Лабораторная работа №3

Модель боевых действий

Демидова Екатерина Алексеевна

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

Построить математическую модель боевых действий и провести анализ.

2 Задание

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 24 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 54 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывные функции.

Построить графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками
2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

3 Теоретическое введение

Под боевыми действиями понимаются организованные действия частей, соединений, объединений при выполнении поставленных боевых (оперативных) задач. Боевые действия сухопутных войск ведутся в форме общевойсковых боев подразделений (частей и соединений), операций и сражений армий (фронтов)[1].

Моделирование боевых действий началось во время Первой мировой войны. В годы Второй мировой войны возник научный метод «исследование операций», дающий в распоряжение военного командования или другого исполнительного органа количественные основания для принятия решений по действию войск или других организаций, находящихся под их управлением. Большой вклад в развитие моделей боя внесен специалистами Вычислительного центра им. А. А. Дородницына. В частности, П. С. Краснощеков и А. А. Петров описали динамику боя в пространстве, представив модель перемещения линии фронта. Ю. Н. Павловским предложен способ учета морального фактора в уравнении равенства сил квадратичной модели боя[2].

Уравнения Осипова – Ланчестера можно записать в виде[1]:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -a_y * y^p * x^q \\ \dfrac{dy}{dt} = -a_x * x^p * y^q \end{cases}$$

где $x(y)$ – численности войск первой (второй) стороны в момент времени t; a_x (a_y) – эффективность огня первой (второй) стороны (число поражаемых целей противника в единицу времени)1; p и q – параметры степени. В начальный момент времени заданы численности сторон: $x(0) = x_0$ и $y(0) = y_0$.

Выделяются следующие разновидности модели Осипова – Ланчестера. Если $p = q = 1$ (в общем случае, $p - q = 0$), то это линейная модель боя с условием равенства сил. Если $p = 1$, $q = 0$ (в общем случае, $p - q = 1$), то это квадратичная модель боя с условием равенства сил. Наконец, если $p = 0$, $q = 1$ (в общем случае, $q - p = 1$), то это логарифмическая модель боя.

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Модель боевых действий между регулярными войсками

Модель боевых действий между регулярными войсками. Зададим коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями у первой армии 0,4, у второй 0,64. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,77 и 0,3 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = \sin 2t + 2$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = \cos t + 1$. Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0,4x(t) - 0,64y(t) + \sin 2t + 2 \\ \frac{dy}{dt} = -0,77x(t) - 0,3y(t) + \cos t + 1 \end{cases}$$

Зададим начальные условия:

$$\begin{cases} x_0 = 24000 \\ y_0 = 54000 \end{cases}$$

В Julia начальные условия задаются следующим образом:

```
x0 = 24000
y0 = 54000
```

```
p1 = [0.4, 0.64, 0.77, 0.3]
tspan = (0,1)
```

Затем запишем систему ОДУ через функцию, зададим соответсвующую задачу Коши с помощью ODEProblem и решим её с помощью solve:

```
function f1(u,p,t)
    x,y = u
    a,b,c,h = p
    dx = -a*x-b*y + sin(2*t)+2
    dy = -c*x-h*y + cos(t) +1
    return [dx, dy]
end

prob1 = ODEProblem(f1,[x0,y0], tspan,p)

solution1 = solve(prob1, Tsit5())
```

И с помощью библиотеки Plots построим график изменения численности войск армии X и армии Y:

```
plot(solution1, title = "Модель боевых действий №1",
  label = ["Армия X" "Армия Y"], xaxis = "Время", yaxis = "Численность армии")
```

В результате можно увидеть, что при таких параметрах модели армия X побеждает армию Y(рис. 4.1):

