OPEI
Olimpíada Pernambucana de Informática

MODALIDADE B

PROVA TEÓRICA - ENSINO MÉDIO

Leia atentamente as seguintes instruções:

- Esta prova tem início às 10:00 (dez) horas do dia 23 de Setembro de 2017.
- Esta prova, modalidade escrita, possui duração de 2 (duas) horas.
- Este caderno de provas possui 20 questões em 7 páginas, cada questão com 5 opções de resposta, certifique-se que ele está completo, e, caso contrário, solicite um novo caderno ao fiscal.
- O aluno só poderá deixar o local de prova a partir de 30 (trinta) minutos do horário inicial da prova.
- Os últimos 3 alunos restantes na sala, devem esperar até o final do tempo de prova para sair.
- Aguarde orientações quanto ao preenchimento do gabarito.
- Preencha à caneta os seus dados pessoais.
- A prova é individual, é proibido realizar qualquer tipo de pesquisa ou consulta.

Nome completo: ____

Idade: ___ Ano escolar do aluno: ___ Nº do RG ou CPF: __________________________

Escola: ____

Organização:

Centro de Informática UFPE   pet | Informática

Apoio:

tempest SECURITY INTELLIGENCE   inloco   Gradepen

QUESTÕES

Considere o texto para responder às questões de 1 a 5:

Texto 1) Em uma região de pequenas cidades sem internet, será instalado um cabeamento vindo da cidade D. A tabela a seguir mostra a distância entre cada par de cidades em km. Observe que há um X em alguns campos, indicando que não há como interligar essas duas cidades em particular.

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
A	0	5	7	3	2	X
B	5	0	3	4	1	2
C	7	3	0	3	1	9
D	3	4	3	0	X	5
E	2	1	1	X	0	2
F	X	2	9	5	2	0

OBS: Em todas as questões consideramos que as cidades são visitadas uma única vez.

1) Partindo da cidade D há quantas formas distintas de ligar todas as cidades seguindo as possibilidades mostradas na tabela?
   a) 63
   b) 61
   c) 59
   d) 57
   e) 55

2) Qual o total de metros de cabo necessário para interligar todas as cidades, de forma que o cabo sairá da cidade D e seguirá a ordem alfabética?
   a) 10 km
   b) 11 km
   c) 12 km
   d) 14 km
   e) 16 km

3) Engenheiros perceberam que a quantidade de cabos utilizada foi exorbitante e, por isso, decidiram procurar o melhor caminho, ou seja, o caminho mais curto entre a cidade D e a última cidade, a A. Qual a ordem das cidades para que seja usada a menor quantidade possível de cabo?
   a) D > C > B > F > E > A
   b) D > F > B > C > E > A
   c) D > C > E > F > B > A
   d) D > C > F > E > B > A
   e) D > F > B > E > C > A

4) Se o cabeamento não partisse da cidade D, considerando sempre o menor caminho entre a cidade atual e a próxima, qual seria o melhor caminho dado que qualquer cidade poderia ser a inicial? (OBS: caso haja caminhos com a mesma distância, siga a ordem alfabética para decidir)

a) 8
b) 10
c) 12
d) 13
e) 17

5) Começando da cidade D, se usássemos sempre o maior caminho entre a cidade atual e a próxima, qual o maior caminho válido? (OBS: caso haja caminhos com a mesma distância, siga a ordem alfabética para decidir)
   a) 33 km
   b) 31 km
   c) 29 km
   d) 27 km
   e) 25 km

Use o texto a seguir para responder às questões 6, 7, 8, 9 e 10.

Texto 2) Fibonacci era um cara muito fascinado por coelhos. Na sua infância ele viu que os seus coelhos eram bastante peculiares e eles seguiam um padrão de crescimento populacional definido pela seguinte função F(x).

F(0) = 0
F(1) = 1
F(n) = F(n-1) + F(n-2), se n é diferente de 1 e 0

n	0	1	2	3	4	5	6	7	...
F(n)	0	1	1	2	3	5	8	13	...

Tribonacci, irmão de Fibonacci, ficou com inveja da descoberta que o irmão fez e quis fazer uma sequência para ele mesmo sendo definida pela função T(x) abaixo.

