Отчет по Лабораторной Работе №3

Модель Боевых Действий- Вариант 27

Озьяс Стев Икнэль Дани

Содержание

1 Цель работы

Будем рассматривать 2 случая ведения боевых действий по модели Ланчестера.

2 Задание

1. Изучать модель Ланчестера
2. Построить графики для обеих армий
3. Определить кто из них победитель

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Будем рассматривать 2 случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены $-a(t)x(t)$ и $-h(t)y(t)$, члены $-b(t)y(t)$ и $-c(t)x(t)$ отражают потери на поле боя. Коэффициенты $b(t)$, $c(t)$ указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, $a(t)$,$h(t)$ - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции $P(t)$,$Q(t)$ учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и Yв течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \\ \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t) \end{cases}$$

3.2 Задача

Между страной X и страной Yидет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$ В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 88000 человек, а в распоряжении страны Yармия численностью в 99000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t), Q(t)$ непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Yдля следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$
\begin{cases}
\frac{dx}{dt} = -0.45x(t) - 0.55y(t) + sin(t+15) \\
\frac{dy}{dt} = -0.58x(t) - 0.45y(t) + cos(t+3)
\end{cases}
$$

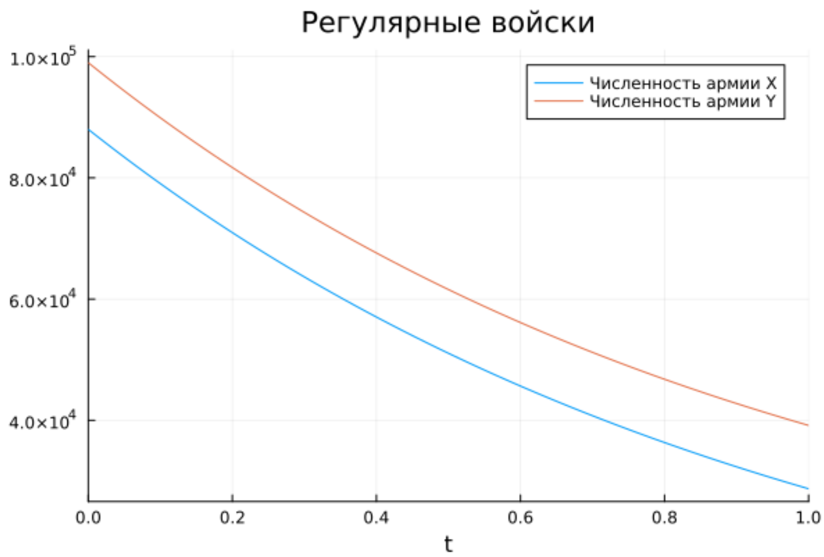

Рис. 3.1: График изменения численности в случае 1 (Julia)

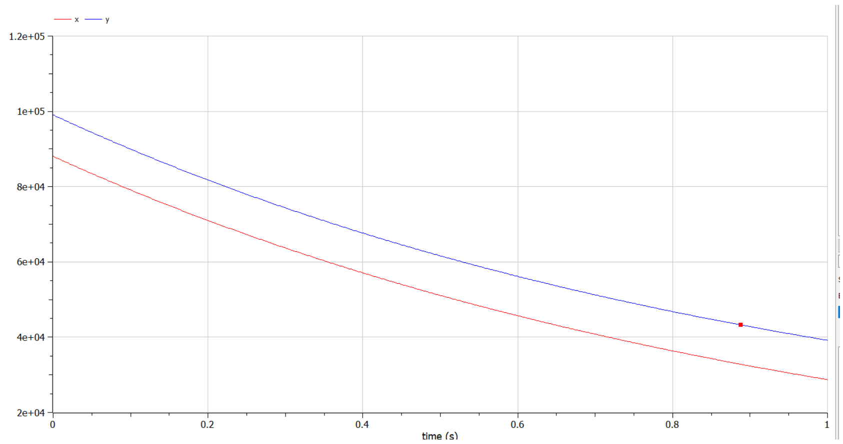

Рис. 3.2: График изменения численности в случае 1 (OpenModelica)

По решению модели Ланчестера оказывается что армия Y - победитель.

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$
\begin{cases}
\frac{dx}{dt} = -0.37(t) - 0.67y(t) + sin(7t) + 1 \\
\frac{dy}{dt} = -0.57x(t)y(t) - 0.39y(t) + cos(8t) + 1
\end{cases}
$$

Рис. 3.3: График изменения численности в случае 2 (Julia)

