



OPEI 2016

Olimpíada Pernambucana
de Informática

MODALIDADE B

PROVA TEÓRICA - Ensino Fundamental, 8º e 9º anos

Leia atentamente as seguintes Instruções.

- Esta prova tem início às 10:00 (dez) horas do dia 03 de Setembro de 2016.
- Esta prova, modalidade escrita, possui duração de 2 (duas) horas.
- Este caderno de provas possui 25 questões, certifique-se que ele está completo, e, caso contrário, solicite um novo caderno ao fiscal.
- O aluno só poderá deixar o local de prova a partir de 30 (trinta) minutos do horário inicial da prova.
- Os últimos 3 alunos restantes na sala, devem esperar até o final do tempo de prova para sair.
- Aguarde orientações quanto ao preenchimento do gabarito.
- Preencha à caneta os seus dados pessoais.
- É proibido realizar qualquer tipo de pesquisa ou consulta.

Nome completo: _____

Idade: ____ Ano escolar do aluno: ____ Nº do RG ou CPF: _____

Escola: _____

Organização



Apoio



QUESTÕES

***A alternativa em negrito é a resposta correta da respectiva questão.**

1) 128 cientistas da computação da Google decidiram fazer um torneio de tênis para animar o clima no escritório. Em cada partida, participam apenas 2 jogadores, com o vencedor passando para a próxima fase e o perdedor é eliminado do torneio. A cada rodada, os competidores que ainda continuam no torneio participam exatamente de uma partida.

Com base nisso, marque a alternativa que corresponda a, respectivamente, o número total de partidas do torneio e o número total de rodadas do torneio.

A) 128 partidas e 16 rodadas.

B) 128 partidas e 8 rodadas.

C) 127 partidas e 8 rodadas.

D) 127 partidas e 7 rodadas.

E) Nenhuma das acima.

2) As olimpíadas acabaram e o quadro de medalhas ficou disponível publicamente para todos poderem analisar. Júlia percebeu que alguns atletas possuem dupla nacionalidade, porém estavam representando apenas um deles durante os jogos olímpicos. Ela ficou curiosa para saber quais pares de países possuem mais medalhas compartilhadas. Como sabemos que a medalha de ouro vale mais do que a de prata, e a de prata vale mais do que a de bronze, Júlia inventou uma nova medalha única chamada “Jú”, seguindo as regras seguintes:

- Uma medalha de ouro equivale a três medalhas Jú.

- Uma medalha de prata equivale a duas medalhas Jú.

- Uma medalha de bronze equivale a uma medalha Jú.

Se dois pares de países possuírem a mesma quantidade de medalhas Jú, qualquer ordem é aceita com relação aos pares em questão.

Dada a tabela abaixo, como fica a ordem de pares de países de acordo com as medalhas Jú, em ordem decrescente?

OBS: Se um par de países possui 0 medalhas Jú, ele não vai aparecer na lista.

Jogador	Nacionalidade(s)	Ouro	Prata	Bronze
1	BRA / EUA	1	2	0
2	BRA / POR	1	0	1
3	ESP / POR	1	2	0

4	BRA / POR	0	0	2
5	EUA / ESP	1	3	0
6	ESP / POR	2	0	0
7	ESP / BRA	0	2	1
8	EUA / ESP	0	3	0
9	POR / ESP	1	0	1

Assinale a resposta correta:

A) ESP-POR, EUA-ESP, BRA-POR, EUA-BRA, BRA-ESP.

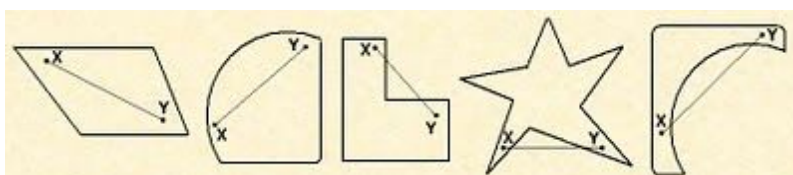
B) ESP-POR, EUA-ESP, EUA-BRA, BRA-POR, BRA-ESP.