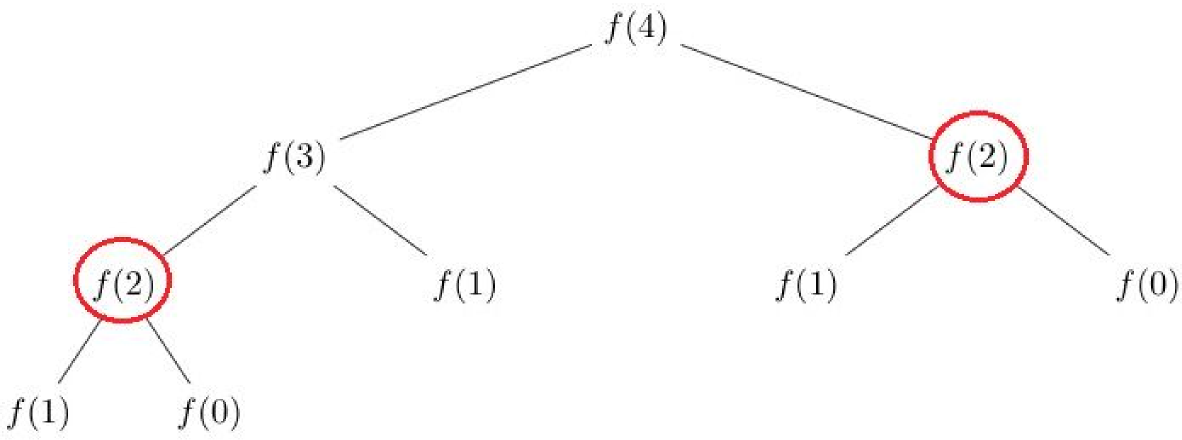
T(0) = 0
T(1) = 1
T(2) = 1
T(n) = T(n-1) + T(n-2) + T(n-3), se n é diferente de 0, 1 e 2.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	...
T(n)	0	1	1	2	4	7	13	24	...

Em computação definimos várias funções, similares a funções matemáticas, para resolverem problemas. Um desses problemas é a sequência que Fibonacci mostrou.

Obs.: As questões a seguir podem perguntar algo sobre quantas vezes F(x) **aparece** em F(N) e isso significa quantas vezes temos de calcular F(x) ao expandir F(N), por exemplo, quantas vezes F(2) aparece em F(4)?
Nesse caso temos F(4) = F(3) + **F(2)** onde já apareceu F(2) uma vez, porém ao calcular

F(3), temos que F(3) = **F(2)** + F(1), logo F(2) apareceu mais uma vez, neste caso F(2) aparece 2 vezes ao calcular F(4), veja a imagem abaixo para melhor entendimento.



6) Calcule o valor mais próximo do quociente entre F(10) e F(9).
   a) 1,732
   b) 1,667
   c) 1,618
   d) 1,414
   e) 1,5

7) Quantas vezes F(2) aparece ao calcular F(8)?
   a) 10
   b) 13
   c) 3
   d) 6
   e) 7

8) Qual das seguintes funções definem o somatório de n termos de uma sequência de fibonacci? Ex.: F(0) + F(1) + F(2) = 2
   a) 2 X F(n) + 2
   b) 2 X F(n) + 1
   c) F(n+2) + 1
   d) 2 X F(n)
   e) F(n+2) - 1

9) Calcule o valor mais próximo de F(12)/T(11).
   a) 0,525
   b) 0,653
   c) 0,489
   d) 0,531
   e) 0,732

10) Quantas vezes T(3) aparece ao calcular T(6)?
    Obs.: Aparecer tem o mesmo contexto que na questão 7.
    a) 1
    b) 3
    c) 2
    d) 4
    e) 0

Considere o texto abaixo para resolver às questões 11 a 15, a seguir:

Texto 3) Palíndromo é uma cadeia de caracteres cuja leitura da direita para a esquerda é igual a da esquerda para a direita, por exemplo: “MIM” ou “99”. Nesse caso, chamamos de *palíndromo puro*.

Outra definição considera a ordem crescente dos caracteres, por exemplo: A < B < C < … < Z ou 1 < 2 < … < 100... Assim, uma cadeia de caracteres é chamada de *palíndromo quebrado* se a seqüência de resultados da comparação entre o primeiro e o segundo caracteres é igual ao resultado da comparação entre o último e o penúltimo caractere, e o resultado da comparação entre o segundo e o terceiro caracteres é igual ao resultado da comparação entre o penúltimo e o antepenúltimo caracteres, e assim por diante. Por exemplo, “212” ou “TODOS”.

11) Qual das seguintes cadeias não é um palíndromo?
  a) A sacada da casa
  b) Após a sopa
  c) A torre de derrota
  d) Anotaram as datas da maratona
  e) O galo ama o lago

12) Considerando as afirmações a seguir, qual das opções é a correta?

I) Nem todo palíndromo puro é quebrado
II) 98765432123456789 é um palíndromo puro, mas não é quebrado
III) “Tipo erro tudo” é um palíndromo quebrado
IV) “O romano ataca amores a damas amadas e roma ataca o namoro” é um palíndromo puro

  a) I, II, III são verdadeiras
  b) I, IV são verdadeiras
  c) II, III, IV são verdadeiras
  d) II, III são verdadeiras
  e) III, IV são verdadeiras

13) Quantos números naturais palíndromos pares existem entre 1 e 99.999?
  a) 2074
  b) 909
  c) 1108
  d) 1999
  e) 1098

14) Escolhendo um número aleatório de 1 a 99.999 qual a probabilidade, aproximadamente, de ele ser palíndromo ímpar?
  a) 0,61
  b) 0,0061
  c) 6,1
  d) 0,061
  e) 0,00061

15) Considerando o atual sistema de placas veiculares com 3 letras e 4 algarismos, por exemplo: PET-1234, ela será considerada um palíndromo se tanto o grupo de letras quanto o de algarismos forem palíndromos. Sabendo disso, quantas placas palíndromas distintas podem ser criadas?
  a) 1.757.600
  b) 17.576
  c) 676.000
  d) 67.600
  e) 6.760.000

Considere o texto 4 abaixo para responder às questões de 16 a 20.

