

# **Лабораторная работа №7**

**Эффективность рекламы**

Демидова Екатерина Алексеевна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Программная реализация модели эпидемии . . . . .	8
4.2	Посмотрение графиков решений и их анализ . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>14</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>15</b>

## Список иллюстраций

4.1	График изменения интенсивности рекламы для первого случая. OpenModelica . . . . .	11
4.2	График изменения интенсивности рекламы для первого случая. Julia	11
4.3	График изменения интенсивности рекламы для второго случая. OpenModelica . . . . .	12
4.4	График изменения интенсивности рекламы для второго случая. Julia	12
4.5	График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. OpenModelica . . . . .	13
4.6	График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. Julia	13

# 1 Цель работы

Исследовать простейшую математическую модель эффективности рекламы.

## 2 Задание

### Вариант 22

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.68 + 0.68(t)n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.00001 + 0.35(t)n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.51 + 0.31(t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 963$ , в начальный момент о товаре знает 12 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

### 3 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $\alpha_1(t)$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от

затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ , эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением[1]:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1 + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $\alpha_1 > \alpha_2$  получается модель типа модели Мальтуса. При  $\alpha_2 > \alpha_1$  получаем уравнение логистической кривой.

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Программная реализация модели эпидемии

Зададим функцию для решения модели эффективности рекламы. Возьмем интервал  $t \in [0; 20]$  для первого случая и  $t \in [0; 0.05]$  для второго и третьего, а также начальное условие  $n_0 = 12$  и параметры. Рассмотрим сначала реализацию в Julia. Зададим начальные условия и функции для трех случаев:

```
// Начальные условия и параметры
```

```
n0 = 12  
p1 = [0.68, 0.00018, 963]  
p2 = [0.00001, 0.35, 963]  
p3 = [0.51, 0.31, 963]  
tspan1 = (0, 20)  
tspan2 = (0, 0.05)
```

```
// Модель
```

```
f(n, p, t) = (p[1] + p[2]*n)*(p[3]-n)
```

Для задания проблемы используется функция `ODEProblem`, а для решения – численный метод `Tsit5()`:



```

prob1 = ODEProblem(f, n0, tspan1, p1)
prob2 = ODEProblem(f, n0, tspan1, p2)
prob3 = ODEProblem(f, n0, tspan2, p3)

```

```

sol1 = solve(prob1, Tsit5())
sol2 = solve(prob2, Tsit5())
sol3 = solve(prob3, Tsit5())

```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для первого случая:

```

model lab7

Real n(start=12);

parameter Real a1=0.68;
parameter Real a2=0.00018;
parameter Real N=963;

equation

der(n) = (a1 - a2*n)*(N - n);

end lab7;

```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для второго случая:

```

model lab7

Real n(start=12);

parameter Real a1=0.00001;

```

```

parameter Real a2=0.35;
parameter Real N=963;

equation

der(n) = (a1 - a2*n)*(N - n);

end lab7;

```

Также зададим эту модель в OpenModelica. Модель для третьего случая:

```

model lab7

Real n(start=12);

parameter Real a1=0.51;
parameter Real a2=0.31;
parameter Real N=963;

equation

der(n) = (a1 + a2*n)*(N - n);

end lab7;

```

## 4.2 Посмотрение графиков решений и их анализ

Посмотрим график распространения рекламы для первого случая(рис. 4.1, 4.2):

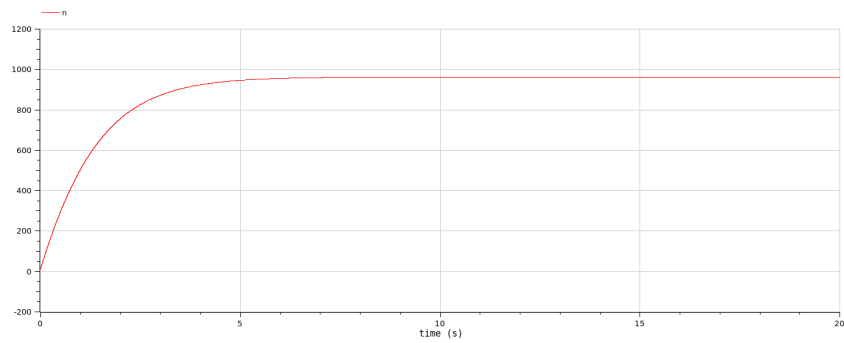


Рис. 4.1: График изменения интенсивности рекламы для первого случая. OpenModelica