C) ESP-POR, EUA-BRA, EUA-ESP, BRA-POR, BRA-ESP.

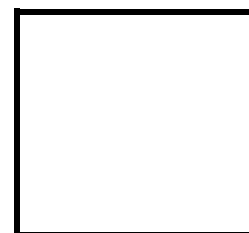
D) EUA-ESP, ESP-POR, BRA-EUA, BRA-POR, BRA-ESP.

E) EUA-ESP, ESP-POR, BRA-POR, BRA-EUA, BRA-ESP.

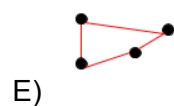
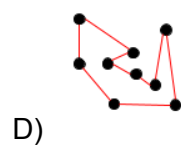
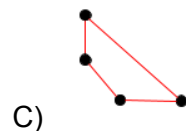
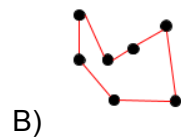
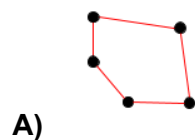
3) Intuitivamente, a ideia de polígono convexo está associada a de não ter cavidades. Primeiro vamos definir **figura plana convexa** como sendo a região r , parte de uma superfície plana, limitada pela própria figura, onde quaisquer dois pontos X e Y dessa região tem o segmento de reta XY inteiramente contido em r . Veja:



Observando a ilustração, temos as 2 primeiras regiões (da esquerda para direita), figuras planas convexas e as 3 seguintes, figuras planas e não-convexas, ou seja, concavas. Observe também que a 2ª e a 5ª região não correspondem a polígonos, mas foram usadas para dar a ideia de convexidade. Sabendo disso, dado um conjunto de pontos no espaço como na figura ao lado:



O **fecho convexo** destes pontos é definido como o menor polígono convexo que contém todos os pontos. Cada ponto do conjunto ou é um vértice desse polígono (o fecho) ou está no seu interior. Encontre o fecho convexo do conjunto de pontos da figura acima:



4) A operação módulo, muito utilizada na computação, se refere ao resto da divisão do numerador pelo divisor e é indicada pelo símbolo “%”. Por exemplo: $10 \% 3 = 1$, pois o resto da divisão de 10 por 3 é 1.

Vitória é uma criança muito inteligente e gosta de brincar com palavras. Ela se diverte muito com uma brincadeira que criou: Transformando palavras, em que ela vai escolher uma palavra e transformá-la em outra seguindo algumas regras. As regras são as seguintes:

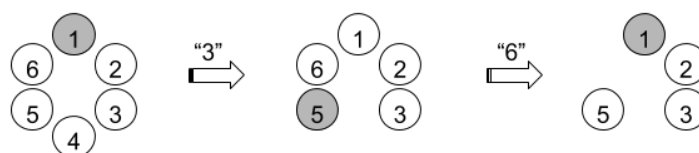
- Ela começa na primeira letra da palavra.
 - Se a letra for uma vogal, ela vai adicionar a consoante que vem depois dessa vogal no alfabeto um certo número de vezes no final da palavra. Esse número é definido por: (tamanho da palavra naquele momento) módulo 3.
 - Se a letra for uma consoante, ela vai retirar a próxima vogal que aparecer na palavra, se tiver alguma.
- Segue para a próxima letra da palavra e repete o mesmo processo, até chegar no fim da palavra.

Vitória quer saber se seu resultado está correto e pediu sua ajuda! Dado que a palavra inicial é “eaduieda”, como ficará a palavra após a transformação?

- A) eadiedaeaaiee
- B) eadiedffbj
- C) eadiedaffbj
- D) eadiedffbjff**

E) A palavra será infinita.

