Лабораторная работа №3

Модель боевых действий

Демидова Екатерина Алексеевна

Содержание

# 1 Цель работы

Построить математическую модель боевых действий и провести анализ.

# 2 Задание

Между страной и страной идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями и . В начальный момент времени страна имеет армию численностью 24 000 человек, а в распоряжении страны армия численностью в 54 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты , , , постоянны. Также считаем и непрерывные функции.

Построить графики изменения численности войск армии и армии для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками
2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

# 3 Теоретическое введение

Под боевыми действиями понимаются организованные действия частей, соединений, объединений при выполнении поставленных боевых (оперативных) задач. Боевые действия сухопутных войск ведутся в форме общевойсковых боев подразделений (частей и соединений), операций и сражений армий (фронтов)[1].

Моделирование боевых действий началось во время Первой мировой войны. В годы Второй мировой войны возник научный метод «исследование операций», дающий в распоряжение военного командования или другого исполнительного органа количественные основания для принятия решений по действию войск или других организаций, находящихся под их управлением. Большой вклад в развитие моделей боя внесен специалистами Вычислительного центра им. А. А. Дородницына. В частности, П. С. Краснощеков и А. А. Петров описали динамику боя в пространстве, представив модель перемещения линии фронта. Ю. Н. Павловским предложен способ учета морального фактора в уравнении равенства сил квадратичной модели боя[2].

Уравнения Осипова – Ланчестера можно записать в виде[1]:

где – численности войск первой (второй) стороны в момент времени ; () – эффективность огня первой (второй) стороны (число поражаемых целей противника в единицу времени)1; p и q – параметры степени. В начальный момент времени заданы численности сторон: и .

Выделяются следующие разновидности модели Осипова – Ланчестера. Если p = q = 1 (в общем случае, p – q = 0), то это линейная модель боя с условием равенства сил. Если p = 1, q = 0 (в общем случае, p – q = 1), то это квадратичная модель боя с условием равенства сил. Наконец, если p = 0, q = 1 (в общем случае, q – p = 1), то это логарифмическая модель боя.

# 4 Выполнение лабораторной работы

## 4.1 Модель боевых действий между регулярными войсками

Модель боевых действий между регулярными войсками. Зададим коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями у первой армии 0,4, у второй 0,64. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,77 и 0,3 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, , подкрепление второй армии описывается функцией . Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y:

Зададим начальные условия:

В Julia начальные условия задаются следующим образом:

x0 = 24000  
y0 = 54000  
p1 = [0.4, 0.64, 0.77, 0.3]  
tspan = (0,1)

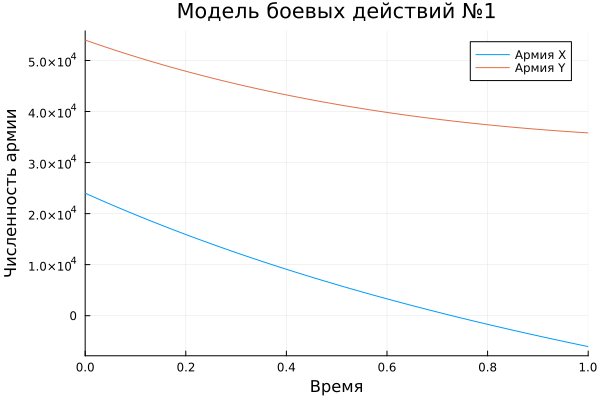
Затем запишем систему ОДУ через функцию, зададим соответсвующую задачу Коши с помощью ODEProblem и решим её с помощью solve:

function f1(u,p,t)  
 x,y = u  
 a,b,c,h = p  
 dx = -a\*x-b\*y + sin(2\*t)+2  
 dy = -c\*x-h\*y + cos(t) +1  
 return [dx, dy]  
end  
  
prob1 = ODEProblem(f1,[x0,y0], tspan,p)  
  
solution1 = solve(prob1, Tsit5())

И с помощью библиотеки Plots построим график изменения численности войск армии и армии :

plot(solution1, title = "Модель боевых действий №1",   
 label = ["Армия X" "Армия Y"], xaxis = "Время", yaxis = "Численность армии")

В результате можно увидеть, что при таких параметрах модели армия X побеждает армию Y(рис. ??):