Texto 4) Maria está pensando em ir para a praia, porém há um problema: Ela é muito metódica e interessada em moda e só vai à praia se estiver usando uma combinação muito precisa de roupas. Dentre as muitas peças de vestimenta que ela tem, quatro se destacam: **um chapéu verde**, **um óculos escuros**, **um maiô amarelo** e **um par de sandálias brancas**. Para cada uma dessas peças de roupa, Maria **pode ou não usar**, ou seja, Maria usar o chapéu verde pode ser algo verdadeiro ou falso. Mas a combinação de roupas dela é algo tão complexo, que vamos usar algumas **variáveis** para representar se ela usa ou não cada peça.

- **a** representa se ela usa ou não o **chapéu verde**, ou seja, a pode ser **verdadeiro** (Maria usa o chapéu verde) ou **falso** (Maria **não** usa o chapéu verde);
- **b** representa se ela usa ou não os **óculos escuros**, assim como a, b pode ser **verdadeiro** ou **falso**;
- **c** representa se ela usa ou não o **maiô amarelo**;
- e **d** representa se ela usa ou não o par de **sandálias brancas**;

Como para Maria ir à praia as possíveis combinações de roupas são muito complexas, vamos transformar cada combinação em **sentenças** e utilizar algumas **operações lógicas** nelas. Por exemplo, se Maria só vai a praia se estiver com o maiô amarelo **e** com o chapéu verde, ela só irá à praia se **c** e **a** forem simultaneamente verdadeiros, nós podemos reescrever essa sentença como "**c E a**" e essa sentença será verdade **somente** se c e a forem simultaneamente verdadeiros, pois é uma operação **E**.

Existem outras operações lógicas também como o **OU**, nesse tipo de sentença, basta que **no mínimo** uma das variáveis envolvidas seja verdadeira. Por exemplo, se Maria vai à praia usando os óculos escuros **OU não** usando as sandálias brancas, basta que **b** (usar os óculos) seja verdadeiro ou **d** (usar sandálias brancas) seja falso. "**b OU não-d**" será verdadeiro bastando que um dos dois (seja b ou seja não-d) sejam verdadeiros. Outra operação é a **XOR** (também chamada de ou-exclusivo), as sentenças com a operação xor só são verdadeiras se um dos elementos for verdadeiro e outro falso. Recapitulando as operações:

- **não-x** será verdadeira se x for falso, e vice-versa;
- **x E y** será verdadeira somente se os dois forem verdadeiros;
- **x OU y** será verdadeira bastando que no mínimo um dos dois seja verdadeiro;
- **x XOR y** será verdadeira somente se um dos dois for verdadeiro e o outro falso;

Com base nessa explicação, vamos às sentenças que farão Maria ir ou não à praia:

- **S1 =** a E b (usar o chapéu verde e os óculos escuros);
- **S2 =** d XOR não-b (ou usar as sandálias brancas ou **não** usar os óculos escuros, mas não simultaneamente);
- **S3 =** b OU não-d (usar os óculos escuros ou **não** usar as sandálias brancas);
- **S4 =** não-c E S2 (S2 deve verdadeira e c falso);
- **S5 =** S1 OU S4;
- **S6 =** S5 E S3;

Considere que **a**, **b**, **c** e **d** possuem dois possíveis valores: **verdadeiro** ou **falso**. E que, depois de tudo isso, **se S6 for verdadeira, então Maria irá para a praia**. Com todos esses dados responda:

16) Dentre todas as possíveis combinações de valores para **a**, **b**, **c** e **d** qual a probabilidade de a ser verdadeiro, b ser verdadeiro e c ser falso?
    a) 100%
    b) 50%
    c) 25%
    d) 12,5%
    e) 6,25%

17) Dados todos os possíveis cenários de combinação de valores das variáveis, qual a probabilidade de Maria ir à praia (aproximadamente)?
    a) 57%
    b) 56%
    c) 44%
    d) 43%
    e) 25%

18) Se Maria usar as sandálias brancas, qual a probabilidade dela ir?
    a) 62,5%
    b) 50%
    c) 37,5%
    d) 25%
    e) 12,5%

19) Quantas das 4 variáveis são determinantes na decisão de Maria (se a variável for verdadeira, obrigatoriamente Maria vai, e se for falsa, obrigatoriamente Maria não vai)?
    a) 0
    b) 1
    c) 2
    d) 3
    e) 4

20) Se Maria usar o chapéu verde e **não** usar o óculos escuros, qual a probabilidade dela ir à praia?
    a) 100%
    b) 50%
    c) 25%
    d) 12,5%
    e) 6,25%