

Отчет по Лабораторной Работе №6

Модель эпидемии - Вариант 27

Озьяс Стев Икнэль Дани

Содержание

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Цель работы | 3 |
| 2 | Задание | 4 |
| 3 | Выполнение лабораторной работы | 5 |
| 3.1 | Теоретические сведения | 5 |
| 3.2 | Задача | 6 |
| 3.3 | Код программы (Julia) | 8 |
| 3.4 | Код программы (OpenModelica) | 10 |
| 4 | Выводы | 12 |
| 5 | Список литературы | 13 |

1 Цель работы

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

2 Задание

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$

2. если $I(0) > I^*$

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -aS, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} aS - bI, & \text{если } I(t) > I^* \\ -bI, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = bI$$

метод: **Note:** Постоянные пропорциональности a, b , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

3.2 Задача

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $N = 11300$ в момент начала эпидемии $t = 0$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 240$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 46$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Построили графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрим, как будет протекать эпидемия в случае: 1. если $I(0) \leq I^*$

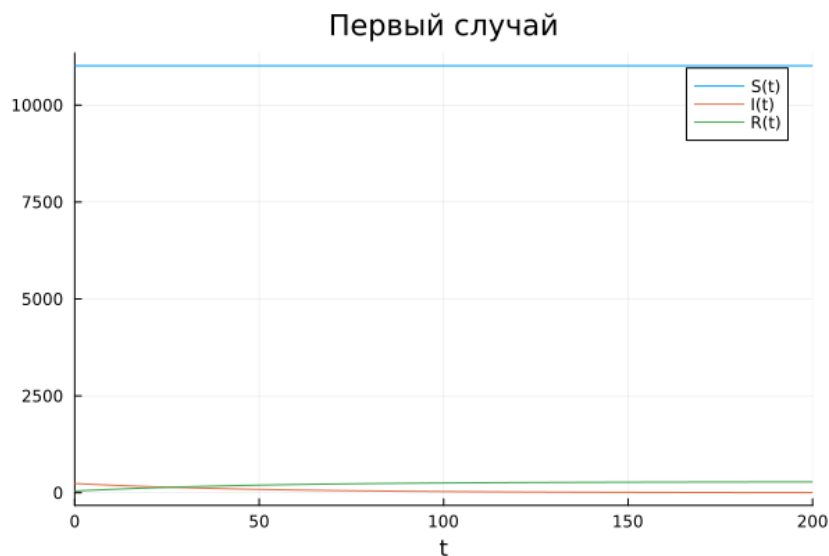


Рис. 3.1: Динамика изменения числа особей - Случай 1 (Julia)

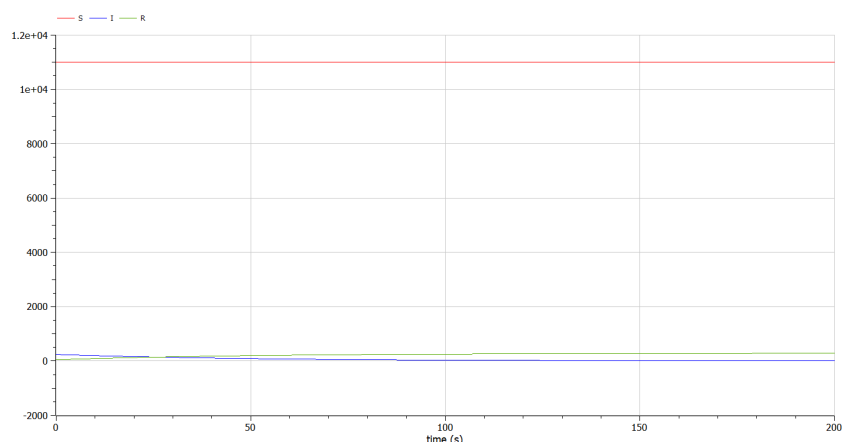


Рис. 3.2: Динамика изменения числа особей - Случай 1 (OpenModelica)

2. если $I(0) > I^*$

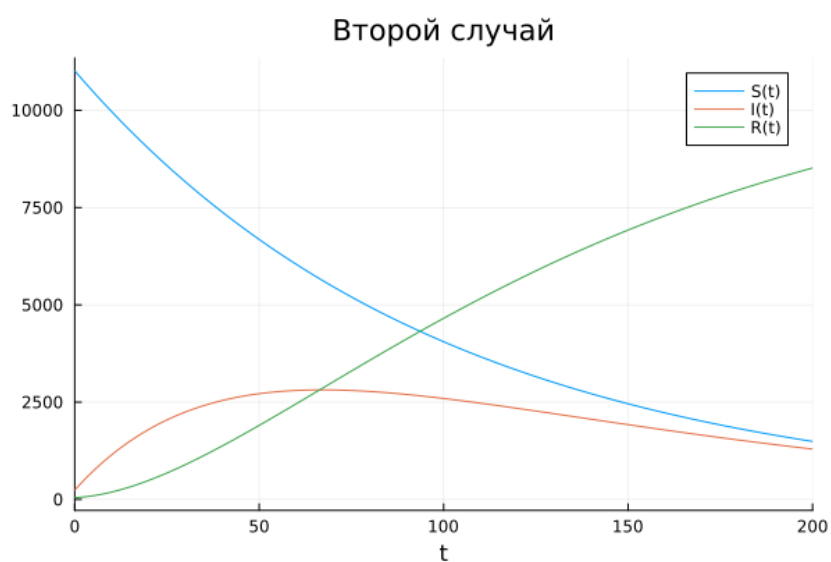


Рис. 3.3: Динамика изменения числа особей - Случай 2 (Julia)