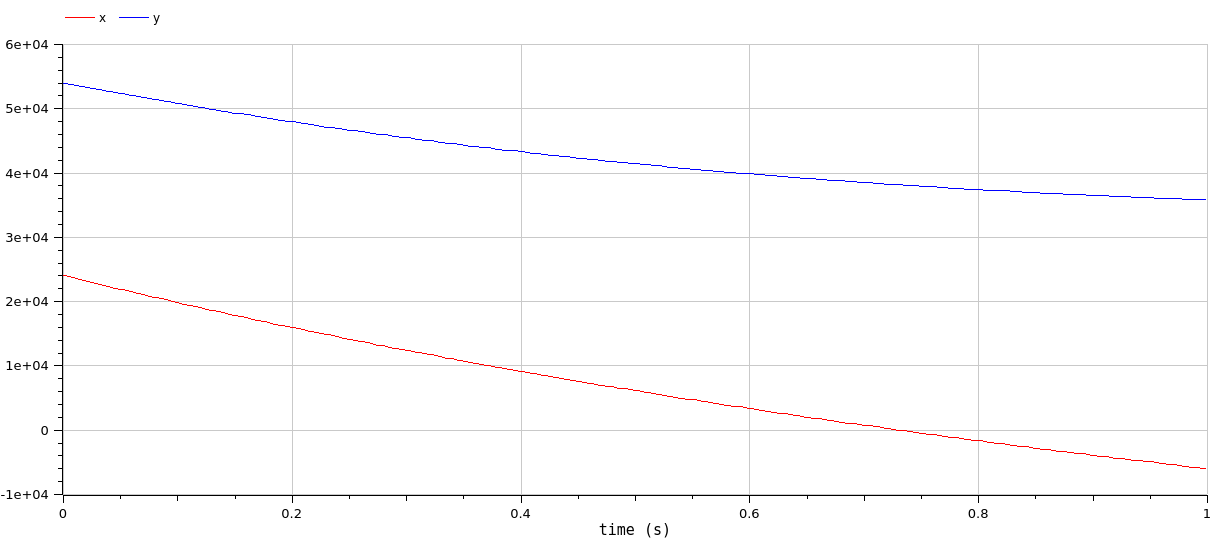


Модель боевых действий №1. Julia

Построим такую же модель с помощью OpenModelica. Модель задается слеудующим образом:

model lab3  
  
Real x(start=24000);  
Real y(start=54000);  
Real p;  
Real q;  
  
parameter Real a=0.4;  
parameter Real b=0.64;  
parameter Real c=0.77;  
parameter Real h=0.3;  
  
equation  
 der(x) = -a\*x-b\*y + p;  
 der(y) = -c\*x-h\*y + q;  
 p = sin(2\*time)+2;  
 q = cos(time)+1;  
  
end lab3;

Промежуток времени и численный метод решения задаётся в настройках симуляции. Просимулировав модель получим график, совпадающий с предыдущим(рис. ??):



Модель боевых действий №1. OpenModelica

Разница реализаций визуально не заметна.

## 4.2 Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Модель боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов. Зададим коэффициент смертности, не связанный с боевыми действиями у первой армии 0,35, у второй 0,67. Коэффициенты эффективности первой и второй армии 0,77 и 0,45 соответственно. Функция, описывающая подход подкрепление первой армии, , подкрепление второй армии описывается функцией . Тогда получим следующую систему, описывающую противостояние между регулярными войсками X и Y:

В Julia начальные условия задаются следующим образом:

x0 = 24000  
y0 = 54000  
p2 = [0.35, 0.67, 0.77, 0.45]  
tspan = (0,1)