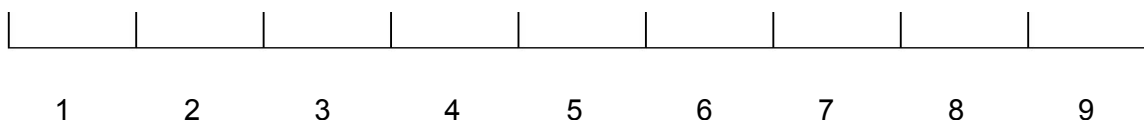
5) Sammy e Frodor estão jogando um jogo famoso na Terra Média: o jogo de Josephus. Ele funciona da seguinte forma: Primeiro, são distribuídos seis anéis em um círculo, numerando-os em sentido horário de 1 a 6. Depois um jogador coloca a mão sobre o primeiro anel, e o outro fala cinco números. Cada vez que o segundo jogador falar um número, o primeiro deverá mover a mão no círculo em sentido horário, de anel em anel, o número de vezes que o segundo jogador disse. Depois, ele retira do círculo o anel sob o qual sua mão ficou em cima, e coloca a mão sobre o próximo anel seguindo o sentido horário. Por exemplo: caso os primeiros dois números falados sejam “3” e “6”, os anéis abaixo serão retirados, onde o anel cinza representa a posição onde a mão do jogador se encontra no momento:



Sammy desafiou Frodor adivinhar qual será o anel que irá permanecer no círculo após ter dito os números: 1, 4, 2, 7, 5. Que anel será este?

- A) 1
- B) 2
- C) 4**
- D) 5
- E) 6

6) Rodrigo tem 9 bolas e gostaria de organizá-las numa estante que possui 9 compartimentos, tal que o compartimento número 1 é o mais à esquerda e o compartimento 9 é o mais à direita:



Das 9 bolas, **4 são vermelhas, 3 são pretas e 2 são amarelas**. Rodrigo decidiu que as 4 bolas vermelhas devem estar uma vizinha à outra (ou seja, uma do lado da outra), e as 2 bolas amarelas também devem ser dispostas uma vizinha à outra. As 3 bolas pretas não precisam estar dispostas uma vizinha às outras.

Sabendo disso, responda: se o compartimento 6 é ocupado por uma bola vermelha e o compartimento 8 é ocupado por uma bola preta, qual compartimento deve ser ocupado por uma bola amarela?

- A) 1
- B) 2
- C) 3**
- D) 4
- E) 5

7) Rarry possui uma varinha matemática, e a cada vez que ele a usa, ela forma um raio em formato de um número. Tony começou a estudar programação e percebeu que os números da varinha formavam um padrão. Ele então definiu uma função que calcula, dependendo da quantidade de vezes que Rarry já utilizou a varinha, qual é o número que será formado. A função é definida como:

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 1$$

$$f(x) = f(x-1) + f(x-2)$$

Tony lembrou-se de suas aulas e contou a Rarry que este é o padrão de Fibonacci, uma sequência de números que está presente em muitas formas na natureza. Porém Rarry não acreditou em Tony, e perguntou: “Se eu usar minha varinha pela 6 vez, que número será formado?”

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 8**
- E) 13

8) O número 25 é um quadrado perfeito, pois $25 = 5^2$, e o número 64 é um cubo perfeito, pois $64 = 4^3$. Qual é o menor número inteiro positivo n dentre as alternativas abaixo cujo dobro é um quadrado perfeito e cujo triplo é um cubo perfeito?

