Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Демидова Е. А.

28 февраля 2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Демидова Екатерина Алексеевна
- студентка группы НКНбд-01-21
- Российский университет дружбы народов
- https://github.com/eademidova

Вводная часть

Цели

Исследовать математическую модель гармонического осциллятора.

Задачи

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 10x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + 1.5\dot{x} + 3x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + 0.6\dot{x} + x = cos(1.5t)$

На интервале $t \in [0; 62]$ (шаг 0.5) с начальными условиями $x_0 = 0.8,\ y_0 = -1$

Материалы и методы

- Язык программирования `Julia`
- Библиотеки
    - `OrdinaryDiffEq`
    - `Plots`

Выполнение лабораторной работы

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t),$$

где x – переменная, описывающая состояние системы, γ – параметр, характеризующий потери энергии, ω_0 – собственная частота колебаний, t – время, $f(t)$ - действие внешних сил.

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\omega_0^2 x - 2\gamma \dot{x} + f(t). \end{cases}$$

```
//Начальные условия и параметры

tspan = (0,62)

p1 = [0,10]
p2 = [1.5,3.0]
p3 = [0.6,1.0]

du0 = [-1.0]
u0 = [0.8]
```

```
//без действий внешний силы

function harm_osc_2ord(ddu, du, u, p, t)
    g, w = p
    ddu .= -g.*du.-w^2 .*u
end
```

```
//внешняя сила
f(t) = cos(1.5*t)

//с действием в нешней силы
function forced_harm_osc_2ord(ddu, du, u, p, t)
    g, w = p
    ddu .= -g.*du.-w^2 .*u .+ cos(1.5*t)
end
```

Julia. Программная реализация модели линейного гормонического осциллятора

```
prob1 = SecondOrderODEProblem(harm_osc_2ord, du0, u0, tspan, p1)
sol1 = solve(prob1, DPRKN6(), saveat=0.05)
prob2 = SecondOrderODEProblem(harm_osc_2ord, du0, u0, tspan, p2)
sol2 = solve(prob2, DPRKN6(), saveat=0.05)
prob3 = SecondOrderODEProblem(forced_harm_osc_2ord, du0, u0, tspan, p3)
sol3 = solve(prob3, Tsit5(), saveat=0.05)
```

Julia. Программная реализация модели линейного гормонического осциллятора

```
//без действий внешний силы

function harm_osc(du,u,p,t)
    g,w = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -w^2 .* u[1] - g.*u[2]
end
```

```
//внешняя сила
f(t) = cos(1.5*t)

//с действием в нешней силы
function forced_harm_osc(du,u,p,t)
    g,w = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -w^2 .* u[1] - g.*u[2] .+f(t)
end
```

```
problem1 = ODEProblem(harm_osc, [0.8, -1], tspan, p1)
solution1 = solve(problem1, Tsit5(),saveat=0.05)
problem2 = ODEProblem(harm_osc, [0.8, -1], tspan, p2)
solution2 = solve(problem2, Tsit5(),saveat=0.05)
problem3 = ODEProblem(forced_harm_osc, [0.8, -1], tspan, p3)
solution3 = solve(problem3, Tsit5(),saveat=0.05)
```

Модель для колебания без затухания и без действия внешних сил:

```
model lab4

Real x(start=0.8);
Real y(start=-1);

parameter Real w=10;
parameter Real g=0;

Real p;
```

```
equation

der(x) = y;
der(y) = -w^2*x-g*y;

end lab4;
```

Модель для колебания с затуханием и без действия внешних сил:

```
model lab4

Real x(start=0.8);
Real y(start=-1);

parameter Real w=3.0;
parameter Real g=1.5;

Real p;
```

```
equation

der(x) = y;
der(y) = -w^2*x-g*y;

end lab4;
```

Модель для колебания с затуханием и действием внешних сил:

```
model lab4

Real x(start=0.8);
Real y(start=-1);

parameter Real w=1.0;
parameter Real g=0.6;
Real p;
```

```
equation

der(x) = y;
der(y) = -w^2*x-g*y+p;
p = cos(1.5*time);

end lab4;
```

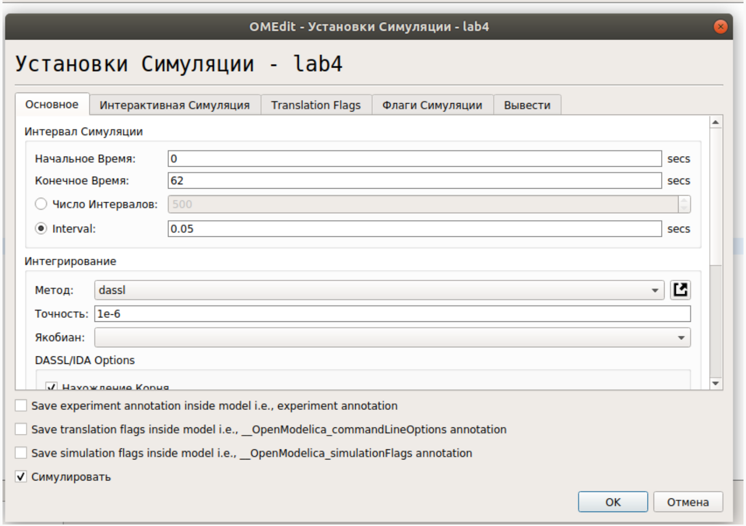

Рис. 1: Настройки модели в OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 10x = 0$$

