Отчет по Лабораторной Работе №4

Модель гармонических колебаний - Вариант 27

Озьяс Стев Икнэль Дани

Содержание

1 Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев: 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы 2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы 3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

2 Задание

1. Изучать модель гармонических колебаний
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и другихнауках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качествеосновной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

x'' + 2 g x' + w^2 x = f(t)

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), g - затухание (параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), w – собственная частота колебаний, f(t) - внешняя сила , t – время.

3.2 Задача

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

x'' + 9 x = 0

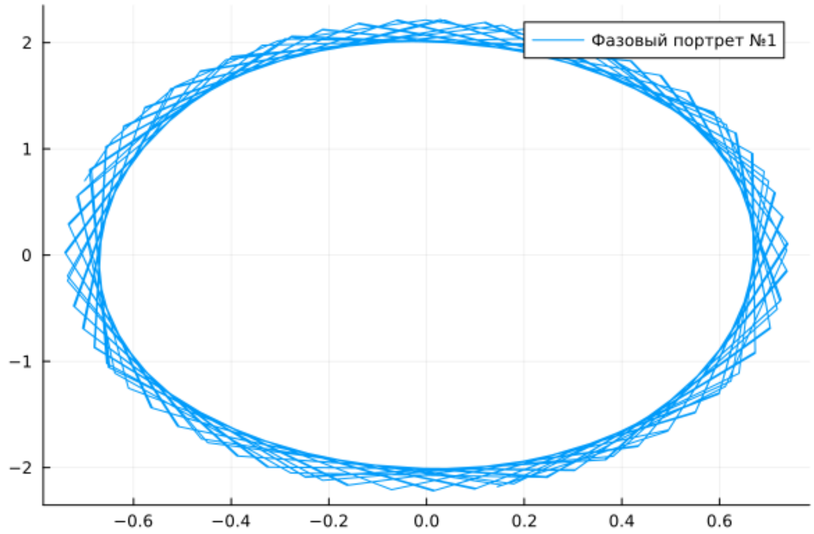

Рис. 3.1: Фазовый портрет №1 (Julia)

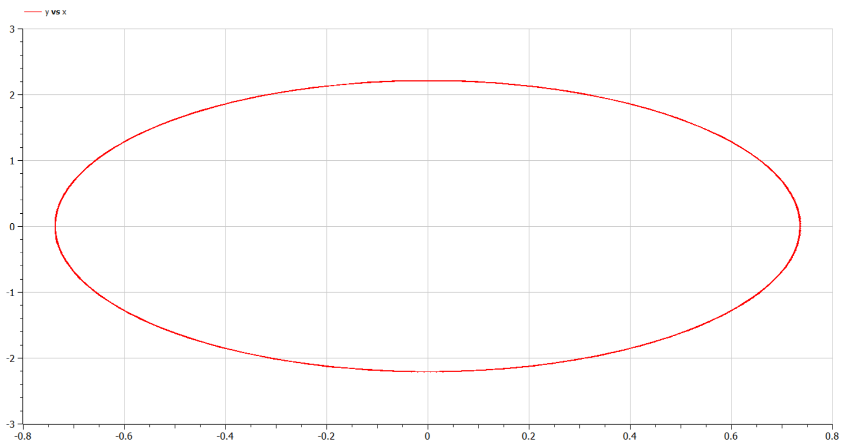

Рис. 3.2: Фазовый портрет №1 (OpenModelica)

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

x'' + 5.5 x' + 4.4 x = 0

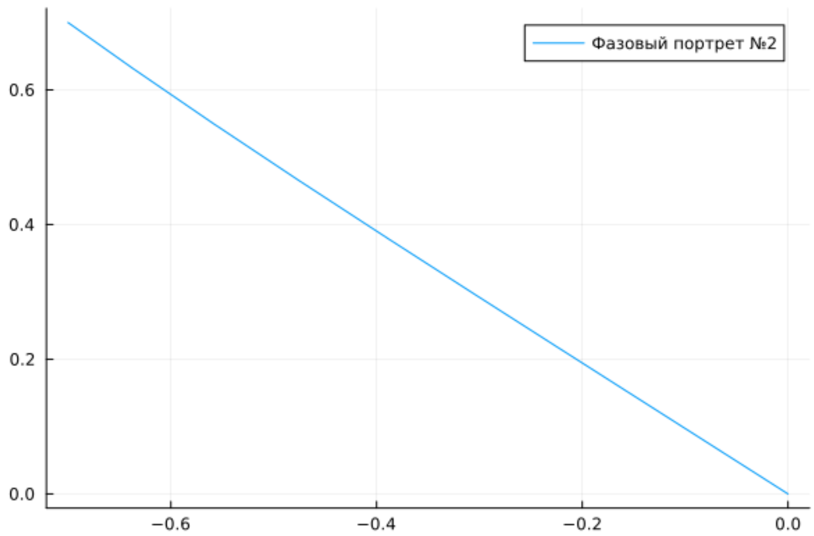

Рис. 3.3: Фазовый портрет №2 (Julia)