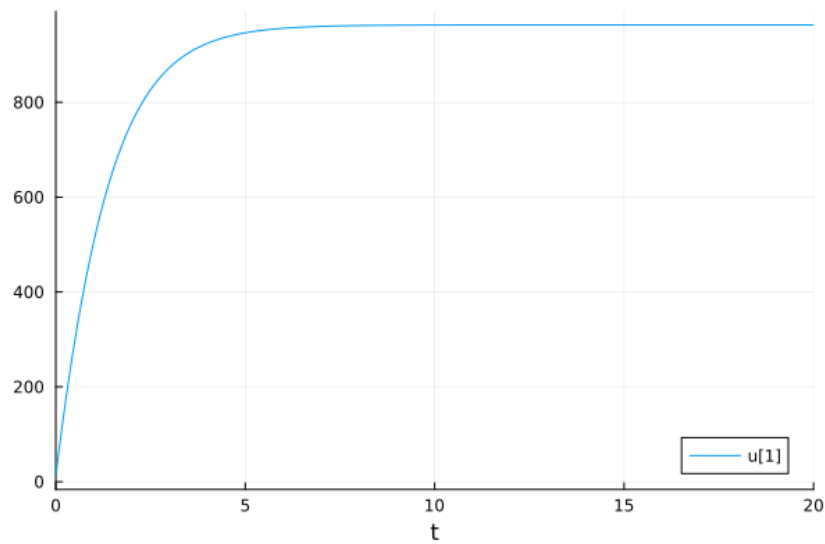


Рис. 4.2: График изменения интенсивности рекламы для первого случая. Julia

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны. Можно увидеть, что распространение рекламы сначала быстро увеличивается, а затем перестает меняться.

Посмотрим график распространения рекламы для второго случая(рис. 4.5, 4.6):

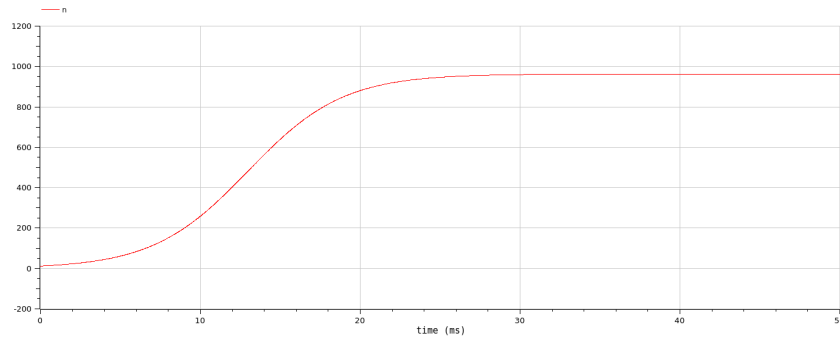


Рис. 4.3: График изменения интенсивности рекламы для второго случая. OpenModelica