- A) 72**
- B) 98
- C) 144
- D) 216
- E) 256

9) Vovô Emílio estava organizando o quarto, e encontrou num baú velho sua coleção de bonecos. Ele decidiu dividir seus bonecos entre os netos, usando as seguintes regras:

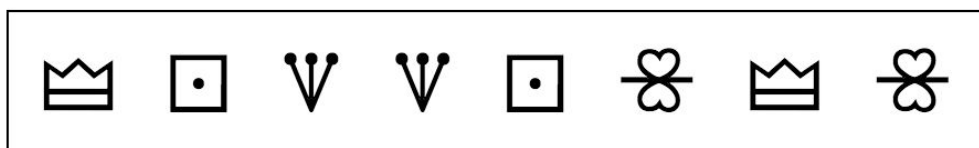
- O neto mais velho ficou com $\frac{3}{7}$ da coleção
- O segundo mais velho ficou com 25% da coleção
- O penúltimo ficou com um sexto da coleção

- O mais novo ficou com 26 bonecos

Quantos bonecos, no total, havia na coleção?

- A) 84
- B) 123
- C) 156
- D) 168**
- E) 184

10) Abaixo, temos a sequência de figuras **A**, que possui 8 elementos, e é composta por 4 símbolos diferentes:



Agora, imagine uma sequência de figuras **B**, que possui 80 elementos, e é formada pela repetição de 10 vezes seguidas da sequência **A**, na mesma ordem de elementos.

Supondo que queiramos formar uma sequência **X**, e que essa sequência tem 4 elementos, que são, respectivamente o **23º**, **62º**, **71º** e **44º** elementos da sequência **B**. Qual das alternativas abaixo representa a sequência **X**?

- A)
- B)
- C)
- D)
- E)

Resposta da 10: A)

11) O dominó mais conhecido tem como peça maior o duplo 6 (“dozão”). Esse dominó possui 28 peças diferentes.

Júlia decide inovar com os amigos e leva para escola um dominó onde a maior peça é o duplo 8. Quantas peças diferentes tem o dominó de Júlia?

- A) 32
- B) 36
- C) 40

D) 45

E) 55

12) A sequência “22” descreve a si mesma, pois ela é formada por dois 2. Analogamente, a sequência “31 12 33 15” descreve a si mesma, pois é formada por exatamente três 1, um 2, três 3 e um 5.

Qual das seguintes sequências **não** descreve a si mesma?

A) 21 32 23 16

B) 31 22 33 17 19

C) 21 32 33 24 15

D) 41 32 23 24 15 16 18

E) 31 12 33 18

Texto para as questões 13 e 14:

Um banco tem 3 caixas e 5 filas, numeradas de 1 a 5. As filas começam a ser formadas quando o banco ainda está fechado, portanto quando ele é aberto, cada caixa vai chamar a primeira pessoa de cada um das 3 primeiras filas. Cada pessoa vai demorar uma certa quantidade de tempo sendo atendida, em minutos. Quando um caixa fica livre a pessoa na fila que foi chamada por último vai ser atendida, ou no caso de duas filas não terem sido chamadas ainda, a de menor número é chamada. Quando dois caixas ficam livres ao mesmo tempo, o caixa de menor índice pega a fila de menor índice. João chegou no banco no momento em que ele foi aberto.

A tabela abaixo mostra a configuração das filas no momento que o banco é aberto. Cada número indica o tempo (em minutos) que aquela pessoa levará para ser atendida.

Responda as duas questões abaixo.

Fila 1	Fila 2	Fila 3	Fila 4	Fila 5
3	4	9	1	15
2	4	3	2	
2	3		1	
1			4	

13) Qual fila João deve escolher para que seja atendido o mais rápido possível?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

14) Dado que João escolheu a fila 3 e seu atendimento vai demorar 5 minutos, em quanto tempo ele vai sair do banco? Considere que ele sai imediatamente após ser atendido.

