Отчет по Лабораторной Работе №4

Модель гармонических колебаний - Вариант 27

Озьяс Стев Икнэль Дани

Table of Contents

# 1 Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев: 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы 2. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы 3. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и под действием внешней силы

# 2 Задание

1. Изучать модель гармонических колебаний
2. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора

# 3 Выполнение лабораторной работы

## 3.1 Теоретические сведения

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и другихнауках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качествеосновной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

x’’ + 2 g x’ + w^2 x = f(t)

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), g - затухание (параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), w – собственная частота колебаний, f(t) - внешняя сила , t – время.

## 3.2 Задача

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

x’’ + 9 x = 0

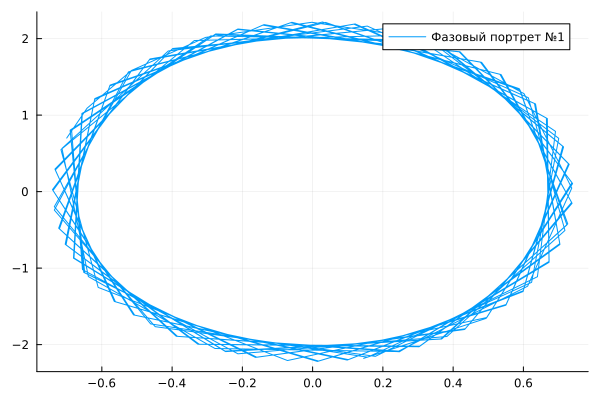


Рис. 1: Фазовый портрет №1 (Julia)