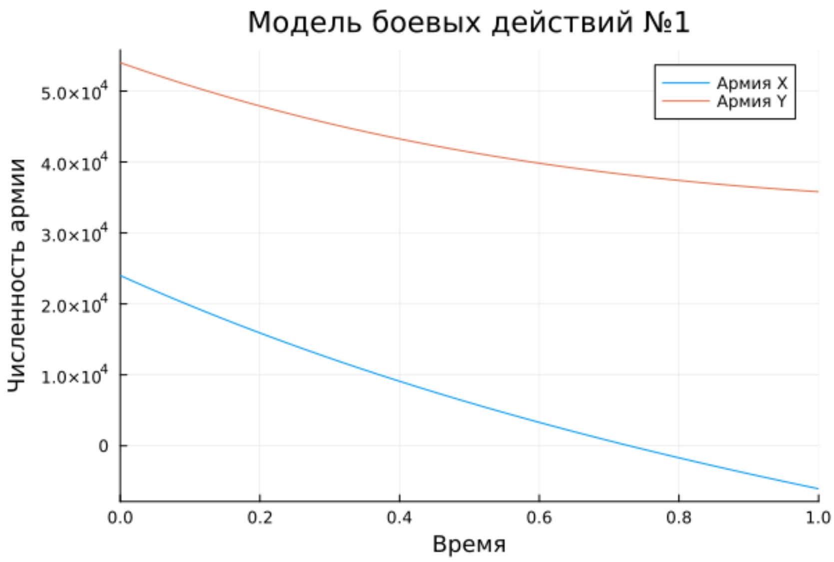

Рис. 4.1: Модель боевых действий №1. Julia

Построим такую же модель с помощью OpenModelica. Модель задается следующим образом:

```
model lab3


Real x(start=24000);
Real y(start=54000);
Real p;
Real q;


parameter Real a=0.4;
parameter Real b=0.64;
parameter Real c=0.77;
parameter Real h=0.3;


equation
  der(x) = -a*x-b*y + p;
  der(y) = -c*x-h*y + q;
```

```
  p = sin(2*time)+2;
  q = cos(time)+1;

end lab3;
```

Промежуток времени и численный метод решения задаётся в настройках симуляции. Просимулировав модель получим график, совпадающий с предыдущим(рис. 4.2):

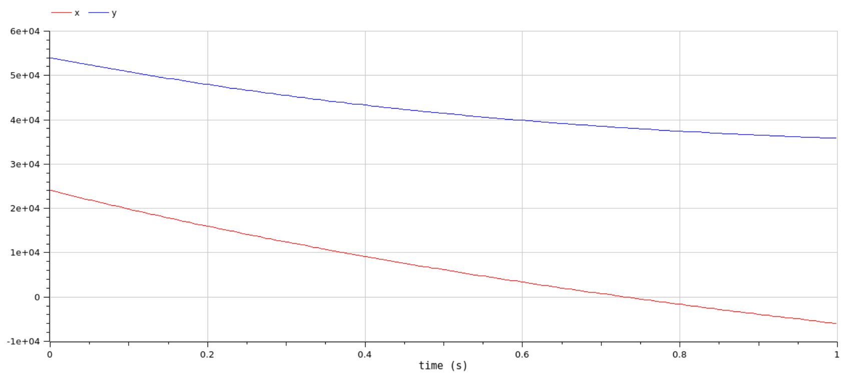

Рис. 4.2: Модель боевых действий №1. OpenModelica

Разница реализаций визуально не заметна.

4.2 Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов. Зададим коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями у первой армии 0,35, у второй 0,67. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,77 и 0,45 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, $P(t) = \sin 2t + 2$, подкрепление второй армии описывается функцией $Q(t) = \cos t + 1$. Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y:

$$
\begin{cases}
\frac{dx}{dt} = -0,35x(t) - 0,67y(t) + \sin 2t + 2 \\
\frac{dy}{dt} = -0,77x(t) - 0,45y(t) + \cos t + 1
\end{cases}
$$

В Julia начальные условия задаются следующим образом:

```
x0 = 24000

y0 = 54000

p2 = [0.35, 0.67, 0.77, 0.45]

tspan = (0,1)
```