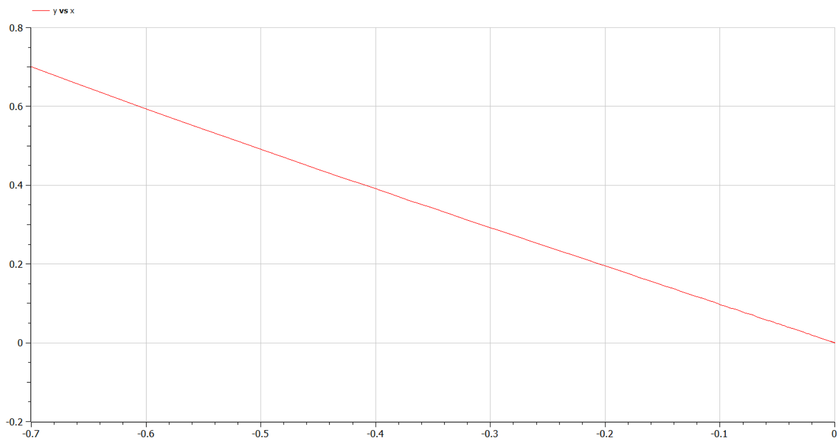

Рис. 3.4: Фазовый портрет №2 (OpenModelica)

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

x'' + x' + 6 x = 2cos(0.5t)

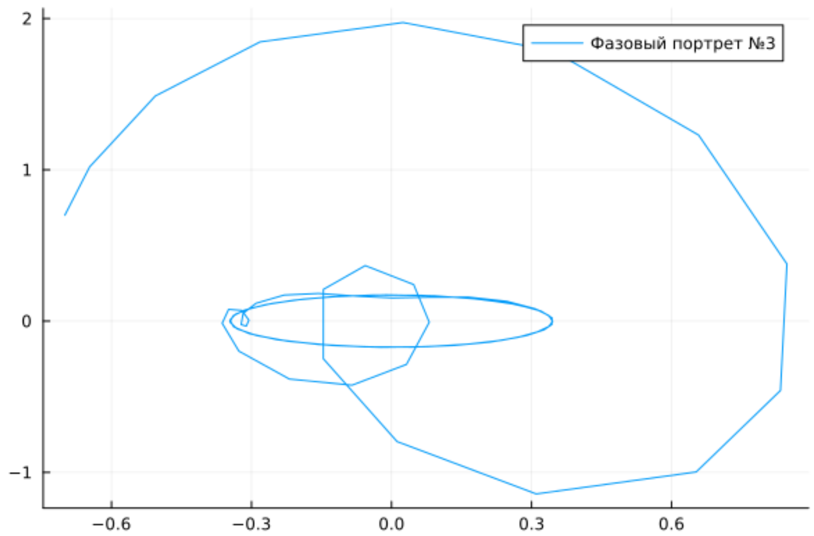

Рис. 3.5: Фазовый портрет №3 (Julia)

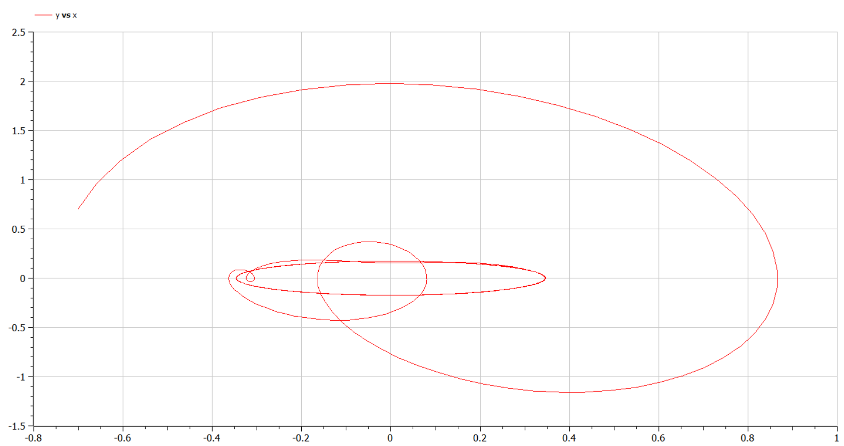

Рис. 3.6: Фазовый портрет №3 (OpenModelica)

