Отчет по Лабораторной Работе №2

Задача о погоне - Вариант 27

Озьяс Стев Икнэль Дани

Содержание

# 1 Цель работы

Рассмотрим задачу преследования браконьеров береговой охраной. На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии k км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Необходимо определить по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтоб нагнать лодку.

# 2 Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

# 3 Выполнение лабораторной работы

Принимаем за - место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, - место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров , а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Чтобы найти расстояние (расстояние после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время катер и лодка окажутся на одном расстоянии от полюса. За это время лодка пройдет , а катер (или , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как или (для второго случая ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:

- в первом случае,

во втором случае.

Отсюда мы найдем два значения и , задачу будем решать для двух случаев.

,при

,при

После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: - радиальная скорость и - тангенциальная скорость. Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем . Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус ,

Найдем тангенциальную скорость для нашей задачи .

Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость . Поскольку, радиальная скорость равна , то тангенциальную скорость находим из уравнения . Следовательно, .

Тогда получаем

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений

с начальными условиями

Или

Исключая из полученной системы производную по t, можно перейти к следующему уравнению:

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах. Теперь, когда нам известно все, что нам нужно, построим траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

## 3.1 Условие задачи

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,7 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

## 3.2 Код программы (Julia)

Далее приведён код на языке Julia, решающий задачу Коши:

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
n = 3.7  
s = 11.7  
fi = 3\*(pi/4)  
  
  
function f(r, p, t)  
 dr = r/ sqrt(n^2 - 1)  
 return dr  
end  
  
  
function f2(t)  
 y = tan(fi)\*t  
 return y  
end  
  
  
r0 = s/(n + 1)  
tetha = (0, 2\*pi)  
  
  
prob = ODEProblem(f, r0, tetha)  
sol = solve(prob)  
  
t = collect(LinRange(0, 15, 1500))  
  
r1 = []  
tetha1 = []  
  
for i in t  
 push!(r1, sqrt(i^2 + f2(i)^2))  
 push!(tetha1, atan(f2(i)/i))  
end  
  
plot(sol, proj=:polar, label= "Катер")  
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label= "Лодка")  
  
savefig("image1.png")  
  
r0 = s/(n - 1)  
tetha = (-pi, pi)  
  
prob = ODEProblem(f, r0, tetha)  
sol = solve(prob)  
  
  
plot(sol, proj=:polar, label= "Катер")  
plot!(tetha1, r1, proj=:polar, label= "Лодка")  
  
savefig("image2.png")

## 3.3 Построение траектории

Построили траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

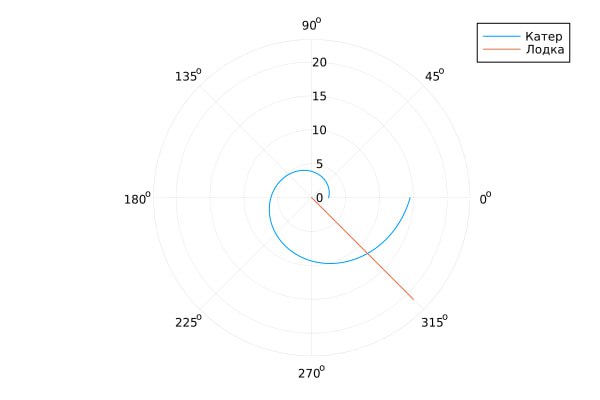


Figure 1: траектории для случая 1 (Julia)

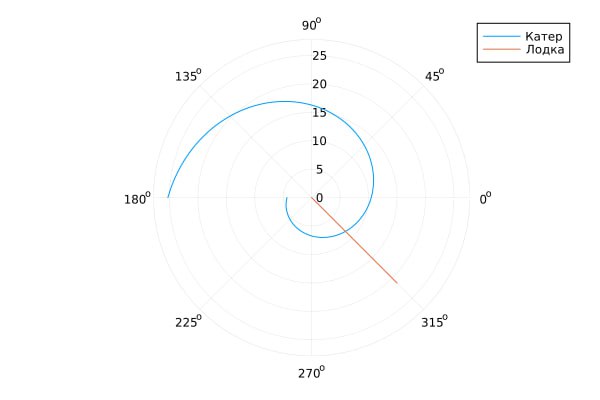


Figure 2: траектории для случая 2 (Julia)

Точка пересечения графиков является точкой пересечения катера и лодки.

По первому графику можно сказать, что эта точка пересечения примерно в (7π/4, 12.xx).

По второму графику можно сказать, что эта точка пересечения примерно в (7π/4, 8.xx).

Наблюдаем, что при погоне «по часовой стрелке» для достижения цели потребуется пройти меньшее расстояние.

# 4 Выводы

Рассмотрели задачу о погоне. Провели анализ и вывод дифференциальных уравнений. Смоделировали ситуацию.

# 5 Список литературы

1. [Задача о погоне](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/2290141/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%201.pdf)