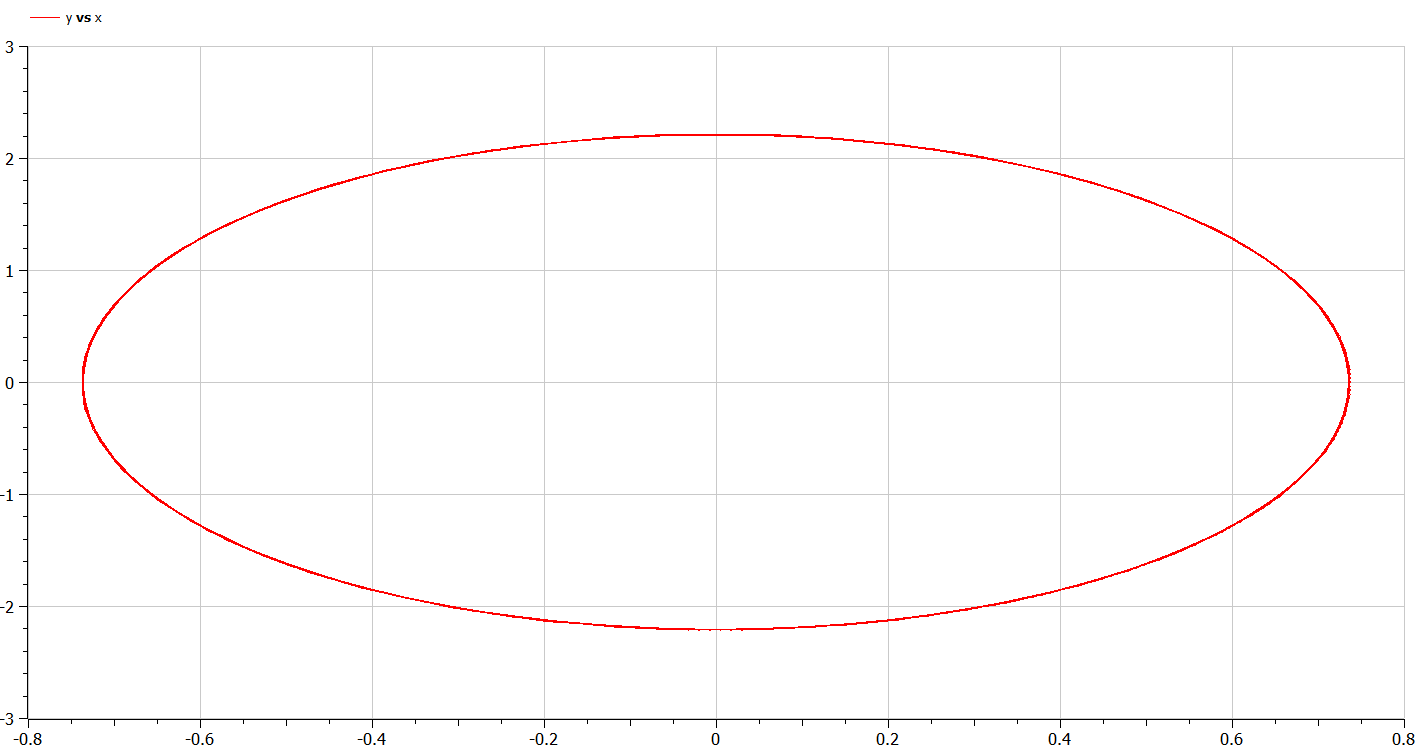


Рис. 2: Фазовый портрет №1 (OpenModelica)

1. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и без действий внешней силы

x’’ + 5.5 x’ + 4.4 x = 0

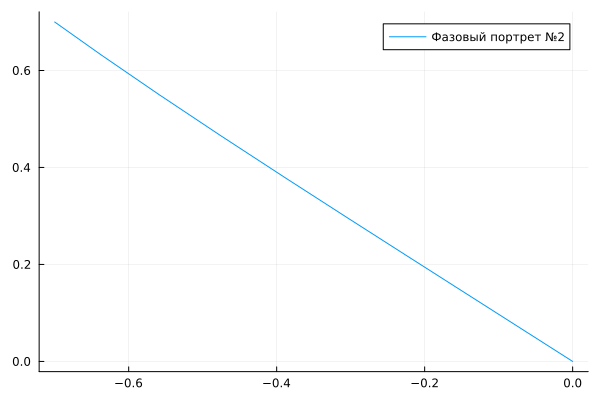


Рис. 3: Фазовый портрет №2 (Julia)