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

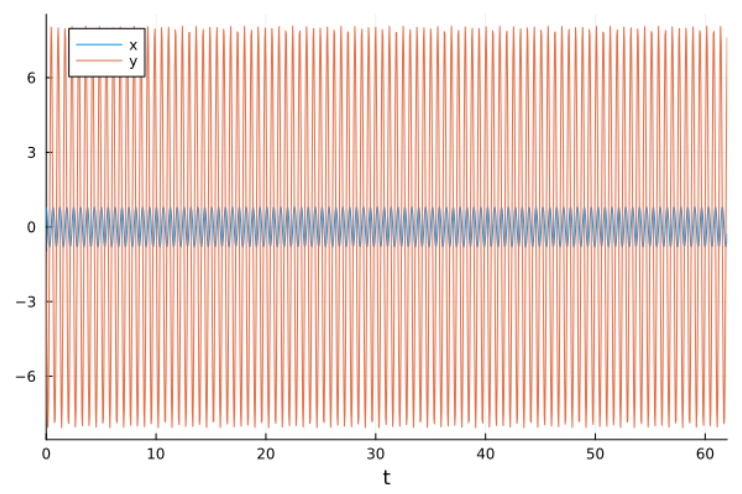

Рис. 2: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. Julia

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

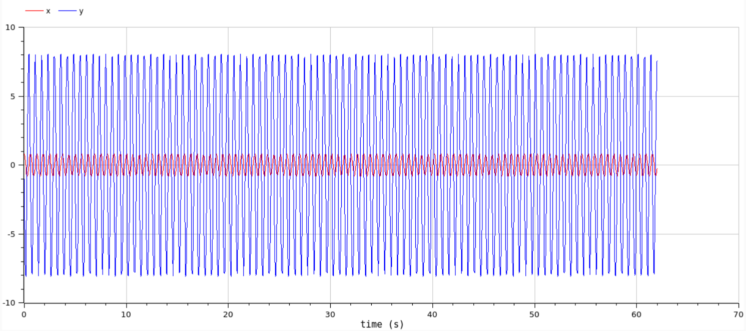

Рис. 3: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

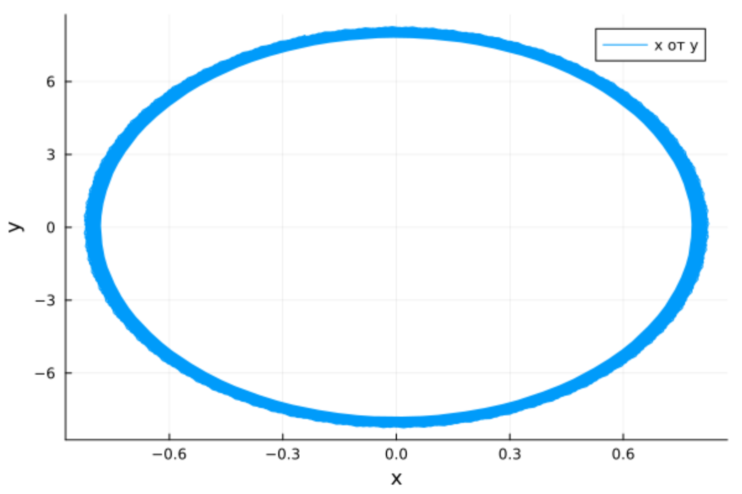

Рис. 4: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. Фазовый портрет. Julia

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

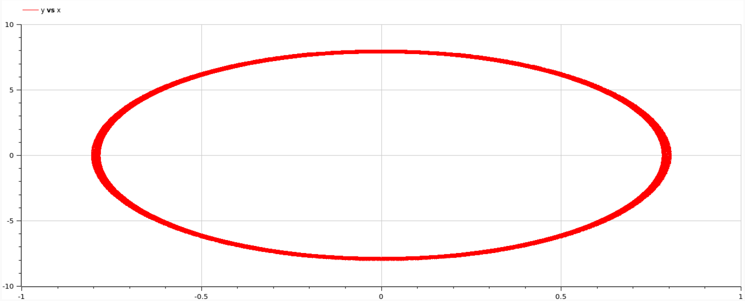

Рис. 5: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы. Фазовый портрет. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 1.5\dot{x} + 3x = 0$$