A) 10

B) 12

C) 14

D) 17

E) 19

15) Tomer acabou de ser coroado Rei dos Sete Reinos. Como sua primeira medida de governo, ele resolveu fortalecer as defesas das cidades mais importantes do continente. Os Sete Reinos são compostos por sete cidades, numeradas de 1 a 7, e cada cidade se conecta às outras por estradas de mão-dupla. Assim, se existe uma estrada entre as cidade A e B, e outra entre as cidades B e C, um aldeão pode viajar da cidade A para a cidade C, passando pela B, e vice-versa. Porém, caso a cidade B seja destruída, não haverá mais caminho de A para C, pois todas as estradas que passam por B serão tomadas por invasores. O reino então ficará desconectado, pois não será mais possível, estando em qualquer cidade, viajar para todas as outras. Um dos conselheiros de Tomer é Engenheiro de Software, e percebeu que o mapa das cidades se parece com um grafo, uma das estruturas comuns no mundo da computação. Mais importante ainda, ele percebeu que as cidades mais importantes são exatamente os pontos de articulação deste grafo. Neste contexto, um ponto de articulação é uma cidade tal que, se ela for destruída, o reino ficará desconectado, ou seja, não haverá mais como viajar de alguma cidade para alguma outra, desconsiderando a que foi destruída. Dado o mapa dos Sete Reinos abaixo, quais são as cidades que Tomer deve fortalecer?

A) 1 e 2

B) 5 e 6

C) 3 e 1

D) 4 e 3

E) 2 e 6

16) De quantas maneiras podemos pintar quatro casas do tabuleiro abaixo de forma em que cada linha e cada coluna exista somente uma (1) casa pintada?

A) Nenhuma

B) 12

C) 24

D) 36

E) 48

17) Dado o "Quadrado dos números" representado abaixo, descubra a menor "soma descendente" possível. Para obter uma soma descendente, é preciso percorrer o quadrado, de cima a baixo, seguindo as seguintes regras:

- Inicialmente, a soma descendente é zero
- Comece de qualquer número da primeira linha, e some-o à soma descendente
- Desça pra linha abaixo, e some o novo valor à soma descendente
- Ao descer para a linha de baixo, você pode escolher ir para o valor imediatamente abaixo, ou o valor à esquerda ou à direita. (Ex: estando no primeiro 5 da primeira linha, ao descer, posso escolher entre 3, 3 e 2).
- A soma descendente é o resultado obtido ao chegar à última linha, e somar o número escolhido da mesma, ao total.
- Um exemplo de soma descendente, é começar do 1 na primeira linha, e descer sempre para o número imediatamente abaixo. Nesse exemplo, a soma descendente é 14.

O quadrado dos números está representado abaixo:

1	5	1	5	1	5
3	3	2	3	3	4
2	3	4	4	3	2
2	2	3	2	2	4
2	2	4	3	4	2
4	4	4	4	2	3

Qual é a menor soma descendente possível?

- A) 10
- B) 13
- C) 14
- D) 11
- E) 12**

18) Abaixo temos uma tabela incompleta, que apresenta a quantidade de alunos destros e canhotos de uma escola, dividido por gênero:

Gênero / Característica	Destro(a)	Canhoto(a)
Feminino		
Masculino		
Total	204	39

Sabe-se que existem 4 vezes mais alunas do sexo feminino destros do que a quantidade de alunos do sexo masculino canhotos. Também se sabe que existem 7 vezes mais alunos meninos destros do que a quantidade de alunas meninas canhotas.

Dadas essas informações, qual é a probabilidade de, num sorteio envolvendo apenas meninas, a sorteada ser canhota? (a resposta é o resultado arredondado para uma casa decimal)

- A) 17.4%
- B) 13.6%
- C) 14.8%**
- D) 16.5%
- E) 18.2%

19) Quatro pessoas estão em uma margem de um rio e querem atravessá-lo. Não é possível nadar pelo rio pois a correnteza é muito forte, então elas devem utilizar uma ponte

de madeira que foi construída há muitos anos. Essa ponte aguenta o peso de, no máximo, duas pessoas ao mesmo tempo.

Cada uma das quatro pessoas demora uma certa quantidade de minutos para atravessar e quando duas pessoas atravessam juntas, a mais rápida vai atravessar na velocidade da mais lenta, para que elas andem sempre juntas até a outra margem.