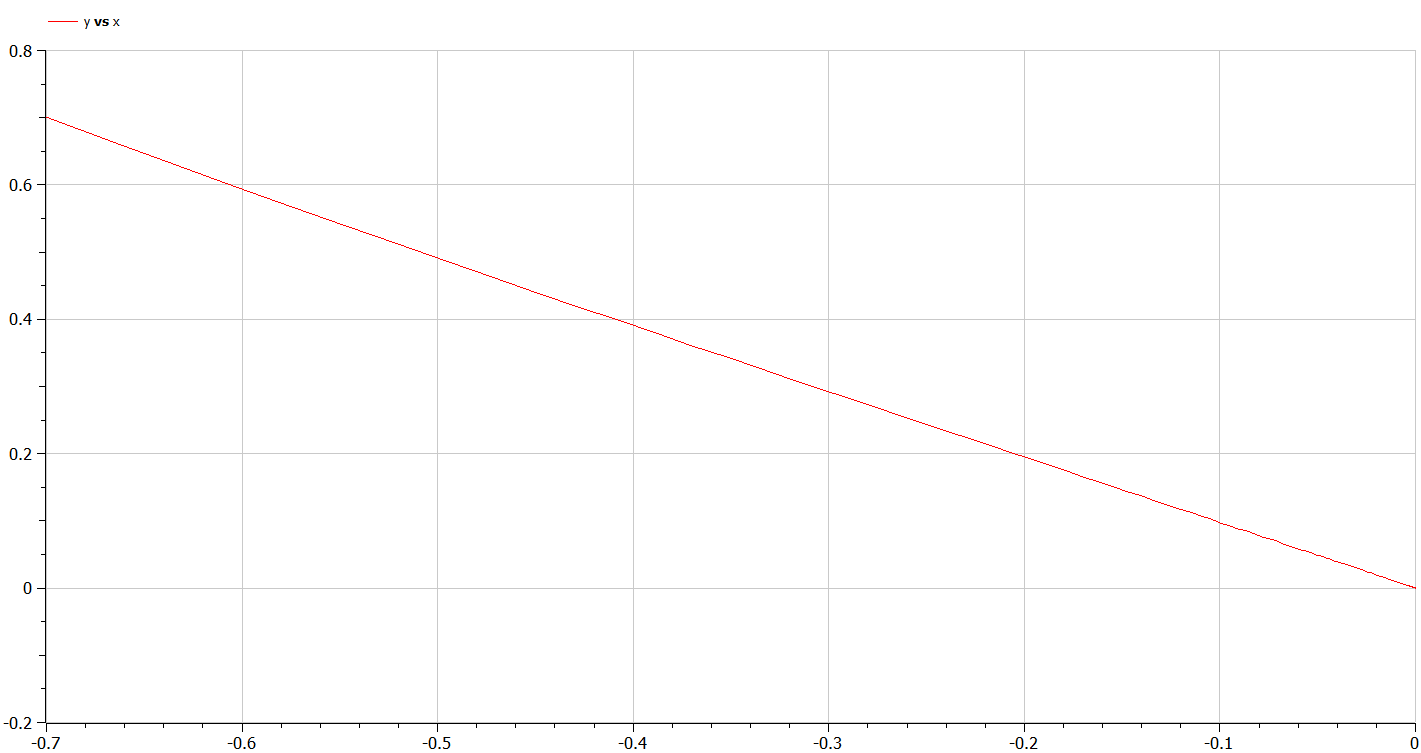


Рис. 4: Фазовый портрет №2 (OpenModelica)

1. Колебания гармонического осциллятора c затуханием и под действием внешней силы

x’’ + x’ + 6 x = 2cos(0.5t)

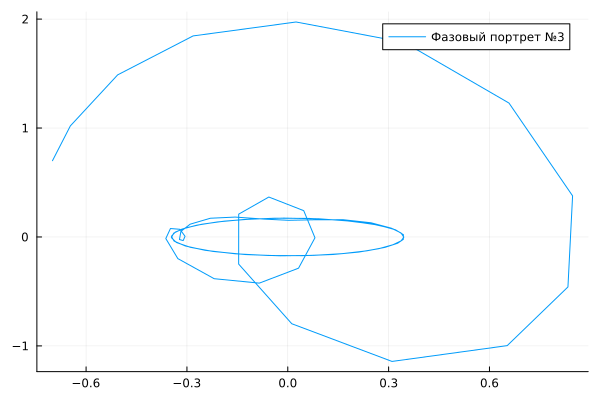


Рис. 5: Фазовый портрет №3 (Julia)