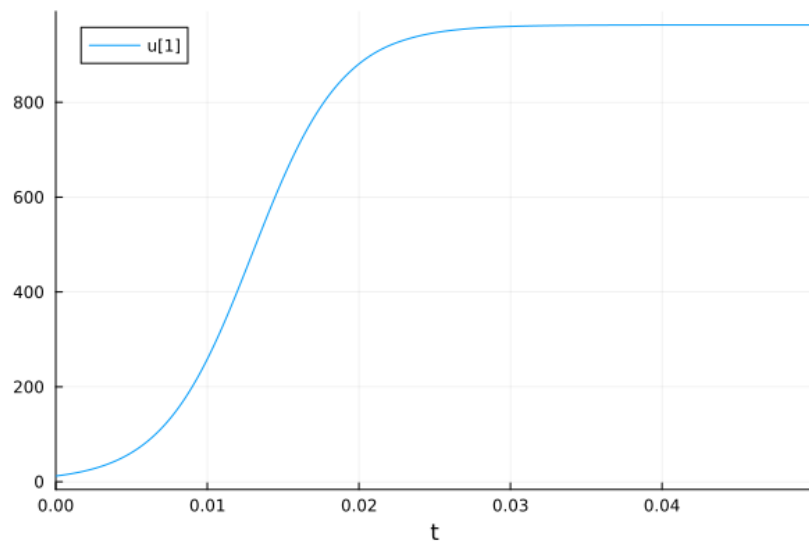


Рис. 4.4: График изменения интенсивности рекламы для второго случая. Julia

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны. Можно увидеть, что распространение рекламы сначала быстро увеличивается, а затем перестает меняться.

Посмотрим график распространения рекламы для третьего случая(рис. 4.5, 4.6):

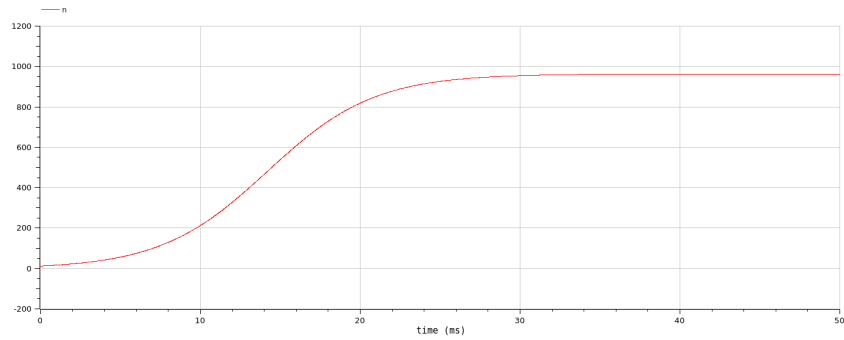


Рис. 4.5: График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. OpenModelica

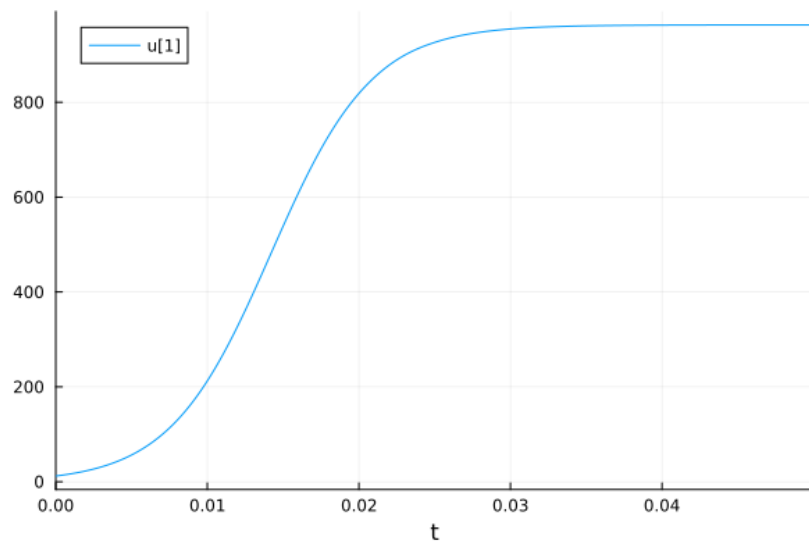


Рис. 4.6: График изменения интенсивности рекламы для третьего случая. Julia

Графики решений, полученные с помощью OpenModelica и Julia идентичны. Можно увидеть, что распространение рекламы сначала быстро увеличивается, а затем перестает меняться.

Во втором случае скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение 962.8 в момент времени 0.156256.

## 5 Выводы

Построили математическую модель эффективности рекламы.

## Список литературы

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2001. 320 с.