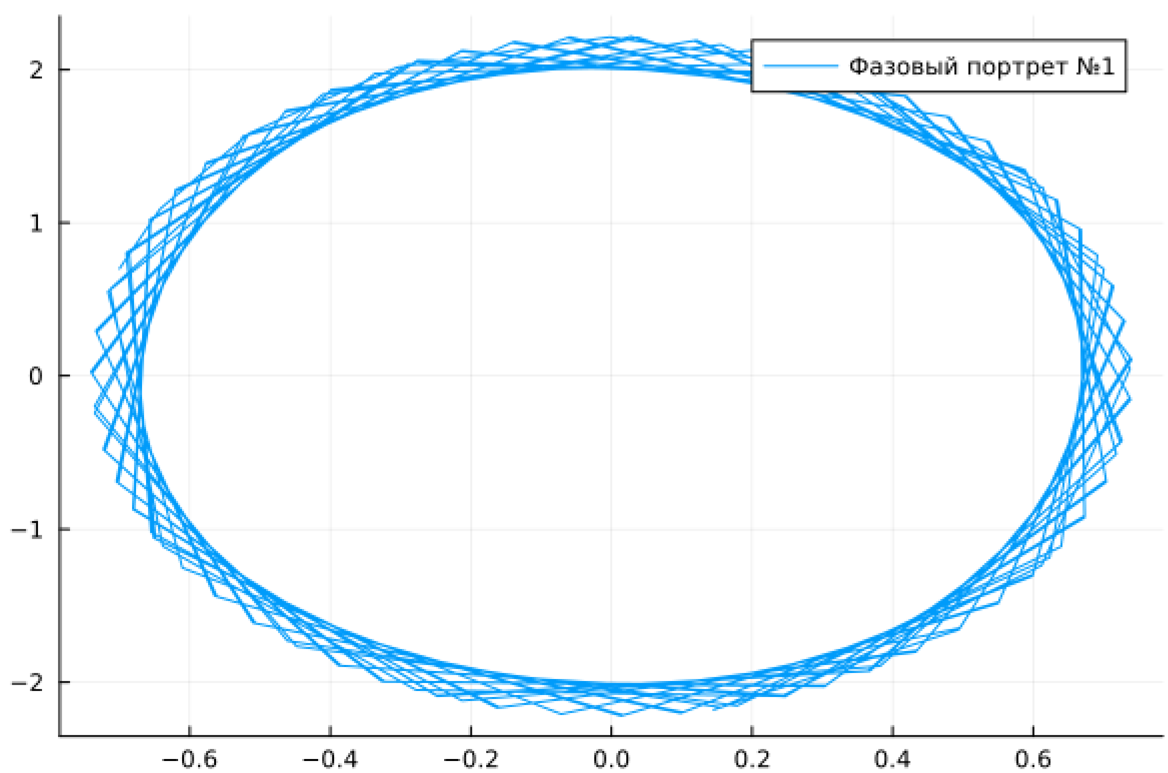

Рис.1 Фазовый Портрет №1

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$x'' + 5.5 x' + 4.4 x = 0$

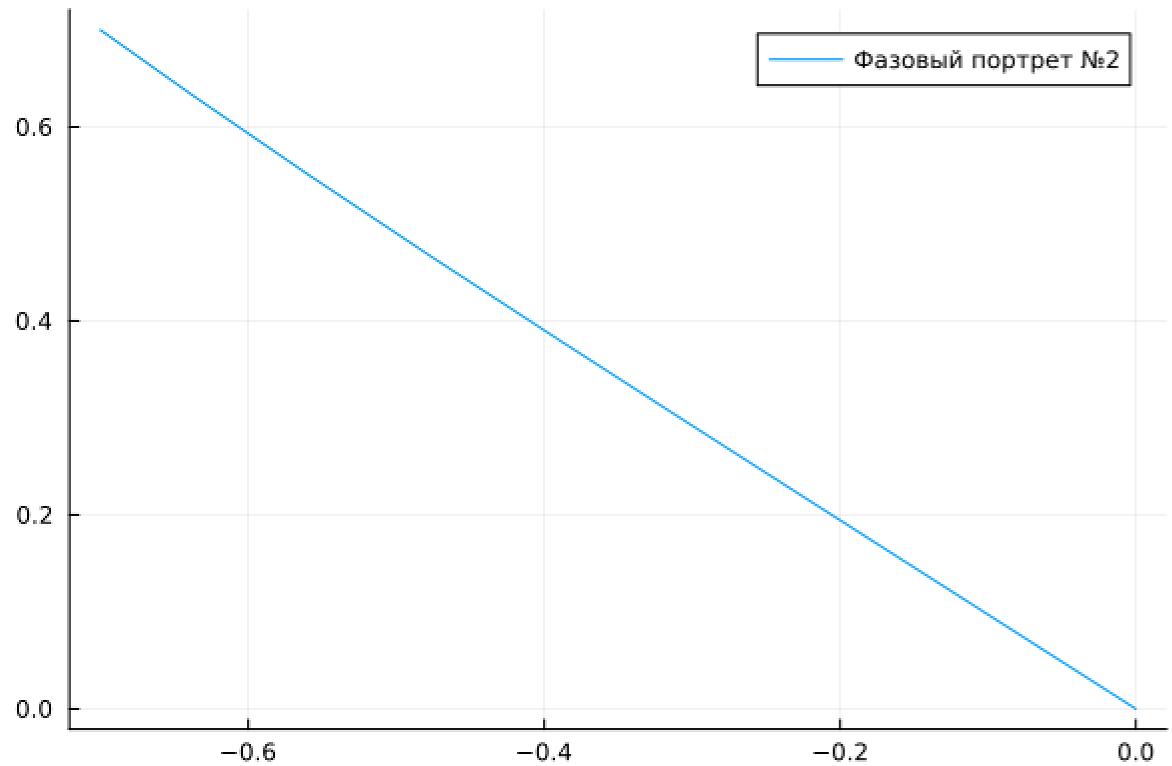

Рис.2 Фазовый Портрет №2

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$x'' + x' + 6 x = 0$

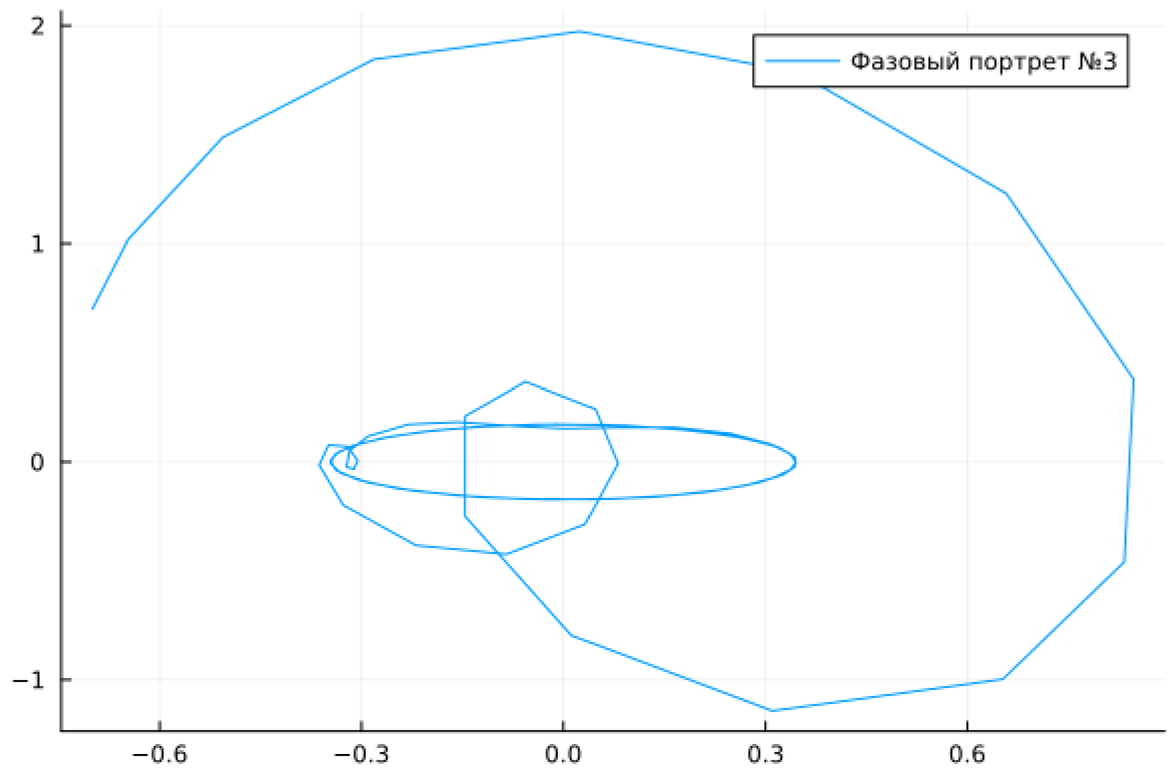

Рис.3 Фазовый Портрет №3

Код программы (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations

#ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ


#Параметры осциллятора
#x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
#w - частота
#g - затухание

w = 3;
g = 0.00;

#Правая часть уравнения f(t)

function f(t)
    f = 0;
    return f;
end
```

```
#Вектор-функция f(t, x)
#для решения системы дифференциальных уравнений
#x' = y(t, x)
#где x - искомый вектор

function F(du,u, p, t)
    du[1] = u[2];
    du[2] = -w.* w.* u[1] - g.* u[2] + f(t);
end


#Вектор начальных условий
#x(t0) = x0

v0 = [-0.7; 0.7];

#Интервал на котором будет решаться задача
t = (0; 37);

#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x