Затем запишем систему ОДУ через функцию, зададим соответсвующую задачу Коши с помощью ODEProblem и решим её с помощью solve:

```
function f2(u,p,t)
    x,y = u
    a,b,c,h = p
    dx = -a*x-b*y + sin(2*t)+2
    dy = -c*x*y-h*y + cos(t) +1
    return [dx, dy]
end

prob2 = ODEProblem(f2,[x_0,y_0], tspan,p2)
solution2 = solve(prob2, Tsit5())
```

И с помощью библиотеки Plots построим график изменения численности войск армии X и армии Y:

```
plot(solution2, title = "Модель боевых действий №2",
  label = ["Армия X" "Армия Y"], xaxis = "Время", yaxis = "Численность армии")
```

В результате можно увидеть, что при таких параметрах модели армия Y побеждает армию X (рис. 4.2):

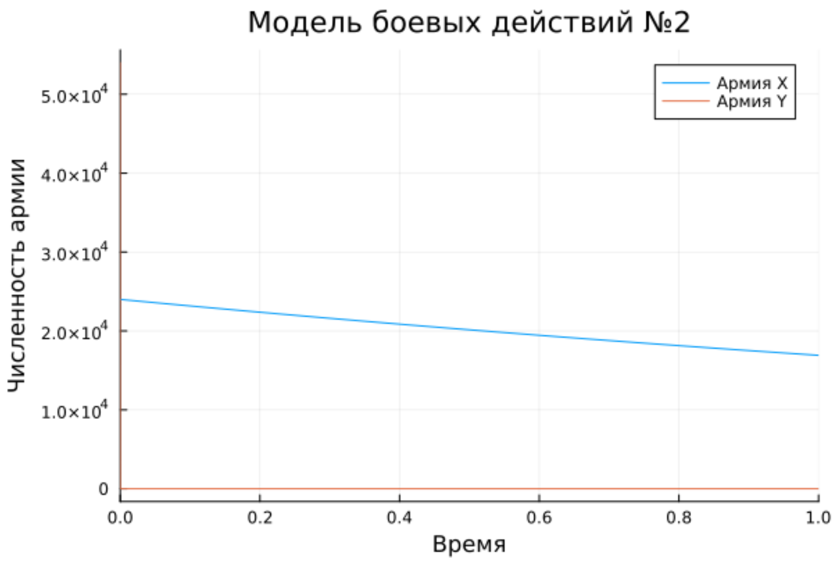

Рис. 4.3: Модель боевых действий №2. Julia

На графике плохо видно убывание армии X, так как это происходит очень быстро, поэтому приблизим меньший промежуток(рис. 4.3).

```
plot(solution2, title = "Модель боевых действий №2",
  label = ["Армия X" "Армия Y"], xaxis = "Время", yaxis = "Численность армии",
  xlimit = [0,0.001])
```