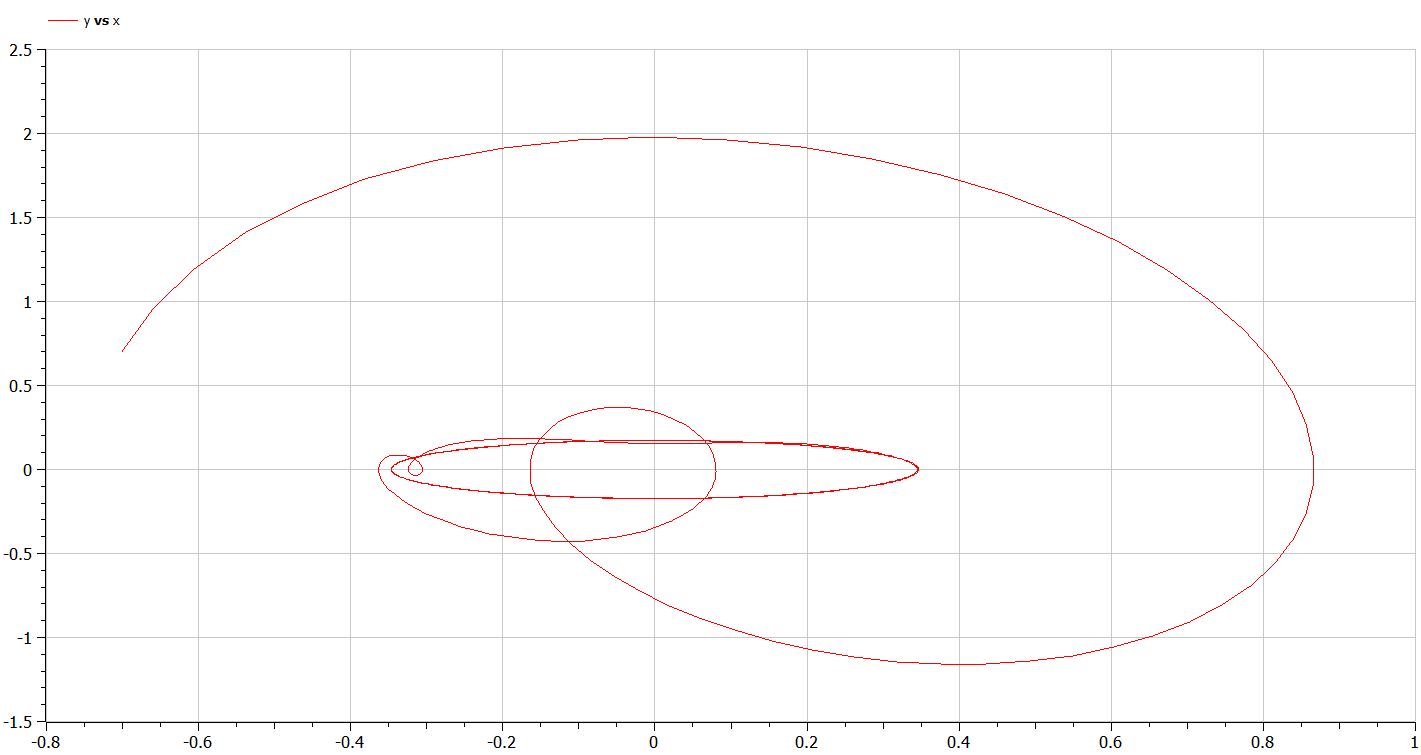


Рис. 6: Фазовый портрет №3 (OpenModelica)

## 3.3 Код программы (Julia)

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
#ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ  
  
  
#Параметры осциллятора  
#x'' + g \* x' + w^2 \* x = f(t)  
#w - частота  
#g - затухание  
  
w = 3;  
g = 0.00;  
  
#Правая часть уравнения f(t)  
  
function f(t)  
 f = 0;  
 return f;  
end  
  
#Вектор-функция f(t, x)  
#для решения системы дифференциальных уравнений  
#x' = y(t, x)  
#где x - искомый вектор  
  
function F(du,u, p, t)  
 du[1] = u[2];  
 du[2] = -w.\* w.\* u[1] - g.\* u[2] + f(t);  
end  
  
  
#Вектор начальных условий  
#x(t0) = x0  
  
v0 = [-0.7; 0.7];  
  
#Интервал на котором будет решаться задача  
t = (0; 37);  
  
#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t  
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x  
  
prob = ODEProblem(F, v0, t);  
sol = solve(prob);  
  
#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2  
  
y1 = [];  
y2 = [];  
  
for values in sol.u  
 push!(y1, values[1]);  
 push!(y2, values[2]);  
end  
  
#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')  
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №1"));  
  
savefig("image1.png")  
  
  
#ВТОРОЙ СЛУЧАЙ  
w = sqrt(4.4);  
g = 5.5;  
  
#Правая часть уравнения f(t)  
  
function f(t)  
 f = 0;  
 return f;  
end  
  
#Вектор-функция f(t, x)  
#для решения системы дифференциальных уравнений  
#x' = y(t, x)  
#где x - искомый вектор  
  
function F(du,u, p, t)  
 du[1] = u[2];  
 du[2] = -w.\* w.\* u[1] - g.\* u[2] + f(t);  
end  
  
  
#Вектор начальных условий  
#x(t0) = x0  
  
v0 = [-0.7; 0.7];  
  
#Интервал на котором будет решаться задача  
t = (0; 37);  
  