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

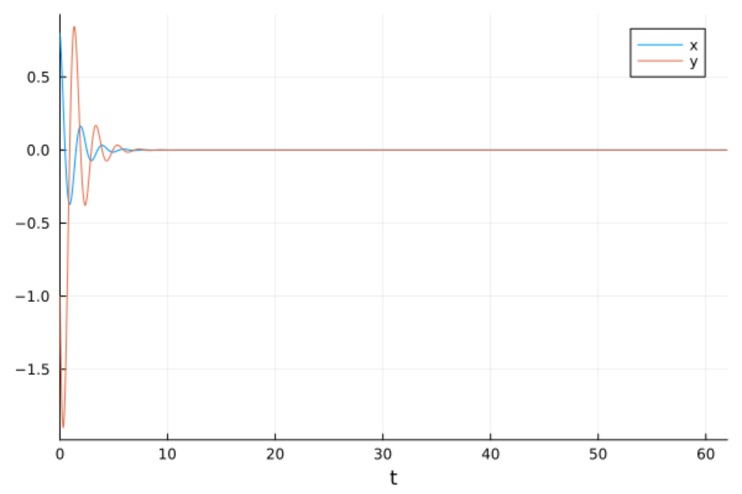

Рис. 6: Колебания гармонического осциллятора с затуханем и без действий внешней силы. Julia

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

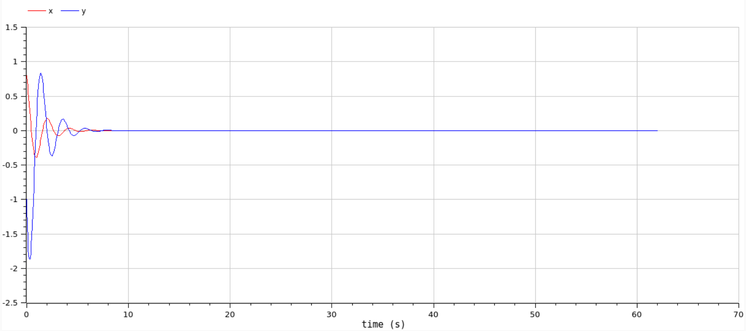

Рис. 7: Колебания гармонического осциллятора с затуханим и без действий внешней силы. OpenModelica

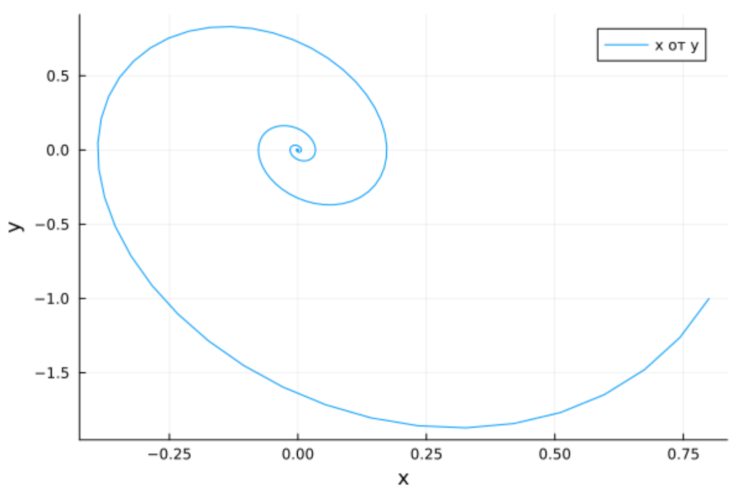

Рис. 8: Колебания гармонического осциллятора с затуханий и без действий внешней силы. Фазовый портрет. Julia

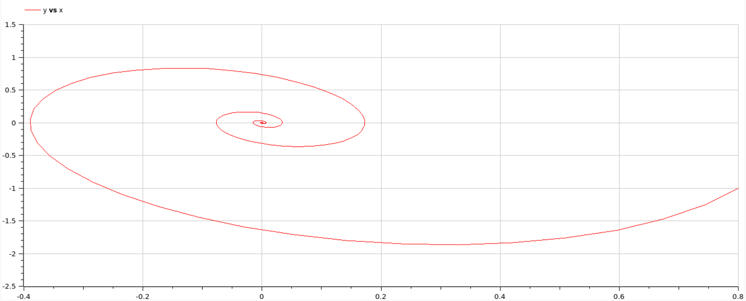

Рис. 9: Колебания гармонического осциллятора с затуханий и без действий внешней силы. Фазовый портрет. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + 0.6\dot{x} + x = cos(1.5t)$$