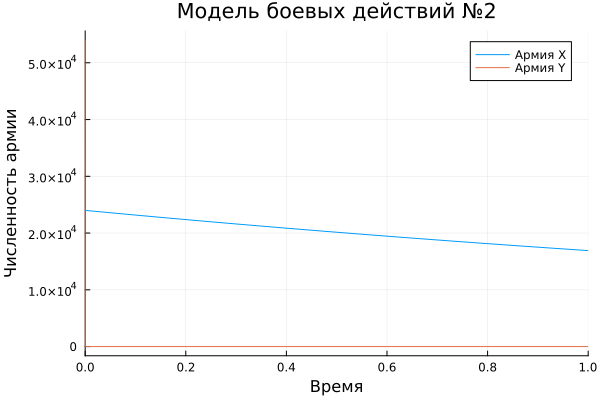
Затем запишем систему ОДУ через функцию, зададим соответсвующую задачу Коши с помощью ODEProblem и решим её с помощью solve:

function f2(u,p,t)  
 x,y = u  
 a,b,c,h = p  
 dx = -a\*x-b\*y + sin(2\*t)+2  
 dy = -c\*x\*y-h\*y + cos(t) +1  
 return [dx, dy]  
end  
  
prob2 = ODEProblem(f2,[x\_0,y\_0], tspan,p2)  
solution2 = solve(prob2, Tsit5())

И с помощью библиотеки Plots построим график изменения численности войск армии и армии :

plot(solution2, title = "Модель боевых действий №2",   
 label = ["Армия X" "Армия Y"], xaxis = "Время", yaxis = "Численность армии")

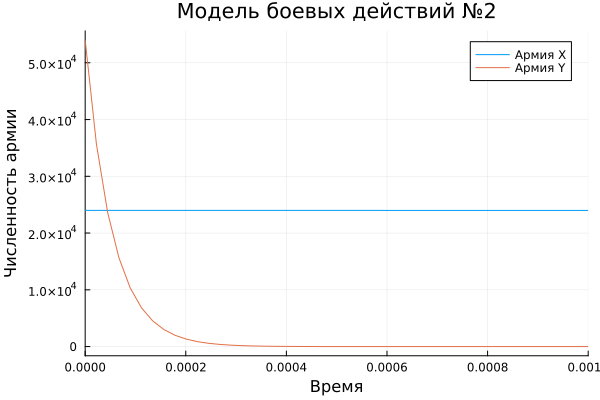
В результате можно увидеть, что при таких параметрах модели армия Y побеждает армию X (рис. ??):



Модель боевых действий №2. Julia

На графике плохо видно убывание армии X, так как это происходит очень быстро, поэтому приблизим меньший промежуток(рис. ??).

plot(solution2, title = "Модель боевых действий №2",   
 label = ["Армия X" "Армия Y"], xaxis = "Время", yaxis = "Численность армии",   
 xlimit = [0,0.001])

