

Отчет по Лабораторной Работе №5

Модель хищник-жертва - Вариант 27

Озьяс Стев Икнэль Дани

Содержание

1	Цель работы	3
2	Задание	4
3	Выполнение лабораторной работы	5
3.1	Теоретические сведения	5
3.2	Решение	6
3.3	Код программы (Julia)	9
3.4	Код программы (OpenModelica)	10
4	Выводы	12
5	Список литературы	13

1 Цель работы

Рассмотрим простейшую модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры.

2 Задание

В лесу проживают x число волков, питающихся зайцами, число которых в этом же лесу y . Пока число зайцев достаточно велико, для прокормки всех волков, численность волков растет до тех пор, пока не наступит момент, что корма перестанет хватать на всех. Тогда волки начнут умирать, и их численность будет уменьшаться. В этом случае в какой-то момент времени численность зайцев снова начнет увеличиваться, что повлечет за собой новый рост популяции волков. Такой цикл будет повторяться, пока обе популяции будут существовать. Помимо этого, на численность стаи влияют болезни и старение. Данная модель описывается следующим уравнением:

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = cx(t) - dx(t)y(t)$$

a, d - коэффициенты смертности b, c - коэффициенты прироста популяции

1. Построить график зависимостей x от y и графики функций $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = cx(t) - dy(t)y(t)$$

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность

взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dxu в правой части уравнения).

3.2 Решение

1. Построили график зависимости x от y :

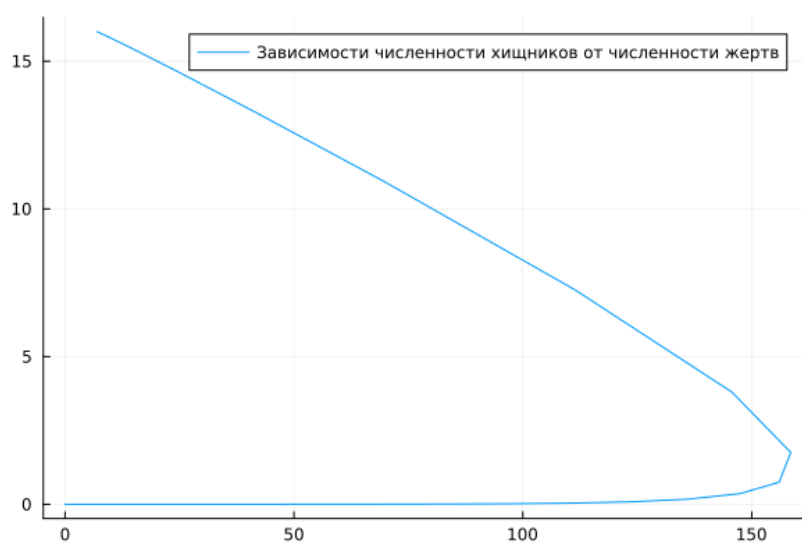


Рис. 3.1: график зависимости численности хищников от численности жертв (Julia)

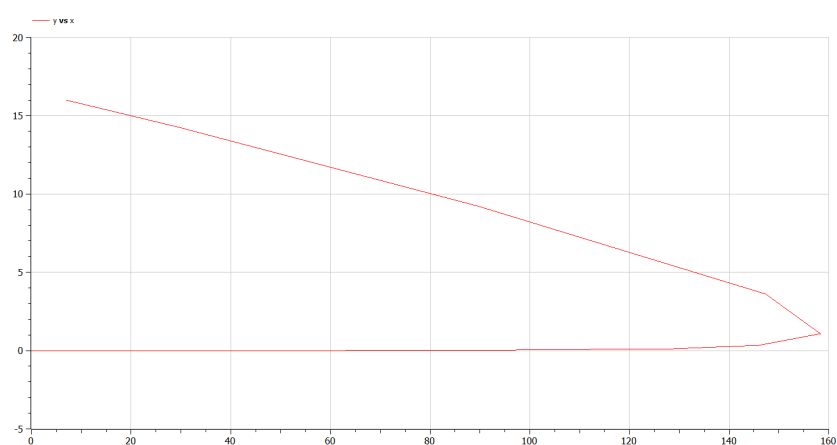


Рис. 3.2: график зависимости численности хищников от численности жертв (OpenModelica)