prob = ODEProblem(F, v0, t);
sol = solve(prob);

#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2

y1 = [];
y2 = [];

for values in sol.u
    push!(y1, values[1]);
    push!(y2, values[2]);
end

#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №1"));

savefig("image1.png")


#ВТОРОЙ СЛУЧАЙ
w = sqrt(4.4);
g = 5.5;

#Правая часть уравнения f(t)
```

```
function f(t)
    f = 0;
    return f;
end

#Вектор-функция f(t, x)
#для решения системы дифференциальных уравнений
#x' = y(t, x)
#где x - искомый вектор

function F(du,u, p, t)
    du[1] = u[2];
    du[2] = -w.* w.* u[1] - g.* u[2] + f(t);
end


#Вектор начальных условий
#x(t0) = x0

v0 = [-0.7; 0.7];

#Интервал на котором будет решаться задача
t = (0; 37);

#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x

prob = ODEProblem(F, v0, t);
sol = solve(prob);

#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2

y1 = [];
y2 = [];

for values in sol.u
    push!(y1, values[1]);
    push!(y2, values[2]);
end

#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №2"));

savefig("image2.png")


#ТРЕТИЙ СЛУЧАЙ
```

```
w = sqrt(6);
g = 1;

#Правая часть уравнения f(t)

function f(t)
    f = 2*cos(0.5*t);
    return f;
end

#Вектор-функция f(t, x)
#для решения системы дифференциальных уравнений
#x' = y(t, x)
#где x - искомый вектор

function F(du,u, p, t)
    du[1] = u[2];
    du[2] = -w.* w.* u[1] - g.* u[2] + f(t);
end


#Вектор начальных условий
#x(t0) = x0

v0 = [-0.7; 0.7];

#Интервал на котором будет решаться задача
t = (0; 37);

#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x

prob = ODEProblem(F, v0, t);
sol = solve(prob);

#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2

y1 = [];
y2 = [];

for values in sol.u
    push!(y1, values[1]);
    push!(y2, values[2]);
end

#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №3"));
```

```
savefig("image3.png")
```

Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделем гармонических колебаний. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили фазовые портреты в рассматриваемых случаях..

Список литературы

1. Гармонические_колебания