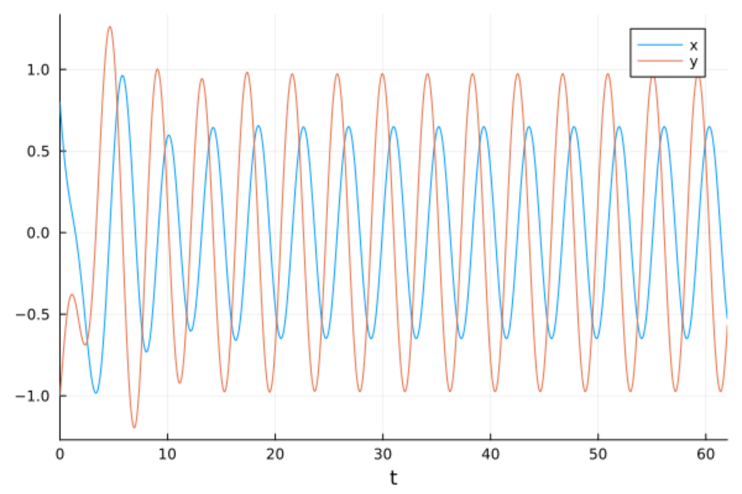

Рис. 10: Колебания гармонического осциллятора с затуханем и под действий внешней силы. Julia

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

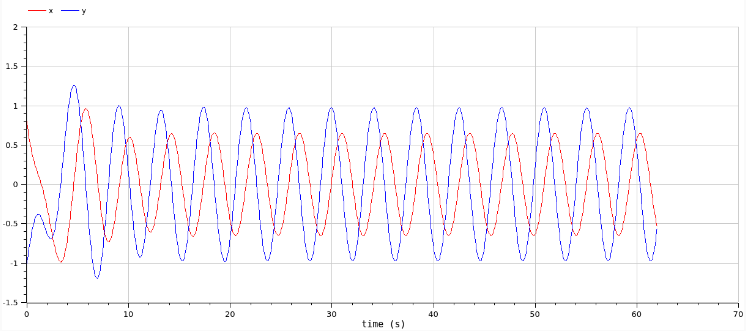

Рис. 11: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действий внешней силы. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

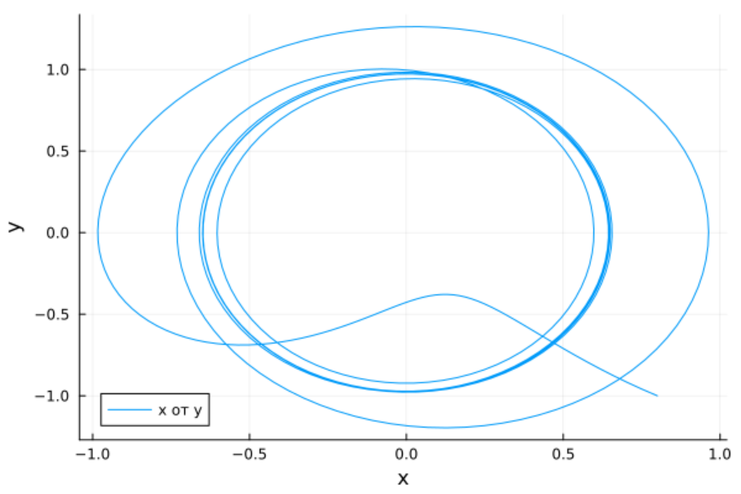

Рис. 12: Колебания гармонического осциллятора с затуханий и под действий внешней силы. Фазовый портрет. Julia

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

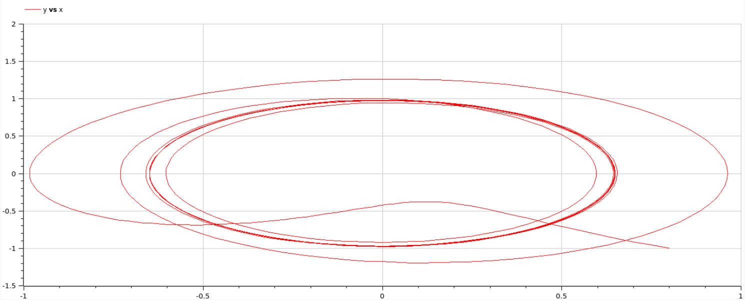

Рис. 13: Колебания гармонического осциллятора с затуханий и под действий внешней силы. Фазовый портрет. OpenModelica

Выводы

Выводы

Построили математическую модель гармонического осциллятора и провели анализ.

Список литературы

Список литературы

1. Simple harmonic motion [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Simple_harmonic_motion.
2. Ландсберга Г.С. Элементарный учебник физики: Учеб. пособие В 3 т. Т. 3. Колебания и волны. Оптика. Атомная и ядерная физика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 664 с.
3. Harmonic oscillator [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2024. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Harmonic_oscillator.