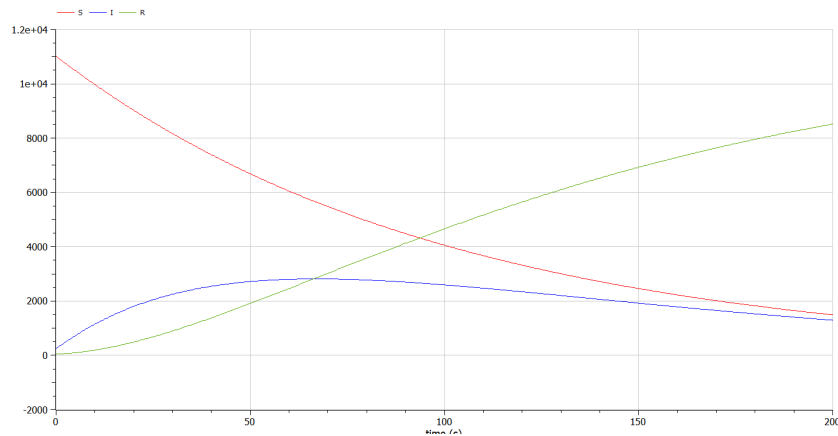


Рис. 3.4: Динамика изменения числа особей - Случай 2 (OpenModelica)

3.3 Код программы (Julia)

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
a = 0.01; # коэффициент заболеваемости
```

```
b = 0.02; # коэффициент выздоровления
```

```
N = 11300; # общая численность популяции
```

```
I0 = 240; # количество инфицированных особей в начальный момент времени
```

```
R0 = 46; # количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент времени
```

```
S0 = N - I0 - R0; # количество восприимчивых к болезни особей в начальный момент
```

```
x0 = [S0; I0; R0]; # начальные значения
```

```
t = (0, 200);
```

```
# ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ
```

```
# случай, когда  $I(0) \leq I^*$ 
```



```

function F1(du, u, p, t)
    du[1] = 0;
    du[2] = - b*u[2];
    du[3] = b*u[2];
end

prob = ODEProblem(F1, x0, t)
sol = solve(prob)

display(plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], title="Первый случай"))
savefig("image1.png")

#ВТОРОЙ СЛУЧАЙ
# случай, когда  $I(0) > I^*$ 
function F2(du, u, p, t)
    du[1] = - a*u[1] ;
    du[2] = a*u[1] - b*u[2];
    du[3] = b*u[2];
end

prob = ODEProblem(F2, x0, t)
sol = solve(prob)

display(plot(sol, label=["S(t)" "I(t)" "R(t)"], title="Второй случай"))
savefig("image2.png")

```

3.4 Код программы (OpenModelica)

```
// ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ - случай, когда  $I(0) \leq I^*$ 
```

```
model lab6
```

```
parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
```

```
parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
```

```
parameter Integer N = 11300; // общая численность популяции
```

```
parameter Integer I0 = 240; // количество инфицированных особей в начальный момент
```

```
parameter Integer R0 = 46; // количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент
```

```
parameter Integer S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни особей
```

```
//начальные значения
```

```
Real S(start=S0);
```

```
Real I(start=I0);
```

```
Real R(start=R0);
```

```
// случай, когда  $I(0) > I^*$ 
```

```
equation
```

```
der(S) = 0 ;
```

```
der(I) = - b*I;
```

```
der(R) = b*I;
```

```
end lab6;
```

```
// ВТОРОЙ СЛУЧАЙ - случай, когда  $I(0) > I^*$ 
```

```
model lab6
```

```

parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
parameter Integer N = 11300; // общая численность популяции
parameter Integer I0 = 240; // количество инфицированных особей в начальный момент
parameter Integer R0 = 46; // количество здоровых особей с иммунитетом в начальный момент
parameter Integer S0 = N - I0 - R0; // количество восприимчивых к болезни особей

//начальные значения
Real S(start=S0);
Real I(start=I0);
Real R(start=R0);

// случай, когда  $I(0) > I^*$ 
equation
    der(S) = - a*S ;
    der(I) = a*S - b*I;
    der(R) = b*I;

end lab6;

```

4 Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделью эпидемии. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, показали динамику изменения числа людей в каждой из трех групп в каждом случае.

5 Список литературы

1. Модель эпидемии