Porém, está ficando escuro e o grupo possui apenas uma lanterna. Como ninguém quer cair na água pois ninguém enxergava a ponte de madeira ao longo da travessia, a lanterna deve estar nas mãos de alguém que está atravessando - pois a distância entre as margens é grande e ninguém quer arriscar jogar a lanterna para o outro lado.

Se cada uma das quatro pessoas demora 1, 2, 5 e 8 minutos, respectivamente, qual a menor quantidade de minutos *possível* que levará para que todas estejam do outro lado do rio?

- A) 10
- B) 13
- C) 15**
- D) 16
- E) 21

20) Camila gosta muito de charadas, e a mãe dela, Cláudia, sabe disso. Ao voltar do parque, Cláudia resolveu desafiar a filha a adivinhar as características das meninas que estavam no parque. Ela deu algumas informações e pediu pra Camila adivinhar a cor do cabelo e a cor do vestido de cada uma das meninas do parque. Todas as meninas tinham cores de cabelo diferentes entre si, e cores de vestido diferentes entre si, ou seja, só existia uma menina loira, por exemplo. As dicas que Cláudia usou foram essas:

- Jéssica tem cabelo ruivo
- A menina de cabelo preto usava um vestido verde
- Lúcia não é loira
- Bárbara não tem o cabelo marrom
- Cecília estava vestindo um vestido azul
- A menina loira não estava usando vermelho
- Bárbara não vestia verde
- Uma das meninas usava um vestido amarelo

Nome	Cor do Cabelo	Cor do Vestido
Jéssica		

Lúcia		
Bárbara		
Cecília		

Dadas essas dicas, Camila precisava descobrir o nome, a cor do cabelo e a cor do vestido de cada menina. Dado que ela acertou a charada, qual das respostas abaixo é a correta?

Dica: Preencha a tabela acima para descobrir a resposta.

A) Cecília tem o cabelo marrom e vestia amarelo

B) Lúcia tem o cabelo preto e vestia verde

C) Jéssica é ruiva e vestia amarelo

D) Bárbara é loira e vestia vermelho

E) Cecília é loira e vestia azul

21) Higor gosta bastante de problemas, e, observando uma situação do dia-a-dia, resolveu fazer alguns cálculos. Na sua casa existe uma caixa d'água, e existem duas mangueiras, A e B. Certo dia, ele observou que a mangueira A enche totalmente a caixa d'água em 5 horas. No dia seguinte, ele encheu a caixa com a mangueira B, e levou 8 horas para encher a caixa d'água completamente. Higor resolveu calcular quanto tempo levaria para encher a caixa d'água usando as duas mangueiras (A e B) ao mesmo tempo. Qual foi a resposta dos cálculos de Higor? (Arredonde a resposta para o minuto mais próximo)

A) 2 horas e 50 minutos

B) 3 horas e 5 minutos

C) 3 horas e 42 minutos

D) 3 horas e 56 minutos

E) 4 horas e 10 minutos

22) Dados os pontos que representam figuras no plano 2D, sua tarefa é dizer quantos pares de figuras se intersectam.

OBS1: Se A intersecta B, B intersecta A, isso conta como apenas um par.

OBS2: Se as arestas de A e B apenas se tocam, não conta como uma interseção, ou seja, apenas será uma interseção se a área da mesma for maior que zero.

As figuras podem ser círculos ou retângulos. Os círculos serão representados por três números, na seguinte ordem: coordenada x do centro, coordenada y do centro, tamanho do raio. Os retângulos serão representados por quatro números, nessa ordem: coordenada x do ponto superior esquerdo, coordenada y do ponto superior esquerdo, coordenada x do ponto inferior direito, coordenada y do ponto inferior direito. Considere o plano cartesiano.