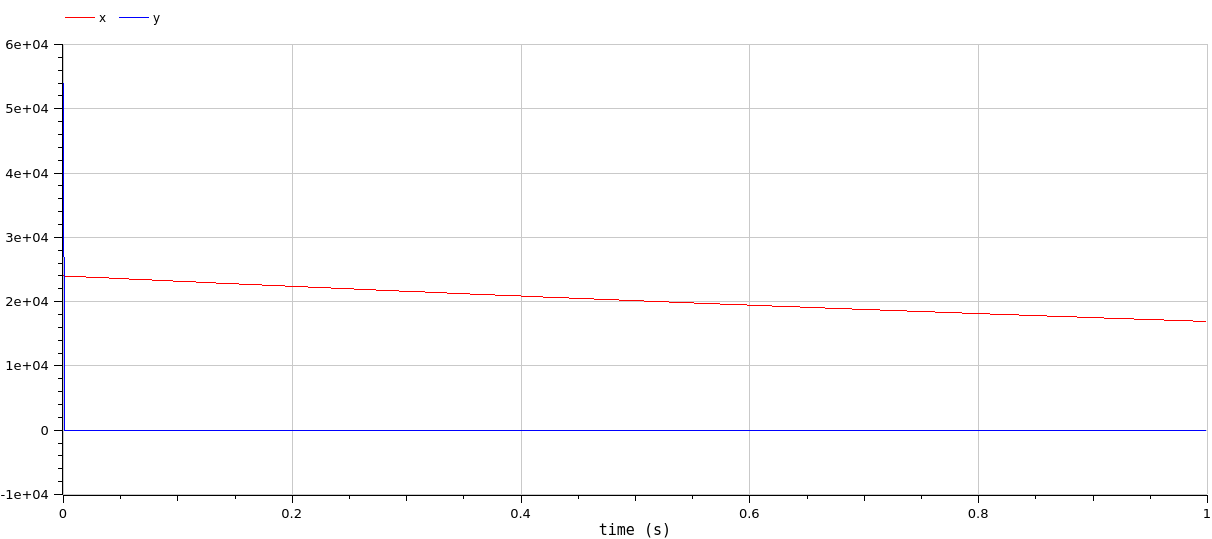


Модель боевых действий №2 в приближении. Julia

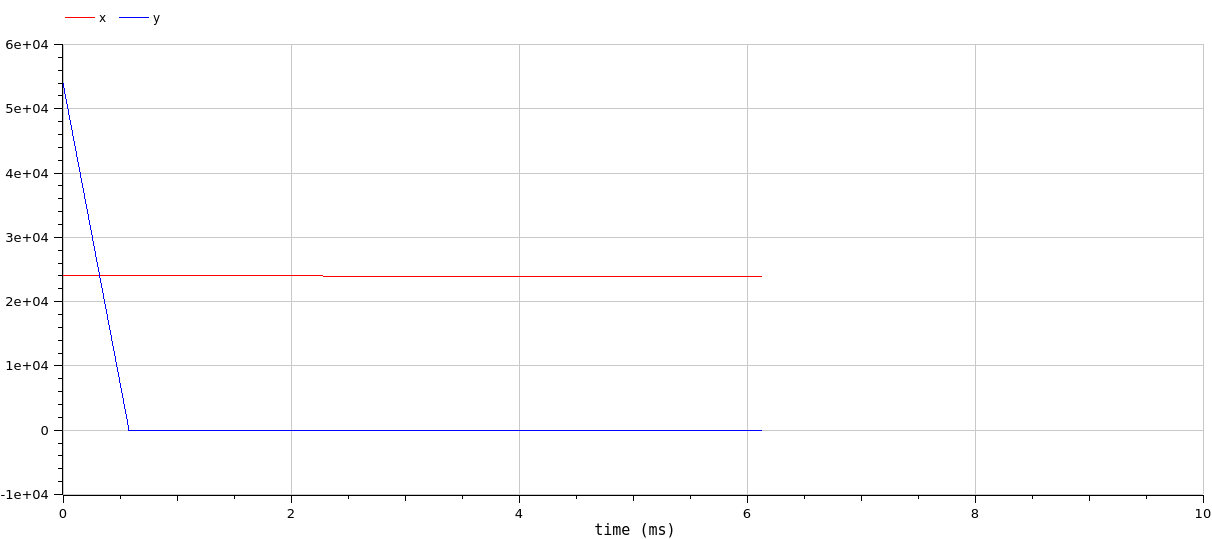
Построим такую же модель с помощью OpenModelica. Модель задается слеудующим образом:

model lab3  
  
Real x(start=24000);  
Real y(start=54000);  
Real p;  
Real q;  
  
parameter Real a=0.35;  
parameter Real b=0.67;  
parameter Real c=0.77;  
parameter Real h=0.45;  
  
equation  
 der(x) = -a\*x-b\*y + p;  
 der(y) = -c\*x\*y-h\*y + q;  
 p = sin(2\*time)+2;  
 q = cos(time)+1;  
  
end lab3;

Промежуток времени и численный метод решения задаётся в настройках симуляции. Просимулировав модель также построим два графика(рис. ??, ??):



Модель боевых действий №2. OpenModelica



Модель боевых действий №2 в приближении. OpenModelica

Можно увидеть, что график(рис. ??), построенный в OpenModelica отличается от (рис. ??), численность армии X убывает резко до нуля, а в Julia более плавно, так как в ней точность вычислений выше. А при большем расстоянии разница численности армии X не заметна(так как уходит в ноль), но в Julia график численности армии Y перестает меняться после вымирания соперника, а в OpenModelica продолжает убывать.

# 5 Выводы

Построили математическую модель боевых действий и провели анализ.

# Список литературы

1. Корепанов В.О., Чхартишвили А.Г., Шумов В.В. [Базовые модели боевых действий](https://www.mathnet.ru/links/7653100e6d485179aefa6861952ec35a/ubs1150.pdf). УБС, 2023. 354 с.

2. Шумов В.И., Кореапнов В.О. [Математические модели боевых и военных действий](http://crm.ics.org.ru/uploads/crmissues/crm_2020_1/2020_01_14.pdf). Ки&М, 2005. 354 с.