Построили график функции $x(t)$:

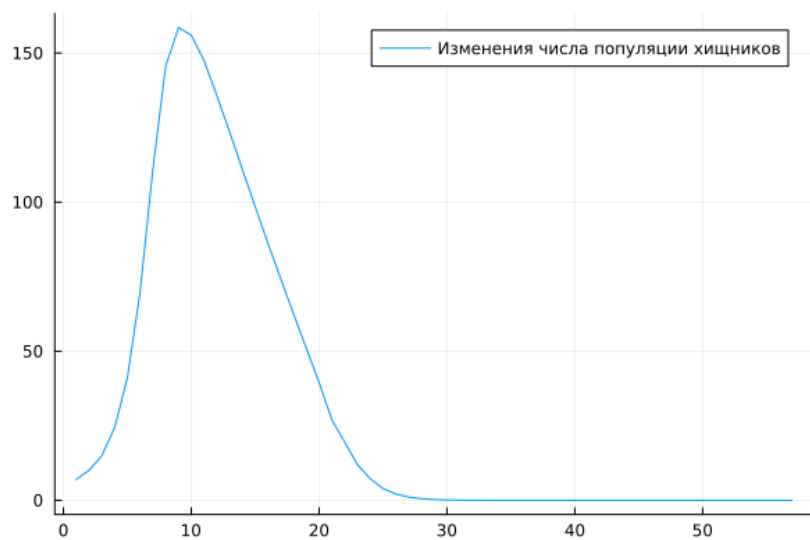


Рис. 3.3: график изменения числа популяции хищников (Julia)

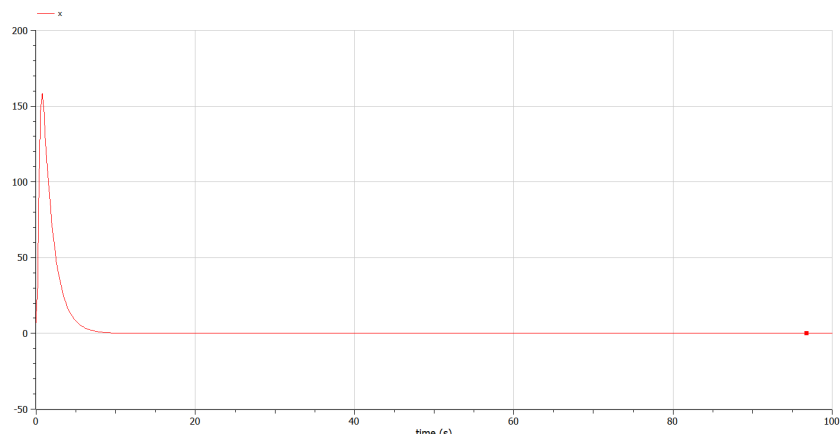


Рис. 3.4: график изменения числа популяции хищников (OpenModelica)

Построили график функции $y(t)$:

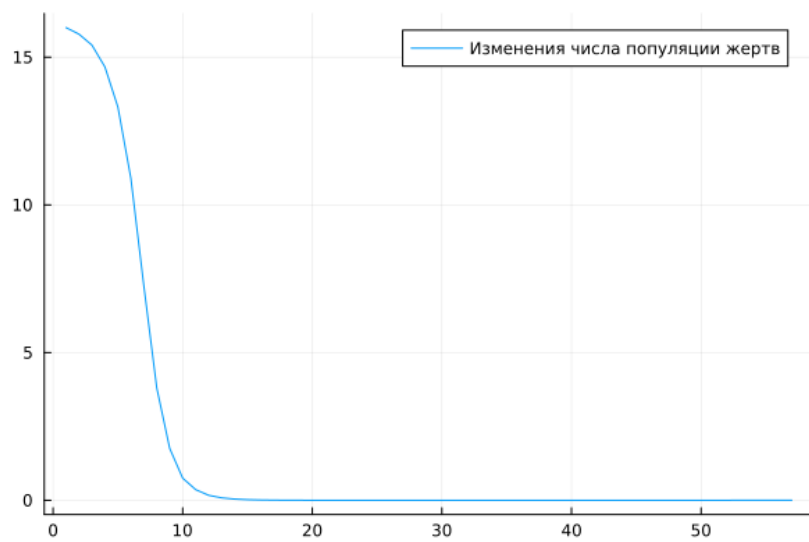


Рис. 3.5: график изменения числа популяции жертв (Julia)

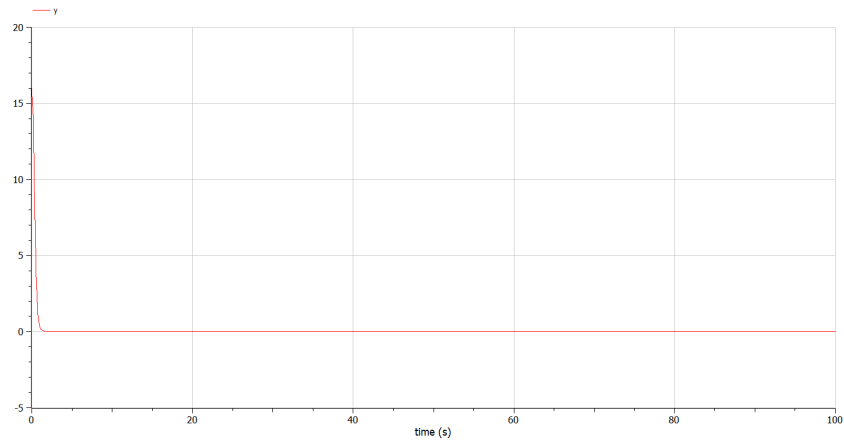


Рис. 3.6: график изменения числа популяции жертв (OpenModelica)

3.3 Код программы (Julia)

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
a= 0.73; #коэффициент естественной смертности хищников
```

```
b= 0.037; #коэффициент естественного прироста жертв
```

```
c= 0.52; #коэффициент увеличения числа хищников
```

```
d= 0.039; #коэффициент смертности жертв
```

```
function f(du, u, p, t)
```

```
    du[1] = -a*u[1] + c*u[1]*u[2];
```

```
    du[2] = b*u[2] - d*u[1]*u[2];
```

```
end
```

```
t0 = 0;
```

```
v0=[7;16]; #начальное значение x0 и y0 (популяция хищников и популяция жертв)
```

```

t = (0,100);

prob = ODEProblem(f, v0, t);
sol = solve(prob)

y1 = [];
y2 = [];

for values in sol.u
    push!(y1, values[1]);
    push!(y2, values[2]);
end

display(plot(y1, label="Изменения числа популяции хищников")); #построение графика к
savefig("image1.png")
display(plot(y2, label="Изменения числа популяции жертв")); #построение графика к
savefig("image2.png")
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label="Зависимости численности хищников от
savefig("image3.png")

```

3.4 Код программы (OpenModelica)

```

model lab5

parameter Real a= 0.73; //коэффициент естественной смертности хищников
parameter Real b= 0.037; //коэффициент естественного прироста жертв
parameter Real c= 0.52; //коэффициент увеличения числа хищников
parameter Real d= 0.039; //коэффициент смертности жертв

```

```
//начальное значение  $x_0$  и  $y_0$  (популяция хищников и популяция жертв)
```

```
Real x(start= 7);
```

```
Real y(start=16);
```

```
equation
```

```
der(x) = -a*x + c*x*y;
```

```
der(y) = b*y - d*x*y;
```

```
end lab5;
```

4 Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделью эпидемии. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, показали динамику изменения числа людей в каждой из трех групп в каждом случае.

5 Список литературы

1. Модель эпидемии