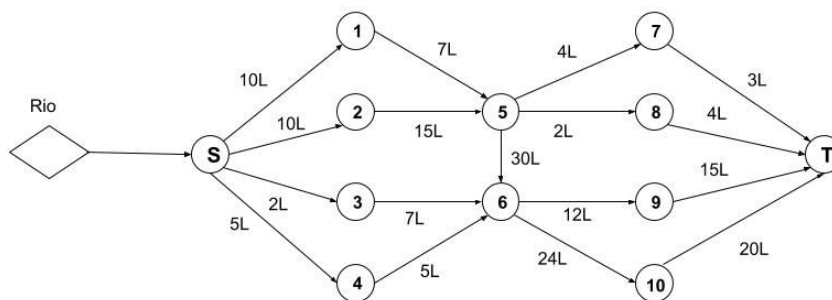
A seguir, está a lista de figuras:

-1.0 | 1.0 | 2.0 | -2.0
 5.0 | 3.0 | 3.0
 -4.0 | 2.0 | 2.0
 -5.0 | 3.0 | -1.0 | 0.0
 -4.0 | 2.0 | 1.0
 0.0 | 4.0 | 2.0

Assinale a opção que mostra a quantidade de pares de figuras que se intersectam:

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

23) O sistema de distribuição de água dos Sete Reinos é composto por centrais de distribuição. Cada central pode mandar água para outras centrais, caso exista um cano entre elas. Entretanto, a água flui apenas em uma direção. Ou seja, se existe um cano entre a central X e a central Y, e a central X pode mandar água para a central Y, então a central Y não pode mandar água para a central X. Cada cano possui uma capacidade máxima de litros de água que comporta, e, uma vez atingida, não se pode aumentar o fluxo de água que passa por aquele cano. Porém, apenas a capital **S** possui acesso à um rio com reserva de água infinita. É responsabilidade dela então distribuir a água para as centrais mais próximas, que continuarão a distribuí-la até que toda a água chegue à um destino comum: o Fosso Caytlin, denotado como **T**. O mapa das centrais e suas conexões através de canos é dado abaixo. Cada círculo numerado representa uma central, e cada seta $X \rightarrow Y$ indica que a central X pode mandar um fluxo de no máximo X litros de água para a central Y.



Dado que, quando a capital começa a distribuir a água, ela emite um fluxo constante de litros, e, respeitando as capacidades dos canos, qual é o fluxo máximo de água que o Fosso Caytlin pode receber num determinado instante de tempo?

A) 32 litros

B) 42 litros

C) 145 litros

D) 27 litros

E) 92 litros

24) Na multiplicação abaixo, temos:

$$\begin{array}{r} 1 \ a \ b \\ \times \quad b \ 3 \\ \hline * \ * \ * \\ * \ * \ * \\ \hline 1 \ c \ c \ 0 \ 1 \end{array}$$

Sendo a , b , c números naturais, e os $*$ também sendo números naturais (não necessariamente iguais), marque a opção que corresponde a equação: $a + b + c$.

A) 10

B) 15

C) 18

D) 20

E) 25

25) Os computadores apenas entendem números representados na notação binária. Nessa notação, cada algarismo representa uma potência na base 2, começando da direita para a esquerda, onde o índice da potência no número mais a direita é 0. Para transformar um número na base 2 para a base 10 (decimal), seguimos os seguintes passos:

- Se o algarismo for 0, vamos para o próximo número.
- Se o algarismo for 1, somamos ao resultado final a potência de dois equivalente àquela posição, ou seja, 2 elevado a X, em que X é o índice daquele algarismo.

OBS: Lembre-se que o índice começa em zero e vai aumentando em uma unidade da direita para a esquerda.

Exemplo:

$$110 \rightarrow (2^1) + (2^2) = 6$$

$$1001 \rightarrow (2^0) + (2^3) = 9$$

Qual a representação do número 19 na notação binária?

A) 11001

B) 10011

C) 10101

D) 11111

E) Nenhuma das anteriores