3.3 Код программы (Julia)

```
using Plots
using DifferentialEquations

#ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ
```

```
#Параметры осциллятора
#x'' + g * x' + w^2 * x = f(t)
#w - частота
#g - затухание

w = 3;
g = 0.00;

#Правая часть уравнения f(t)

function f(t)
    f = 0;
    return f;
end

#Вектор-функция f(t, x)
#для решения системы дифференциальных уравнений
#x' = y(t, x)
#где x - искомый вектор

function F(du,u, p, t)
    du[1] = u[2];
    du[2] = -w.* w.* u[1] - g.* u[2] + f(t);
end


#Вектор начальных условий
#x(t0) = x0
```

```
v0 = [-0.7; 0.7];

#Интервал на котором будет решаться задача
t = (0; 37);

#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x

prob = ODEProblem(F, v0, t);
sol = solve(prob);

#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2

y1 = [];
y2 = [];

for values in sol.u
    push!(y1, values[1]);
    push!(y2, values[2]);
end

#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №1"));

savefig("image1.png")


#ВТОРОЙ СЛУЧАЙ
```

```
w = sqrt(4.4);
g = 5.5;

#Правая часть уравнения f(t)

function f(t)
    f = 0;
    return f;
end

#Вектор-функция f(t, x)
#для решения системы дифференциальных уравнений
#x' = y(t, x)
#где x - искомый вектор

function F(du,u, p, t)
    du[1] = u[2];
    du[2] = -w.* w.* u[1] - g.* u[2] + f(t);
end


#Вектор начальных условий
#x(t0) = x0

v0 = [-0.7; 0.7];

#Интервал на котором будет решаться задача
t = (0; 37);
```

```
#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x

prob = ODEProblem(F, v0, t);
sol = solve(prob);

#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2

y1 = [];
y2 = [];

for values in sol.u
    push!(y1, values[1]);
    push!(y2, values[2]);
end

#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №2"));

savefig("image2.png")


#ТРЕТИЙ СЛУЧАЙ

w = sqrt(6);
g = 1;

#Правая часть уравнения f(t)
```

```
function f(t)
    f = 2*cos(0.5*t);
    return f;
end

#Вектор-функция f(t, x)
#для решения системы дифференциальных уравнений
#x' = y(t, x)
#где x - искомый вектор

function F(du,u, p, t)
    du[1] = u[2];
    du[2] = -w.* w.* u[1] - g.* u[2] + f(t);
end


#Вектор начальных условий
#x(t0) = x0

v0 = [-0.7; 0.7];

#Интервал на котором будет решаться задача
t = (0; 37);

#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x

prob = ODEProblem(F, v0, t);
sol = solve(prob);
```

```
#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2

y1 = [];
y2 = [];

for values in sol.u
    push!(y1, values[1]);
    push!(y2, values[2]);
end

#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №3"));

savefig("image3.png")
```

3.4 Код программы (OpenModelica)

```
//ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ x'' + 9*x = 0
model lab4

//Параметры осциллятора
//x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
//w - частота
//g - затухание

parameter Real w = 3.0;
parameter Real g = 0.0;
```

```
//Вектор начальных условий x(t0) = x0
Real x(start=-0.7);
Real y(start=0.7);
Real f;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -w.* w.* x - g.* y - f;
  f = 0.0;

end lab4;

//ВТОРОЙ СЛУЧАЙ x'' + x' + 6* x = 2* cos(0.5*t)
model lab4

//Параметры осциллятора
//x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
//w - частота
//g - затухание

parameter Real w = sqrt(4.4);
parameter Real g = 5.5;

//Вектор начальных условий x(t0) = x0
Real x(start=-0.7);
Real y(start=0.7);
Real f;

equation
  der(x) = y;
```

```
  der(y) = -w.* w.* x - g.* y + f;
  f = 0.0;

end lab4;

//ТРЕТЬИЙ СЛУЧАЙ x'' + x' + 6* x = 2* cos(0.5*t)
model lab4

//Параметры осциллятора
//x'' + g* x' + w^2* x = f(t)
//w - частота
//g - затухание

parameter Real w = sqrt(6);
parameter Real g = 1.0;

//Вектор начальных условий x(t0) = x0
Real x(start=-0.7);
Real y(start=0.7);
Real f;

equation
  der(x) = y;
  der(y) = -w.* w.* x - g.* y + f;
  f = 2* cos(0.5*time);

end lab4;
```

4 Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделем гармонических колебаний. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили фазовые портреты в рассматриваемых случаях.

5 Список литературы

1. Гармонические_колебания