

Лабораторная работа 6

Задача об эпидемии

Демидова Е. А.

12 марта 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Демидова Екатерина Алексеевна
- студентка группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов
- <https://github.com/eademidova>



Вводная часть

Исследовать простейшую математическую модель эпидемии(SIR).

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 10800$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 208$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 41$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

- 1) если $I(0) < I^*$
- 2) если $I(0) > I^*$

- Язык программирования `Julia`
- Библиотеки
 - `OrdinaryDiffEq`
 - `Plots`
- Язык программирования `OpenModelica`

Выполнение лабораторной работы

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\frac{\beta IS}{N}, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I, \end{cases}$$

где S – численность восприимчивой популяции, I – численность инфицированных, R – численность удаленной популяции (в результате смерти или выздоровления), и N – это сумма этих трёх, а β и γ – это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно

//Начальные условия и параметры

R = 41

I = 208

N = 10800

S = N-R-I

p = [0.1, 0.05]

u0 = [S,I,R]

tspan=(0.0,200.0)

```
//При  $I(0) > I^*$ 
```

```
function sir!(du,u,p,t)
    b,g = p
    S, I, R = u
    N = S+I+R
    du[1] = -b*u[2]*u[1]/N
    du[2] = b*u[2]*u[1]/N - g*u[2]
    du[3] = g*u[2]
end
```

```
//При  $I(0) < I^*$ 
```

```
function sir_0!(du,u,p,t)
```

```
    b,g = p
```

```
    du[1] = 0
```

```
    du[2] = - g*u[2]
```

```
    du[3] = g*u[2]
```

```
end
```

```
problem = ODEProblem(sir!,u0,tspan,p)  
solution = solve(problem, Tsit5())
```

```
problem = ODEProblem(sir_0!,u0,tspan,p)  
solution = solve(problem, Tsit5())
```

```
parameter Real N = 10800;  
parameter Real b = 0.1;  
parameter Real g = 0.05;  
  
Real S(start = N - 208 - 41);  
Real I(start = 208);  
Real R(start = 41);
```

Модель случая $I(0) > I^*$:

equation

$$\text{der}(S) = -b*S*I/N;$$

$$\text{der}(I) = b*S*I/N - g*I;$$

$$\text{der}(R) = g*I;$$

Модель случая $I(0) < I^*$:

equation

$$\text{der}(S) = -b*S*I/N;$$

$$\text{der}(I) = b*S*I/N - g*I;$$

$$\text{der}(R) = g*I;$$

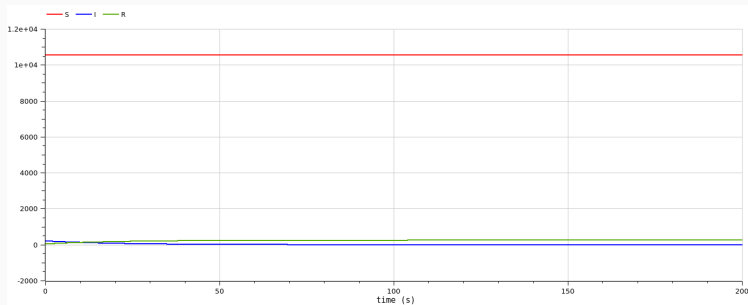


Рис. 1: График изменения числа особей для случая $I(0) < I^*$. OpenModelica

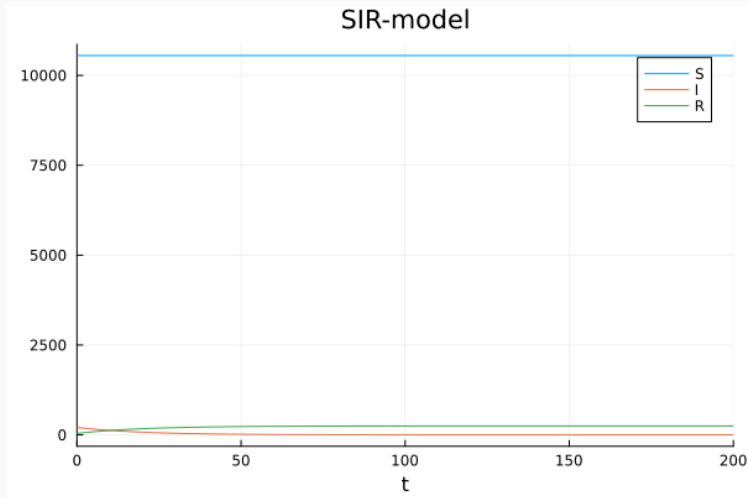


Рис. 2: График изменения числа особей для случая $I(0) < I^*$. Julia

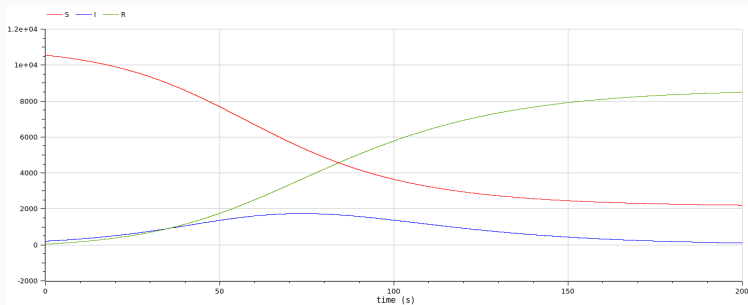


Рис. 3: График изменения числа особей для случая $I(0) > I^*$. OpenModelica

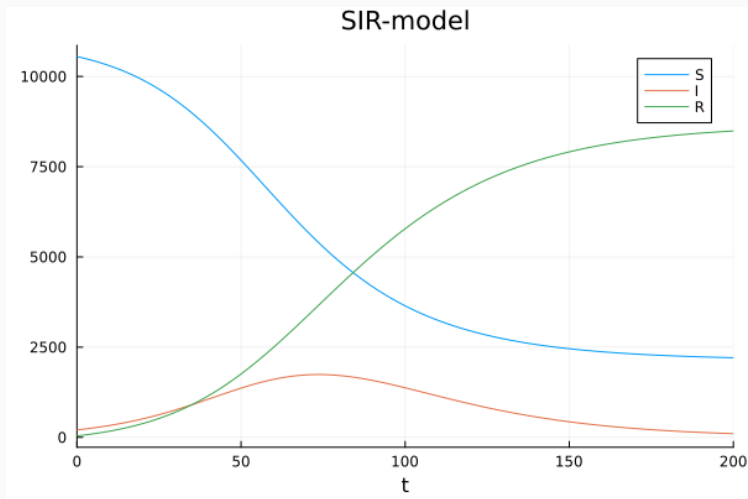


Рис. 4: График изменения числа особей для случая $I(0) > I^*$. Julia

Выводы

Построили математическую модель эпидемии.

Список литературы

1. Compartmental models in epidemiology [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology.
2. Жумартова Б.О., Ысмагул Р.С. ПРИМЕНЕНИЕ SIR МОДЕЛИ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЭПИДЕМИЙ. Международный журнал гуманитарных и естественных наук, 2021. 258 с.