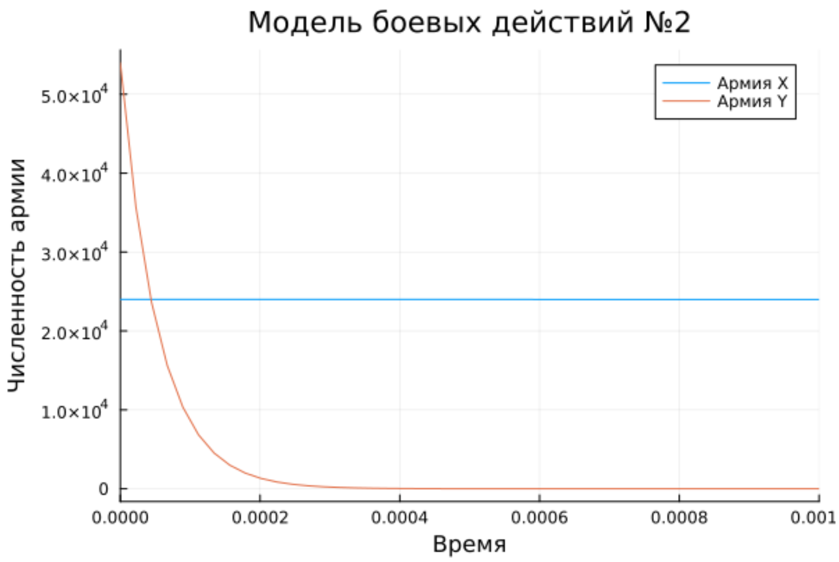

Рис. 4.4: Модель боевых действий №2 в приближении. Julia

Построим такую же модель с помощью OpenModelica. Модель задается следующим образом:

```
model lab3


Real x(start=24000);
Real y(start=54000);
Real p;
Real q;


parameter Real a=0.35;
parameter Real b=0.67;
parameter Real c=0.77;
parameter Real h=0.45;


equation
  der(x) = -a*x-b*y + p;
  der(y) = -c*x*y-h*y + q;
```

```
  p = sin(2*time)+2;
  q = cos(time)+1;

end lab3;
```

Промежуток времени и численный метод решения задаётся в настройках симуляции. Просимулировав модель также построим два графика(рис. 4.5, 4.6):

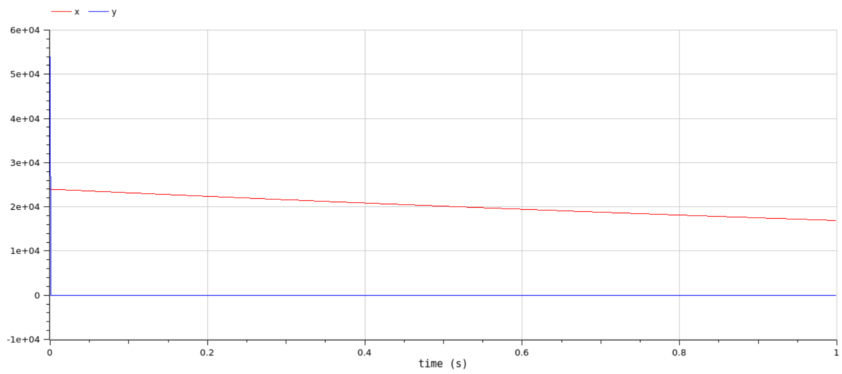

Рис. 4.5: Модель боевых действий №2. OpenModelica

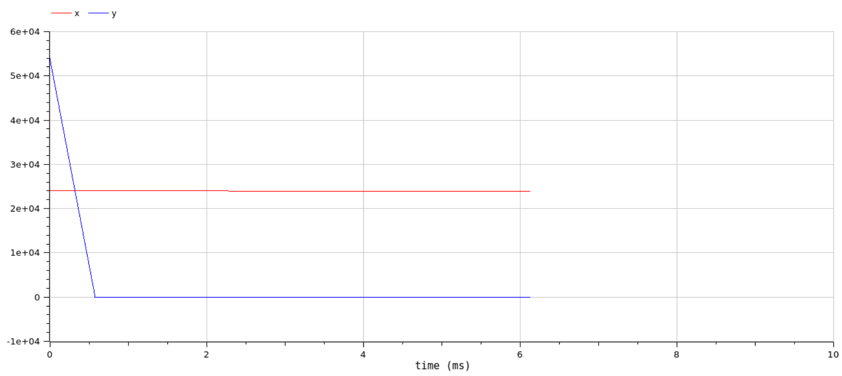

Рис. 4.6: Модель боевых действий №2 в приближении. OpenModelica

Можно увидеть, что график(рис. 4.6), построенный в OpenModelica отличается от (рис. 4.4), численность армии X убывает резко до нуля, а в Julia более плавно, так как в ней точность вычислений выше. А при большем расстоянии разница численности армии X не заметна(так как уходит в ноль), но в Julia график численности армии Y перестает меняться после вымирания соперника, а в OpenModelica продолжает убывать.

5 Выводы

Построили математическую модель боевых действий и провели анализ.

Список литературы

1. Корепанов В.О., Чхартишвили А.Г., Шумов В.В. Базовые модели боевых действий. УБС, 2023. 354 с.
2. Шумов В.И., Кореапнов В.О. Математические модели боевых и военных действий. Ки&М, 2005. 354 с.