#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t  
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x  
  
prob = ODEProblem(F, v0, t);  
sol = solve(prob);  
  
#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2  
  
y1 = [];  
y2 = [];  
  
for values in sol.u  
 push!(y1, values[1]);  
 push!(y2, values[2]);  
end  
  
#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')  
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №2"));  
  
savefig("image2.png")  
  
  
#ТРЕТИЙ СЛУЧАЙ  
  
w = sqrt(6);  
g = 1;  
  
#Правая часть уравнения f(t)  
  
function f(t)  
 f = 2\*cos(0.5\*t);  
 return f;  
end  
  
#Вектор-функция f(t, x)  
#для решения системы дифференциальных уравнений  
#x' = y(t, x)  
#где x - искомый вектор  
  
function F(du,u, p, t)  
 du[1] = u[2];  
 du[2] = -w.\* w.\* u[1] - g.\* u[2] + f(t);  
end  
  
  
#Вектор начальных условий  
#x(t0) = x0  
  
v0 = [-0.7; 0.7];  
  
#Интервал на котором будет решаться задача  
t = (0; 37);  
  
#Решаем дифференциальные уравнения с начальным условием x(t0) = x0 на интервале t  
#с правой частью, заданной y и записываем решение в матрицу x  
  
prob = ODEProblem(F, v0, t);  
sol = solve(prob);  
  
#Переписываем отдельно x в y1, x' в y2  
  
y1 = [];  
y2 = [];  
  
for values in sol.u  
 push!(y1, values[1]);  
 push!(y2, values[2]);  
end  
  
#Рисуем фазовый портрет: зависимость x(x')  
display(plot(y1, y2, legend=:topright, label= "Фазовый портрет №3"));  
  
savefig("image3.png")

## 3.4 Код программы (OpenModelica)

//ПЕРВЫЙ СЛУЧАЙ x'' + 9\*x = 0  
model lab4  
  
//Параметры осциллятора  
//x'' + g\* x' + w^2\* x = f(t)  
//w - частота  
//g - затухание  
  
parameter Real w = 3.0;  
parameter Real g = 0.0;  
  
//Вектор начальных условий x(t0) = x0  
Real x(start=-0.7);  
Real y(start=0.7);  
Real f;  
  
equation  
 der(x) = y;  
 der(y) = -w.\* w.\* x - g.\* y - f;  
 f = 0.0;  
  
end lab4;

//ВТОРОЙ СЛУЧАЙ x'' + x' + 6\* x = 2\* cos(0.5\*t)  
model lab4  
  
//Параметры осциллятора  
//x'' + g\* x' + w^2\* x = f(t)  
//w - частота  
//g - затухание  
  
parameter Real w = sqrt(4.4);  
parameter Real g = 5.5;  
  
//Вектор начальных условий x(t0) = x0  
Real x(start=-0.7);  
Real y(start=0.7);  
Real f;  
  
equation  
 der(x) = y;  
 der(y) = -w.\* w.\* x - g.\* y + f;  
 f = 0.0;  
  
end lab4;

//ТРЕТЬИЙ СЛУЧАЙ x'' + x' + 6\* x = 2\* cos(0.5\*t)  
model lab4  
  
//Параметры осциллятора  
//x'' + g\* x' + w^2\* x = f(t)  
//w - частота  
//g - затухание  
  
parameter Real w = sqrt(6);  
parameter Real g = 1.0;  
  
//Вектор начальных условий x(t0) = x0  
Real x(start=-0.7);  
Real y(start=0.7);  
Real f;  
  
equation  
 der(x) = y;  
 der(y) = -w.\* w.\* x - g.\* y + f;  
 f = 2\* cos(0.5\*time);  
  
end lab4;

# 4 Выводы

В результате проделанной лабораторной работы мы познакомились с моделем гармонических колебаний. Проверили, как работает модель в различных ситуациях, построили фазовые портреты в рассматриваемых случаях.

# 5 Список литературы

1. [Гармонические\_колебания](https://ru.wikipedia.org/wiki/Гармонические_колебания)