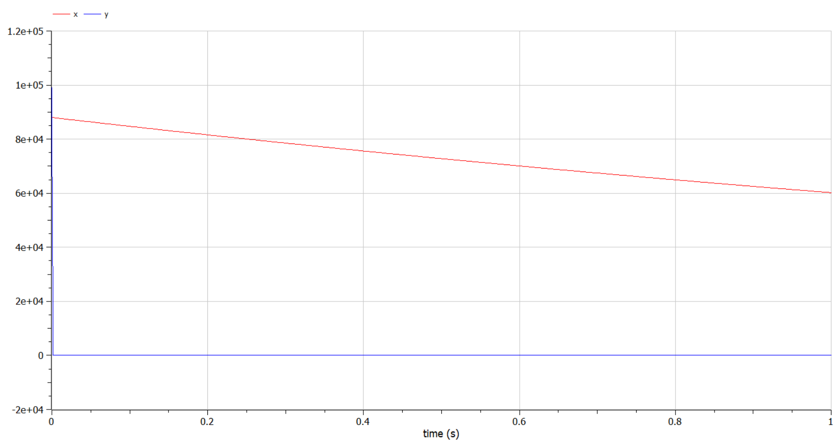

Рис. 3.4: График изменения численности в случае 2 (OpenModelica)

По решению модели Ланчестера оказывается что армия X - победитель.

3.3 Код программы (Julia)

Далее приведен код программы, написанной на языке Julia.

```
using Plots
using DifferentialEquations
using OrdinaryDiffEq


# начальные условия
x0 = 88000;   #численность первой армии
y0 = 99000;    #численность второй армии

t0 = 0;    #начальный момент времени
a = 0.45;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на по
b = 0.55;    #эффективность боевых действий армии y
c = 0.58;   #эффективность боевых действий армии x
h = 0.45;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на по

tmax = 1;   #предельный момент времени

t = (t0;tmax);

# ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ

function P(t)      #возможность подхода подкрепления к армии x
    p = sin(t + 15);
    return p;
end
```

```
function Q(t)      #возможность подхода подкрепления к армии y
    q = cos(t + 3);
    return q;
end



#Система дифференциальных уравнений
function f(du, u, p, t)
    du[1] = - a*u[1] - b*u[2] + P(t);        #изменение численности первой армии
    du[2] = - c*u[1] - h*u[2] + Q(t);        #изменение численности второй армии
end



v0 = [x0;y0];    #Вектор начальных условий

prob = ODEProblem(f, v0, t)
sol = solve(prob)



plot(sol, vars=(1), label = "Численность армии X", title = "Регулярные войски")
plot!(sol, vars=(2), label = "Численность армии Y")



a = 0.38;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на по
b = 0.67;    #эффективность боевых действий армии y
c = 0.57;   #эффективность боевых действий армии x
h = 0.39;    #константа, характеризующая степень влияния различных факторов на по
```

```
# ВТОРОЙ СЛУЧАЙ

function P(t)      #возможность подхода подкрепления к армии x
    p = sin(7*t) + 1;
    return p;
end


function Q(t)      #возможность подхода подкрепления к армии y
    q = cos(8*t) + 1;
    return q;
end


#Система дифференциальных уравнений
function f(du, u, p, t)
    du[1] = - a*u[1] - b*u[2] + P(t);        #изменение численности первой армии
    du[2] = - c*u[1]*u[2] - h*u[2] + Q(t);        #изменение численности второй а
end


v0 = [x0;y0];    #Вектор начальных условий

prob = ODEProblem(f, v0, t)
sol = solve(prob)


plot(sol, vars=(1), linewidth = 2, label = "Численность армии X", title = "Регуля
```

```
plot!(sol, vars=(2), linewidth = 2, label = "Численность армии Y")
```

3.4 Код программы (OpenModelica)

Далее приведен код программы, написанной в OpenModelica.

```
//ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ
model lab3

parameter Real a = 0.45;   //константа, характеризующая степень влияния различных
parameter Real b = 0.55;    //эффективность боевых действий армии y
parameter Real c = 0.58;     //эффективность боевых действий армии x
parameter Real h = 0.45;     //константа, характеризующая степень влияния различн

//начальные условия
Real x(start = 88000);     //численность первой армии
Real y(start = 99000);     //численность второй армии

Real P;
Real Q;

equation
  der(x) = - a*x - b*y + P; //изменение численности первой армии
  der(y) = - c*x - h*y + Q;  //изменение численности второй армии
  P = sin(time + 15);
  Q = cos(time + 3);

end lab3;
//ВТОРОЙ СЛУЧАЙ
model lab3
```

```
parameter Real a = 0.38;   //константа, характеризующая степень влияния различных
parameter Real b = 0.67;    //эффективность боевых действий армии y
parameter Real c = 0.57;     //эффективность боевых действий армии x
parameter Real h = 0.39;     //константа, характеризующая степень влияния различн

//начальные условия
Real x(start = 88000);     //численность первой армии
Real y(start = 99000);     //численность второй армии

Real P;
Real Q;

equation
  der(x) = - a*x - b*y + P; //изменение численности первой армии
  der(y) = - c*x*y - h*y + Q;  //изменение численности второй армии
  P = sin(7*time) + 1;
  Q = cos(8*time) + 1;

end lab3;
```

4 Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделями Ланчестера. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили графики $x(t)$ и $y(t)$ в рассматриваемых случаях.

5 Список литературы

1. Законы Осипова — Ланчестера
2. Дифференциальные уравнения динамики боя
3. Элементарные модели боя