

Лабораторная работа №2

Задача о погоне

Демидова Е. А.

16 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Демидова Екатерина Алексеевна
- студентка группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов
- <https://github.com/eademidova>



Вводная часть

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска.

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,6 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,6 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

- Язык программирования `Julia`
- Библиотеки
 - `OrdinaryDiffEq`
 - `Plots`

Выполнение лабораторной работы

$t_0 = 0, x_0 = 0$ – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения

$x_{k0} = k$ – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки

$\theta = x_{k0} = 0$ – точка обнаружения лодки в полярных координатах

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{3.6v} - \text{в первом случае}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{3.6v} - \text{во втором}$$

k - расстояние до лодки в момент обнаружения, v - скорость лодки, x - расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса

$$\text{Отсюда: } x_1 = \frac{9,6}{4.6} \text{ и } x_2 = \frac{9,6}{2.6}$$

v_r – радиальная скорость, v_τ – тангенциальная скорость

$$v_r = \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = v$$

$$v_\tau = \sqrt{12.96v^2 - v^2} = \sqrt{11.96}v$$

Из чего можно вывести:

$$r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{11.96}v$$

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{11.96}v \end{array} \right.$$

Начальные условия для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

Начальные условия для второго случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{11.96}}$$

Построение траектории

```
using OrdinaryDiffEq
```

```
s = 9.6 // начальное расстояние от лодки до катера
```

```
fi = 3*pi/4
```

```
//функция, описывающая движение катера береговой охраны
```

```
f(u,p,t) = u/sqrt(11.96)
```

```
//начальные условия в случае 1 и 2 соответственно
```

```
r0_1 = s/4.6
```

```
r0_2 = s/2.6
```

```
tetha1 = (0.0, 2*pi)
```

```
tetha2 = (-pi, pi)
```

```
//определение и решение задачи Коши в обоих случаях
```

```
r1=ODEProblem(f, r0_1, tetha1)
```

```
r2=ODEProblem(f, r0_2, tetha2)
```

```
sol1 = solve(r1, Tsit5(), saveat=0.01)
```

```
sol2 = solve(r2, Tsit5(), saveat=0.01)
```

```
//функция, описывающая движение лодки браконьеров
```

```
f2(t) = tan(fi)*t
```

```
t = 0:0.01:15
```

```
//движение катера
```

```
plot(sol1.t, sol1.u,  
proj=:polar,  
lims=(0,13)  
)
```

```
//движение лодки
```

```
plot!(fill(fi,length(t)), f2.(t))
```

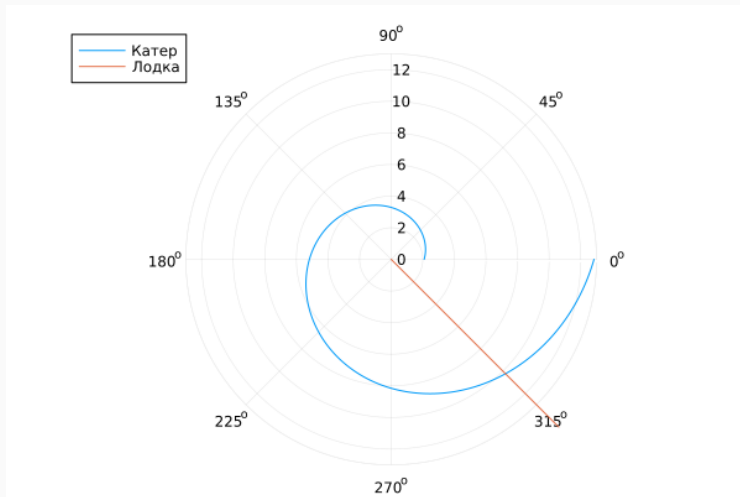


Рис. 1: Траектории движения для случая 1

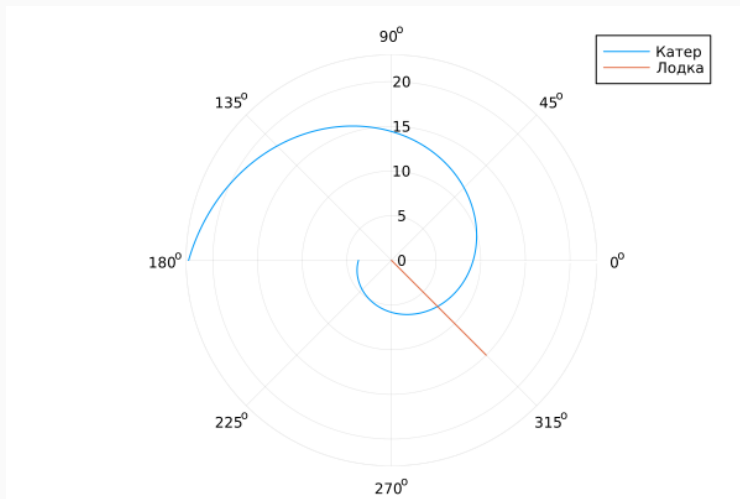


Рис. 2: Траектории движения для случая 2

$$r = \frac{9,6}{4.6} e^{\frac{1}{\sqrt{11.44}} \theta} - \text{для случая (1)}$$

$$r = \frac{48}{13} e^{(5\pi \frac{\sqrt{299}}{299} + \frac{1}{\sqrt{11.44}}) \theta} - \text{для случая (2)}$$

```
solution1(t) = (r0_1)*exp(1/sqrt(11.44)*t)
```

```
solution2(t) = (48/13)*exp(5*pi*sqrt(299)/299)*exp(1/sqrt(11.44)*t)
```

```
intersection_r1 = solution1(7*pi/4)
```

```
intersection_r2 = solution2(-pi/4)
```

$(\frac{7\pi}{4}, 10.60326)$ - для случая 1

$(-\frac{\pi}{4}, 7.26057)$ - для случая 2

Выводы

Построили математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи поиска.

Список литературы

1. Кривая погони [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Git>.
2. Самоячева М.В., Федоров Л.И. Задача о погоне. Вестник Московского государственного областного университета, 2011. 163 с.